

**Profesor:** Héctor Bahamonde, PhD.

**e:** [hector.bahamonde@uoh.cl](mailto:hector.bahamonde@uoh.cl)

**w:** [www.hectorbahamonde.com](http://www.hectorbahamonde.com)

**Curso:** MLE.

**TA:** Gonzalo Barria.

## I. INTRODUCCIÓN

Algunas veces tenemos la oportunidad de construir un contrafactual donde tanto  $i_{\tau(1)}$  como  $i_{\tau(0)}$  son observados para el *mismo*  $i$ . Esto en general sucede cuando observamos a  $i$  en dos tiempos distintos, esto es, en  $i_t$  y  $i_{t+1}$ , o en fácil,  $i$  *antes* de que se le administre  $\tau$  e  $i$  *después* de que se le administre  $\tau$ . En este tipo de casos estaríamos en posición de ver ambos “universos paralelos”. Cuando tenemos los mismos  $i$ ’s repetidos en el tiempo, solemos llamar a esta estructura de datos “panel data”. Esto se debe a que cada  $i$  es un “panel” que se repite, en este ejemplo, dos veces ( $t_1$  y  $t_2$ ). Pueden ser más veces en todo caso.

Sin embargo, esto no viene sin problemas. Hoy veremos dos técnicas:

1. *Fixed effects*.
2. *Difference in Differences*.

y ambas trabajan con “panel data”. Veamos cómo se ven los datos de panel:

```
p_load(AER, plm, stargazer)
data(Fatalities)
head(Fatalities)[1:2]

##   state year
## 1    a1 1982
## 2    a1 1983
## 3    a1 1984
## 4    a1 1985
## 5    a1 1986
## 6    a1 1987
```

Aquí en este caso vemos que el estado de Alabama (AL) se repite por varios años.

## II. FIXED EFFECTS

Una de las ventajas de la randomización es que “borra” (o “ignora”) las características (observables y no) de  $i$  y asigna el tratamiento  $\tau$  independientemente de esas características (esta es el “*ignorability assumption*”). Sin embargo, en el mundo observacional (i.e. no experimental) esto no es posible. Qué herramientas podemos en el mundo observacional para tratar de aproximarnos al mundo experimental y “borrar” las características individuales de todos los  $i$ ? Recuerda que si los  $i$ 's son similares, podemos atribuir el efecto causal observado sólo a la administración de  $\tau$ . Al “neutralizar” la características individuales de cada  $i$ , los *fixed effects* hacen justamente eso.

