СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель домашнего задания	________________________ подпись, дата	А.И. Орлов
Исполнитель	________________________ подпись, дата	А.А. Соколов

РЕФЕРАТ

Отчет 22 с., 8 табл., 4 источника.

ФУНКЦИЯ СПРОСА, СПРОС, ПРИБЫЛЬ, ИЗДЕРЖКИ, МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ, ЛИНЕЙНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ, ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ, ГОСТ 7.32-2001.

Цель работы – нахождение розничной цены, максимизирующей прибыль, для пяти различных значений оптовой цены. Розничная цена рассчитывается на основе оптимизации экономического эффекта, равного произведению результата от продажи одной единицы товара на функцию спроса, которую оцениваем путем опроса потребителей. Опрос осуществляется с применение современных информационно-коммуникационных технологий, а именно – «Google Forms».

В результате работы был выполнен письменный отчет в соответствии со стандартами оформления научно-технической документации.

СОДЕРЖАНИЕ с.

ВВЕДЕНИЕ

Домашнее задание – вид учебной работы обучающегося, в которой присутствуют элементы самостоятельного научного исследования. Работа рассчитана на закрепление и применение полученных навыков в процессе учёбы.

Целью домашнего задания является нахождение розничной цены, максимизирующей прибыль, для пяти различных значений оптовой цены.

Задачами домашнего задания являются:

– сбор информации о максимально возможной цене (в руб.), которую потребители готовы заплатить плитку шоколада (100 гр.);

– опрос не менее 50 человек;

– построение выборочной функции спроса;

– нахождение розничной цены, максимизирующей прибыль, для пяти различных значений оптовой цены;

– восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую линейную аппроксимацию;

– расчет доверительных границ для функции спроса;

– восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую линейную аппроксимацию;

– расчет доверительных границ для функции спроса; – восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую степенную аппроксимацию.

1 Оценивание функции спроса

В условиях перехода к цифровой экономике все большее значение приобретает информационно-аналитическая поддержка процессов принятия решений на предприятии [1]. В настоящее время это принято называть контроллинг [2]. В настоящем работе рассматривается организационно-экономическая маркетинговая модель, предназначенная для выбора значений розничной цены товара на основе анализы выборочных данных о спросе на него.

Одним из инструментов изучения и завоевания рынка является функция спроса [3]. Благодаря ей можно оценить изменение объем продаж определенного товара в зависимости от цены (при прочих равных условиях).

Для проведения опроса была создан опрос с использование свободной платформы «Google Forms». Опрос содержал единственный вопрос «За какую максимальную стоимость Вы бы приобрели приведенные ниже товары?». Далее в списке был приведен список товаров, выбранных исследователями. Такой подход позволил унифицировать методику опроса, значительно сократить время на сбор информации и упростить дальнейшую обработку полученных данных. Каждый опрашиваемый заносил свой ответ в графу под вопросом. Основной целевой группой опрашиваемых являлись студенты МГТУ им. Н.Э. Баумана. В результате было получено 68 ответов. Далее представлены результаты опроса, относящихся к вопросу о максимальной стоимости, за которую опрашиваемый купил бы плитку шоколада (100 гр.):

100 300 300 300 180 250 65 250 100 40

50 100 50 100 100 60 40 200 40 50

50 49 45 60 70 60 60 50 100 47

150 300 100 80 200 300 60 200 150 80

100 150 100 100 100 50 50 40 70 60

100 50 150 100 46 40 200 40 250 40

250 80 100 250 150 100 150 150

Теперь перейдем к анализу данных опроса. Для начала необходимо составить таблицу исходных данных – пар чисел $(p, D(p))$, где

p – независимая переменная – цена,

$D(p)$ – зависимая от p величина – спрос.

Упорядочиваем все значения в порядке возрастания. Затем строим таблицу 1.

В первом столбце – номера различных значений цены в порядке возрастания (i).

Во втором столбце приведены сами значения цены (p_i).

В третьем столбце указано, сколько раз названо то или иное значение (N_i).

В четвертом столбце – спрос $(D(p_i))$.

В пятом столбце – прибыль при оптовой цене равной 5 $((p_i - 5)D(p_i))$.

