

THÈSE

Présentée en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard

et de

l'Université de Franche-Comté

Spécialité : Génie informatique

PAR

NOUREDDINE HAYARI

CARTES AUTO-ORGANISATRICES ET APPROCHE ÉVOLUTIONNISTE POUR LES PROBLÈMES DE TOURNÉES DE VÉHICULES AVEC REGROUPEMENTS

Soutenue devant le jury :

Anne BOYER	Rapporteur	Habileté à Diriger des Recherches, LORIA, Nancy
Djamal BENSLIMANE	Rapporteur	Professeur, Univ. Claude Bernard Lyon1, Lyon
Abdellah EL MOUDNI	Examineur	Professeur, UTBM, Belfort
Jean-Marcel PALLO	Examineur	Professeur, Univ. de Bourgogne, Dijon
Abderrafiaâ KOUKAM	Directeur	Professeur, UTBM, Belfort
Jean-Charles CRÉPUT	Co-directeur	Maître de conférences, UTBM, Belfort

Thèse préparée au sein du laboratoire SeT, Belfort, France

Remerciements

Le travail de cette thèse a été réalisé au sein du laboratoire Systèmes et Transports de l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard. Je remercie Monsieur Abdellah EL MOUDNI, Professeur à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, Directeur du Laboratoire Systèmes et Transports, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et m'avoir permis ainsi d'accéder à toutes ses ressources. Je le remercie aussi de m'avoir fait l'honneur de faire partie du jury de cette thèse.

Je remercie Mademoiselle Anne BOYER, Maître de Conférences au LORIA, habilitée à diriger des recherches, et Monsieur Djamal BENSLIMANE, Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon1, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je tiens à leur renouveler mes remerciements, pour leur lecture attentive et patiente de mon mémoire, pour l'intérêt bienveillant qu'ils lui ont porté et pour les conseils dont ils m'ont fait part.

Je tiens à remercier Monsieur Jean-Marcel PALLO, Professeur à l'Université de Bourgogne d'avoir accepté d'examiner mon travail et d'assister à ma soutenance.

Cette thèse n'aurait vu le jour sans l'aide de Monsieur Abderrafiaâ KOUKAM Professeur à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard. Je le remercie pour avoir accepté de m'encadrer. Il m'importe, aussi, de lui exprimer mes remerciements pour son aide constante, ses remarques pertinentes et sa longue patience qui m'ont été d'une grande utilité.

Ce travail doit beaucoup à mon co-directeur de thèse Monsieur Jean-Charles CREPUT Maître de conférences à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard. Il a su guider mes premiers pas dans le domaine de l'optimisation et du développement. Ses conseils constructifs m'ont été d'une grande utilité. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma reconnaissance.

Je remercie également Madame Marie-Ange MANIER, et Madame Christelle BLOCH. Mon premier article n'aurait pas vu le jour sans leur aide qui m'a été très précieuse.

Je remercie tous les collègues qui, au laboratoire, ont contribué à rendre ces années agréables.

Merci à AHADAR et BERDAI. Leur présence à mes côtés a constitué le meilleur soutien.

Finalement, je ne saurais passer sous silence le support de mes proches. Un grand merci à ma famille pour son appui dans les moments les plus difficiles et ce malgré la distance qui nous sépare. Je vous remercie de m'avoir toujours encouragé à poursuivre mes études. MERCI à vous tous et à tous ceux que j'ai malencontreusement oubliés, sans vous je n'aurais pu mener à terme cette thèse !

*Pour mes Parents,
Pour mes Frères et Sœurs.*

TABLE DES MATIÈRES

Table des figures

xiii

Chapitre 1

Introduction générale

1

1.1	Cadre de l'étude	1
1.2	Objectifs	2
1.2.1	Modélisation des problèmes de tournées avec regroupement	2
1.2.2	Approche metaheuristique	3
1.3	Plan de l'étude	3

Chapitre 2

Problèmes de tournées de véhicules

2.1	Introduction	5
2.2	Contexte des problèmes de transport	5
2.3	Vers une classification des problèmes de tournées	6
2.4	Problème du voyageur de commerce	10
2.4.1	Définition	10
2.4.2	Formulation mathématique	10
2.5	Problèmes de tournées de véhicules	11
2.5.1	Définition	11
2.5.2	Formulation mathématique	12
2.6	Problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps	13

2.6.1	Définition	13
2.6.2	Formulation mathématique	14
2.7	Domaines d'applications des tournées de véhicules	15
2.8	Problèmes de regroupement ou de localisation	16
2.9	Problèmes de localisation et routage	19
2.10	Conclusion	21

Chapitre 3

Approches d'optimisation

3.1	Introduction	23
3.2	Optimisation multi-objectifs	23
3.3	Les méthodes d'optimisation	24
3.3.1	Les méthodes exactes	25
3.3.1.1	La programmation linéaire	25
3.3.1.2	La programmation dynamique	25
3.3.1.3	Branch and Bound, Branch and price, Branch and cut	25
3.3.2	Les heuristiques	26
3.3.2.1	Les heuristiques constructives	26
3.3.2.2	Les heuristiques en deux phases	27
3.3.2.3	Les Heuristiques amélioratrices	27
3.3.3	Les metaheuristiques	27
3.3.3.1	La méthode tabou	28
3.3.3.2	Le recuit simulé	29
3.3.3.3	Les colonies de fourmis	29
3.3.3.4	Les algorithmes évolutionnistes	31
3.3.3.5	Les réseaux de neurones	33
3.4	Conclusion	37

Chapitre 4

Modélisation des problèmes VRPCluster

4.1	Introduction	39
4.2	TSPCluster	39
4.3	MTSPCluster	43
4.4	VRPCluster	45
4.5	VRPTWCluster	46

4.6	Exemples d'applications	48
4.6.1	Optimisation des lignes de transport	48
4.6.2	Création des points-Relais	49
4.6.3	Transport à la demande	49
4.7	Conclusion	50

Chapitre 5

Présentation détaillée de l'approche metaheuristique

5.1	Introduction	51
5.2	L'opérateur des cartes auto-organisatrices de Kohonen	53
5.2.1	L'algorithme	53
5.2.2	Propriétés	54
5.2.3	Application des SOM aux tournées de véhicules	55
5.3	Algorithme memetic incorporant la SOM	56
5.4	Opérateurs évolutionnistes	58
5.4.1	Sélection	58
5.4.2	Assignation et Fitness	59
5.4.3	Opérateurs de Kohonen et ses dérivés	59
5.4.4	Approche à base d'îles	60
5.5	Configuration de l'algorithme memetic pour le TSPCluster	61
5.6	Configuration de l'algorithme memetic pour le MTSPCluster	63
5.7	Configuration de l'algorithme memetic pour le VRPCluster	64
5.8	Configuration de l'algorithme memetic pour le VRPTWCluster	66
5.9	Conclusion	69

Chapitre 6

Environnement de développement et expérimentation

6.1	Introduction	71
6.2	Implantation en Java	73
6.3	Description générale des Benchmarks	75
6.4	Résultats pour le TSPCluster	79
6.4.1	Evaluation sur le TSP	79
6.4.2	Comparaison avec le MCP	84
6.5	Résultats pour le MTSPCluster	88
6.6	Résultats pour le VRPCluster	90

6.7	Résultats pour le VRPTWCluster	92
6.8	Conclusion	96

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Annexe A

Résultats complémentaires pour les jeux de tests.
--

A.1	Résultats complémentaires pour le GMCP/TSPCluster	102
A.2	Résultats complémentaires pour le MTSPCluster	104
A.3	Résultats complémentaires pour le VRPCluster	106
A.4	Résultats complémentaires pour le VRPTWCluster	107

