

1. 沒有給 curve 的 a,b 自己算:把 G,A 代進 $y^2 = x^3 + ax + b \pmod{p}$ 就可以求得 a,b
2. Check 是否是 singular curve $(4*a^3 + 27*b^2) \% p == 0$,發現是
3. 找出 singular point
4. 先把整個 curve 做位移,把 singular point 搬到原點(0,0),讓方程式可以變成 $y^2 = x^2*(x-\beta)$ or $y^2 = x^3$ 的形式
5. 知道他是 singular curve 之後還要判斷他是 Node 還是 cusp

$$y^2 = (x - \alpha)^2 (x - \beta)$$

發現是 $y^2 = x^2*(x-b)$,所以是 Node

(x +

25597287335196234621657091569942027389158713451655456247456560
61903971797242) * x^2

Beta = -

25597287335196234621657091569942027389158713451655456247456560
61903971797242

6. Node 可以 mapping 到 multiplicative group

$$\varphi(P(x, y)) = \frac{y + \sqrt{\alpha - \beta}(x - \alpha)}{y - \sqrt{\alpha - \beta}(x - \alpha)}$$

$$\varphi(P + Q) = \varphi(P) \times \varphi(Q)$$

$$\varphi(dP) = \varphi(P)^d$$

可以發現這個公式 Node 的點加法會變成實數的乘法,而 A 就是經過加了 d 次的 G 而來,所以 $\text{pi}(A) = \text{pi}(G)^d$,此時 $\text{pi}(A), \text{pi}(G)$ 我們都有了,就可以直接透過計算指數的 func 得到 d

7. 得到 d 之後 B 乘上 d 次,就可以得到 key