В шестом столбце – прибыль при оптовой цене равной 10 $((p_i - 10)D(p_i))$.

В седьмом столбце – прибыль при оптовой цене равной 20 $((p_i - 20)D(p_i))$.

В восьмом столбце – прибыль при оптовой цене равной 30 $((p_i - 30)D(p_i))$.

В девятом столбце – прибыль при оптовой цене равной 50 $((p_i - 50)D(p_i))$.

Таблица 1 – Оценивание функции спроса и расчет оптимальной цены

i	p_i	f_i	D_i	opt_1	opt_2	opt_3	opt_4	opt_5
1	40	7	68	2380	2040	1360	680	-
2	45	1	61	2440	2135	1525	915	-
3	46	1	60	2460	2160	1560	960	-
4	47	1	59	2478	2183	1593	1003	-
5	49	1	58	2552	2262	1682	1102	-
6	50	8	57	2565	2280	1710	1140	-
7	60	6	49	2695	2450	1960	1470	490
8	65	1	43	2580	2365	1935	1505	645
9	70	2	42	2730	2520	2100	1680	840
10	80	3	40	3000	2800	2400	2000	1200
11	100	15	37	**3515**	**3330**	**2960**	2590	1850
12	150	7	22	3190	3080	2860	**2640**	**2200**
13	180	1	15	2625	2550	2400	2250	1950
14	200	4	14	2730	2660	2520	2380	2100
15	250	5	10	2450	2400	2300	2200	2000
16	300	5	5	1475	1450	1400	1350	1250

2 Выборочная функция спроса

Теперь легко построить выборочную функцию спроса в зависимости от цены. Она представлена в четвертом столбце, который заполняется снизу вверх на основе следующих рассуждений.

Зависимость спроса от цены – это зависимость 4-го столбца $D(p_i)$ от 2-го p_i. Зависимость можно представить на графике, в координатах "спрос – цена". Абсцисса – это спрос $D(p_i)$, а ордината – цена p_i (рис.1).

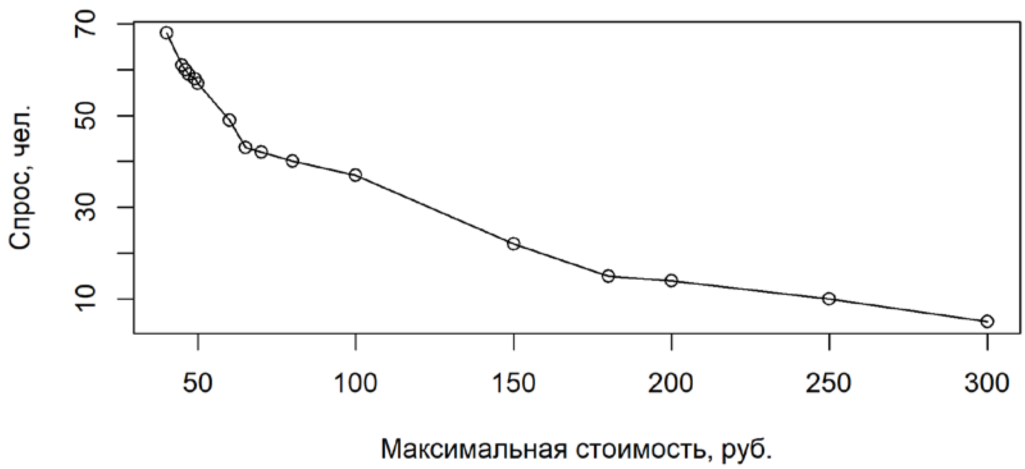

Рисунок 1 – Функция спроса

Кривая спроса, как и следует ожидать согласно учебникам экономической теории [4], убывает, имея направления от левого верхнего угла графика к правому. Однако заметны отклонения от гладкого вида функции, связанные, в частности, с естественным пристрастием потребителей к круглым числам.

3 Прибыль при различных значениях издержек

Посчитаем прибыль при различных значениях издержек p_0. Издержки – это либо оптовая цена, если товар закупается, либо – себестоимость единицы продукции, если товар производим сами.

