

杂题选讲

hzwer

PekingUniversity

2017 年 7 月 26 日



① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

等差数列

718D. Andrew and Chemistry

给定长为 n 的序列， m 个操作，初始值为 0

1. 将一个区间加上一个相同的值

2. 将一个区间加上一个首项为 0, 公差为 d 的等差数列

输出最后的序列

$$1 \leq n, m \leq 10^5$$

718D. Andrew and Chemistry

要堆起一个雪人，需要三个不同大小的雪球
 现在有 n 个给定大小的雪球，问最多能堆起多少个雪人，给定的雪球大小可能相同
 $1 \leq n \leq 10^5$

数量少的雪球更“珍贵”，数量最多的雪球先用

数量少的雪球更“珍贵”，数量最多的雪球先用
计算每种大小的雪球的个数，并放入堆中
每次取出前三多的雪球大小，用这三种雪球堆一个雪人

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C. Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

给定三个序列，长度分别为 $n, n-1, n-2$ ，每一行是上一行的序列去掉一个元素要求输出去掉的元素

$$1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a_i, b_i, c_i \leq 10^9$$

排序，双指针对比

排序，双指针对比
 用个 hash/map 统计下元素出现次数

$$|xi - xj| + |yi - yj| = \sqrt{(xi - xj) * (xi - xj) + (yi - yj) * (yi - yj)}$$
 的
点对数

$1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq x_i, y_i \leq 10^9$, 可能有重点

发现符合条件的点对在同一行/列

发现符合条件的点对在同一行/列
排序/用 map/哈希表统计

466C.Number of Ways

Peking University

$$1 \leq n \leq 10^5, -10^9 \leq a_i \leq 10^9$$

求出前缀和，后缀和，整个序列的和 sum

求出前缀和，后缀和，整个序列的和 sum
找出等于 $\text{sum}/3$ 的前缀和，以及其后有多少个 $\text{sum}/3$ 的后缀和

求出前缀和，后缀和，整个序列的和 sum
找出等于 $\text{sum}/3$ 的前缀和，以及其后有多少个 $\text{sum}/3$ 的后缀和
可以通过预处理或者，或树状数组/线段树在线维护查询

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

一长度为 n 的 0,1 序列，初始时所有元素为 0。

有 m 个区间 $[L_i, R_i]$ ，可以任选若干个区间进行区间翻转操作（0 变 1, 1 变 0），问可以得到多少种不同的序列

答案对 $10^9 + 7$ 取模

$1 \leq n, m \leq 10^5$

考虑将一段区间取反，相当于将它的差分序列的 l 和 $r+1$ 两个位置取反

如果某一项操作可以用其它一些操作替代的话，它就可以直接被舍弃了，可以用一个并查集来维护

最后剩下 k 个操作，答案就是 2^k

最后剩下 k 个操作，答案就是 2^k

718D. Andrew and Chemistry

有 n 盆花，编号 1 到 n ，每盆花都有高度值 h_i

460C.Present

有 n 盆花，编号 1 到 n ，每盆花都有高度值 h_i
浇 m 次水，每次只能浇连续的 w 盆花，每浇一次，被浇的花高度值 $+1$ 。

460C.Present

有 n 盆花，编号 1 到 n ，每盆花都有高度值 h_i
浇 m 次水，每次只能浇连续的 w 盆花，每浇一次，被浇的花高度值 $+1$ 。
要求让其中最矮的花最高