Bibliographie	111
----------------------	------------

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Les origines des algorithmes évolutionnistes	32
3.2	Les caractéristiques des principaux algorithmes évolutionnistes	32
6.1	Les déviations de l'approche memetic par rapport aux optimums du TSP. .	81
6.2	Une comparaison des écarts des méthodes de résolution du TSP.	83
6.3	Les résultats fournis par d'autres Méthodes neuronales de résolution du TSP.	84
6.4	Les résultats de l'approche memetic pour le GMCP avec $\alpha = 0.42$	86
6.5	La comparaison des résultats pour le MTSP.	89
6.6	La comparaison des resultants pour le VRP Standard.	91
6.7	Les résultats pour les 6 différents jeux de données de Solomon.	93
A.1	Résultats de l'approche memetic pour le GMCP avec $\alpha = 0.0$ (cas du TSP).	102
A.2	Résultats de l'approche memetic pour le GMCP avec $\alpha = 0.08$	102
A.3	Résultats de l'approche memetic pour le GMCP avec $\alpha = 0.22$	103
A.4	Résultats de l'approche memetic pour le GMCP, avec $\alpha = 0.42$, avec pro- jection sur les requêtes les plus proches.	103
A.5	Comparaison des résultats pour le MTSPCluster $\alpha = 0.08$	104
A.6	Comparaison des résultats pour le MTSPCluster $\alpha = 0.22$	104
A.7	Comparaison des résultats pour le MTSPCluster $\alpha = 0.42$	105
A.8	Résultats pour le VRPCluster pour $\alpha = 0.08$	106
A.9	Résultats pour le VRPCluster pour $\alpha = 0.22$	106
A.10	Résultats pour le VRPCluster pour $\alpha = 0.42$	107
A.11	Résultats pour la classe C1 du jeu de données de Solomon.	107
A.12	Résultats pour la classe C2 du jeu de données de Solomon.	107
A.13	Résultats pour la classe R1 du jeu de données de Solomon.	108

A.14 Résultats pour la classe R2 du jeu de données de Solomon.	108
A.15 Résultats pour la classe RC1 du jeu de données de Solomon.	108
A.16 Résultats pour la classe RC2 du jeu de données de Solomon.	109

TABLE DES FIGURES

2.1	Un exemple d'un problème de Tournées de Véhicules.	7
2.2	Un exemple du problème de Regroupement.	18
2.3	Un exemple du problème de Location-Routage.	20
2.4	Hiérarchie des problèmes de Regroupement et de Tournées.	21
3.1	L'influence d'un neurone sur ses voisins en fonction de l'éloignement. . . .	36
3.2	Les algorithmes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. .	37
4.1	L'hiérarchie des problèmes de tournées avec clusters.	40
4.2	Un voyageur de commerce avec clusters et sans point de départ.	41
4.3	Un voyageur de commerce avec clusters et un point de départ.	42
4.4	Un voyageur de commerce multiple avec clusters.	44
4.5	Des tournées de véhicules avec clusters respectant la contrainte de capacité (VRPCluster).	45
4.6	Une construction de tournées avec clusters dans le cas du VRPTWCluster.	47
5.1	La forme du voisinage d'un neurone dans les deux types de topologie : carrée et hexagonale.	54
5.2	(a) Une distribution d'un jeu de données. (b) Une grille carrée obtenue après 10000 itérations. (c) Une grille nid d'abeilles obtenue après 10000 itérations, ici les neurones sur les bords ne se déplacent que verticalement ou horizontalement.	55
5.3	Une itération simple de l'algorithme SOM avec différents rayons σ , diffé- rents taux α . (a) Configuration initiale. (b) $\sigma = 4$, $\alpha = 0.9$. (c) $\sigma = 1$, $\alpha =$ 0.9. (d) Un voisinage asymétrique $\sigma = 5.3$, $\alpha = 0.5$	55

5.4	Le Principe général de notre approche.	57
5.5	Les niveaux de granularité pris en compte.	57
5.6	La migration multiple	60
6.1	La plate-forme.	73
6.2	Le modèle objet de l'implantation évolutionniste à base d'îles.	74
6.3	Des exemples de jeux de tests du TSP.	76
6.4	Les jeux de tests du VRP.	77
6.5	Les jeux de tests de Solomon pour le VRPTWCluster.	78
6.6	Des solutions du TSP pour l'instance eil76.	80
6.7	Des solutions du TSP pour l'instance lin318.	80
6.8	(a) L'évolution du temps de calcul (en secondes) en fonction de la taille des instances. (b) Les écarts aux optimums en fonction de la taille des instances.	82
6.9	Le graphe de comparaison entre les méthodes incorporant la SOM.	83
6.10	Une illustration de la différence entre le TSPCluster (GMCP), le Cycle médian (MCP) et le TSP sur l'instance lin105 à 105 requêtes.	85
6.11	L'instance KRoA200. (a) MTSPCluster à deux véhicules, de longueur égale à 21309.42 et d'une distorsion valant 10936. (b) MTSPCluster avec projection avec une longueur égale à 28875.03 et une distorsion de 1812. (c) MTSP Standard de longueur 32090.3.	89
6.12	Un résultat obtenu sur l'instance c3-E-n101-k8 à 101 requêtes et 8 véhicules. (a) Une solution du VRPCLuster. (b) Une solution du VRPCLuster après projection. (c) Une solution du VRP.	90
6.13	La variation de la longueur en fonction de la distorsion et du seuil D_0	92
6.14	Un résultat obtenu sur l'instance C101 de la classe C1 à 101 requêtes : (a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	94
6.15	Un résultat obtenu sur l'instance C201 de la classe C2 à 101 requêtes : (a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	94
6.16	Un résultat obtenu sur l'instance R101 de la classe R1 à 101 requêtes : (a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	94
6.17	Un résultat obtenu sur l'instance R208 de la classe R2 à 101 requêtes : (a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	95

6.18	Un résultat obtenu sur l'instance RC104 de la classe RC1 à 101 requêtes :	
	(a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	95
6.19	Un résultat obtenu sur l'instance RC208 de la classe RC2 à 101 requêtes :	
	(a) VRPTWCluster avec des centres libres. (b) VRPTWCluster sans centre libre. (c) VRPTW après projection.	96

LISTE DES ALGORITHMES

1	Le principe général du recuit simulé	30
2	Le principe général de l'approche du système de fourmis appliqué au TSP	31
3	Le principe général et simple d'un algorithme évolutionniste	33
4	L'algorithme simplifié des cartes auto-organisatrices	53
5	Le squelette de l'approche proposée	58
6	La configuration appliquée au TSPCluster	62
7	La configuration appliquée au MTSPCluster	63
8	La configuration appliquée au VRPCluster	65
9	La configuration maître appliquée au VRPTWCluster	67
10	La configuration 1 appliquée au VRPTWCluster	68
11	La configuration 2 appliquée au VRPTWCluster	68

CHAPITRE 1

Introduction générale

1.1 Cadre de l'étude

Les ingénieurs, les économistes, les décideurs se heurtent quotidiennement, quel que soit leur secteur d'activité, à des problèmes d'optimisation ou de prise de décisions. Il peut s'agir de minimiser un coût de production, d'optimiser le parcours d'un véhicule, de rationaliser l'utilisation de ressources, d'améliorer les performances de machines, de fournir une aide à la décision à des managers, etc.

Nous nous intéressons dans ce mémoire à l'optimisation dans le domaine des transports terrestres et en particulier aux problèmes de tournées de véhicules.

Ces problèmes surviennent dans les situations où une flotte de véhicules est prête à servir un ensemble de clients. Les véhicules sont par exemple des camions, des bateaux, des avions, etc..., les clients peuvent être des usines, des hôpitaux, des banques, des bureaux de postes, des écoles, des personnes, etc.... Chaque client doit être visité par un seul véhicule, en prenant en considération plusieurs contraintes.