Найдем для каждого значения издержек p_0 оптимальную розничную цену (см. таблицу 1). Предполагаемые издержки: 5, 10, 20, 30, 50 (руб.). Для каждого i в таблице 1 приведены произведения $(p_i - p_0)D(p_i)$, где p_0 – это издержки.

Оптимальной розничной цене соответствует максимальной значение $(p_i - p_0)D(p_i)$ при различных значениях издержек p_0.

Таблица 2 – Зависимость оптимальной розничной цены p^* от издержек p_0

p_0	5	10	20	30	50
Max($(p_i - p_0)D(p_i)$)	3515	3330	2960	2640	2200
p^*	100	100	100	150	150

4 Метод наименьших квадратов

4.1 Линейная аппроксимация

Рассмотрим обработку данных, полученных в результате нашего опроса, с помощью метода наименьших квадратов (МНК). Для начала составим таблицу исходных данных — пар чисел (p, D(p)).

Рассчитаем прогностическую функция и оптимальную цену при различных уровнях издержек.

Таблица 3 — Оценивание функции спроса методом наименьших квадратов

i	Цена p_i	N_i	$p_i\ N_i$	Спрос $D(p_i)$	$D(p_i)N_i$	$P_i^2N_i$	$D(p_i)p_iN_i$	$D^*(p_i)$	$N_i[D(p_i) – D^*(p_i)]$	$N_i[D(p_i)- D^*(p_i)]^2$
1	40	7	280	68	476	11200	19040	55.5085354	87.4402524	1092.257
2	45	1	45	61	61	2025	2745	54.3535465	6.64645354	44.17534
3	46	1	46	60	60	2116	2760	54.1225487	5.87745133	34.54443
4	47	1	47	59	59	2209	2773	53.8915509	5.10844911	26.09625
5	49	1	49	58	58	2401	2842	53.4295553	4.57044468	20.88896
6	50	8	400	57	456	20000	22800	53.1985575	30.4115397	115.6077
7	60	6	360	49	294	21600	17640	50.8885797	-11.331478	21.4004
8	65	1	65	43	43	4225	2795	49.7335908	-6.7335908	45.34124
9	70	2	140	42	84	9800	5880	48.5786019	-13.157204	86.556
10	80	3	240	40	120	19200	9600	46.268624	-18.805872	117.8869
11	100	15	1500	37	555	150000	55500	41.6486683	-69.730025	324.1518
12	150	7	1050	22	154	157500	23100	30.0987791	-56.691454	459.1316
13	180	1	180	15	15	32400	2700	23.1688456	-8.1688456	66.73004
14	200	4	800	14	56	160000	11200	18.5488899	-18.19556	82.7696
15	250	5	1250	10	50	312500	12500	6.99900075	15.0049963	45.02998
16	300	5	1500	5	25	450000	7500	-4.5508885	47.7544423	456.0974
Σ		68	7952		2566	1357176	201375		-3.837E-13	3038.664
Σ/n			116.9412		37.73529					SS

Рассчитаем теоретическую функцию спроса как:

$$D^*(p_i) = a^*\left(p - p_{\text{ср}}\right) + b^*.$$

Найдем оценки параметров a^* и b^*:

$$a^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} D(p_i)p_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{i=1}^{n} D(p_i)}{\sum_{i=1}^{n} p_i^2 - np_{cp}^2} = \frac{201375 - \frac{1}{68}7952 \cdot 2566}{1357176 - 68 \cdot 116.94\text{^}2} =$$
$$= -0.23099$$

$$b^* = 37.74$$

$$d^* = b^* - a^* p_{\text{ср}} = 37.74 - (0.23099) \cdot 116.94 = 37.09838$$

Таким образом, теоретическая функция спроса имеет вид:

$$D^*(p) = (-0.23099) \cdot p + 37.09838.$$

Построим совмещенные графики найденной теоретической функции спроса и выборочной функции спроса.