$$1 \leq n, m, w \leq 10^5, 1 \leq a_j \leq 10^9$$

题解

二分最优解，贪心判定

从左到右，如果某盆花小于二分值，将其以及后面的 w 盆花 $+1$
用线段树/差分 + 前缀和维护

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

212D.Cutting a Fence

给定 n 个数字， m 次询问，第 i 个询问求所有长度为 k_i 的区间的最小值的平均值。

$$1 \leq n, m, w \leq 10^6$$

题解

枚举 x ，设 $a[x]$ 与其左边第一个小于它的数的距离为 l ，与其右边第一个小于它的数的距离为 r ，则 x 对各种长度的区间的答案的贡献是分段函数

可以拆分为 2 个等差数列和一个常数数列，使用 2 次前缀和统计即可

时间复杂度： $O(n)$

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

459D.Pashmak and Parmida's problem

给定长为 n 的序列 a_i ，定义 $f(l, r, x)$ 为 a_i 的下标 l 到 r 之间，等于 x 的元素数。

459D.Pashmak and Parmida's problem

给定长为 n 的序列 a_i , 定义 $f(l, r, x)$ 为 a_i 的下标 l 到 r 之间, 等于 x 的元素数。

问数对 i, j 的数目, $f(1, i, a[i]) > f(j, n, a[j])$ 。

$1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$

题解

用 map/离散化预处理出 $f(1, i, a[i])$ 和 $f(j, n, a[j])$

题解

用 map/离散化预处理出 $f(1, i, a[i])$ 和 $f(j, n, a[j])$
类似求逆序对，树状数组/线段树维护

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

528A.Glass Carving

给定 $w \times h$ 的玻璃， m 次操作

528A.Glass Carving

给定 $w \times h$ 的玻璃， m 次操作

每次操作，给出一条平行于坐标轴的直线切割玻璃，询问切割后剩下的最大面积的完整玻璃

528A.Glass Carving

给定 $w \times h$ 的玻璃， m 次操作

每次操作，给出一条平行于坐标轴的直线切割玻璃，询问切割后剩下的最大面积的完整玻璃

$$1 \leq m, w, h \leq 2 * 10^5$$

题解

行列分开，用 set 维护横纵坐标差值的最大值

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

Spy Syndrome 2

给定长为 ($n \leq 10000$) 的主串，给 ($m \leq 100000$) 个长不超过 1000 的子串，总长不超过 1000000
求一个主串由子串的反串拼出的解法，可以多次使用

求每个子串的哈希值，主串每位枚举串长 ≤ 1000 ，求出哈希值和子串进行匹配转移

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

339D.Xenia and Bit Operations

给定长度为 $n = 2^k$ 的序列，第一次操作将相邻的 $n/2$ 对数字进行或运算，保留这 $n/2$ 个结果
第二次操作将相邻的 $n/4$ 对数字进行异或运算，以此类推

339D.Xenia and Bit Operations

给定长度为 $n = 2^k$ 的序列，第一次操作将相邻的 $n/2$ 对数字进行或运算，保留这 $n/2$ 个结果

第二次操作将相邻的 $n/4$ 对数字进行异或运算，以此类推

有 m 次询问，每次修改原序列一个数字，问进行操作以后剩下的最后一个数字

$$1 \leq k \leq 17, 1 \leq a_i \leq 2^30, 1 \leq m \leq 10^5$$

线段树模拟
每次询问可以自底向上修改

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

Clique Problem

给 n 个点，坐标 x_i ，权值 w_i ，求最大的子集大小，该集合中任意两点满足 $w_i + w_j \leq |x_i - x_j|$ 。

$$1 \leq n \leq 2 * 10^5, 1 \leq x_i, w_i \leq 10^9$$

题解

按 $x_i - w_i$ 排序之后，树状数组优化 dp

hzwer

将每个点视为线段 $[x_i - w_i, x_i + w_i]$ ，问题就转换为最多的不重叠的线段数

排序贪心解决

大 学 生

140C M

510D A LB LC

650A W-10-1

4666 N. J. B. LEE ET AL.

C1165022 C1165023 C1165024

012D-G 44

450D Backpack and D

5036 Class Gaming

Conclusions

220D Yorio and

523D Climate Problems

1. 0100 粉類等

小麥的糖用

11 00101

310D A

bzoj2120 数颜色

墨墨购买了一套 N 支彩色画笔（其中有些颜色可能相同），摆成一排，你需要回答墨墨的提问。墨墨会像你发布如下指令：

- 1、 $Q\ L\ R$ 代表询问你从第 L 支画笔到第 R 支画笔中共有几种不同颜色的画笔。
- 2、 $R\ P\ Col$ 把第 P 支画笔替换为颜色 Col 。

