# Domácí úloha č. 4 – Knapsack problém III.

## Specifikace úlohy

Cílem této domácí úlohy bylo experimentálně vyhodnotit citlivost metod řešení problému batohu na parametry instancí generovaných generátorem náhodných instancí. Na základě tohoto měření je nutno provést experimentální vyhodnocení kvality řešení a výpočetní náročnosti. Zejména závislosti výpočetního času a relativní chyby na maximální váze, maximální ceně věci, poměru kapacity batohu k sumární váze a granularitě.

## Nástroje k řešení

K implementaci jsem využil programovací jazyk **Java** pod prostředím **NetBeans**. Všechny výpočty běželi na procesoru Intel Core 2 Duo 3.00 GHz a pod operačním systémem Microsoft Windows 7. Výsledky byly zpracovány tabulkovým procesorem Microsoft Excel.

Výsledný zdrojový kód je spouštěn ze souboru **Main.java**, zbytek kódu je přehledně rozdělen do tříd.

K měření času jsem použil funkci **System.currentTimeMillis().**

## Generování instancí

Generování probíhalo generátorem náhodných instancí. Generátor je rozsáhle parametrizován a umožňuje nám měnit tyto parametry:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Parametr** | **Povinný** | **Typ hodnoty** | **Význam** |
| -I | ne | celé číslo | Počáteční ID |
| -n | ano | celé číslo | počet věcí |
| -N | ano | celé číslo | počet instancí |
| -m | ano | reálné číslo | poměr kapacity batohu k sumární váze |
| -W | ano | celé číslo | max. váha věci |
| -C | ano | celé číslo | max. cena věci |
| -k | ano | reálné číslo | exponent *k* |
| -d | ano | -1, 0, 1 | -1..více malých věcí, 1..více velkých věcí, 0..rovnováha |

|  |
| --- |
|  |

## Měření instancí

Měření jednotlivých závislostí provádíme tak, že všechny parametry zafixujeme a jeden z nich měníme, proto je vhodné si najít nějaké výchozí ohodnocení parametrů, které jsem zvolil přibližně v polovině a to takto:

gen -n 20 -N 50 -m 0.5 -k 0 -d 0 -W 100 -C 1000

Při provádění jsou tedy všechny parametry přibližně uprostřed a jeden z nich měníme nejdříve na jednu stranu a poté na druhou stranu, v rámci možností.

Abychom eliminovali vliv použitého hardware, měříme počet stavů, které jsme pro danou instanci prošli.

Pro měření byly použity algoritmy, které jsem programoval v minulých úlohách, akorát bylo doimplementováno počítání průměrného počtu stavů stavového prostoru.

## Závislost výpočetního času a relativní chyby na maximální váze věci (W)

Pro tuto závislost jsem měnil maximální váhu věci od 100 do 5000. Původní rozsah jsem stanovil 100-1000, ale nakonec jsem provedl ještě pár měření až do 5000, pro ověření, že závislost je postupná (Dynamické postupně roste, BB a Heuristika pořád stejná). Pro tuto závislost jsem naměřil tyto hodnoty:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **W** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| 100 | 1878 | 35875 | 440 | 10051 | 2 | 19 | 0,00580309 | 0,027964785 |
| 150 | 1729 | 34060 | 567 | 13698 | 2 | 19 | 0,009117735 | 0,065474885 |
| 200 | 1708 | 32802 | 697 | 17235 | 2 | 20 | 0,008278062 | 0,038149246 |
| 250 | 1961 | 38665 | 821 | 20648 | 2 | 20 | 0,008428202 | 0,056096482 |
| 300 | 1861 | 36595 | 977 | 24027 | 2 | 20 | 0,005181872 | 0,03850239 |
| 350 | 2242 | 44246 | 1085 | 26629 | 3 | 20 | 0,00637347 | 0,038029503 |
| 400 | 2349 | 46226 | 1276 | 30048 | 2 | 20 | 0,005944368 | 0,042600313 |
| 450 | 2326 | 46048 | 1409 | 33061 | 2 | 20 | 0,007165684 | 0,051793835 |
| 500 | 2139 | 42063 | 1499 | 35771 | 2 | 20 | 0,005704472 | 0,0304805 |
| 800 | 1898 | 36967 | 2144 | 50917 | 2 | 20 | 0,007376677 | 0,053807249 |
| 1200 | 1788 | 35193 | 2773 | 67931 | 2 | 20 | 0,006290272 | 0,043466224 |
| 1500 | 2347 | 47088 | 3318 | 81519 | 3 | 20 | 0,008173416 | 0,067747539 |
| 2000 | 2215 | 43878 | 4047 | 99446 | 3 | 20 | 0,007235783 | 0,041516245 |
| 3000 | 2420 | 47899 | 5631 | 135394 | 3 | 20 | 0,006418295 | 0,03901951 |
| 5000 | 2413 | 47083 | 7974 | 186795 | 3 | 20 | 0,006437388 | 0,050721034 |

