**Profesor**: Héctor Bahamonde, PhD.

e:hector.bahamonde@uoh.cl

w:www.hectorbahamonde.com

**Curso**: MLE.

**TA**: Gonzalo Barría.

# I. Introducción

Algunas veces tenemos la oportunidad de construir un contrafactual donde tanto $i_{\tau(1)}$ como $i_{\tau(0)}$ son observados para el *mismo* $i$. Esto en general sucede cuando observamos a $i$ en dos tiempos distintos, esto es, en $i_t$ y $i_{t+1}$, o en fácil, $i$ *antes* de que se le administre $\tau$ e $i$ *después* de que se le administre $\tau$. En este tipo de casos estaríamos en posición de ver ambos "universos paralelos". Cuando tenemos los mismos $i$'s repetidos en el tiempo, solemos llamar a esta estructura de datos "panel data". Esto se debe a que cada $i$ es un "panel" que se repite, en este ejemplo, dos veces ($t_1$ y $t_2$). Pueden ser más veces en todo caso.

Sin embargo, esto no viene sin problemas. Hoy veremos dos técnicas:

1. *Fixed effects.*

2. *Difference in Differences.*

y ambas trabajan con "panel data". Veamos cómo se ven los datos de panel:

```
p_load(AER, plm, stargazer)
data(Fatalities)
head(Fatalities)[1:2]

##   state year
## 1    al 1982
## 2    al 1983
## 3    al 1984
## 4    al 1985
## 5    al 1986
## 6    al 1987
```

Aquí en este caso vemos que el estado de Alabama (AL) se repite por varios años.

## II. Fixed Effects

Una de las ventajas de la randomización es que "borra" (o "ignora") las características (observables y no) de $i$ y asigna el tratamiento $z$ independientemente de esas características (esta es el "*ignorability assumption*"). Sin embargo, en el mundo observacional (i.e. no experimental) esto no es posible. Qué herramientas podemos usar en el mundo observacional para tratar de aproximarnos al mundo experimental y "borrar" las características individuales de todos los $i$? Recuerda que si los $i$'s son similares, podemos atribuir el efecto causal observado sólo a la administración de $z$. Al "neutralizar" la características individuales de cada $i$, los *fixed effects* hacen justamente eso.

Supongamos que necesitamos estimar Equation 1,

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \boldsymbol{\tau}_i \mathbf{z}_i + \epsilon_i \tag{1}$$

donde $\mathbf{z}_i$ es un vector (por eso aparece en negrita!) que identifica a cada panel $i$ para todos los paneles $1, 2, 3 ... N-1$ (por qué "-1"?).

Este tipo de modelos en Equation 1 controla por diferencias no observadas. Cada $i$ tendrá su propio intercepto $\tau_i$ que absorberá todo lo que no podemos observar de cada $i$. En qué situaciones es esto conveniente? (hint: "omitted variable bias")