Résoudre un problème de tournées, c'est affecter des demandes aux véhicules et construire la tournée de chaque véhicule à travers les positions géographiques des clients de ces demandes en satisfaisant les contraintes et en minimisant le coût total des tournées. Ces problèmes sont en général sujets à plusieurs types de contraintes. Les plus connues sont les contraintes de capacité et les contraintes de temps. La plupart des problèmes de tournées de véhicules sont des problèmes difficiles à résoudre.

Une autre classe de problèmes a suscité notre attention, nous parlons de problèmes de regroupement, dont l'objectif principal est de répartir les données en plusieurs groupes en prenant en compte les similitudes et visant la maximisation ou la minimisation de certaines mesures, comme la somme des distances intergroupe, la somme des distances à un centre de groupes ou cluster.

Pour aborder la problématique de tournées avec regroupement, nous introduisons une approche à base d'heuristiques, fondée sur les cartes de Kohonen et les algorithmes évolutionnistes.

1.2 Objectifs

Les objectifs de cette thèse peuvent être résumés en trois points :

- Modéliser les problèmes de tournées de véhicules avec regroupement.
- Proposer une approche metaheuristique fondée sur les cartes de Kohonen et les algorithmes évolutionnistes.
- Développer un environnement permettant l'implantation de l'approche proposée et son expérimentation.

1.2.1 Modélisation des problèmes de tournées avec regroupement

La classe des problèmes de tournées de véhicules avec regroupement se situe au carrefour des problèmes de tournées standards et des problèmes de regroupement. Nous nous sommes concentrés sur quelques applications de cette classe, à savoir, le transport à la demande, l'optimisation des lignes de bus et la création des points-relais, dans le but de dégager les contraintes et les caractéristiques essentielles de cette classe.

L'étude et la résolution d'un problème aussi complexe que ceux auxquels nous faisons face ne peuvent se concevoir sans une étape préalable de modélisation, qui permet de faire ressortir les caractéristiques fondamentales du problème et de poser les définitions et les notations indispensables à une bonne compréhension.

Nous proposons un ordre hiérarchique dans l'étude de cette classe, allant du problème le moins contraignant au problème, le plus ardu, et ce en augmentant sa complexité par un ajout progressif de contraintes. Nous présentons les fonctions objectifs et les contraintes de chaque problème sous forme de systèmes linéaires en considérant des

variables binaires représentant les différentes décisions, et des variables de positions des clusters.

1.2.2 Approche metaheuristique

Après la modélisation des problèmes considérés, il faut mettre en œuvre des méthodes de résolution. Habituellement, les méthodes utilisées dans ce cadre sont de trois types : les méthodes exactes, les méthodes heuristiques spécifiques et les metaheuristiques. Un principe largement partagé pour la conception d'algorithmes plus performants et robustes, consiste à tirer parti des avantages respectifs des différentes approches de résolution d'un problème et conduit donc souvent à les combiner. Ainsi, nous nous sommes intéressés à la conception et à la réalisation d'une metaheuristique hybride adéquate aux problèmes de tournées avec regroupement.

L'approche proposée repose principalement sur l'incorporation de l'algorithme des cartes auto-organisatrices ou auto-organisées de Kohonen dans un algorithme à base de population. Les cartes auto-organisatrices de Kohonen, parmi les réseaux neuronaux de type compétitif, exploitent le concept particulièrement intéressant de voisinage et présentent l'avantage d'une convergence relativement rapide. Nous avons entre autre opté pour les cartes de Kohonen pour leur simplicité, leur universalité et parce qu'elles combinent naturellement les propriétés de respect de la topologie des trajets de véhicules et de minimisation des distances clients-trajets de véhicules. Le modèle conçu a été enrichi par un mécanisme de coopération entre populations permettant de résoudre les problèmes plus efficacement que l'approche à une seule population.

1.3 Plan de l'étude

La description des objectifs nous a amené à subdiviser le présent document en six chapitres, dont le guide de lecture est décrit comme suit :

Le chapitre 2 permet de présenter le contexte des problèmes de transports, d'aborder de manière concise, les problèmes classiques de tournées de véhicules, constituant le point de départ de notre étude.

Le Chapitre 3 brosse un panorama des principales techniques algorithmiques dispo-

nibles pour l'optimisation combinatoire à savoir les méthodes exactes, les heuristiques et les metaheuristiques. Nous y présentons ainsi, rapidement, les principes de chaque méthode. Nous présentons quelques conclusions méthodologiques, évoquant en particulier l'intérêt de la combinaison de différentes techniques algorithmiques, pour aboutir à la mise en œuvre d'algorithmes hybrides.

Le Chapitre 4 décrit des différents problèmes étudiés et précise les types de contraintes prises en compte. En plus de formuler les problèmes mathématiquement, ce chapitre met également en lumière l'application des problèmes traités.

Le Chapitre 5 apporte une solution aux problèmes de tournées avec regroupement. Ce chapitre présente une description de la méthode que nous proposons en insistant sur ses opérateurs. Pour chacun des problèmes décrit dans le quatrième chapitre, nous proposons une configuration de résolution.

Le Chapitre 6 se divise en deux sections. D'abord, les résultats de diverses expérimentations sont exposés et les observations liées à ceux-ci sont interprétées. Nous validons sur différents jeux de données provenant de la littérature les configurations de l'algorithme.

Nous terminons ce mémoire par un bilan des travaux que nous avons menés. Nous dressons aussi les perspectives d'avenir et les voies de recherche, qui apparaissent à l'issue de cette thèse et qui nous semblent intéressantes pour continuer ce travail.

CHAPITRE 2

Problèmes de tournées de véhicules

2.1 Introduction

Beaucoup d'entreprises sont confrontés à la problématique du transport. Chaque jour, le service concerné, doit prendre de nombreuses décisions, à savoir dans quel ordre desservir un ensemble de clients en utilisant une flotte de véhicules (ou un seul véhicule) à partir d'un ou plusieurs entrepôts. À cela s'ajoute les décisions d'affectation des clients et des véhicules aux différentes routes. L'entreprise peut posséder un seul ou plusieurs entrepôts qui à leur tour peuvent avoir un seul ou plusieurs véhicules. Ces derniers peuvent être identiques ou hétérogènes. La demande peut se trouver sur les arcs ou sur les nœuds selon le type de problème auquel nous faisons face. Chaque fois que l'on ajoute ou on retranche une contrainte, un nouveau problème apparaît. Ces ajouts permettent de se rapprocher de la réalité à laquelle une entreprise peut être confrontée. Les sections suivantes présentent les types de problèmes rencontrés.

2.2 Contexte des problèmes de transport

Les tournées de véhicules constituent une classe très importante de problèmes de recherche opérationnelle. Elles se retrouvent dans plusieurs applications : le transport de marchandises, la collecte des ordures ménagères, le déneigement des routes, le transport en commun. Il s'agit généralement d'acheminer des marchandises d'un dépôt vers des succursales, d'apporter des commandes à des clients ou d'entretenir des réseaux routiers. Suivant la nature du service fourni par les véhicules, deux grands types de modélisation se dégagent. Le premier consiste à représenter les lieux à servir à l'aide de sommets

(ou nœuds) d'un réseau dispersés sur un territoire relativement étendu. Chaque lieu est considéré comme une unité (client) à servir. Les problèmes basés sur cette modélisation sont appelés problèmes de tournées sur les nœuds (PTN). Un autre type de modélisation associe les clients aux arcs d'un réseau. Dans ce genre de problèmes, la densité de lieux à servir est généralement très forte. Les clients sont regroupés par segments de rues qui deviennent alors les unités à servir. On parle alors de problèmes de tournées sur les arcs (PTA). La distinction entre un problème "sur nœuds" ou "sur arc" n'est pas toujours évidente. Parfois la nature du problème traité dépend de la densité des clients dans la zone géographique considérée. À noter qu'il est possible de transformer un PTA en un PTN, d'où l'intérêt de se restreindre à l'étude des problèmes de tournées sur les nœuds.