### Grafické znázornění závislosti výpočetního času na W pro naměřená data:

Na grafu je vidět, že heuristika i Branch&Bounds mají pořád stejnou náročnost. Změna váhy se ale negativně projeví na Dynamickém algoritmu, protože je implementován dekompozicí podle kapacity batohu. Když zvýšíme maximální váhu věci, zvýší se i maximální kapacita batohu, takže pomyslná tabulka možných stavů se zvětší, resp. se zvětší počet řádků.

Ostatní algoritmy jsou na váze věci nezávislé, protože pro ně váha věci není důležitá, pouze věc do batohu dají a kontrolují, jestli se vejde, nebo ne. Není pro ně důležité, jestli věc váží 50 anebo 1000.

### Grafické znázornění relativní odchylky na změně maximální váhy věci:

V přiloženém souboru jsem naměřil i maximální odchylku. Z grafu je vidět, že relativní odchylka heuristiky je prakticky pořád stejná. Stejně jako u měření výše je algoritmu jedno, jestli má věc váhu 20 anebo 5000, prostě jí do batohu přidá, nebo ne.

## Závislost výpočetního času a relativní chyby na maximální ceně věci (C)

Pro měření této závislosti jsem měnil maximální cenu věci od 500 do 1500, nakonec jsem ale naměřil i pár měření až do 30000, abych se podíval na přibližný vývoj grafu.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **C** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| 500 | 2245 | 44489 | 422 | 9935 | 3 | 19 | 0,007123963 | 0,037123648 |
| 600 | 1781 | 34773 | 418 | 9870 | 3 | 20 | 0,009339916 | 0,056655434 |
| 700 | 1675 | 32652 | 417 | 9778 | 2 | 19 | 0,008084214 | 0,045123468 |
| 800 | 1729 | 33599 | 424 | 9979 | 3 | 19 | 0,006837685 | 0,036195401 |
| 900 | 2436 | 48779 | 406 | 9653 | 3 | 19 | 0,008038724 | 0,032385615 |
| 1000 | 2228 | 44044 | 415 | 9875 | 3 | 19 | 0,007379978 | 0,03847491 |
| 1100 | 2249 | 45067 | 426 | 9969 | 2 | 19 | 0,009106391 | 0,047954703 |
| 1200 | 1899 | 37917 | 413 | 9829 | 3 | 19 | 0,007451095 | 0,045183191 |
| 1300 | 1614 | 31633 | 432 | 10263 | 3 | 19 | 0,005665787 | 0,061630435 |
| 1800 | 1954 | 38730 | 432 | 10092 | 2 | 19 | 0,006392088 | 0,0461549 |
| 2500 | 2334 | 46377 | 424 | 9907 | 2 | 19 | 0,005058998 | 0,040064103 |
| 5000 | 1426 | 27785 | 424 | 9911 | 2 | 19 | 0,007114 | 0,044508386 |
| 10000 | 1858 | 36304 | 440 | 10182 | 3 | 19 | 0,009024723 | 0,054201424 |
| 20000 | 1724 | 32139 | 449 | 10218 | 2 | 19 | 0,008390182 | 0,051048946 |
| 30000 | 1384 | 26293 | 436 | 10184 | 2 | 19 | 0,007733703 | 0,04935237 |

### Grafické znázornění výpočetního času na maximální ceně věci (C):

Z grafu je vidět, že ani jeden z algoritmů není závislý na maximální ceně věci. Důvody pro Branch&Bound a Heuristiku jsem popsal již výše – algoritmu je jedno, jakou má věc cenu, prostě jí přidá, nebo ne, dle její váhy. V tomto případě je to jedno i Dynamickému programu, protože je implementován dekompozicí podle kapacity batohu. Pokud by byl implementován dekompozicí podle ceny, myslím si, že by byl na změně C závislý a průběh by byl podobný, jako jsem ho měl já u měření závislosti na W.

### Grafické znázornění relativní odchylky na C:

Stejně jako u závislosti na maximální váze se relativní chyba v závislosti na maximální ceně nemění. Algoritmu je jedno, jakou má věc váhu, prostě jí přidá, nebo ne.