Pensemos en el siguiente problema. Quisiéramos saber si subiendo los impuestos a la cerveza (`beertax`) disminuye la cantidad de accidentes de tránsito fatales (`fatal`)—Por qué subiendo los impuestos a la cerveza debiera disminuir la cantidad de accidentes fatales? Tenemos la base de datos `Fatalities` que tiene observaciones para todos los estados de Estados Unidos para varios años. Veámos:

```r
p_load(AER, plm)
data("Fatalities")
head(Fatalities)

##   state year spirits unemp   income   emppop beertax baptist  mormon drinkage
## 1    al 1982    1.37  14.4 10544.15 50.69204 1.539379 30.3557 0.32829    19.00
## 2    al 1983    1.36  13.7 10732.80 52.14703 1.788991 30.3336 0.34341    19.00
```

```
## 3    al 1984    1.32  11.1 11108.79 54.16809 1.714286 30.3115 0.35924    19.00
## 4    al 1985    1.28   8.9 11332.63 55.27114 1.652542 30.2895 0.37579    19.67
## 5    al 1986    1.23   9.8 11661.51 56.51450 1.609907 30.2674 0.39311    21.00
## 6    al 1987    1.18   7.8 11944.00 57.50988 1.560000 30.2453 0.41123    21.00
##       dry youngdrivers    miles breath jail service fatal nfatal sfatal
## 1 25.0063     0.211572 7233.887     no   no      no   839    146     99
## 2 22.9942     0.210768 7836.348     no   no      no   930    154     98
## 3 24.0426     0.211484 8262.990     no   no      no   932    165     94
## 4 23.6339     0.211140 8726.917     no   no      no   882    146     98
## 5 23.4647     0.213400 8952.854     no   no      no  1081    172    119
## 6 23.7924     0.215527 9166.302     no   no      no  1110    181    114
##   fatal1517 nfatal1517 fatal1820 nfatal1820 fatal2124 nfatal2124  afatal
## 1        53          9        99         34       120         32 309.438
## 2        71          8       108         26       124         35 341.834
## 3        49          7       103         25       118         34 304.872
## 4        66          9       100         23       114         45 276.742
## 5        82         10       120         23       119         29 360.716
## 6        94         11       127         31       138         30 368.421
##       pop  pop1517  pop1820  pop2124 milestot unempus emppopus         gsp
## 1 3942002 208999.6 221553.4 290000.1    28516     9.7     57.8 -0.02212476
## 2 3960008 202000.1 219125.5 290000.2    31032     9.6     57.9  0.04655825
## 3 3988992 197000.0 216724.1 288000.2    32961     7.5     59.5  0.06279784
## 4 4021008 194999.7 214349.0 284000.3    35091     7.2     60.1  0.02748997
## 5 4049994 203999.9 212000.0 263000.3    36259     7.0     60.7  0.03214295
## 6 4082999 204999.8 208998.5 258999.8    37426     6.2     61.5  0.04897637
```

Si estimamos la siguiente ecuación (sin $\tau_i \mathbf{z}_i$) con `lm`,

$$
\begin{aligned}
y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cancel{\tau_i \mathbf{z}_i} + \epsilon_i \\
y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \epsilon_i
\end{aligned} \tag{2}
$$

Qué saldría mal?

OK. Estimemos esta relación en una especificación de *fixed effects*.

```
model <- plm(fatal ~ beertax,
                    data = Fatalities,
                    index = c("state"),
                    model = "within") # "pooling", "within", "between", "random" "fd", or "ht"
summary(model)
```

```
## Oneway (individual) effect Within Model
##
## Call:
## plm(formula = fatal ~ beertax, data = Fatalities, model = "within",
##     index = c("state"))
##
## Balanced Panel: n = 48, T = 7, N = 336
##
## Residuals:
##       Min.    1st Qu.     Median    3rd Qu.       Max.
## -468.75801  -30.18998    0.31682   33.59207  520.44271
##
## Coefficients:
##         Estimate Std. Error t-value    Pr(>|t|)
## beertax  -471.55      97.13 -4.8548 0.000001982 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Total Sum of Squares:    2993000
## Residual Sum of Squares: 2765800
## R-Squared:      0.075891
## Adj. R-Squared: -0.078664
## F-statistic: 23.5693 on 1 and 287 DF, p-value: 0.0000019821
```

Ok. Ahora hagamos esto, pero de manera artesanal.

```
summary(lm(fatal ~ beertax + factor(state), data = Fatalities))
```

```
##
## Call:
## lm(formula = fatal ~ beertax + factor(state), data = Fatalities)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -468.76  -30.19    0.32   33.59  520.44
##
## Coefficients:
##                  Estimate Std. Error t value             Pr(>|t|)
## (Intercept)      1736.70     162.02  10.719 < 0.0000000000000002 ***
## beertax          -471.55      97.13  -4.855 0.000001982110200010 ***
## factor(state)az  -725.88     137.88  -5.265 0.000000275892844825 ***
## factor(state)ar  -884.21     113.25  -7.808 0.000000000000109703 ***
## factor(state)ca  3353.73     157.37  21.311 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)co -1046.98     148.58  -7.047 0.000000000013640929 ***
## factor(state)ct -1162.80     145.05  -8.016 0.000000000000027725 ***
## factor(state)de -1533.79     151.99 -10.092 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)fl  1608.23      72.04  22.324 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)ga   853.83      95.11   8.977 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)id -1310.20     133.38  -9.823 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)il   -35.37     150.72  -0.235              0.81461
## factor(state)in  -595.94     140.92  -4.229 0.000031603664047815 ***
## factor(state)ia -1071.54     131.04  -8.177 0.000000000000009476 ***
## factor(state)ks -1049.26     126.91  -8.268 0.000000000000005124 ***
## factor(state)ky  -852.05     148.48  -5.738 0.000000024257907095 ***
## factor(state)la  -427.39      97.55  -4.381 0.000016569762329217 ***
## factor(state)me -1159.11      98.82 -11.729 < 0.0000000000000002 ***
```

