Profesor: Héctor Bahamonde.
e:hector.bahamonde@uoh.cl
w:www.hectorbahamonde.com

Regression Discontinuity Designs (RDDs)—Sharp Designs

La idea de este método es poder imitar RCTs (*randomized control trials*). Su foco es poder imitar la asignación aleatoria de un tratamiento experimental, particularmente, en lo que respecta a la construcción "**teórica**" de un grupo *pre-treatment* y otro *post-treatment*. Sin embargo, la asignación a tratamiento *no* es aleatoria, si no que depende de otras variables.

Imagina el siguiente problema. Supongamos que queremos saber el efecto que tuvo una política pública. Qué herramientas econométricas podrías usar para simular un efecto causal del tratamiento?

Partiremos pensando en una ecuación lineal, donde nuevamente z es nuestro (cuasi) tratamiento. La variable z es binaria [0, 1] y representa si la observación i fue tratada $z(1)$ o no $z(0)$. Como en todos los supuestos de la inferencia causal, el promedio de los **observables** de $i(1)$ y $i(0)$ son iguales. Veamos la ecuación:

$$y_i \; = \; \beta_0 + \beta_1 x_i + \pi z_i + \rho x_i z_i + \epsilon_i \tag{1}$$

donde y_i es la variable dependiente, β_0 es el intercepto y ϵ_i es el residuo para la observación i. Además, β_1 es el efecto asociado a cierta variable de control x. Importantemente, existen dos maneras de ver (cuasi) causalidad en Equation 1:

1. **"Cambio en el intercepto"**: Se observa al ver el efecto y significancia de π que es el parámetro a estimar asociado al tratamiento (o "intercepto") z. Considera que un diseño RDD también denomina "intercepto" a la variable z (además de β_0). Esto es correcto toda vez que *un* intercepto es el valor asociado a cuando todos los $x's$ son cero. De hecho, cuando estudiemos *fixed effects*, veremos que es posible estimar muchos interceptos. En el caso de los RDD, sólo estimamos un intercepto adicional (z).

2. **"Cambio en el slope/pendiente"**: este se observa al ver el parámetro ρ que representa al efecto estimado *combinado* de la variable tratamiento z **y** la variable control x. Matemáticamente, esto significa que tendremos un parámetro asociado a un **término de interacción** de la siguiente forma: $\rho(x_i \times z_i)$.

Términos de Interacción

Se usan cuando queremos saber el efecto combinado de dos variables. Por ejemplo, si quisiéramos saber cuál es el efecto que tiene *género* (x_1) **y** (esto es, en **combinación con**) *educación* (x_2) sobre *ingresos* (y_i), deberíamos estimar la siguiente ecuación:

$$\text{ingresos}_i \; = \; \beta_0 + \beta_1 \text{género}_i + \beta_2 \text{educación}_i + \beta_3 \text{género}_i \times \text{educación}_i + \epsilon_i \tag{2}$$

Fíjate que cada vez que incluimos un término de interacción ($\text{género}_i \times \text{educación}_i$), para interpretar su parámetro asociado (β_3), es necesario incluir los sub-términos por separados. Esto es, permitir que la ecuación tenga un parámetro independiente asociado a *género* y *educación*, esto es, β_1 y β_2 (tal y como aparece en Equation 2). Si estimamos sólo la siguiente ecuación, β_3 estará sesgado. **NO HAGAS LO SIGUIENTE**:

$$\text{ingresos}_i \;=\; \beta_0 + \beta_3 \text{género}_i \times \text{educación}_i + \epsilon_i \tag{3}$$

Debido a que los efectos (cuasi) causales en los RDDs son (matemáticamente hablando) términos de interacción, era necesario saber qué es lo que eran. Ahora que sabemos lo que es un término de interacción, volvamos a los RDD y sus supuestos.

Supuestos

1. **Criterio de corte**. Es importante tomar en cuenta que z **no** está asignado aleatoriamente. En otras palabras, la **discontinuidad** que pudiera existir en x *no* es debido a z, sino que **solamente** a x—y este es el supuesto. Esto no es precisamente una desventaja. Al contrario, te permite evaluar el efecto de x sobre y en dos grupos distintos ($y(1)$ y $z(0)$).
   En un experimento propiamente tal, z siempre es aleatorio. En nuestro mundo observacional, sin embargo, esto no es el caso.

2. **La relación entre x e y no es mejor explicada por una funcion polynomial** (Fig. 6.1.1 en *Mostly Harmless Econometrics*). El "salto" que se produce en y al cambiar de $z(0)$ a $z(1)$ es mejor explicado por z mismo que por ejemplo, una función polynomial. Esto es, con interacciones, tal y como en Equation 2, pero esta vez, la variable es multiplicada por sí misma (como en Equation 4). Un ejemplo de una regresión polynomial permite curvas en la linea, y en general se ven así:

$$y_i \;=\; \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 (x_i)^2 + \epsilon_i \tag{4}$$

3. **La variable x es continua**.

