

# Véletlen fizikai folyamatok, második házi feladat

Horváth Bendegúz

2018. február 24.

## 1. feladat

### A feladat szövege

A következőfeladatban leírt Perrin kísérlet megértéséhez oldjuk meg először a két-dimenziós Brown mozgás egy egyszerűváaltozatát:  $l$  rácscellájú négyzet rácson egy részecske  $\tau$  időközönként, egyenlő valószínűséggel ugrik a négy szomszédos rácspont egyikébe. A részecske  $(x_0 = 0, y_0 = 0)$  pontból indul. Határozzuk meg a  $t = N\tau$  idő alatti várható elmozdulást,  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\langle x_t^2 \rangle + \langle y_t^2 \rangle}$ -t!

### A feladat megoldása

Bla

## 2. feladat

### A feladat szövege

Perrin kísérletében kolloid részecskék mozgását vizsgálták híg, vizes oldatban. A részecskék sugara  $a = 0.52\mu m$ ,  $\tau = 30s$ -ként mérték a helyzetüket, s az ábrán látható négyzetrács rácscsúcsánál állandóan  $3.125\mu m$ . Becsüljük meg a kolloidrészecskék diffúziós együtthatóját kétféleképpen: (a) a kezdő és a végpont közötti elmozdulásból, feltételezve, hogy a mozgás diffúzív, és (b) a  $\tau$  idő alatti ugráshosszok négyzetének átlagából!

### A feladat megoldása

(a) A feladat megoldásához meg kellett számolni mind a 3 részecskének a kiindulási helyüktől megtett távolságot és a lépések számát. Az így kapott eredményeket a következő táblázatban foglalom össze:

részecske	lépések száma	távolság négyzete [m]	t [s]
baloldali	46	$2.225 \cdot 10^{-9}$	1380
középső	30	$2.769 \cdot 10^{-9}$	900
jobboldali	40	$0.711 \cdot 10^{-9}$	1200

Kihasználva a következő összefüggést a diffúziós együtthatóra:

$$R^2(t) = 2Dt.$$

$R(t)$  a kiindulási ponttól megtett távolsága, a képletbe behelyettesítve a diffúziós állandók sorrendben  $8.15 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ ,  $1.53 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}$ , és  $2.96 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$  lettek. Ezeknek az átlaga  $D = 8.83 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ .

(b) Ennél a feladatnál le kellett számolni egy bolyongásban az összes lépésnek a négyzetét, majd ennek az átlagát venni. Ezt megtettem, a számolásokat egy táblázatkezelő programban végeztem [1]. A  $D$  diffúziós együtthatót a következő módon lehet megkapni az ugráshosszok négyzetének átlagából:

$$D = \frac{\langle \Delta^2 \rangle}{2\tau}.$$

$\Delta$  jelöli az ugráshosszakat,  $\tau = 30s$  esetünkben. Így, balról jobbra az egyes bolyongásokhoz tartozó diffúziós együtthatók:  $1.36 \cdot 10^{-12} \frac{m^2}{s}$ ,  $6.24 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$  és  $7.52 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ .

A diffúziós együtthatók átlaga:  $D = 9.12 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$

Bár az (a) és (b) feladatban egyes bolyongásokhoz tartozó  $D$ -k különböznek egymástól, az átlagok viszont egész közel vannak egymáshoz. Ezért a 3-as feladatban a kettőnek az átlagát fogom használni a becslésben.

### 3. feladat

#### A feladat szövege

Használjuk a (2) feladat eredményét, valamint a Brown mozgás Langevin féle leírásának eredményeképp kapott kifejezést a kolloidrészecskék diffúziós együtthatójára, s becsüjük meg az Avogadro számot! A kolloidrészecskék sűrűségét tekinthetjük vízhez közelinek, a hőmérsékletet pedig szobahőmérsékletnek.

#### A feladat megoldása

A megoldáshoz elhasználjuk a következő kifejezést, ami a Brown-mozgás Langevin féle levezetéséből kaptunk:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a}$$

A kifejezésben  $\eta$  a viszkozitás,  $a$  a kolloidrészecske sugara,  $T$  a hőmérséklet. Esetünkben  $\eta$ -t víz közeli sűrűségűnek vettem,  $\eta = 8 \cdot 10^{-4} Pa \cdot s$ ,  $a = 5.2 \cdot 10^{-7} m$ ,  $T = 290^\circ K$ . és  $D$  az előző feladatból a kétféleképpen megkapott eredmény átlaga lett,  $D = 8.97 \cdot 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ . Ismert még, hogy

$$k_B = \frac{R}{N_A},$$

ahol a  $R$  az egyetemes gázállandó,  $N_A$  pedig az Avogadro-szám. Így a megoldandó egyenlet:

$$D = \frac{R \cdot T}{6\pi\eta a N_A}.$$

Megfelelő alakra rendezve és behelyettesítve az adatokat[1], az Avogadro-számra  $N_A = 3.461 \cdot 10^{23} mol^{-1}$  jön ki, ami kicsivel több mint a fele az elméleti értéknek.

## 4. feladat

### A feladat szövege

Tegyük fel, hogy a kolloidrészecskék diffúziós együtthatójára kapott kifejezés extrapolálható molekuláris szintre. Milyen értéket kapunk egy nem túlságosan nagy molekula vízben történő termális mozgásának diffúziós együtthatójára? Keressünk nagy (biológiai) molekulákat (DNS?), amelyekre a diffúziós együttható ismert, s hasonlítsuk össze értéküket a becsült eredménnyel!

### A feladat megoldása

### Hivatkozások

[1] Horváth Bendegúz, [http://hbendeguz.web.elte.hu/java/velf2\\_1](http://hbendeguz.web.elte.hu/java/velf2_1)