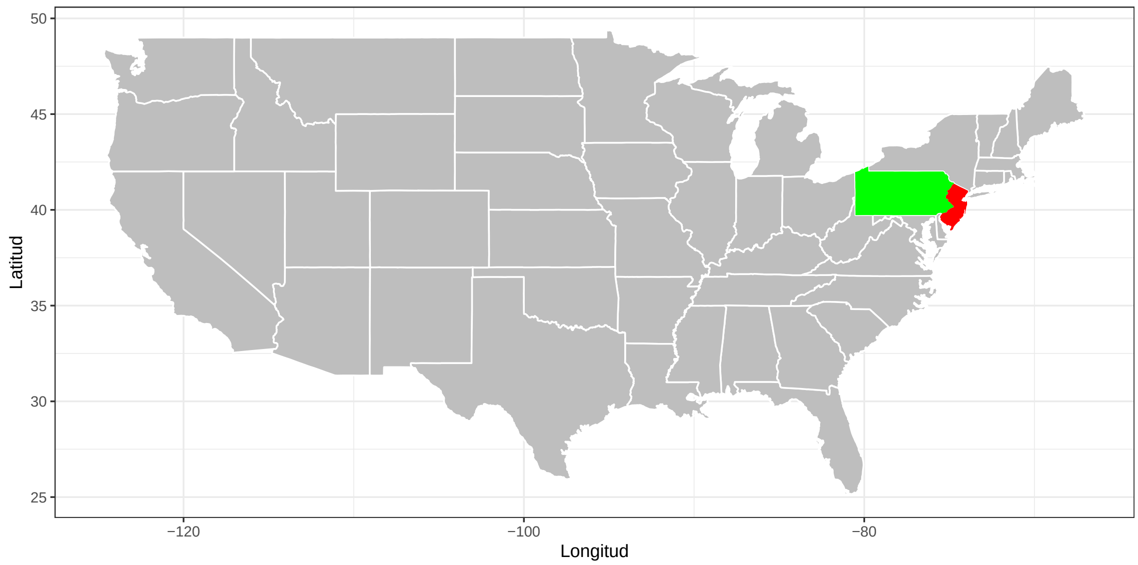
```
## factor(state)md  -913.59     146.44  -6.239 0.000000001578018985 ***
## factor(state)ma  -917.84     142.76  -6.429 0.000000000533510556 ***
## factor(state)mi    20.96     122.04   0.172              0.86376    
## factor(state)mn -1010.16     137.06  -7.370 0.000000000001828891 ***
## factor(state)ms  -523.70      76.76  -6.823 0.000000000053015450 ***
## factor(state)mo  -593.66     137.89  -4.305 0.000022923390065195 ***
## factor(state)mt -1346.25     136.48  -9.864 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)ne -1273.12     128.89  -9.877 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)nv -1381.80     147.85  -9.346 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)nh -1251.03     108.42 -11.539 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)nj  -699.98     158.84  -4.407 0.000014830660049696 ***
## factor(state)nm -1028.66     131.50  -7.823 0.000000000000099617 ***
## factor(state)ny   468.25     154.55   3.030              0.00267 ** 
## factor(state)nc   336.57      61.96   5.432 0.000000119211618287 ***
## factor(state)nd -1446.56     131.24 -11.022 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)oh   114.87     131.24   0.875              0.38215    
## factor(state)ok  -543.04      87.45  -6.210 0.000000001854066431 ***
## factor(state)or -1053.59     147.73  -7.132 0.000000000008084405 ***
## factor(state)pa   220.16     142.76   1.542              0.12414    
## factor(state)ri -1555.15     151.89 -10.239 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)sc    81.22      56.87   1.428              0.15438    
## factor(state)sd -1286.98     108.38 -11.874 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)tn  -446.26     138.58  -3.220              0.00143 ** 
## factor(state)tx  2160.12     126.97  17.013 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)ut -1092.86     101.56 -10.761 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)vt -1323.31     109.17 -12.122 < 0.0000000000000002 ***
## factor(state)va  -417.25     105.56  -3.953 0.000097372871549124 ***
## factor(state)wa  -892.97     146.57  -6.093 0.000000003566443570 ***
## factor(state)wv -1091.78     127.51  -8.562 0.000000000000000685 ***
## factor(state)wi  -890.37     151.99  -5.858 0.000000012809945174 ***
```

```
## factor(state)wy -1551.84     161.79  -9.592 < 0.0000000000000002 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 98.17 on 287 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.9905,Adjusted R-squared:  0.989
## F-statistic: 625.8 on 48 and 287 DF,  p-value: < 0.00000000000000022
```