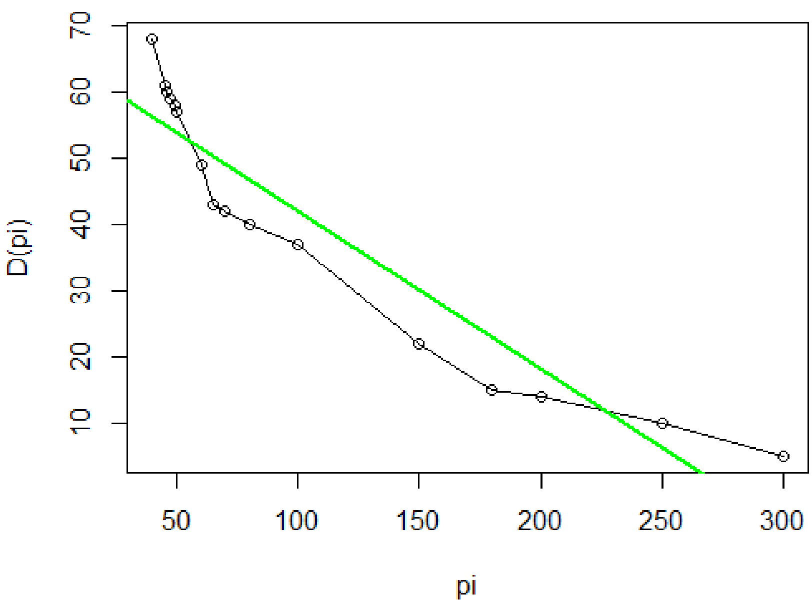

Рисунок 2 — Теоретическая и выборочная функции спроса

Из табл.3 видно, что остаточная сумма квадратов $SS_{\text{лин.}} = 3038.664$. Исходя из этого, найдем оценку среднего квадратического отклонения:

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{SS}{N}} = \sqrt{\frac{3038.664}{68}} = 6.68.$$

Теперь найдём доверительные границы для функции спроса:

$$D^*(p)_{\text{верхн.\textbackslash нижн.}} = (-0.23099) \cdot p + 37.09 \pm 1.96\sigma^* \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\left(p - p_{\text{ср}}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} p_i^2 - np_{\text{ср}}^2}} =$$

$$= (-0.23099) \cdot p + 37.09 \pm 1.96\sigma^* \sqrt{\frac{1}{68} + \frac{(p - 116.94)^2}{1357176 - 68 \cdot 116.94\text{^}2}}$$

Например, при $p = 70$:

$$D^*(70)_{\text{нижн.}} = 24.998$$

$$D^*(70)_{\text{верх.}} = 26.098$$

Таким образом, при цене 70 руб. товар купят 25-26 человек.

Рассмотрим теперь другую цену. Пусть теперь $p = 100$:

$$D^*(70)_{\text{нижн.}} = 13.119$$

$$D^*(70)_{\text{верх.}} = 14.877$$

Таким образом, при цене 70 руб. товар купят 13-14 человек.

Теперь перейдем к расчету оптимальной цены при различных уровнях издержек. Для этого мы должны максимизировать прибыль:

$$(p - p_0)D^*(p) = (p - p_0) \cdot (a^*p + d^*).$$

Продифференцируем это выражение по p и приравняем к 0 производную:

$$\frac{d}{dp}[a^*p^2 - a^*pp_0 + d^*p - d^*p_0] = 0,$$

$$2a^*p_{\text{опт}} - a^*p_0 + d^* = 0,$$

$$p_{\text{опт}} = \frac{a^*p_0 - d^*}{2a^*} = \frac{p_0}{2} - \frac{d^*}{2a^*}$$

Так как $a^* = -0.23$, $d^* = 37.09$, то

$$p_{\text{опт}} = \frac{p_0}{2} - \frac{37.09}{2 \cdot (-0.23)} = \frac{p_0}{2} + 80.63$$

Как видно из последней формулы, при возрастании издержек оптимальная розничная цена также возрастает, но вдвое медленнее.

Сравним (табл.4) оптимальные цены, найденные с помощью метода наименьших квадратов ($p_{\text{опт.2}}$) и рассчитанные ранее с помощью первого метода ($p_{\text{опт.1}}$).