2.3 Vers une classification des problèmes de tournées

De l'analyse des travaux sur les problèmes de tournées de véhicules, nous avons extrait des critères importants nous permettant de les classer en quelques grandes catégories. La combinaison de ces critères peut engendrer de très nombreux problèmes dont il est évidemment impossible de dresser une liste exhaustive. Un exemple de tournées est donnée à la figure 2.1.

Le temps

Il peut exister une limite sur la durée maximale parcourue par le véhicule, représentant leur autonomie. Ceci permet de respecter des impératifs techniques ou légaux sur la durée des tournées.

Dans certains cas, les clients exigent ou préfèrent être visités à certaines heures, par exemple pendant les heures d'ouverture du magasin ou une heure avant son ouverture pour pouvoir en approvisionner les rayons. Ce sont des fenêtres horaires dans lesquelles les livraisons sont autorisées. Elles peuvent être "dures" (hard) ou "souples" (soft). Dans le premier cas, si un véhicule arrive en avance chez un client, il devra attendre. De plus, il n'a pas le droit d'arriver en retard. Dans le second cas, les contraintes horaires peuvent être violées, générant une pénalité. La plupart des problèmes abordés dans la première partie de ce mémoire prennent en compte des contraintes horaires de visites "dures". Le nom de ces problèmes se terminera par "TW" pour Time windows.

Nombre de dépôts

La flotte peut être localisée en un seul dépôt ou dans plusieurs, pour desservir le même ensemble de clients. Le premier cas est le plus étudié dans la littérature. Un exemple

d'application du deuxième cas est la distribution de marchandises à longues distances et la gestion des dépôts des voitures électriques, par exemple.

Nombre de véhicules

La première grande caractéristique de la flotte est celle indiquant si elle se compose d'un unique véhicule ou de plusieurs. Dans le cas d'un véhicule unique, le problème est une variante du problème du voyageur de commerce.

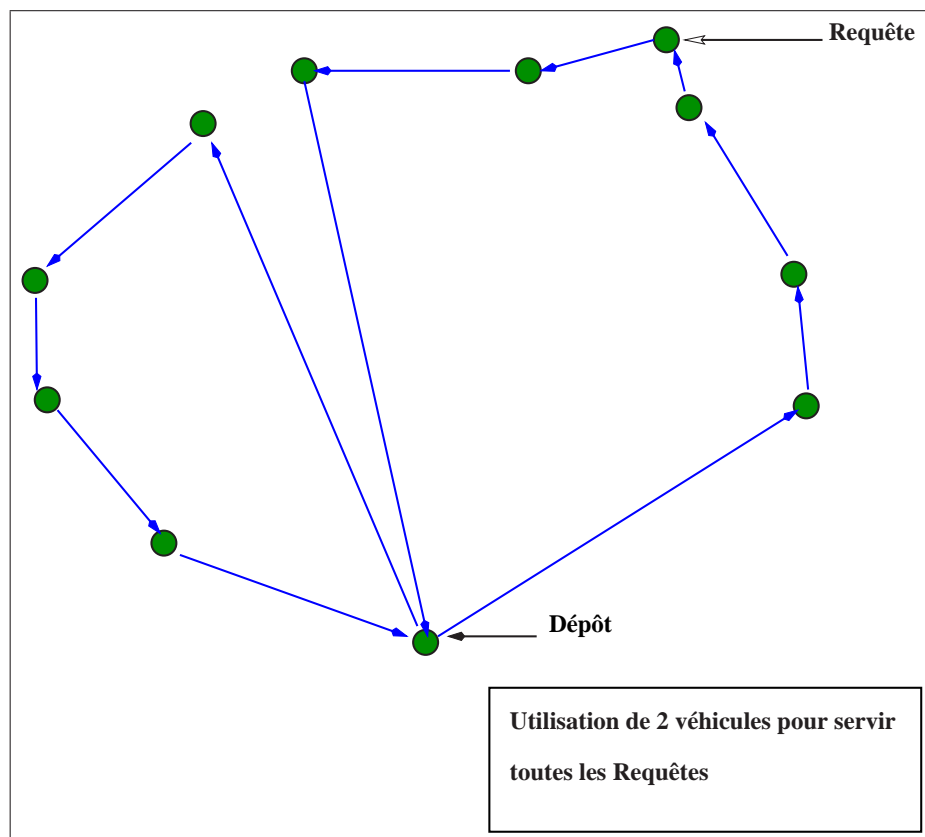


FIG. 2.1 – Un exemple d'un problème de Tournées de Véhicules.

Types des véhicules disponibles

Les véhicules sont en général contraints par la quantité de produits qu'ils peuvent transporter. Dans ce cas, on doit prendre en compte la contrainte de capacité. En l'absence de cette contrainte le problème de tournées devient une variante du problème du multi-voyageurs de commerce.

La flotte peut être considérée comme homogène si tous les véhicules sont identiques, ou hétérogène dans le cas contraire. Cette hétérogénéité peut résulter de différences de capacité, de type (véhicule frigorifique ou non par exemple) mais également de coûts (coût

de possession ou location et coût de parcours).

Pour finir, toujours dans le cas où une flotte comporte plusieurs véhicules, il se peut qu'il existe une dépendance véhicule-produit comme nous l'avons déjà évoqué mais il se peut également qu'il existe une dépendance véhicule-client si le client n'est pas accessible par tous les véhicules de la flotte.

Demande

La demande des clients peut être soit déterministe, soit stochastique. Dans le premier cas, elle est entièrement connue au début de la phase d'optimisation. Dans le second, elle peut varier selon des lois statistiques.

La demande peut porter sur un unique produit ou sur plusieurs. Selon les caractéristiques de ces produits, il peut être nécessaire de disposer de véhicules spécifiques comme des véhicules frigorifiques par exemple et il peut donc être ainsi nécessaire que plusieurs véhicules visitent un client donné si sa demande concerne plusieurs produits.

Il est possible de distinguer les problèmes de collecte des problèmes de livraison selon que les clients donnent ou reçoivent un produit. Si dans la grande majorité des applications, cela ne change pas grand chose puisque dans les deux cas, le problème revient en fait à rendre visite à un client, il existe une classe importante de problèmes pour laquelle à la fois des collectes et des livraisons doivent être effectuées. Il s'agit des problèmes de collecte et livraison (dénotés PDP pour Pick up and Delivery Problems) pour lesquels, il est indispensable de respecter un certain ordre dans le parcours : on ne peut servir un client demandeur d'une certaine ressource que si celle-ci a été collectée au préalable.

Il peut être également nécessaire de tenir compte de contraintes de précédence entre certains clients pour imposer la visite d'un client avant celle d'un autre. Cette contrainte peut être intéressante dans certains cas où quelques clients sont approvisionnés par d'autres clients sans que le problème ne soit véritablement un problème de collecte et livraison.

Une dernière caractéristique importante de ces problèmes est celle qui permet ou non de décomposer la demande des clients entre plusieurs véhicules. Dans certains cas, le service des clients avec plusieurs véhicules est autorisé (chaque véhicule servant une partie de la demande).

Type du réseau de trafic

Le réseau est dit symétrique (non orienté) si la distance pour aller d'un point A à un point B est égale à la distance pour aller du point B au point A. On parlera alors d'arêtes pour les liaisons entre les deux points. Dans le cas contraire, le réseau est asymétrique (orienté). On parlera cette fois d'arcs reliant les deux points. En général, les réseaux urbains sont considérés comme asymétriques en raison de contraintes liées à la circulation. Les réseaux considérés dans le transport interurbain sont en général symétriques. Un réseau comportant à la fois des arcs et des arêtes est qualifié de mixte.