## III. Difference in Differences

Otra herramienta que podemos usar cuando se trata de trabajar con tiempo, es el *difference in differences*. Card and Krueger (1994) tratan de usar la geografía como *as-if random* factor (?). La pregunta que ellos tenían era cuál es el efecto (causal?) en el empleo ante un incremento en el salario en el sector de comida rápida. En otras palabras, *qué ocurre con el empleo en este sector cuando aumenta el salario, sube o baja?*

```
# instalar librerias
p_load(ggplot2,dplyr,maps)
# declarar datos
all_states <- map_data("state")
# plot
ggplot(all_states,
       aes(x=long, y=lat, group = group)) +
  geom_polygon(fill="grey", colour = "white") +
  geom_polygon(fill="green", data = filter(all_states, region %in% c("pennsylvania"))) +
  geom_polygon(fill="red", data = filter(all_states, region %in% c("new jersey"))
               ) +
  theme_bw() +
  xlab("Longitud") +
  ylab("Latitud")
```

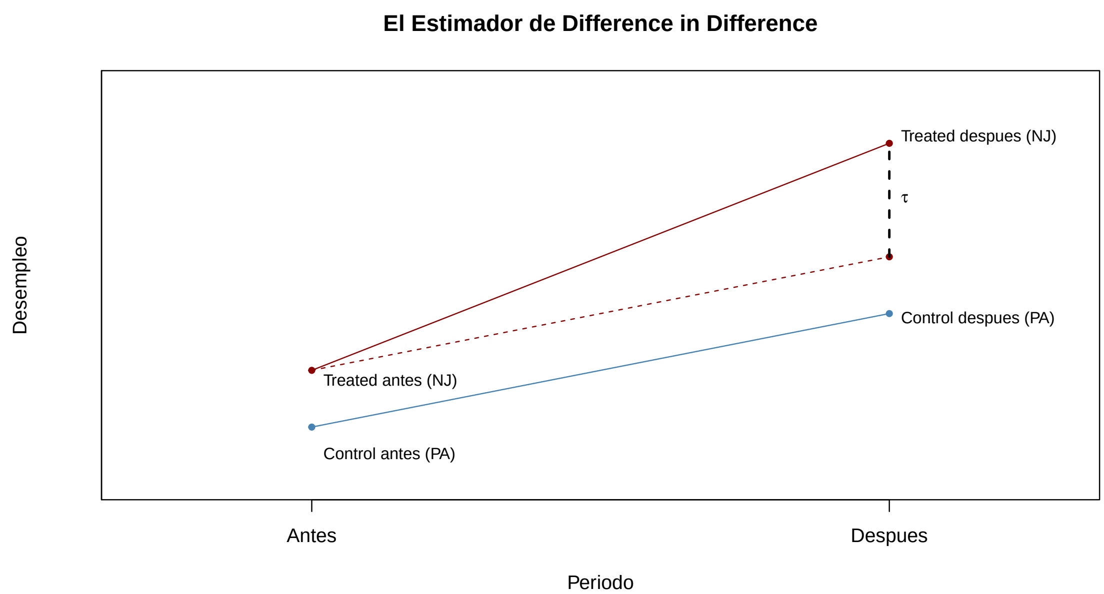



Sin embargo, PA y NJ puede que hayan sido distintos en varias características (que es lo más probable, no?). El problema es que si quisiéramos calcular el efecto causal Desempleo$_{\mathrm{PA}}$-Desempleo$_{\mathrm{NJ}}$ cuando subimos el salario en NJ, ya PA podría contar con un piso que no estemos tomando en consideración. Cómo podríamos calcular el efecto causal $\tau$, pero *tomando en cuenta las características de base de PA*?