Таблица 4 —Сравнение методов расчета оптимальной цены

p_0	5	10	20	30	50
$p_{\text{опт.1}}$	100	100	100	150	150
$p_{\text{опт.2}}$	83.33	85.83	90.83	95.83	105.83

Проанализируем результаты, представленные в табл. 3 и 4.

Согласно табл.3, при расчете восстановленной функции $D^*(p)$ при $p = {}$ $= 200$ получаем отрицательную величину, что не имеет смысла, так как спрос не может быть отрицательным. Рассмотрим ситуацию поподробнее. Функция спроса убывает, коэффициент a^*отрицателен, поэтому рано или поздно прямая уйдет в отрицательную область. Это значит, что приближение функции спроса линейной зависимостью может быть корректно лишь на некотором отрезке, а не на всей прямой. Выясним, при какой цене спрос достигает 0:

$$D^*(p) = (-0.23099) \cdot p + 37.09 = 0,$$
$$p = \frac{37.09}{0.23099} = 160.57$$

Т.е. корректное приближение функции спроса линейной зависимостью может быть при цене p меньшей, чем 160.57 рублей.

Общепринятых простых методов, позволяющих избежать отрицательных оценок функции спроса, нет. Если получаем отрицательные величины, то должны указать область, в которой линейная зависимость дает корректную оценку, что и сделали выше, когда D*(p) приравняли к 0.

Рассмотрим теперь табл.4. Здесь видим разницу между расчетной оптимальной ценой $p_{\text{опт.2}}$, полученной с помощью метода наименьших квадратов, и расчетной ценой $p_{\text{опт.1}}$, найденной исходя только из данных опроса. Это связано с тем, что потребитель всегда склонен к круглым числам (например, большинство назовет 50 руб., а не 51 руб. 17 коп.). Мы же при применении метода наименьших квадратов ищем максимум не только среди названных опрощенными значений, а по более обширному множеству.

4.2 Степенная аппроксимация

Можем заметить, что при малых и больших ценах применять линейную зависимость не следует. В данном случае естественно использовать степенную зависимость

$$D(p) = Cp^{-\alpha},$$

где $C > 0, \alpha > 0$. Эта зависимость нелинейна и метод наименьших квадратов непосредственно применить нельзя. Но можнопреобразовать переменные с целью приведения зависимости к линейной. Логарифмируя, получим:

$$\ln D(p) = \ln C + \alpha \ln p.$$

Затем обозначим:

$$y = \ln D(p), \ \ x = \ln p, \ \ b = \ln C\,.$$

Исходя из введенных обозначений, имеем линейное уравнение:

$$y = ax + b$$

Таблица 5 — Оценивание функции спроса степенной аппроксимацией

i	$\ln p_i$	N_i	$\ln p_i N_i$	$lnD(p_i)$	$lnD(p_i)N_i$	$\ln p_i^2 N_i$	$\ln D(p_i) p_i N_i$
1	3.688879	7	25.822156	4.219508	29.536554	95.25482	108.95679
2	3.806662	1	3.806662	4.110874	4.110874	14.49068	15.64871
3	3.828641	1	3.828641	4.094345	4.094345	14.65849	15.67578
4	3.850148	1	3.850148	4.077537	4.077537	14.82364	15.69912
5	3.89182	1	3.89182	4.060443	4.060443	15.14627	15.80251
6	3.912023	8	31.296184	4.043051	32.34441	122.43139	126.53208
7	4.094345	6	24.566067	3.89182	23.350922	100.58194	95.60672
8	4.174387	1	4.174387	3.7612	3.7612	17.42551	15.70071
9	4.248495	2	8.49699	3.73767	7.475339	36.09942	31.75894
10	4.382027	3	13.14608	3.688879	11.066638	57.60647	48.4943
11	4.60517	15	69.077553	3.610918	54.163769	318.11389	249.43337
12	5.010635	7	35.074447	3.091042	21.637297	175.74526	108.4166
13	5.192957	1	5.192957	2.70805	2.70805	26.9668	14.06279
14	5.298317	4	21.193269	2.639057	10.556229	112.28867	55.93025
15	5.521461	5	27.607305	2.302585	11.512925	152.43265	63.56817
16	5.703782	5	28.518912	1.609438	8.04719	162.66567	45.89942
Σ		68	309.543578		232.503722	1436.73157	1027.18626
			4.552111441		3.419172382		