用 `pre[i]` 记录前一个和 `i` 相同颜色的球的所在位置

询问 l 到 r 时, 如果 $pre[i] < r$ 说明在 l 到 i 这一段没用和 i 颜色相同的球, 则 $ans++$

利用这种思路我们可以分块

小奇的糖果

Peking University

小奇的糖果

有 n 个彩色糖果在平面上。小奇想在平面上取一条水平的线段, 并拾起它上方或下方的所有糖果。求出最多能够拾起多少糖果, 使得获得的糖果并不包含所有的颜色。

$$1 \leq n \leq 10^5$$

维护双向链表实现查询一个点左(右)边横坐标最大(小)的与它颜色相同的点。

1. 枚举没有取到的颜色, 找出所有不包含这种颜色的区间, 更新答案。

2. 按照纵坐标从大到小枚举所有的点, 分别在树状数组和双向链表中删除当前点, 并利用这个点左右两边和它颜色相同的点之间的区间内点的个数更新答案。

上方的情况类似

718D. Andrew and Chemistry

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

给出 n 个点 m 条边的图，现把点和边分组，每条边只能和相邻两点之一分在一组，点不可以和多条边一组，但点可以单独一组，问分组方案数。

答案对 $10^9 + 7$ 取模

$1 \leq n, m \leq 10^5$

连通块是独立的，设某个连通块点数为 n ，边数为 m

hzwer

连通块是独立的，设某个连通块点数为 n ，边数为 m 若 $m > n$ ，边数大于点数，必然有一个点要与多条边分在一组，无解 若 $m = n$ ，环 + 外向树，解为 2

hzwer

连通块是独立的，设某个连通块点数为 n ，边数为 m 若 $m > n$ ，边数大于点数，必然有一个点要与多条边分在一组，无解 若 $m = n$ ，环 + 外向树，解为 2 若 $m = n - 1$ ，树，解为 n 若 $m < n - 1$ ，不存在

hzwer

等差数列

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C. Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

给定两棵 n 个点的有根树，求两棵树是否同构（相同）
 $1 \leq n \leq 10^5$

自下而上哈希

对于一个父亲节点，将其所有子树的 hash 值排序，其得到的数组用各种方法 hash 即可计算出父亲节点所代表的整个子树的 hash 值

自下而上哈希

对于一个父亲节点，将其所有子树的 hash 值排序，其得到的数组用各种方法 hash 即可计算出父亲节点所代表的整个子树的 hash 值

无根树?

寻找树的重心，将其变为有根树!

① 数据结构

等差数列

140C.New Year Snowmen

519B.A and B and Compilation Errors

650A.Watchmen

466C.Number of Ways

CHSEQ22.Chef and Favourite Sequence

460C.Present

212D.Cutting a Fence

459D.Pashmak and Parmida's problem

527C.Glass Carving

Spy Syndrome 2

339D.Xenia and Bit Operations

527D.Clique Problem

bzoj2120 数颜色

小奇的糖果

Usaco2012Jan.Bovine Alliance

树的同构

718D. Andrew and Chemistry

给定一棵树，每个结点的度数小于等于 4

给定一棵树，每个结点的度数小于等于 4
要在树上加一个结点，加完后度数依然小于 4

给定一棵树，每个结点的度数小于等于 4
要在树上加一个结点，加完后度数依然小于 4
问有多少不同构的加法
 $1 \leq n \leq 10^5$

树的同构有经典的哈希做法，我们设法通过预处理，快速求得『在每个结点上加上一个结点后，新树的哈希值』

树的同构有经典的哈希做法，我们设法通过预处理，快速求得『在每个结点上加上一个结点后，新树的哈希值』
在树形递推的时候加上记忆化， $mp(x,y)$ 表示 y 的子树 x 的哈希值

树的同构有经典的哈希做法，我们设法通过预处理，快速求得『在每个结点上加上一个结点后，新树的哈希值』

在树形递推的时候加上记忆化， $mp(x,y)$ 表示 y 的子树 x 的哈希值

由于树的度数很小，可以直接把每个结点 x 的儿子的哈希值一起放在 `vector` 里排好序，再把 `vector` 放到 `map` 里编 x 的哈希值