Coûts

On considère généralement que les coûts sont constitués d'un coût fixe d'utilisation du véhicule et d'un coût variable dépendant de la distance parcourue ou du temps écoulé. Ces coûts peuvent être dépendants ou non des véhicules. Il peut être également nécessaire d'intégrer des pénalités de service si les clients sont servis en retard ou de manière incomplète à condition que ces retards ou ces livraisons incomplètes soient autorisés. Dans certains problèmes où les visites ne sont pas obligatoires, il peut arriver qu'un gain soit généré en cas de visite réalisée.

Objectifs

Les objectifs peuvent être différents d'un problème à l'autre. Il est néanmoins possible de citer les plus fréquemment rencontrés :

- minimiser le coût total de parcours,
- minimiser la somme des coûts fixes et des coûts variables d'utilisation des véhicules,
- minimiser la durée totale de parcours,
- minimiser la longueur totale de parcours,
- minimiser le nombre de véhicules utilisés,
- maximiser les charges des véhicules,
- maximiser la qualité du service offert,
- maximiser le profit collecté par les visites chez les clients choisis.

Il est bien sûr possible de combiner ces différents objectifs entre eux pour effectuer une optimisation multi-critères. L'optimisation peut concerner une période unique mais peut également être réalisée sur plusieurs périodes (heure, jour, semaine). Dans ce cas, il est non seulement nécessaire de déterminer le parcours des véhicules mais aussi la période de passage chez les clients.

2.4 Problème du voyageur de commerce

2.4.1 Définition

Le problème du voyageur de commerce, connu sous le nom de *Traveling Salesman Problem* (TSP), est un des problèmes les plus étudiés en recherche opérationnelle. Effectivement, il est à la base de tous les problèmes de tournées et a une multitude d'applications réelles. Ce problème consiste à trouver le chemin hamiltonien le plus court qui passe par tous les nœuds du réseau (les villes) une et une seule fois tout en revenant au point de départ. Le TSP est connu comme un problème NP-Difficile. Le TSP peut être formalisé sous la forme d'un graphe $G = (N, A)$ où $N = \{r_1, \dots, r_n\}$ représente l'ensemble des nœuds (villes), et $A = \{(r_i, r_j) | r_i, r_j \in N, i < j\}$ représente les arrêtes reliant ces nœuds si les distances sont symétriques. Dans le cas où les distances entre les arcs sont asymétriques, l'ensemble des arêtes est défini de la manière suivante : $A = \{(r_i, r_j) | r_i, r_j \in N, i \neq j\}$.

2.4.2 Formulation mathématique

Une des premières formulations du problème du voyageur de commerce a été proposé par Dantzig et al. [DANTZIG *et al.* 54].

On note d_{ij} le coût de l'arc (r_i, r_j) et x_{ij} une variable de décision binaire telle que :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si l'arc } (r_i, r_j) \text{ appartient à la solution,} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La modélisation du problème est définie de la manière suivante :

$$\text{Minimiser} \quad z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

Sous les contraintes suivantes :

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (S \subset N; 2 \leq |S| \leq n - 2) \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i, j = 1, \dots, n; i \neq j) \quad (2.5)$$

$$(2.6)$$

Les contraintes 2.2 et 2.3 permettent donc de passer une et une seule fois par chaque nœud. En effet, la contrainte 2.2 s'assure qu'on ne sort qu'une seule fois de chacun des nœuds tandis que la contrainte 2.3 vérifie que l'on entre seulement une fois à chaque nœud. Se restreindre à ces deux contraintes risque de générer des sous-tours indépendants, c'est pourquoi on ajoute la contrainte 2.4 permettant d'éliminer tous les sous-tours possibles. Dans cette contrainte, $|S|$ dénote la cardinalité de l'ensemble S . Cette contrainte doit être décrite pour tous les sous-ensembles S de N .

En se basant sur les critères de classification introduits au paragraphe (2.3), plusieurs variantes peuvent être définies, dont les principales, le TSP symétrique et le TSP asymétrique, où la différence se situe au niveau des caractéristiques du graphe. Effectivement, les arcs du graphe peuvent avoir un poids inégal selon le sens de parcours (problème asymétrique). Dans le cas contraire, où la distance est la même quelque soit le sens de parcours, alors le problème est symétrique. Par ailleurs, les distances peuvent aussi respecter l'inégalité triangulaire. Dans ce cas, la condition suivante doit s'appliquer : $d_{ik} \leq d_{ij} + d_{jk} \forall i, j, k$. Selon cette équation, il n'est jamais plus court de passer par le nœud r_j si l'on désire se rendre au nœud r_k à partir du nœud r_i . Cette condition est toujours vérifiée dans le cas euclidien, où les coûts sont les distances euclidiennes.

2.5 Problèmes de tournées de véhicules

2.5.1 Définition

Le problème de tournées de véhicules, souvent appelé Vehicle Routing Problem (VRP), et ses variantes ont été largement étudiés au cours des dernières années. Le premier travail le traitant a été publié vers la fin des années 1950 par Dantzig et Ramser [DANTZIG & RAMSER 59]. Le VRP a ensuite attiré un grand nombre de chercheurs grâce à son importance théorique et ses nombreuses applications.

Le problème de tournées de véhicules peut être défini comme un problème où de nombreux clients doivent être desservis à partir d'un unique dépôt avec des demandes connues. Les données du problème peuvent être formalisées par un graphe $G = (N, A)$, où $N = \{r_0, \dots, r_n\}$ représente l'ensemble des nœuds (clients) à visiter et $A = \{(r_i, r_j) : r_i, r_j \in N, i \neq j\}$ représente l'ensemble des arcs possibles. Le nœud r_0 représente le dépôt qui est le point de départ et d'arrivée de toutes les tournées. Une distance d_{ij} est associée à chaque arc $(r_i, r_j) \in A$. Ces distances sont symétriques, c'est-à-dire que $d_{ij} = d_{ji} \forall r_i, r_j \in A$. On suppose que les véhicules sont identiques et possèdent une

capacité Q . Pour chaque client on doit décharger (problème de livraison) ou charger (problème de collecte) un bien d_i . Dans certaines versions une limite peut être imposée sur la durée maximale des routes et le nombre de véhicules est une variable de décision. Les tournées doivent permettre de visiter tous les clients une et une seule fois. De plus, la demande totale de tous les clients associés à un véhicule ne peut excéder la capacité Q de ce véhicule.

2.5.2 Formulation mathématique

Il existe de nombreuses formulations du problème de tournées de véhicules [GUEGUEN 99]. Nous donnons celle proposée dans [FISHER & JAIKUMAR 81]. Définissons tout d'abord l'ensemble des variables du problème :

m : le nombre de véhicules disponibles

$r_1, \dots, r_n \in N$: Les nœuds à visiter

r_0 : l'entrepôt

d_{ij} : le coût d'utilisation de la liaison entre r_i et r_j

x_{ij}^k, y_i^k : des variable de décision telles que :

$$\forall i \neq j \quad x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{si le véhicule } k \text{ part de } r_i \text{ vers } r_j, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$y_i^k = \begin{cases} 1 & \text{si le nœud } r_i \text{ est desservi par le véhicule } k, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le problème se modélise alors de la manière suivante :

$$\text{Minimiser} \quad z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m d_{ij} x_{ij}^k \quad (2.7)$$

Sujet à des contraintes de problème d'affectation généralisé :

$$\sum_{k=1}^m y_i^k = m \quad i = 0 \quad (2.8)$$

$$\sum_{k=1}^m y_i^k = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.9)$$

$$\sum_{i=0}^n d_i y_i^k \leq Q_k \quad (k = 1, \dots, m) \quad (2.10)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k = y_j^k \quad (j = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.11)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij}^k = y_i^k \quad (i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^k \leq |S| - 1 \quad (S \subset N; 2 \leq |S| \leq n - 1; k = 1, \dots, m) \quad (2.13)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad (i, j = 0, \dots, n, i \neq j; k = 1, \dots, m) \quad (2.14)$$

$$y_i^k \in \{0, 1\} \quad (i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.15)$$

Cette formulation permet de minimiser la distance parcourue par l'ensemble des véhicules. Les contraintes (2.8) (2.9) garantissent que chacune des tournées débute et se termine au dépôt et que chacun des nœuds est affecté à un et un seul véhicule. La contrainte (2.10) permet de s'assurer que le chargement des véhicules respecte leur capacité. Les contraintes (2.11) à (2.13) permettent d'éviter les sous-tours et d'assurer que chacun des nœuds soit desservi une et une seule fois. Par conséquent, il s'agit des contraintes utilisées pour un TSP.