Supongamos que necesitamos estimar

$$\alpha \tag{1}$$

## III. DIFFERENCE IN DIFFERENCES

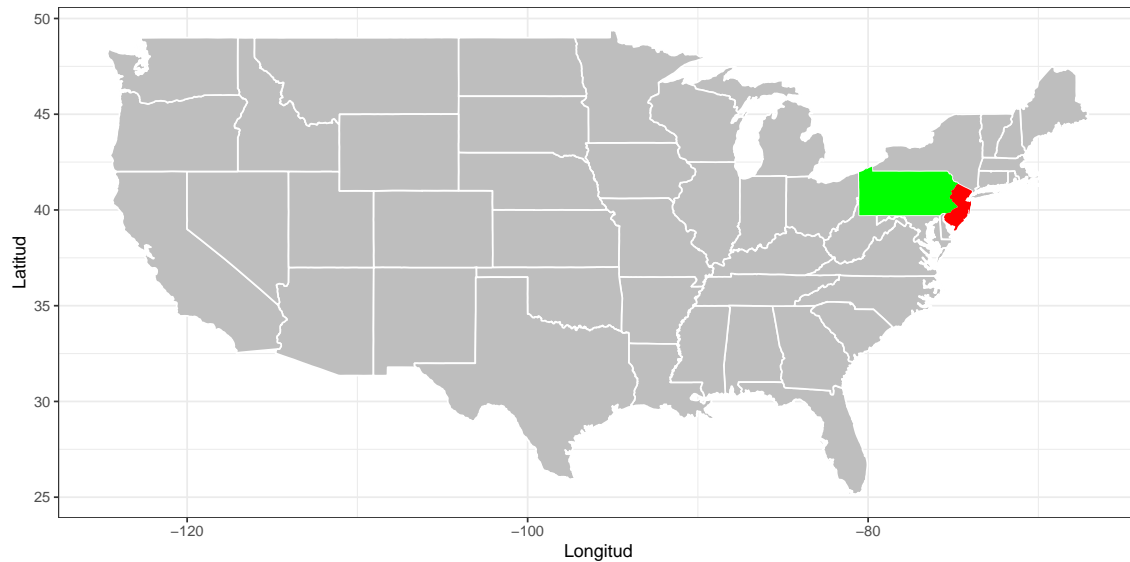
Otra herramienta que podemos usar cuando se trata de trabajar con tiempo, es el *difference in differences*. Card and Krueger (1994) tratan de usar la geografía como *as-if random* factor (?). La pregunta que ellos tenían era cuál es el efecto (causal?) en el empleo ante un incremento en el salario en el sector de comida rápida. En otras palabras, *qué ocurre con el empleo en este sector cuando aumenta el salario, sube o baja?*

```
# instalar librerías
p_load(ggplot2, dplyr, maps)

# declarar datos
all_states <- map_data("state")

# plot
ggplot(all_states,
       aes(x=long, y=lat, group = group)) +
  geom_polygon(fill="grey", colour = "white") +
  geom_polygon(fill="green", data = filter(all_states, region %in% c("pennsylvania")))
```

```
geom_polygon(fill="red", data = filter(all_states, region %in% c("new jersey"))
) +
theme_bw() +
xlab("Longitud") +
ylab("Latitud")
```



Sin embargo, PA y NJ puede que hayan sido distintos en varias características (que es lo más probable, no?). El problema es que si quisiéramos calcular el efecto causal  $\text{Desempleo}_{PA} - \text{Desempleo}_{NJ}$  cuando subimos el salario en NJ, ya PA podría contar con un piso que no estemos tomando en consideración. Cómo podríamos calcular el efecto causal  $\tau$ , pero *tomando en cuenta las características de base de PA*?

Veámos un gráfico que podría aclarar lo que queremos.

```
plot(c(0, 1), c(6, 8),
     type = "p",
     ylim = c(5, 12),
     xlim = c(-0.3, 1.3),
     main = "El Estimador de Difference in Difference",
     xlab = "Periodo",
```