Veámos un gráfico que podría aclarar lo que queremos.

```
plot(c(0, 1), c(6, 8),
     type = "p",
     ylim = c(5, 12),
     xlim = c(-0.3, 1.3),
     main = "El Estimador de Difference in Difference",
     xlab = "Periodo",
     ylab = "Desempleo",
     col = "steelblue",
     pch = 20,
     xaxt = "n",
     yaxt = "n")
#
```

```r
axis(1, at = c(0, 1), labels = c("Antes", "Despues"))
axis(2, at = c(0, 13))
# treatment
points(c(0, 1, 1), c(7, 9, 11),
       col = "darkred",
       pch = 20)
#
lines(c(0, 1), c(7, 11), col = "darkred")
lines(c(0, 1), c(6, 8), col = "steelblue")
lines(c(0, 1), c(7, 9), col = "darkred", lty = 2)
lines(c(1, 1), c(9, 11), col = "black", lty = 2, lwd = 2)
#
text(1, 10, expression(tau), cex = 0.8, pos = 4)
text(0, 5.5, "Control antes (PA)", cex = 0.8 , pos = 4)
text(0, 6.8, "Treated antes (NJ)", cex = 0.8 , pos = 4)
text(1, 7.9, "Control despues (PA)", cex = 0.8 , pos = 4)
text(1, 11.1, "Treated despues (NJ)", cex = 0.8 , pos = 4)
```



- Cuál es el contrafactual?
- Qué significa o cómo leemos $\tau$?

De manera más formal, el estimador DID es $\tau$ en Equation 3:

$$\Delta y_i = \beta_0 + \tau_i z_i + \epsilon_i \tag{3}$$

donde $z$ es el *estado* del tratamiento, básicamente un vector de 0's y 1's, $\Delta y_i$ es la diferencia (el "delta") en $y$ cuando $z(0)$ cambia a $z(1)$, y $\tau$ es el *DID estimator* especificado en Equation 4:

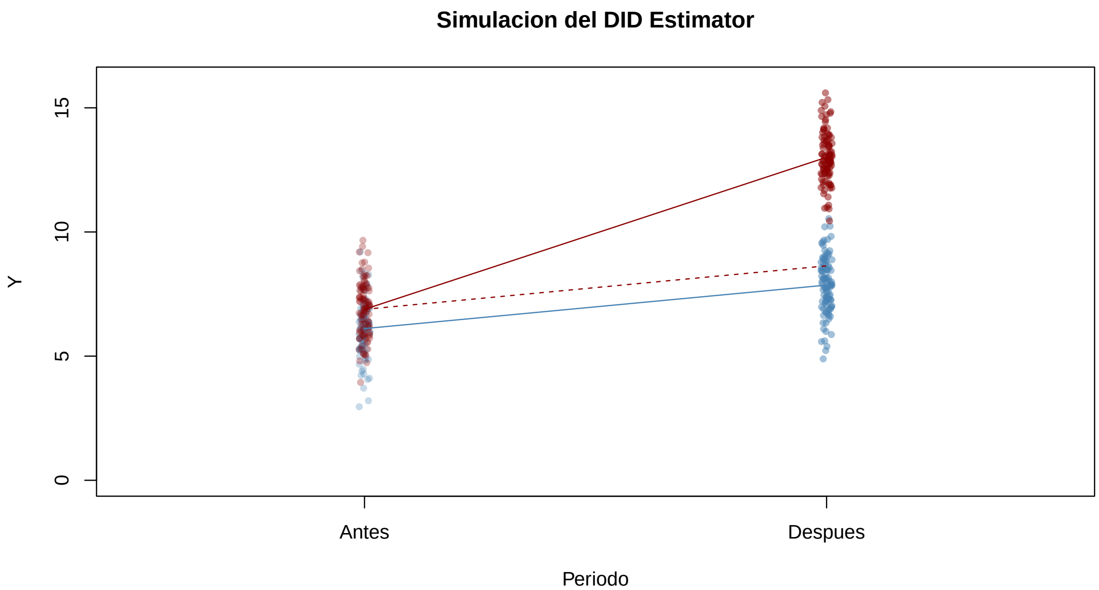
$$\begin{aligned} \tau &= (y_{\text{Tratamiento Después}} - y_{\text{Tratamiento Antes}}) - (y_{\text{Control Después}} - y_{\text{Control Antes}}) \\ &= \Delta y_{\text{Tratamiento}} - \Delta y_{\text{Control}} \end{aligned} \tag{4}$$

