令牌桶算法

- 令牌通是网络流量整形和限制中最常见的一种算法，令牌桶可控制发送到网络上的数据数目，并允许少量突发数据的发送。其基本原理为：当信元到达后，若有令牌则信元与令牌一起离开，若无令牌，则信元在缓冲区等待；令牌以恒定速率产生，若有信元到来，则和信元一起离开，若无信元则令牌置于令牌同中；

排队网络基本概念

- 排队网络是一个比较复杂的服务系统，在此系统中需要讨论多个对列的互联问题，如顾客流的分开与合并，对列的 串并联组合等。比如：计算机系统中的处理单元或者通信系统中的某些网络节点（交换机或路由器），每个服务站中包括一个对列（该对列可以有一个或多个服务员）

三种基本类型

- 开环网络：至少有一个来自外部的输入顾客流和至少一个输出到外部的输出顾客流
- 闭环网络：所有顾客永远在网络内循环流动
- 混合网络：若所研究的排队网络对某些顾客流是开放的，而对其他顾客流是闭合的。

6.1开放Jackson网络系统

定义6.1:一个排队网络系统被定义为Jackson网络,那么它满足:

1. 所有的系统外的访问者,不论首先访问哪一个服务站, 均服从泊松分布
2. 不论哪一个服务站,所有的服务时间, ,均服从指数分布
3. 所有的服务站, 均可接待无限数量的顾客
4. 当一个顾客被完成了一个服务以后,其转移到另一个服务站的概率,与该顾客已经接受的服务过程无关,与其它的服务所在的服务站无关.

Jackson网络系统可以是开放的,也可以是闭合的. 开放的Jackson网络系统接受系统外顾客的来访顾客也可以离开.闭合的Jackson网络系统不接受系统外顾客的来访,也没有顾客离开.机器维修保养系统,可以看做是闭合的, 机器工作时机器处于一种状态, 机器不工作时,机器处于另一种状态,当机器修好, 机器回到第一中第一种工作状态.

6.2开放Jackson网络系统

我们使用例子开始讨论开放Jackson网络系统,演示如何求出解答.

例6.1

某工作站有三种服务:加工,细加工,装饰,顾客访问该工作站,首先要进行加工,然后80%的顾客进行细加工,再被装饰,其余1/5的顾客直接被装饰. 工作站内有一台机器进行加工,平均加工时间为5分钟, 有两台机器进行细加工, 每台每次平均加工时间为15分钟, 有一台机器进行装饰, 平均加工时间为6分钟,全部服从指数分布.顾客到工作站访问的个数为泊松分布,平均7.5分钟一个新顾客到来.整个工作流程如图6.1所示

