Persiapan KSN 2021 **Genap 2020/2021**

Lecture 4: *Analisis & Logika dari KSNP 2020*

Lecturer: Hendra Bunyamin

Notes ini membahas teori-teori dan soal-soal KSNP 2020. Referensi yang dapat digunakan oleh adik-adik adalah Aji and Gozali (2011).

4.1 Aritmetika Modular

(Aji and Gozali, 2011) Dalam subbab ini kita akan membahas **model** atau **hypothesis**, **cost function** atau **fungsi biaya**, dan **gradient descent** dari *regularized logistic regression* (Ng, 2021).

Perbedaan antara *logistic regression* dengan *regularized logistic regression* terletak pada bentuk *cost function* ($J(\theta)$)dan bentuk *gradient* ($\frac{\partial J}{\partial \theta}$) pada algoritma *gradient descent* yang digunakan.

Cost function atau fungsi biaya dari *regularized logistic regression* adalah sebagai berikut

$$J(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left[-y^{(i)} \log h(x^{(i)}) - (1 - y^{(i)}) \log(1 - h(x^{(i)})) \right] + \frac{\lambda}{2m} \sum_{j=1}^{n} \theta_j^2. \tag{4.1}$$

Latihan

Sebagai contoh, diberikan $\theta_0 = 1$, $\theta_1 = 2$, dan $\theta_2 = 3$ sehingga model kita menjadi

$$h(x_1, x_2) = \frac{1}{1 + e^{-(1+2x_1+3x_2)}} \tag{4.2}$$

dengan dataset $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)})$ untuk $i = 1, 2, 3, 4$ sebagai berikut

$$x^{(1)} = (1, 1),\ x^{(2)} = (1, 2),\ x^{(3)} = (2, 1),\ x^{(4)} = (2, 2) \tag{4.3}$$

dan

$$y^{(1)} = 1,\ y^{(2)} = 0,\ y^{(3)} = 1,\ y^{(4)} = 0. \tag{4.4}$$

Hitunglah *cost function* atau fungsi biaya dari model *regularized logistic regression* dengan $\lambda = 1$ pada Persamaan (4.1).

Algoritma optimasi (*optimization algorithm*) yang digunakan masih tetap *gradient descent* seperti berikut

$$\begin{aligned}
\theta_0 &= \theta_0 - \alpha \times \frac{\partial J}{\partial \theta_0} \\
\theta_1 &= \theta_1 - \alpha \times \frac{\partial J}{\partial \theta_1} + \frac{\lambda}{m}\theta_1 \\
\theta_2 &= \theta_2 - \alpha \times \frac{\partial J}{\partial \theta_2} + \frac{\lambda}{m}\theta_2 \\
&\vdots \\
\theta_n &= \theta_n - \alpha \times \frac{\partial J}{\partial \theta_n} + \frac{\lambda}{m}\theta_n
\end{aligned} \tag{4.5}$$

dengan $\frac{\partial J}{\partial \theta_0}$, $\frac{\partial J}{\partial \theta_1}$, $\ldots$, $\frac{\partial J}{\partial \theta_n}$ adalah *gradient-gradient* untuk setiap θ_i, $i = 0, 1, \ldots, n$. Lebih spesifik,

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_0} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)}) \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_j} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)})x_j^{(i)} + \frac{\lambda}{m}\theta_j \qquad \text{dengan } j = 1, \ldots, n \tag{4.7}$$

Oleh karena itu, dengan mensubstitusi Persamaan (4.6) dan Persamaan (4.7) ke Persamaan (4.5), kita peroleh

$$\theta_0 = \theta_0 - \alpha\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)}) \text{ dan} \tag{4.8}$$

$$\theta_j = \theta_j - \alpha\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(h(x^{(i)}) - y^{(i)})x_j^{(i)} + \frac{\lambda}{m}\theta_j \qquad \text{untuk } j = 1, 2, \ldots, n. \tag{4.9}$$

Latihan

Dengan menggunakan dataset pada (4.3) dan (4.4) dan $\alpha = 0.1$ dan $\theta_0 = \theta_1 = \theta_2 = 0$, hitunglah

a. θ_0 yang baru,
b. θ_1 yang baru, dan
c. θ_2 yang baru.

4.2 Softmax Regression

Untuk mengatasi masalah multi-class classification, *logistic regression* dapat digunakan Selain menggunakan model

Daftar Pustaka

Aji, A. F. and Gozali, W. (2011). Pemrograman kompetitif dasar: Panduan memulai osn informatika, acm-icpc, dan sederajat versi 1.9. `https://toki.id/buku-pemrograman-kompetitif-dasar`.

Ng, A. Y. (2021). Logistic regression. `https://www.coursera.org/learn/machine-learning/home/week/3`. Accessed: 2021-03-16.