## Závislost výpočetního času a relativní chyby na poměru kapacity batohu k sumární váze (m)

U tohoto měření měním poměr kapacity batohu k sumární váze od 0,1 až do 1. Nejmenší hodnota znamená, že ve výsledném řešení nebude skoro žádná věc, číslo 1 znamená, že tam budou všechny. Toto měření má asi „nejhezčí“ výsledky, je zde patrná závislost pro všechny algoritmy i pro relativní chybu.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **m** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| 0,1 | 53393 | 970902 | 34 | 906 | 2 | 18 | 0,019318153 | 0,126269465 |
| 0,2 | 34975 | 622955 | 107 | 2956 | 2 | 19 | 0,011105516 | 0,073728814 |
| 0,3 | 17609 | 319062 | 210 | 5491 | 3 | 19 | 0,006146386 | 0,046864326 |
| 0,4 | 6481 | 120097 | 314 | 7718 | 2 | 19 | 0,007281967 | 0,031965443 |
| 0,5 | 1985 | 39190 | 422 | 9916 | 3 | 19 | 0,007442138 | 0,057133871 |
| 0,6 | 616 | 12641 | 525 | 12131 | 2 | 19 | 0,006431875 | 0,030576382 |
| 0,7 | 180 | 3707 | 545 | 13226 | 2 | 19 | 0,005767405 | 0,042191839 |
| 0,8 | 41 | 643 | 569 | 14584 | 2 | 19 | 0,001875062 | 0,018925952 |
| 0,9 | 20 | 255 | 573 | 15771 | 3 | 19 | 0,001608525 | 0,012456024 |
| 1 | 19 | 211 | 571 | 15880 | 2 | 20 | 0 | 0 |

### Grafické znázornění závislosti výpočetního času na m:

Z grafu je vidět, že nejvíce závislý je algoritmus Branch&Bound, který expanduje nejvíce stavů, pokud nastavíme, že v řešení bude jenom pár věcí. Graf nám to tak trochu kazí, takže vygenerujeme ještě jeden graf tak, aby byl vidět průběh Dynamického algoritmu a Heuristiky.

### Grafické znázornění s detailem na Dynamický algoritmus:

Na grafu je vidět, že i Dynamický algoritmus je závislý na změně parametru *m*, ale ne tolik jako B&B. Pokud je *m* větší jak 0,6, tak je dokonce B&B výhodnější jak Dynamický algoritmus, což nám dává jasnou informaci, kdy jaký algoritmus použít. Rozhodovat se můžeme dle granularity. Heuristika je stále konstantní, ale mění se relativní odchylka viz. graf dále.

### Grafické znázornění relativní odchylky na m:

Na grafu je vidět, že se relativní odchylka se zvyšujícím se parametrem m snižuje. Při m=1 je relativní odchylka nulová, protože v batohu budou vždy všechny věci. Pokud je m malé, znamená to, že počet věcí, které v batohu jsou je malý a tak existuje mnoho kombinací a z toho plynoucí vyšší chyba. Pokud máme m=0.9 víme, že většina věcí v batohu bude, jenom hledáme těch pár věcí, které tam nebudou a možných kombinací je tak méně a menší prostor pro chybu.

## Závislost výpočetního času a relativní chyby na granularitě (d)

V posledním měření budeme měnit granularitu pomocí parametru *d*, který bude z intervalu -1 … 1 a dále pomocí koeficientu *k*, který bude dosazován do vzorečku pro výpočet pravděpodobnosti, že prvek v instanci je, nebo není. Granularita znamená, že pokud parametr *d* nastavíme na -1, budou se generovat spíše malé věci, ale bude jich více. Parametr nastavený na jedničku znamená, že se budou generovat velké věci, ale bude jich méně.

### Závislost pro d=-1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **k** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| -1 | 1970 | 38381 | 436 | 9990 | 2 | 19 | 0,004994412 | 0,041983796 |
| -0,8 | 1609 | 30979 | 432 | 9954 | 2 | 19 | 0,00496098 | 0,031568356 |
| -0,6 | 2016 | 38399 | 432 | 9926 | 3 | 19 | 0,009353293 | 0,042306038 |
| -0,4 | 2154 | 41975 | 437 | 10173 | 2 | 19 | 0,005632768 | 0,055674748 |
| -0,2 | 1809 | 35248 | 423 | 9771 | 3 | 19 | 0,007077689 | 0,039872771 |
| 0 | 1955 | 37863 | 431 | 9956 | 3 | 19 | 0,006709999 | 0,030319379 |
| 0,2 | 1327 | 26124 | 392 | 9215 | 2 | 19 | 0,004829419 | 0,048635537 |
| 0,4 | 1318 | 26915 | 357 | 8546 | 2 | 19 | 0,009980418 | 0,03757621 |
| 0,6 | 1274 | 26252 | 317 | 7530 | 3 | 19 | 0,004977944 | 0,043765307 |
| 0,8 | 1083 | 22910 | 296 | 7066 | 2 | 19 | 0,006011085 | 0,037959526 |
| 1 | 832 | 17861 | 274 | 6287 | 2 | 19 | 0,006406506 | 0,051111111 |