工作流程图

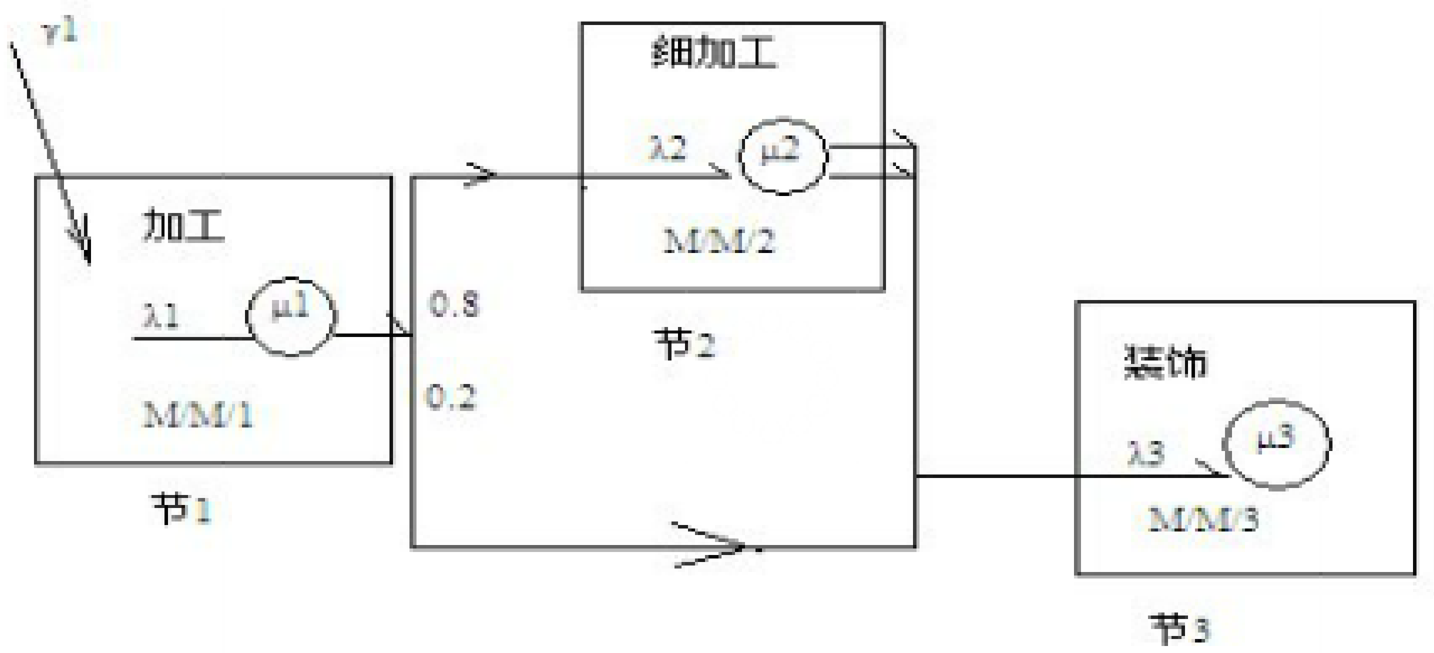


图6.1: 例6.1描述的排队网络系统

solution

首先可以确定这是一个Jackson网络系统,根据陈述,我们写出其转移矩阵:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

这里节1为加工,节2为细加工,节3为装饰出站.

解决Jackson网络系统的步骤为首先确定每个节点的顾客访问率,然后对每个节点按照独立的M/M/c系统处理.

Visit Rate

那么我们首先计算三个节点的事件发生率:

很明显,对于节点1:

λ_1=1/7.5*60=8/小时

对于节点2:

λ_2= λ_1*0.8=6.4/小时

对于节点3:

λ_3= λ_1*0.25+ λ_2=8*0.2+6.4=8/小时

下面我们计算服务率,根据陈述,

显然μ_1=60/5=12/小时, μ_2 =60/15=4/小时, μ_3 =60/6=10/小时.

Solution

对于节点1和节点3, M/M/1系统,使用第四章的稳定状态下系统中顾客数目的平均值确4.6

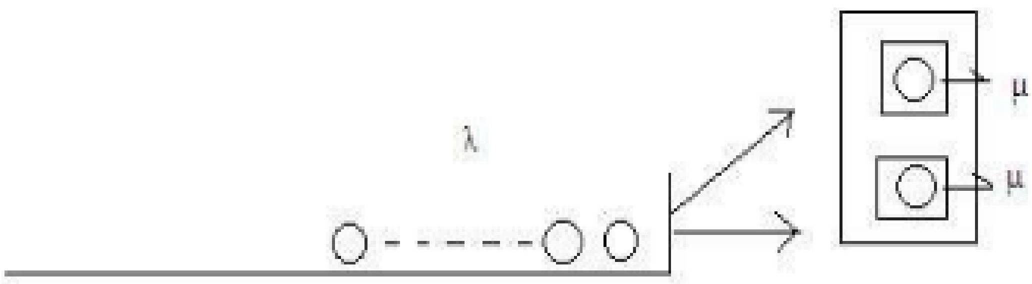
$$L = \frac{\rho}{(1-\rho)}$$

$\rho_1 = \lambda_1 / \mu_1 = 8/12 = 0.667$, $\rho_3 = \lambda_{23} / \mu_3 = 8/10 = 0.8$,

因此$L_1 = 0.667/(1-0.667) = 2$

$L_3 = 0.8/(1-0.8) = 4$

对于节点2,它是 M/M/2系统,见图2



具有两个服务器的系统

可以证明,M/M/2系统的平均顾客数目为

$$L = \frac{2\rho}{1-\rho^2}$$

平均排队等待数目为

$$L_q = \frac{2\rho^3}{1-\rho^2}$$

因此 L_2=2*0.8/(1-0.8^2)=4.44.

