Logical equivalences

Emil Damsbo

17/12/2018

$$
\begin{aligned}
P \to Q &\equiv \neg P \lor Q \\
\neg(P \to Q) &\equiv P \land \neg Q \\
P \to Q &\equiv \neg Q \to \neg P \\
P \leftrightarrow Q &\equiv (P \to Q) \land (Q \to P) \\
P \leftrightarrow Q &\equiv (P \land Q) \lor (\neg P \land \neg Q) \\
P \land Q &\equiv \neg(\neg P \lor \neg Q) \\
P \lor Q &\equiv \neg(\neg P \land \neg Q) \\
\text{Distribution} & \\
(P \land Q) \lor R &\equiv (P \lor R) \land (Q \lor R) \\
P \lor (P \land Q) &\equiv (P \lor Q) \land (P \lor Q) \\
P \land (P \lor Q) &\equiv (P \land Q) \lor (P \land Q) \\
\text{Associativity laws} & \\
P \land (Q \lor R) &\equiv (P \land Q) \lor (P \land R) \\
(P \lor Q) \land R &\equiv (P \land R) \lor (Q \land R) \\
P \lor (Q \land R) &\equiv (P \lor Q) \land (P \lor R) \\
P \land (Q \lor R) &\equiv (P \lor R) \land (Q \lor R) \\
(P \lor Q) \to R &\equiv (P \to R) \land (Q \to R) \\
P \to (Q \land R) &\equiv (P \to Q) \land (P \to R) \\
\text{De Morgan's} & \\
\neg(P \land Q) &\equiv (\neg P) \lor (\neg Q) \\
\neg(P \lor Q) &\equiv (\neg P) \land (\neg Q) \\
\text{Quantifiers} & \\
\forall x P(x) &\equiv \neg \exists x P(x) \\
\exists x P(x) &\equiv \neg \forall x P(x) \\
\text{Absorption} & \\
P \lor (P \land Q) &\equiv P \\
P \land (P \lor Q) &\equiv P
\end{aligned}
\tag{1}
$$