Перейдем к расчету теоретической функции спроса степенной аппроксимацией:

$$D^{**}(p_i) = a^{**} p^{b^{**}}$$

Необходимо найти оценки параметров a^{**} и b^{*}:

$$b^{**} = \frac{\sum_{i=1}^{n} lnD(p_i)p_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} lnp_i \sum_{i=1}^{n} lnD(p_i)}{\sum_{i=1}^{n} lnp_i^2 - n\,lnp_{cp}^2}$$

$$a^{**} = e^{[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} lnD(p_i) - \frac{b^{**}}{n}\sum_{i=1}^{n} lnp_i]}$$

Тогда имеем:

$$b^{**} = -1.128076$$

$$a^{**} = 5189.018$$

Таким образом, теоретическая функция спроса степенной аппроксимацией имеет вид:

$$D^{**}(p_i) = a^{**}p^{b^{**}} = 5189.018p^{-1.13}$$

Построим совмещенные графики найденных теоретических функций спроса линейной и степенной аппроксимации и выборочной функции спроса:

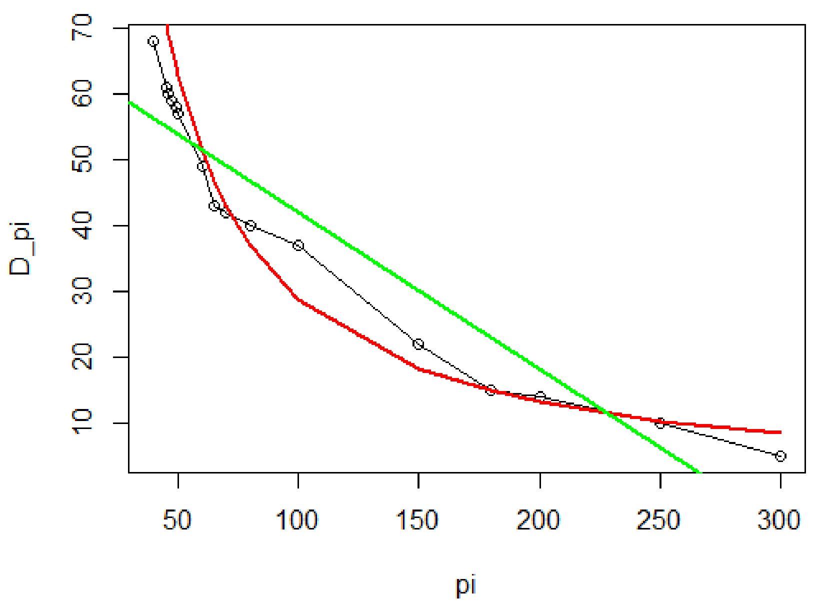

Рисунок 2 — Теоретическая и выборочная функции спроса

Аналогично линейному случаю, определим оптимальную розничную цену $p_{\text{опт.3}}$ при различных значениях издержек. А именно, максимизируем:

$$(p - p_0)D^{**}(p) \max_p$$

$$(p - p_0)Cp^{-\alpha} \to \max_p$$

Для нахождения максимума функции продифференцируем ее и приравняем производную к нулю:

$$\frac{df(p)}{dp} = 0,$$

$$p^{-\alpha} + (p - p_0)(-\alpha)p^{-\alpha-1} = 0,$$

$$p + (p - p_0)(-\alpha) = 0.$$

Итак, необходимо решить линейное уравнение относительно известного p:

$$p - \alpha p + \alpha p_0 = 0$$

Получим оптимальное значение розничной цены:

$$p_{\text{опт.3}} = \frac{-\alpha p_0}{1 - \alpha}$$

Так как $\alpha = \ -b^{**}$ =1.13, то

$$p_{\text{опт.3}} = -\frac{1.13}{1 - 1.13} p_0 = 8.69 p_0$$

Как видно из последней формулы, при возрастании издержек оптимальная розничная цена также возрастает.