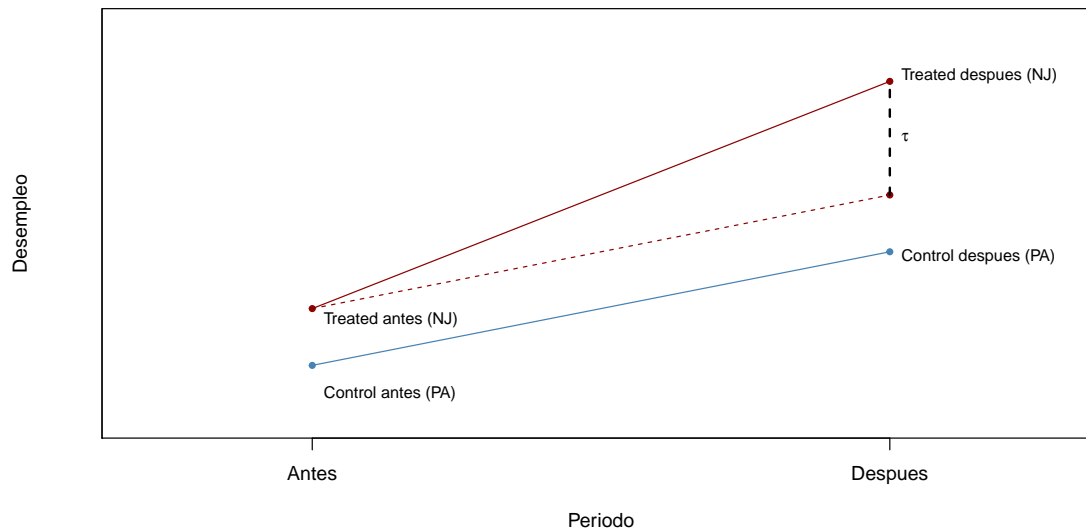
```
ylab = "Desempleo",
col = "steelblue",
pch = 20,
xaxt = "n",
yaxt = "n")

#
axis(1, at = c(0, 1), labels = c("Antes", "Despues"))
axis(2, at = c(0, 13))
# treatment
points(c(0, 1, 1), c(7, 9, 11),
       col = "darkred",
       pch = 20)

#
lines(c(0, 1), c(7, 11), col = "darkred")
lines(c(0, 1), c(6, 8), col = "steelblue")
lines(c(0, 1), c(7, 9), col = "darkred", lty = 2)
lines(c(1, 1), c(9, 11), col = "black", lty = 2, lwd = 2)

#
text(1, 10, expression(tau), cex = 0.8, pos = 4)
text(0, 5.5, "Control antes (PA)", cex = 0.8, pos = 4)
text(0, 6.8, "Treated antes (NJ)", cex = 0.8, pos = 4)
text(1, 7.9, "Control despues (PA)", cex = 0.8, pos = 4)
text(1, 11.1, "Treated despues (NJ)", cex = 0.8, pos = 4)
```

### El Estimador de Difference in Difference



- Cuál es el contrafactual?
- Qué significa o cómo leemos  $\tau$ ?

De manera más formal,  $\tau = \beta_1$  en Equation 2:

$$\Delta y_i = \beta_0 + \beta_1 z_i + \epsilon_i \quad (2)$$

donde  $z$  es el *estado* del tratamiento, básicamente un vector  $x$  de 0's y 1's,  $\Delta y_i$  es la diferencia (el “delta”) en  $y$  cuando  $z(0)$  cambia a  $z(1)$ , y  $\tau = \beta_1$  es el *DID estimator* especificado en Equation 3:

$$\tau = (y_{\text{Control Antes}} - y_{\text{Control Después}}) - (y_{\text{Treated Antes}} - y_{\text{Treated Después}}) \quad (3)$$

Si te fijas, el estimador es “la diferencia de la diferencia” (o “*difference in difference*”).