2.6 Problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps

2.6.1 Définition

Le problème de tournées de véhicules avec contraintes de fenêtres de temps ou Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW) est une extension du VRP. L'ajout des fenêtres de temps le rend plus complexe. Soit $G = (N, A)$ où $N = \{r_0, \dots, r_n\}$ représente l'ensemble des nœuds, c'est-à-dire les clients à visiter et $A = \{(r_i, r_j) : r_i, r_j \in N, i \neq j\}$ représentent l'ensemble des arcs possibles. Le nœud r_0 représente le dépôt qui est le point de départ et d'arrivée de toutes les tournées. On pose comme hypothèse que les véhicules sont identiques avec une contrainte de capacité Q et que les clients (nœuds) ont une demande déterminée d_i . En plus de ces données que l'on retrouve dans le VRP, on introduit un temps de service (noté s_i) et une période de visite de chaque client. En effet, le début de la visite du client r_i doit être à l'intérieur de sa fenêtre temporelle $[e_i, f_i]$. Cela signifie que le client doit être visité à une période déterminée de la journée. Ainsi, un client peut préférer recevoir ses colis durant les heures d'ouverture de son entreprise. L'ajout des

contraintes de fenêtres de temps au VRP limite la flexibilité. Par exemple, deux clients voisins peuvent être disponibles à deux périodes très différentes de la journée, ce qui pose un problème aux logisticiens voulant les servir par le même véhicule. Par contre, cet ajout est très utile pour un client qui sait ainsi à quelle heure son colis lui sera livré et qui pourra donc prévoir cette réception.

En plus des objectifs spécifiés dans le VRP, d'autres coûts liés aux contraintes de temps doivent être considérés. On peut également considérer le coût associé au temps d'attente car lorsqu'un véhicule arrive en avance chez un client il doit attendre que celui-ci soit prêt à le recevoir. Dans certains travaux, les auteurs ont autorisé la violation de la contrainte des fenêtres de temps. On parle alors du problème de tournées avec fenêtres de temps souples mieux connu sous le nom de Vehicle Routing Problem with Soft Time Window constraints (VRPSTW). La contrainte de fenêtres de temps est alors relaxée permettant de livrer avant ou après le début et la fin de la fenêtre de temps. Par contre, une pénalité sera alors encourue reflétant l'insatisfaction des clients non desservis dans leur fenêtre de temps [IOANNOU *et al.* 03].

2.6.2 Formulation mathématique

Il est possible d'étendre la formulation du VRP pour définir le VRPTW. Il suffit de prendre en compte la durée du passage du nœud r_i au nœud r_j (notée t_{ij}) et l'heure à laquelle le véhicule k commence le service chez le nœud r_i (notée t_i^k). Nous notons u_0^k l'heure à laquelle le véhicule quitte le dépôt. Le VRPTW peut se formuler de la manière suivante :

$$\text{Minimiser} \quad z = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n d_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ijk} \quad (2.16)$$

en respectant les contraintes :

$$\sum_{k=1}^m y_i^k = m \quad i = 0 \quad (2.17)$$

$$\sum_{k=1}^m y_i^k = 1 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.18)$$

$$\sum_{i=0}^n d_i y_i^k \leq Q_k \quad (k = 1, \dots, m) \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=0}^n x_{ij}^k = y_j^k \quad (j = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.20)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ij}^k = y_i^k \quad (i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.21)$$

$$t_i^k + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq t_j^k \quad (i = 0, \dots, n; j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.22)$$

$$e_i \leq t_i \leq f_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.23)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\} \quad (i, j = 0, \dots, n, i \neq j; k = 1, \dots, m) \quad (2.24)$$

$$y_i^k \in \{0, 1\} \quad (i = 0, \dots, n; k = 1, \dots, m) \quad (2.25)$$

où M est un nombre arbitraire suffisamment grand. Dans cette formulation la contrainte (2.22) permet de lier l'heure de visite du nœud r_j à l'heure à laquelle a commencé le service du nœud r_i . Il faut rajouter à cette heure, le temps de service s_i du nœud précédent plus le temps de déplacement entre ces deux nœuds. Cette contrainte est valide si le véhicule visite r_j après r_i . Enfin la contrainte (2.23) force le service à commencer à l'intérieur de la fenêtre temporelle.

2.7 Domaines d'applications des tournées de véhicules

L'intérêt des VRP ne se restreint pas uniquement aux applications réelles dont nous citons, la distribution des boissons gazeuses [GOLDEN & WASIL 87], la livraison de différents types de carburant à plusieurs stations d'essences à partir d'un seul entrepôt [AVELLA *et al.* 04], le ramassage des déchets [JASZKIEWICZ & KOMINEK 03], la distribution du gaz propane [CHIANG & RUSSELL 04], et en général la distribution ou la collecte de marchandises. Effectivement, il s'étend à la résolution d'autres problèmes d'optimisation combinatoire, en particulier les problèmes d'ordonnancement qu'on modélise sous forme de VRP.

Quant au problème du VRPTW, il est présent dans plusieurs situations pratiques, à savoir, les problèmes de livraisons (banques, bureaux de poste), le transport à la demande, le transport scolaire et le transport de marchandises. Le problème de construction de tournées de véhicules avec fenêtres de temps (VRPTW) modélise bien un problème de transport très répandu qui est la livraison (ou la cueillette) de produits auprès de divers clients qui imposent des intervalles de disponibilités.

Le problème du voyageur de commerce permet évidemment de résoudre des pro-

blèmes de tournées mais il existe aussi une variété d'autres contextes auxquels il peut s'appliquer. Tout d'abord, on peut l'appliquer dans la construction des cartes maîtresses des ordinateurs afin de minimiser la longueur des fils de cuivre entre les puces. Par ailleurs, les algorithmes de résolution du TSP peuvent également être utilisés pour optimiser la coupe du papier peint de manière à minimiser les pertes. Aussi, il peut être utilisé afin d'optimiser les opérations de perçage des feuilles métalliques. L'application du TSP permet alors d'optimiser le temps de déplacement de la perceuse. Le TSP peut aussi être utile en ordonnancement. Si n commandes doivent être effectuées sur une seule machine et que le temps de mise en route dépend de l'ordre de passage, le TSP permet de minimiser le temps de mise en route des commandes en déterminant l'ordre dans lequel celles-ci doivent être effectuées. Le lecteur intéressé est invité à consulter la revue de Laporte et Osman [LAPORTE & OSMAN 95].

2.8 Problèmes de regroupement ou de localisation

Le regroupement ou "Clustering" est un processus de classification d'objets en groupes dont les membres sont d'une certaine manière similaires ou ont un objectif commun. Précisément, le regroupement consiste à chercher la meilleure partition de ces objets en un certain nombre k de clusters, en se basant sur les propriétés communes et une mesure de similitude. Chaque cluster est parfois caractérisé par un centre, qui peut être par exemple le barycentre ou la moyenne des éléments composant ce cluster.

