Véletlen fizikai folyamatok, második házi feladat

Horváth Bendegúz

2018. február 24.

1. feladat

A feladat szövege

A következőfeladatban leírt Perrin kísérlet megértéséhez oldjuk meg először a két-dimenziós Brown mozgás egy egyszerűváaltozatát: l rácsállandójúnégyzetrácson egy részecske τ időközönként, egyenlő valószínűséggel ugrik a négy szomszédos rácspont egyikébe. A részecske $(x0 = 0, y0 = 0)$ pontból indul. Határozzuk meg a $t = N\tau$ idő alatti várható elmozdulást, $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\langle x_t^2 \rangle + \langle y_t^2 \rangle}$-t!

A feladat megoldása

Bla

2. feladat

A feladat szövege

Perrin kísérletében kolloid részecskék mozgását vizsgáalták híg, vizes oldatban. A részecskék sugara $a = 0.52\mu m, \tau = 30s$-ként mérték a helyzetüket, s az ábrán látható négyzetrács rácsállandóa $3.125\mu m$. Becsüljük meg a kolloidrészecskék diffúziós együtthatóját kétféleképpen: (a) a kezdő és a végpont közötti elmozdulásból, feltételezve, hogy a mozgás diffúziv, és (b) a τ idő alatti ugráshosszok négyzetének átlagából!

A feladat megoldása

(a) A feladat megoldásához meg kellett számolni mind a 3 részecskének a kiindulási helyüktől megtett távolságot és a lépések számát. Az így kapott eredményeket a következő táblázatban foglalom össze:

részecske	lépések száma	távolság négyzete [m]	t [s]
baloldali	46	$2.225 \cdot 10^{-9}$	1380
középső	30	$2.769 \cdot 10^{-9}$	900
jobboldali	40	$0.711 \cdot 10^{-9}$	1200

Kihasználva a következő összefüggést a diffúziós együtthatóra:

$$R^2(t) = 2Dt.$$

$R(t)$ a kiindulásiponttól megtett távolsága, a képletbe behelyettesítve a diffúzós állandók sorrendben $8.15 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$, $1.53 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}$, és $2.96 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ lettek. Ezeknek az átlaga $D = 8.83 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$.

(b) Ennél a feladatnál le kellett számolni egy bolyongásban az összes lépésnek a négyzetét, majd ennek az átlagát venni. Ezt megtettem, a számolásokat egy táblázatkezelő programban végeztem [1] . A D diffúziós együtthatót a következő módon lehet megkapni az ugráshosszok négyzetének átlagából:

$$D = \frac{\langle \Delta^2 \rangle}{2\tau}.$$

Δ jelöli az ugráshosszakat, $\tau = 30s$ esetünkben. Így, balról jobbra az egyes bolyongásokhoz tartozó diffuziós együtthatók: $1.36 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}$, $6.24 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ és $7.52 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$.
A diffúziós együtthatók átlaga: $D = 9.12 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$

Bár az (a) és (b) feladatoban egyes bolyongásokhoz tartozó D-k különböznek egymástól, az átlagok viszont egész közel vannak egymáshoz. Ezért a 3-as feladatban a kettőnek az átlagát fogom használni a becslésben.

3. feladat

A feladat szövege

Használjuk a (2) feladat eredményét, valamint a Brown mozgás Langevin féle leírásának eredményeképp kapott kifejezést a kolloidrészecskék diffúziós együttthatójára, s becsüjük meg az Avogadro számot! A kolloidrészecskék sűrűségét tekinthetjük vízhez közelinek, a hőmérsékletet pedig szobahőmérsékletnek.

A feladat megoldása

4. feladat

A feladat szövege

Tegyük fel, hogy a kolloidrészecskék diffúziós együtthatójárajára kapott kifejezés extrapolálható molekuláris szintre. Milyen értéket kapunk egy nem túlságosan nagy molekulekula vízben történő termális mozgásának diffúziós együtthatójára? Keressünk nagy (biológiai) molekulákat (DNS?), amelyekre a diffúziós együtható ismert, s hasonlítsuk össze értéküket a becsüt eredménnyel!

A feladat megoldása

Hivatkozások

[1] Horváth Bendegúz, `http://hbendeguz.web.elte.hu/java/vélf2_1`