

Study Kasus 2: *Cobweb* dalam Bidang Ekonomi

IN232 Matematika Diskrit

Latar Belakang

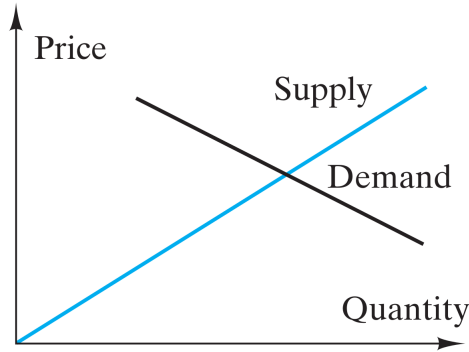


Figure 1: Model ekonomi dengan dua garis lurus sebagai penawaran (*supply*) dan permintaan (*demand*) (Johnsonbaugh, 2017)

Asumsikan bahwa model ekonomi memiliki penawaran (*supply*) dan permintaan (*demand*) yang diberikan oleh dua persamaan linier pada Figure 1. Persamaan *demand* diberikan oleh persamaan

$$p = a - bq, \quad (1)$$

dengan p adalah harga (*price*), q adalah kuantitas atau jumlah (*quantity*), dan a dan b adalah masing-masing parameter bernilai positif. Identy adalah bahwa ketika harga (*price*) meningkat, permintaan konsumen menurun. Persamaan *supply* digambarkan oleh persamaan

$$p = kq, \quad (2)$$

dengan p adalah harga (*price*), q adalah kuantitas atau jumlah (*quantity*), dan k adalah parameter bernilai positif.

Asumsikan lebih lanjut bahwa ada jeda waktu ketika penawaran bereaksi terhadap perubahan. (Sebagai contoh, waktu dibutuhkan untuk memproduksi barang dan juga waktu dibutuhkan untuk bercocok tanam.) Interval waktu diskrit ditunjukkan sebagai $n = 0, 1, \dots$. Dengan adanya interval waktu diskrit ini, asumsikan bahwa *demand* digambarkan oleh

$$p_n = a - bq_n, \quad (3)$$

dengan pada saat waktu n , kuantitas q_n dari suatu produk akan dijual pada harga p_n . Demikian juga dengan asumsi *supply* diberikan oleh

$$p_n = kq_{n+1}, \quad (4)$$

dengan satu unit waktu diperlukan bagi pabrikan untuk memproduksi produk dengan kuantitas q_{n+1} , pada waktu $n + 1$, dengan harga p_n , pada waktu sebelumnya, yaitu n . Persamaan (4) dapat ditulis sebagai

$$q_{n+1} = p_n/k. \quad (5)$$

Dengan menuliskan Persamaan (3) pada saat $n + 1$, yaitu $p_{n+1} = a - bq_{n+1}$ dan melakukan substitusi Persamaan (5) ke dalamnya, diperoleh relasi rekurensi dari *price* sebagai berikut:

$$p_{n+1} = a - \frac{b}{k}p_n \quad (6)$$

Perubahan harga sepanjang waktu dapat dilihat secara grafis. Jika harga awalnya adalah p_0 , pabrikan akan bersedia menyediakan kuantitas q_1 , pada waktu $n = 1$. Kuantitas ini ditemukan dengan bergerak secara horizontal ke kurva *supply* (lihat Figure (2)). Namun, kekuatan pasar mendorong harga turun ke p_1 , seperti yang dapat dilihat ketika terjadi pergerakan vertikal ke kurva *demand*. Pada harga p_1 , pabrikan akan bersedia menyediakan jumlah q_2 pada waktu $n = 2$, seperti yang diperlihatkan ketika terjadi pergerakan secara horizontal ke kurva *supply*. Sekarang kekuatan pasar mendorong harga hingga p_2 , seperti yang terlihat dengan pergerakan secara vertikal ke kurva *demand*. Dengan melanjutkan proses ini, "sarang laba-laba" diperoleh seperti yang ditunjukkan pada Figure (2).

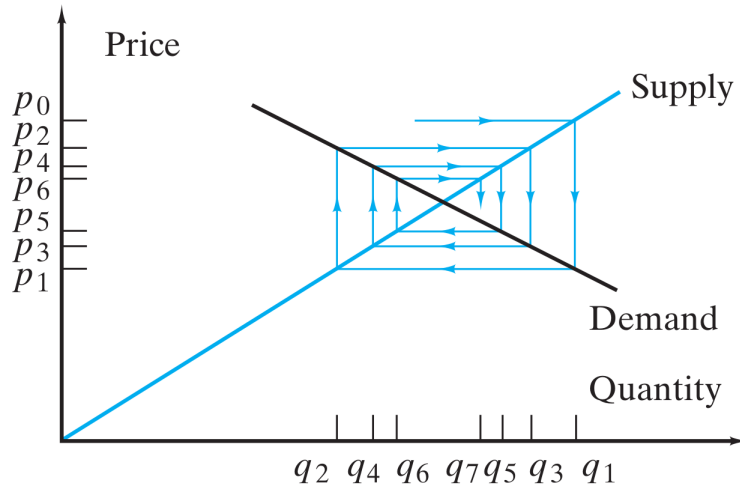


Figure 2: Cobweb dengan harga yang stabil (Johnsonbaugh, 2017)

Implementasi

1. Ubahlah relasi rekurensi di Persamaan (6) menjadi *solusi eksplisit*.
2. Implementasi Persamaan (6) dalam program.

```
def compute_cobweb(p_0, a, b, k, n):
    """
    Compute a price at n based on cobweb recursive relation

    Parameters:
    -----
    p_0 : float
        An initial price

    a, b, k : float
        Three positive parameters

    n : int
        The final time for the price to be computed
```

```
Returns:
-----
p_n : float
    The final price at time n
"""
pass
```

Sebagai test drive, silakan anda hitung secara manual dan bandingkan hasil manual dengan hasil program.

References

Johnsonbaugh, R. (2017). *Discrete Mathematics 8th Edition*. Pearson.