Si te fijas, el estimador es "la diferencia de la diferencia" (o "*difference in difference*").

Cocinemos unos datos.

```
n <- 200
# definir tau
TEffect <- 4
# generar dummy de treatment
z <- c(rep(0, n/2), rep(1, n/2))
# simular pre y post treatment en la y
y_pre <- 7 + rnorm(n)
y_pre[1:n/2] <- y_pre[1:n/2] - 1
y_post <- 7 + 2 + TEffect * z + rnorm(n)
y_post[1:n/2] <- y_post[1:n/2] - 1
#
p_load(scales) # para usar alpha abajo (colores)
pre <- rep(0, length(y_pre[z==0]))
post <- rep(1, length(y_pre[z==0]))
# t=1
plot(jitter(pre, 0.6),
```

```
     y_pre[z == 0],
     ylim = c(0, 16),
     col = alpha("steelblue", 0.3),
     pch = 20,
     xlim = c(-0.5, 1.5),
     ylab = "Y",
     xlab = "Periodo",
     xaxt = "n",
     main = "Simulacion del DID Estimator")
axis(1, at = c(0, 1), labels = c("Antes", "Despues"))
# treatment t=1
points(jitter(pre, 0.6),
       y_pre[z == 1],
       col = alpha("darkred", 0.3),
       pch = 20)
# control t=2
points(jitter(post, 0.6),
       y_post[z == 0],
       col = alpha("steelblue", 0.5),
       pch = 20)
# treatment t=2
points(jitter(post, 0.6),
       y_post[z == 1],
       col = alpha("darkred", 0.5),
       pch = 20)
# lineas
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 1]), mean(y_post[z == 1])), col = "darkred")
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 0]), mean(y_post[z == 0])), col = "steelblue")
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 1]), mean(y_post[z == 0]) +
(mean(y_pre[z == 1])-mean(y_pre[z == 0]))), col = "darkred", lty = 2)
```




Ahora calculemos $\tau$ a mano:

```
mean(y_post[z == 1]) - mean(y_pre[z == 1]) -
(mean(y_post[z == 0]) - mean(y_pre[z == 0]))

## [1] 4.371355
```

También podemos usar Equation 3 para calcular $\tau$:

```
lm(I(y_post - y_pre) ~ z) # I significa isolate, que aisla

##
## Call:
## lm(formula = I(y_post - y_pre) ~ z)
##
## Coefficients:
## (Intercept)            z
##       1.752        4.371
```

Nota que $z$ es el *estado* del tratamiento, básicamente un vector de 0's y 1's, y $\tau$ es el *efecto* "causal" asociado a la administración de $z$.

```
knitr::purl('FE_DifDif.Rnw')

## Error in parse_block(g[-1], g[1], params.src, markdown_mode):  Duplicate chunk label
'setup', which has been used for the chunk:
## if (!require("pacman")) install.packages("pacman"); library(pacman)
## p_load(knitr)
## set.seed(2020)
## options(scipen=9999999)
## if (!require("pacman")) install.packages("pacman"); library(pacman)

Stangle('FE_DifDif.Rnw')

## Writing to file FE_DifDif.R
```

## References

Card, David and Alan Krueger (1994). "Minimum Wages and Employment: A Case Study of the Fast-Food Industry in New Jersey and Pennsylvania." In: *The American Economic Review* 84.4, pp. 772–793.