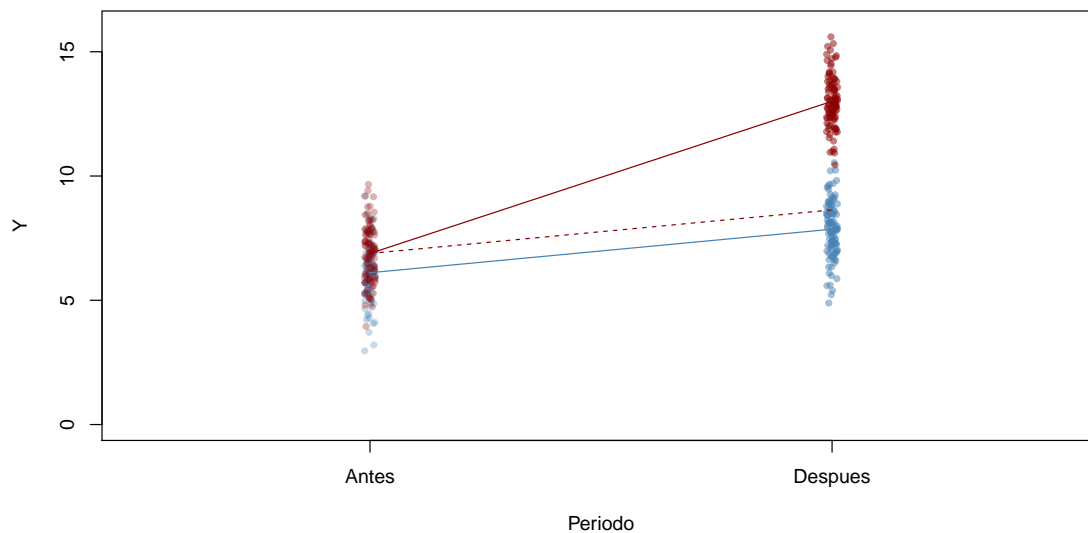
Cocinemos unos datos.

```
n <- 200
# definir tau
TEffect <- 4
```

```
# generar dummy de treatment
z <- c(rep(0, n/2), rep(1, n/2))
# simular pre y post treatment en la y
y_pre <- 7 + rnorm(n)
y_pre[1:n/2] <- y_pre[1:n/2] - 1
y_post <- 7 + 2 + TEffect * z + rnorm(n)
y_post[1:n/2] <- y_post[1:n/2] - 1
#
p_load(scales) # para usar alpha abajo (colores)
pre <- rep(0, length(y_pre[z==0]))
post <- rep(1, length(y_pre[z==0]))
# t=1
plot(jitter(pre, 0.6),
     y_pre[z == 0],
     ylim = c(0, 16),
     col = alpha("steelblue", 0.3),
     pch = 20,
     xlim = c(-0.5, 1.5),
     ylab = "Y",
     xlab = "Periodo",
     xaxt = "n",
     main = "Simulacion del DID Estimator")
axis(1, at = c(0, 1), labels = c("Antes", "Despues"))
# treatment t=1
points(jitter(pre, 0.6),
       y_pre[z == 1],
       col = alpha("darkred", 0.3),
       pch = 20)
# control t=2
points(jitter(post, 0.6),
       y_post[z == 0],
```

```
col = alpha("steelblue", 0.5),
pch = 20)
# treatment t=2
points(jitter(post, 0.6),
      y_post[z == 1],
      col = alpha("darkred", 0.5),
      pch = 20)
# lineas
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 1]), mean(y_post[z == 1])), col = "darkred")
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 0]), mean(y_post[z == 0])), col = "steelblue")
lines(c(0, 1), c(mean(y_pre[z == 1]), mean(y_post[z == 0])) +
      (mean(y_pre[z == 1]) - mean(y_pre[z == 0]))), col = "darkred", lty = 2)
```

Simulacion del DID Estimator



Ahora calculemos  $\tau$  a mano:

```
mean(y_post[z == 1]) - mean(y_pre[z == 1]) -
(mean(y_post[z == 0]) - mean(y_pre[z == 0]))
## [1] 4.371355
```

También podemos usar [Equation 2](#) para calcular  $\tau$  (que recuerda es igual a  $\beta_1$ ):

```
lm(I(y_post - y_pre) ~ z)

##
## Call:
## lm(formula = I(y_post - y_pre) ~ z)
##
## Coefficients:
## (Intercept)          z
##      1.752      4.371
```

Nota que  $z$  es el *estado* del tratamiento, básicamente un vector  $x$  de 0's y 1's, y  $\tau$  es el *efecto* “causal” asociado a la administración de  $z$ . Es análogo a decir  $\beta_1 x_1$ .

```
knitr::purl('FE_DifDif.Rnw')

## Error in parse_block(g[-1], g[1], params.src, markdown_mode): Duplicate chunk label
## 'setup', which has been used for the chunk:
## if (!require("pacman")) install.packages("pacman"); library(pacman)
## p_load(knitr)
## set.seed(2020)
## options(scipen=9999999)
## if (!require("pacman")) install.packages("pacman"); library(pacman)

Stangle('FE_DifDif.Rnw')

## Writing to file FE_DifDif.R
```



## REFERENCES

Card, David and Alan Krueger (1994). “Minimum Wages and Employment: A Case Study of the Fast-Food Industry in New Jersey and Pennsylvania.” In: *The American Economic Review* 84.4, pp. 772–793.