Les modèles de regroupement sont soulevés dans la plupart des réseaux qu'ils soient routiers, aériens ou téléphoniques [DASKIN 95] [GALVAO 93], et s'appliquent a priori dans les domaines, où l'objectif est de minimiser les coûts de transport, nous citons, la localisation de centres d'intervention d'urgence, de centres sociaux, de centres de distribution, et en particulier dans la localisation des points de vente ou de services ou même d'entrepôts. La question fondamentale soulevée par ces modèles est de savoir comment servir au mieux une aire géographique vaste à partir d'un nombre limité d'entrepôts. Ils prennent d'une manière générale l'hypothèse que la satisfaction d'un client est d'autant plus élevée qu'il en est plus proche. Le but est de réduire la distance séparant l'ensemble des clients et les sites de service ou entrepôts.

Afin d'illustrer le principe général, considérons l'exemple d'une société qui gère un ensemble de magasins de détail. Transporter le produit de ses entrepôts aux magasins peut entraîner un coût élevé dans le temps. Dans ce cas les commerces de détail sont

considérés comme des points à satisfaire et l'objectif est de situer un nombre désiré d'entrepôts de façon à minimiser la distance totale parcourue dans le système, maintenant ainsi, la distribution et les coûts de livraison à un niveau minimum.

Ces modèles se différencient surtout au niveau de la fonction objectif qui, spécifie la manière selon laquelle les clients opteront pour tel ou tel emplacement potentiel.

Les modèles de localisation présentent d'une manière générale quatre composants de base :

La fonction objectif :

C'est une fonction qui intègre la notion de distance séparant les points de demande aux entrepôts à situer. Elle quantifie donc l'accessibilité globale des entrepôts vis-à-vis des clients.

Les points de demande :

Ils représentent le niveau de la demande concernant un ensemble de biens sur une zone géographique (clients, région, ville, quartier..).

Les emplacements potentiels :

Ce sont les localisations possibles en termes de disponibilité, coût, accessibilité.

La matrice d'éloignement ou de temps :

Elle désigne les distances géographiques ou temporelles séparant les emplacements potentiels des points de demande.

Ainsi, compte tenu de ces quatre facteurs décrivant entièrement un modèle de localisation donné, l'espace commercial peut être vu sous la forme d'un réseau constitué de nœuds caractérisés par une certaine demande et/ou pouvant accueillir un point d'offre, les segments liant les nœuds de ce réseau représentant l'éloignement.

Parmi les modèles les plus étudiés en optimisation combinatoire, il y a le k-median (appelé aussi p-median), le k-mean appelé aussi Min-Sum, et le k-centre appelé aussi (Min-Max) :

k-median et k-mean :

Ces modèles consistent à situer k centres de façon à minimiser la distance totale pondérée parcourue des centres aux emplacements de demande [HAKIMI 65].

Une liste très variée des applications potentielles de cette classe comme les décisions de localisation pour les services d'urgence (police, pompiers, urgences médicales),

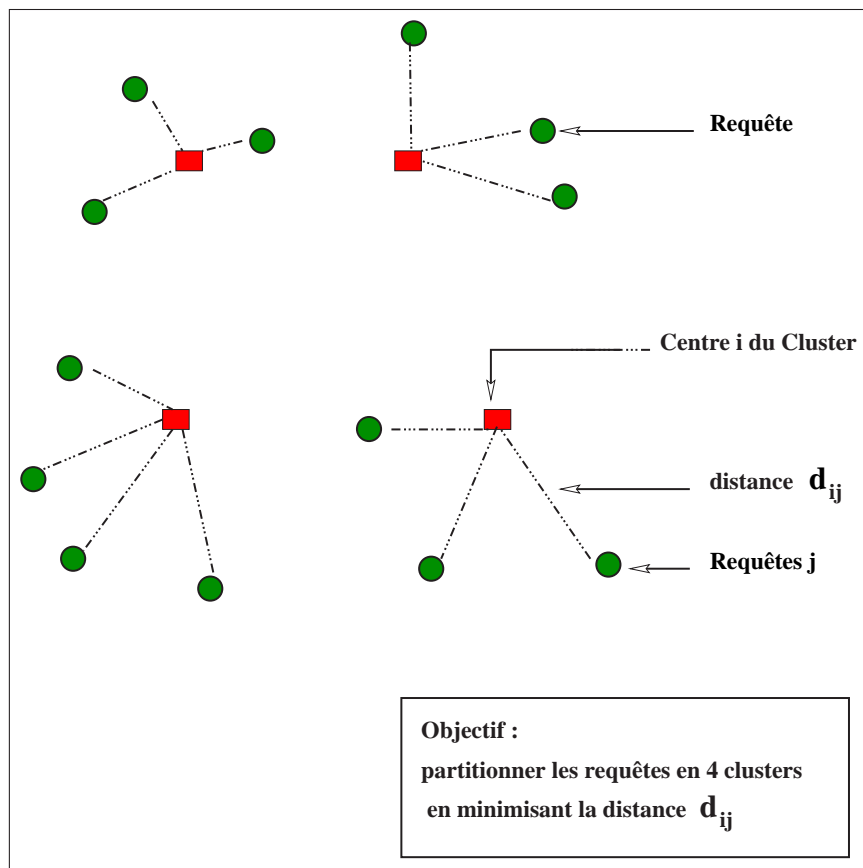


FIG. 2.2 – Un exemple du problème de Regroupement.

les réseaux informatiques et de communication (localisation des fichiers informatiques sur une série de serveurs identifiés), les applications militaires (centres stratégiques), les activités de service public ou privé (les magasins, centres commerciaux, postes), les activités de transport (arrêts de transport en commun, entrepôts), l'intelligence artificielle et les modèles statistiques (partition de nuage de points) a été présentée dans [HANDLER & MIRCHANDANI 79].

Bien que ces modèles ne s'appuient que sur la notion de distance (ou de coût de déplacement) entre clients et sites potentiels d'activité [KANUNGO *et al.* 00], trouver une localisation proche de l'optimal demande beaucoup d'efforts et de temps de calcul.

La différence entre le k-mean et le p-median se situe au niveau de la fonction objectif utilisée [BRADLEY *et al.* 99]. En effet, dans le p-median, on minimise la somme des distances entre les clients et les sites qui leur sont plus proches, tandis que, dans le k-mean, le but est la minimisation de la somme des carrés de ces distances.

k-centre :

Dénoté également (Minimax Radius Clustering), il s'agit, cette fois de localiser au maximum k centres parmi un ensemble de localisations possibles puis à affecter chaque client au centre qui lui est le plus proche, de façon à minimiser le rayon, c'est à dire la distance maximale entre un client et le centre qui le dessert. Une application directe de ce problème se trouve dans la localisation de casernes de pompiers ou de dépôts d'ambulances qui doivent être les plus proches possibles de toutes les zones d'intervention envisageables, de manière à minimiser le maximum des rayons de couverture [ELLOUMI 02].

2.9 Problèmes de localisation et routage

Comme le nom le suggère, cette classe est une fusion des problèmes de localisation et des problèmes de tournées. En effet, elle fait intervenir à la fois des décisions de localisation, d'affectation et d'ordonnancement. Les problèmes présentés aux sections précédentes deviennent des sous-problèmes de cette classe. Une manière générale de décrire cette catégorie et rester proche de notre problématique, consiste à dire qu'il s'agit de trouver le nombre et le lieu des sites à ouvrir et de résoudre une variante des problèmes de tournées entre ces sites. Ceci est compatible avec la description de Perl et Daskin [PERL & DASKIN 85], dans laquelle, on précise que la variante à résoudre est le problème de tournées de véhicules multi-dépôts (Multiple Depot VRP (MDVRP)). En plus des contraintes citées pour le VRP, dans le MDVRP, chaque véhicule doit partir d'un dépôt ouvert et y retourner, sans passer par un autre dépôt, en minimisant la somme des coûts d'ouverture des dépôts, de transport et de livraison.

