

zad. 1 Dana jest macierz nieosobliwa $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ i macierz prawych stron $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Jak efektywnie rozwiązać równanie macierzowe $BY = G$, gdzie $Y \in \mathbb{R}^{n \times n}$ jest macierzą nie-wiadomych? Podać szkic postępowania (kolejne etapy) i całkowitą liczbę wykonywanych działań w notacji O .

zad. 2

- (a) Sformułować zadanie aproksymacji średniokwadratowej wielomianami stopnia co najwyżej n funkcji f w przestrzeni $l_{p,N}^2$. Podać normę i iloczyn skalarny.
- (b) Niech P_0, \dots, P_n będzie danym ciągiem wielomianów ortogonalnych w $l_{p,N}^2$. Co i jak należy obliczyć, aby wyznaczyć n -ty wielomian optymalny dla funkcji f w $l_{p,N}^2$?

zad. 3

- (a) Sformułować zadanie interpolacji za pomocą wielomianów.
- (b) Niech $f(x) = 10x^n$ i niech x_0, x_1, \dots, x_n będzie parami różnymi liczbami rzeczywistymi. Czy $w(x) = 10x^n$ jest wielomianem interpolującym funkcję f w x_0, \dots, x_n ? Odpowiedź uzasadnić?
- (c) Jaka jest złożoność obliczania wartości wielomianu w punkcie?

zad. 4

- (a) Co to znaczy, że zadanie jest źle uwarunkowane?
- (b) Co można powiedzieć o uwarunkowaniu zadania obliczania iloczynu skalarnego?

zad. 5 Rozważmy teraz arytmetykę `single` (float w języku C) zgodną ze standardem IEEE 754, w której 1 bit przeznaczono na zapis znaku s liczby x , 8 bitów przeznaczono na zapis cechy c (wraz z bitem znaku) i 23 bity przeznaczono na zapis części ułamkowej mantysy.

- (a) Podać epsilon maszynowy *macheps* (machine epsilon), tj. najmniejszą liczbę *macheps* > 0 taką, że $1.0 + \text{macheps} > 1.0$. Odpowiedź uzasadnić (na bitach).
- (b) Napisać w pseudokodzie funkcję wyznaczającą *macheps*.
- (c) Jaka jest odległość między liczbami maszynowymi w przedziale $[-129, -128]$?