Grafické znázornění pro d=-1

### Závislost pro d=0

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **k** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| -1 | 2089 | 40921 | 435 | 9997 | 3 | 19 | 0,007028796 | 0,048628716 |
| -0,8 | 1867 | 37262 | 418 | 9763 | 2 | 19 | 0,004480747 | 0,023258546 |
| -0,6 | 2098 | 40985 | 441 | 10237 | 3 | 19 | 0,008453458 | 0,048271922 |
| -0,4 | 1838 | 35374 | 443 | 10076 | 2 | 20 | 0,005728757 | 0,046827795 |
| -0,2 | 2070 | 39892 | 436 | 10098 | 3 | 20 | 0,008453226 | 0,04798331 |
| 0 | 1888 | 36138 | 438 | 9941 | 3 | 19 | 0,007485779 | 0,030735582 |
| 0,2 | 1830 | 34644 | 536 | 10087 | 3 | 19 | 0,00745093 | 0,054132632 |
| 0,4 | 2105 | 41210 | 425 | 9920 | 2 | 19 | 0,006675889 | 0,034199726 |
| 0,6 | 2448 | 48959 | 427 | 9722 | 3 | 19 | 0,00935533 | 0,035196687 |
| 0,8 | 1623 | 31341 | 425 | 9716 | 3 | 19 | 0,007264604 | 0,045297216 |
| 1 | 1850 | 36510 | 414 | 9800 | 2 | 19 | 0,008146316 | 0,047111215 |

Grafické znázornění pro d=0

### Závislost pro d=1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **BB** | | **Dynamic** | | **Heuristika** | | | |
| **k** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **čas** | **# stavů** | **rel.odchylka** | **max. odchylka** |
| -1 | 1741 | 32825 | 438 | 10154 | 3 | 20 | 0,006733505 | 0,054551155 |
| -0,8 | 2273 | 44465 | 425 | 9799 | 2 | 19 | 0,00663102 | 0,034563906 |
| -0,6 | 1625 | 31964 | 436 | 9784 | 2 | 19 | 0,007291984 | 0,050237441 |
| -0,4 | 2105 | 41593 | 436 | 10020 | 3 | 19 | 0,005705508 | 0,050125645 |
| -0,2 | 2147 | 42051 | 421 | 9886 | 3 | 19 | 0,004750397 | 0,030669251 |
| 0 | 1990 | 38361 | 427 | 9962 | 3 | 19 | 0,007720129 | 0,047319054 |
| 0,2 | 1935 | 36925 | 463 | 10898 | 2 | 19 | 0,004902678 | 0,047455074 |
| 0,4 | 2952 | 57065 | 489 | 11443 | 3 | 19 | 0,006840515 | 0,052806546 |
| 0,6 | 2493 | 46405 | 505 | 11854 | 3 | 19 | 0,007278289 | 0,048114434 |
| 0,8 | 2901 | 54438 | 521 | 12414 | 3 | 19 | 0,007562278 | 0,038865697 |
| 1 | 3051 | 56002 | 553 | 12930 | 3 | 19 | 0,006356306 | 0,033625555 |

Grafické znázornění pro d=1:

U znázorněného grafu pro změnu parametru d je vidět, že pro Dynamický algoritmus a heuristiku nemá změna granularity vliv. Pro Branch&Bound algoritmus je u d=1 vidět rostoucí tendence a u d=-1 spíše klesající, z čehož by se dalo usuzovat, že algoritmu B&B svědčí spíše malé věci. U všech algoritmů je ale výhodnější větší počet malých věcí, protože je navštíveno daleko méně stavů.

### Závislost relativní odchylky na granularitě

Na grafu je vidět, že granularita nemá na heuristiku prakticky žádný vliv.

## Závěr

V této úloze jsme si vyzkoušeli, jaký může mít změna některých parametrů vliv na výpočetní náročnost. Znatelné je to hlavně u závislosti výpočetního času a relativní chyby na poměru kapacity batohu k sumární váze, kde je vidět, že do poměru 0.6 je výhodnější použít Dynamický algoritmus, ale dále již Branch&Bounds. Ostatní pozorování jsem okomentoval přímo u daného grafu.