Сравним (табл.6) оптимальные цены, рассчитанные ранее с помощью первого метода ($p_{\text{опт.1}}$), найденные с помощью метода наименьших квадратов, используя линейную аппроксимацию($p_{\text{опт.2}}$), и с помощью метода наименьших квадратов, используя степенную аппроксимацию($p_{\text{опт.3}}$).

Таблица 6 — Сравнение методов расчета оптимальной цены

p_0	5	10	20	30	50
$p_{\text{опт.1}}$	100	100	100	150	150
$p_{\text{опт.2}}$	83.33	85.83	90.83	95.83	105.83
$p_{\text{опт.3}}$	43.45	86.9	173.8	260.7	434.5

Оптимальные цены, рассчитанные разными методами, различаются значительно, но у них есть тенденция на возрастание при повышение издержек.

Для расчёта остаточной суммы квадратов $SS_{\text{степен.}}$ модели степенной аппроксимации рассмотрим табл.7:

Таблица 7 — Расчет остаточной суммы квадратов $SS_{\text{степен.}}$ модели степенной аппроксимации

i	p_i	N_i	$D(p_i)$	$D^{**}(p_i)$	$N_i(D(p_i) - D^{**}(p_i))$^2
1	40	7	68	80.30774	1060.363
2	45	1	61	70.29995	86.48913
3	46	1	60	68.57548	73.53878
4	47	1	59	66.92904	62.86968
5	49	1	58	63.8504	34.22715
6	50	8	57	62.40927	234.0812
7	60	6	49	50.78954	19.21468
8	65	1	43	46.39734	11.54192
9	70	2	42	42.67017	0.898261

10	80	3	40	36.69387	32.79153
11	100	15	37	28.51577	1079.731
12	150	7	22	18.03441	110.0811
13	180	1	15	14.67666	0.104548
14	200	4	14	13.02931	3.768988
15	250	5	10	10.12542	0.078649
16	300	5	5	8.240208	52.49473
Σ		68			$SS_{\text{степен.}}$ = 2862.274

Таким образом имеем значение суммы квадратов для модели степенной аппроксимации $SS_{\text{степен.}} = 2862.274$.

Сравним данное значение с полученным значением суммы квадратов случае линейной аппроксимации:

Таблица 8 — Сравнение методов аппроксимации по значению суммы квадратов SS

Метод аппроксимации	Значение суммы квадратов SS
Линейная аппроксимация	3038.664
Степенная аппроксимация	2862.274

Таким образом, исходя из сравнения значений SS для двух моделей целесообразно выбрать степенную аппроксимацию, так как $SS_{\text{степен.}} < SS_{\text{лин.}}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение хотелось бы сказать, что в ходе домашнего задания было проведено нахождение розничной цены, максимизирующей прибыль, для пяти различных значений оптовой цены.

Также были решены следующие задачи:

– сбор информации о максимально возможной цене (в руб.), которую потребители готовы заплатить за плитку шоколада (100 гр.);

– опрос не менее 50 человек;

– построение выборочной функции спроса;

– нахождение розничной цены, максимизирующей прибыль, для пяти различных значений оптовой цены.

– восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую линейную аппроксимацию;

– расчет доверительных границ для функции спроса;

– восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую линейную аппроксимацию;

– расчет доверительных границ для функции спроса;

– восстановление методом наименьших квадратов теоретической функции спроса, использую степенную аппроксимацию;

– сравнены линейная и степенная модель по значению суммы квадратов SS;

– признана наиболее оптимальной модель степенной аппроксимации.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Ермоленко В.В. Инновационная экосистема в многоукладной экономике / Информационное общество и цифровая экономика: глобальные трансформации. Материалы IV Национальной научно-практической конференции (Краснодар, 23 - 25 мая 2019 г.). - Краснодар: Кубанский государственный университет, 2019. - С. 4-14.

2. Карминский А.М., Фалько С.Г., Жевага А.А., Иванова Н.Ю. Контроллинг. Изд.3-е, дораб. - М.: Инфра-М, 2017. - 336 с.

3. Орлов А.И., Метод ценообразования на основе оценивания функции спроса - 15 с.

4. Орлов А.И. Эконометрика. Изд. 4-е, доп. и перераб. Учебник для вузов. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. - 572 с.