可以得到,

节点1没有顾客的概率为p_{01}=1- ρ_{01}=1-2/3=1/3,

节点2没有顾客的概率为p_{02}=1/9,

节点3没有顾客的概率为p_{03}=1- ρ_{03}=1-0.8=0.2.

例6.2

某工作站有三种服务:加工,细加工,装饰,顾客访问该工作站,首先要进行加工,然后4/5的顾客进行细加工,再被装饰,其余1/5的顾客直接被装饰. 在所有被细加工的顾客有10%的顾客需要退回到第一种状态重新加工.在所有被装饰的顾客也有10%的顾客需要退回到第一种状态重新加工. 工作站内有一台机器进行加工,平均加工时间为5分钟, 有两台机器进行细加工, 每台每次平均加工时间为15分钟, 有一台机器进行装饰, 平均加工时间为6分钟,全部服从指数分布.顾客到工作站访问的个数为泊松分布,平均7.5分钟一个新顾客到来.

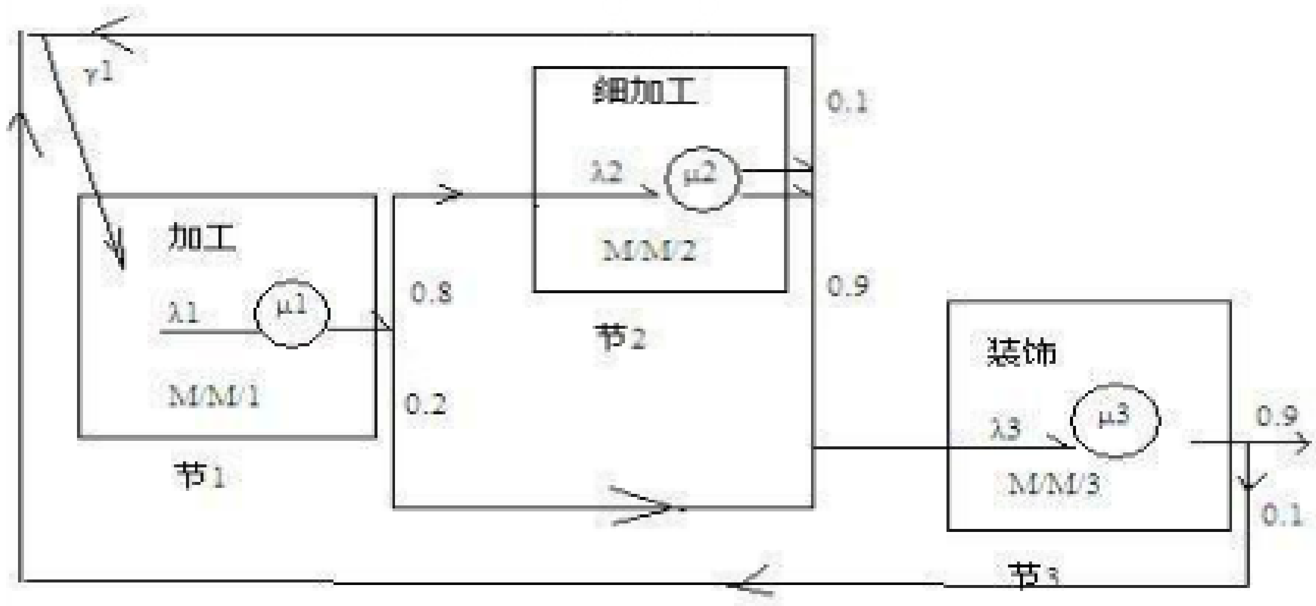


图6.2. 例6.1描述的网络系统

解:

首先可以确定这是一个Jackson网络系统,根据陈述,我们写出其转移矩阵:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0 & 0.9 \\ 0.1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

这里节1为加工,节2为细加工,节3为装饰出站. 使用6.1,

$\lambda_1=8+0.1\,\lambda_2+0.1\,\lambda_3$

$\lambda_2=0.8\,\lambda_1$

$\lambda_3=0.2\,\lambda_1+0.9\,\lambda_2$

解这个方程组,由第三式我们得到$\lambda_3=0.92\lambda_1$,与第二式一起代入第一式, $\lambda_1=9.662$,

$\lambda_2=7.729$, $\lambda_3=8.889$,

其相应的服务率为

$\mu_1=60/5=12$/小时, $\mu_2=60/15=4$/小时, $\mu_3=60/6=10$/小时.