Preparación

Si todos estos supuestos se cumplen, debemos seguir los siguientes pasos:

1. **Transformar los datos**. Más formalmente, esto quiere decir que debemos manipular x. En otras palabras, debemos acercar la distribución hacia el eje Y—hacia el intercepto. Esto se hace mediante la siguiente sustracción: $x_i - x_{\text{corte}}$. De esta manera, cualquier efecto (cuasi) causal se observará respecto al "alejamiento" del eje Y (es decir, del intercepto).

2. **Convertir z en una dummy [0,1]**.

3. **Inspección visual** entre x, y y z. *Plotear* distribuciones.

4. **Estimar modelo general Equation 1**.

Estimación

Realizando estos pasos, deberemos estimar la siguiente ecuación:

$$y_i \;=\; \beta_0 + \beta_1 (x_i - x_{\text{corte}}) + \pi z_i + \rho_2 (x_i - x_{\text{corte}}) \times z_i + \epsilon_i \tag{5}$$

Estimaremos este modelo general en los siguientes ejercicios en el `R` *script*.

"Cambio en el intercepto" (π)

Si te fijas, contiene dos resultados diferentes (que se pueden ver en el output de `R`). La siguiente ecuación nos muestra un resultado para $z(1)$ y otro para $z(0)$.

$$
\begin{aligned}
y_i &= \beta_0 + \beta_1(x_i - x_{\text{corte}}) + \pi(0) + \rho_2(x_i - x_{\text{corte}}) \times 0 + \epsilon_i \\
y_i &= \beta_0 + \beta_1(x_i - x_{\text{corte}}) + \pi(1) + \rho_2(x_i - x_{\text{corte}}) \times 1 + \epsilon_i
\end{aligned} \tag{6}
$$

lo que en números significa,

$$
\begin{aligned}
y_i(0) &= 54.716 + 5.365(x_i - 10.5) + \cancel{46.459 \times (0)} + \cancel{(-1.101)(x_i - 10.5) \times (0)} + \epsilon_i \\
y_i(1) &= 54.716 + 5.365(x_i - 10.5) + 46.459 \times (1) + (-1.101)(x_i - 10.5) \times (1) + \epsilon_i
\end{aligned} \tag{7}
$$

Recuerda que 10.5 equivale al corte. Es claro ver que Equation 7 nos muestra el pre-treatment $z(0)$ y el post-treatment $z(1)$. Y eso se ve reflejado en el *output* de `R`. Si estamos interesados en observar el intercepto z, debemos observar el efecto y significancia de $\pi = 54.716$, que es altamente significativa. Podemos concluir que hay evidencia suficiente para sugerir que existe un cambio estadísticamente significativo en el intercepto.

Hasta ahora, hemos analizado π. Examinemos ρ.

"Cambio en el slope/pendiente" (ρ)

Otra manera de ver el efecto (cuasi) causal de Equation 1, es observar el parámetro ρ que está asociado al término de interacción ($x_i \times z_i$). Es importante que entiendas que matemáticamente el parámetro ρ es una multiplicación entre x_i (vector) y z (escalar, 0's y 1's)—en `R` aparece como `I(x - corte):z1`.

Por Qué Esta Técnica Es (Cuasi) Experimental?

1. Observaciones no saben con anticipación dónde será el corte.
2. **Supuesto de exogeneidad de z a medida que nos acercamos al corte en x.** Similitud de características observables en x. Pero pérdida de eficiencia estadística.

Estimador

En ambas llegadas, tanto π como ρ es el ATT, o *average treatment effect on the treated.*

Más formalmente, el ATT es definido como,

$$
\begin{aligned}
E[\delta|z=1] &= E[y_1 - y_0|z=1] \\
&= E[y_1|z=1] - E[y_0|z=1]
\end{aligned} \tag{8}
$$

En palabras, el efecto causal esperado δ una vez que el tratamiento z_1 es administrado. $E[\delta|z=1]$ es la diferencia entre entre aquellos individuos y_1 que sí se les administró el tratamiento z_1 y aquellos individuos y_0 a quienes se les *hubiera administrado* el tratamiento z_1 ($E[y_0|z=1]$); esta última parte es el *contrafacual*). Obviamente $E[y_0|z=1]$ no es observado.

Debido a que existe "*perfect compliance*", es posible igualar el ATT con el ATE, que es el *average treatment effect*, y computar: $E[y_1|z=1] - E[y_0|z=0]$ (que se reduce a un test de medias).