Les problèmes de localisation et routage sont donc au carrefour de deux classes de problèmes de localisation et de tournées de véhicules. En effet, lors de la résolution de ces modèles, une étape initiale consiste à localiser les sites potentiels, puis affecter les points de demande aux différents sites en respectant les contraintes du modèle de tournées de véhicules considéré. Comme nous l'avons mentionné précédemment, chacun des sous-problèmes est difficile et le problème de localisation et routage consiste à les considérer les deux à la fois.

Plusieurs modèles existent et se différencient selon la nature des contraintes et des coûts liés aux modèles décrits dans les sections précédentes. [MIN *et al.* 98] ont effectué une classification de différents modèles existants.

Ce problème a fait l'objet de quelques publications, dont celle de Hansen *et al.*

[HANSEN *et al.* 94] qui a présenté une heuristique constructive et un travail de Tuzun et Burke [TUZUN & BURKE 99] qui ont proposé une meta-heuristique basée sur la recherche tabou. Pour plus de détails nous invitons le lecteur à consulter le travail de synthèse de Laporte, où il a fait l'inventaire des exemples et applications, des formulations mathématiques et des méthodes de résolution exacte et approchée [LAPORTE 88].

Ici, nous nous intéressons plus particulièrement au problème du Cycle Médian (dénnoté MCP pour Median Cycle Problem).

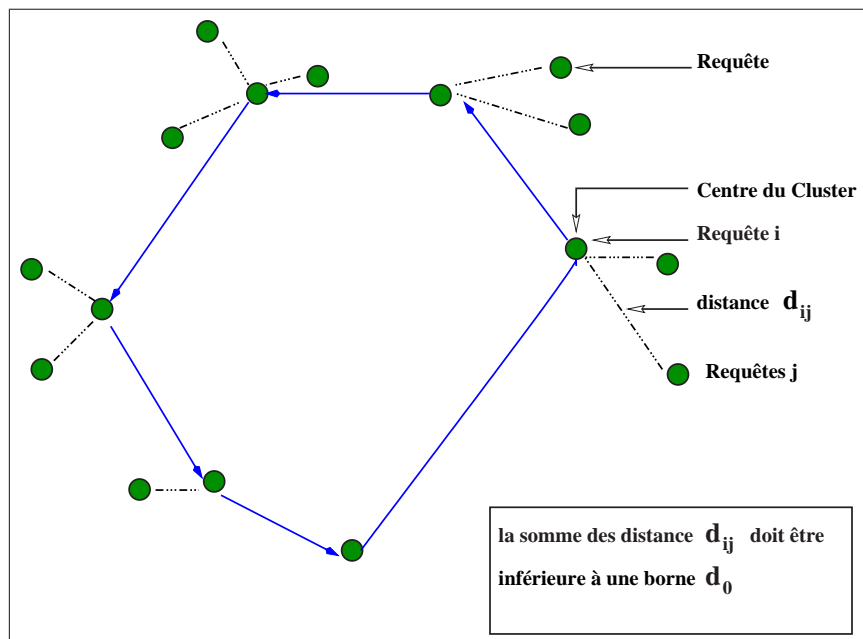


FIG. 2.3 – Un exemple du problème de Location-Routage.

Cycle médian :

Dans le problème du cycle médian, le but est de construire un cycle à coût minimal contenant un sous-ensemble de sommets. Les sommets négligés dans la tournée sont assignés aux nœuds les plus proches [LABBÉ *et al.* 05]. Ces hypothèses génèrent deux types de coût : un coût de routage associé au cycle (la longueur) et un coût d'assignation d'un sommet n'appartenant pas au cycle à un point du cycle (distance entre le point assigné et le point du cycle associé). La figure 2.3 illustre ce type de configuration. Plusieurs nœuds peuvent être assignés à un seul nœud du cycle. La somme totale des coûts d'assignation ne doit pas dépasser une valeur D_0 . Si cette contrainte est éliminée et que la fonction à minimiser devient une combinaison linéaire des deux coûts (de routage et d'assignation), on parle alors du problème anneau-étoile, connu sous le nom "Ring Star Problem" [LABBÉ *et al.* 04].

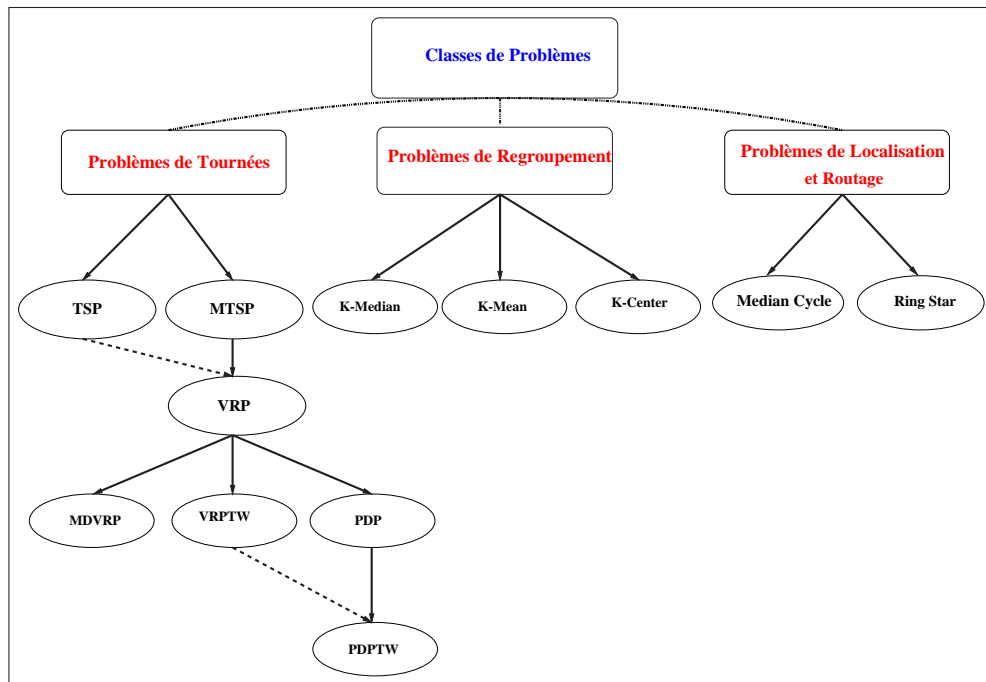


FIG. 2.4 – Hiérarchie des problèmes de Regroupement et de Tournées.

2.10 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les problèmes qui sont liés de près ou de loin à notre problématique, à savoir les problèmes de regroupement, de localisation et routage et les problèmes de tournées de base qui correspondent aux problèmes académiques, les plus largement étudiés. La figure 2.4 présente la hiérarchie des problèmes. De nouvelles variantes peuvent facilement faire surface par l'ajout de contraintes supplémentaires ou la relaxation d'autres. Vu le nombre de paramètres et contraintes, on imagine mal pouvoir formuler ces problèmes de manière générale et exhaustive. Ces modèles apparemment simples, demeurent difficiles à résoudre optimalement et les cas réels sont de très grande taille. Pour cette raison, l'utilisation d'algorithmes exacts se fait de plus en plus rare. Les auteurs préfèrent se pencher vers les heuristiques et les metaheuristiques. Nous proposons au chapitre suivant un panorama des principales méthodes de résolution de ces problèmes.