那么

$\rho_1=\lambda_1/\mu_1=9.662/12=0.8052$,

$\rho_2=\lambda_2/(2\mu_2)=7.729/8=0.9661$

$\rho_3=\lambda_3/\mu_3=8.889/10=0.8889$,

对于节点1和节点3, M/M/1系统,使用第四章的稳定状态下系统中顾客数目的平均值

$$L=\frac{\rho}{(1-\rho)}$$

因此L_1=0.8052/(1-0.8052)=4.1326

L_3=0.8889/(1-0.8889)=8.0009

对于节点2,M/M/2系统的平均顾客数目为

$$L_2 = \frac{2\rho}{1-\rho^2} = \frac{2*0.9661}{1-0.9661^2} = 28.99$$

因此顾客在整个网络系统停留数目的期望值为$L= L_1+ L_2+ L_3$=41.124.

在节点1,没有顾客访问的概率为$p_{01}=(1-\rho_1)/(1+\rho_1)$=(1-0.8052)/(1+0.8052)=0.1079,

在节点2,没有顾客访问的概率为$p_{02}=(1-\rho_2)/(1+\rho_2)$=(1-0.9661)/(1+0.9661)=0.0172,

在节点3,没有顾客访问的概率为$p_{03}=(1-\rho_3)/(1+\rho_3)$=(1-0.8889)/(1+0.8889)=0.0588.

因此,在整个网络系统没有顾客访问的概率为$p= p_{01}* p_{02}* p_{03}$=0.0001.

顾客在系统中的平均时间为

$E(T_{net})$=41.124/(8+0+0)=2.34小时.

Adjustment -comparison

- 如果有25%的产品不进行细加工,而在节点3仅有5%的产品被退回,那么
- 解:
- 首先可以确定这是一个Jackson网络系统,根据陈述,我们写出其转移矩阵:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0.75 & 0.25 \\ 0.1 & 0 & 0.9 \\ 0.05 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- $\lambda_1=8+0.1\,\lambda_2+0.05\,\lambda_3$
- $\lambda_2=0.75\,\lambda_1$
- $\lambda_3=0.25\,\lambda_1+0.9\,\lambda_2$
-
- 解这个方程组,我们得到, $\lambda_1=9.104$, $\lambda_2=6.828$, $\lambda_3=8.421$,其相应的服务率为
- $\mu_1=60/6=10$/小时, $\mu_2=60/15=4$/小时, $\mu_3=60/5=12$/小时.
- 那么$\rho_1=\lambda_1/\mu_1=9.104/10=0.9104$,
- $\rho_2=\lambda_2/(2\mu_2)=6.828/8=0.8535$
- $\rho_3=\lambda_3/\mu_3=8.421/12=0.702$,

对于节点1和节点3, M/M/1系统,使用第四章的稳定状态下系统中顾客数目的平均值 Equ.4.6

因此L_1=0.9104/(1-0.9104)=10.161

L_3=0. 702/(1-0. 702)=2.356

对于节点2,M/M/2系统的平均顾客数目为

$$L_2=\frac{2\rho}{1-\rho^2}=\frac{2*0.8535}{1-0.8535^2}=6.286$$

因此顾客在整个网络系统停留数目的期望值为L= L_1+ L_2+ L_3=18.80.

在节点1,没有顾客访问的概率为$p_{01}=(1-\rho_1)/(1+\rho_1)$=(1-0.9104)/(1+0.9104)= 0.0469,

在节点2,没有顾客访问的概率为$p_{02}=(1-\rho_2)/(1+\rho_2)$=(1-0.8535)/(1+0.8535)= 0.079,

在节点3,没有顾客访问的概率为$p_{03}=(1-\rho_3)/(1+\rho_3)$=(1-0.702)/(1+0.702)= 0.175,

顾客在系统中的平均时间为

$E(T_{net})$=18.8/(8+0+0)=2.35小时.