

分类号：

密级：公开



研 究 生 学 位 论 文

论文题目（中文） 基于 Kalman 滤波的雷达目标跟踪算法研究

论文题目（外文） Research on Radar Target Tracking
Algorithm Based on Kalman Filtering

研 究 生 姓 名 杨少科

学 科 、 专 业 信息与通信工程·通信与信息系统

研 究 方 向 雷达目标跟踪

学 位 级 别 硕 士

导师姓名、职称 李红信 副教授

论 文 工 作

起 止 年 月 2016 年 5 月至 2017 年 4 月

论文提交日期 2017 年 4 月

论文答辩日期 2017 年 6 月

学位授予日期 2017 年 6 月

校址：甘肃省兰州市

原创性声明

本人郑重声明：本人所呈交的学位论文，是在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。学位论文中凡引用他人已经发表或未发表的成果、数据、观点等，均已明确注明出处。除文中已经注明引用的内容外，不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究成果做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名：_____

日 期：_____

关于学位论文使用授权的声明

本人在导师指导下所完成的论文及相关的职务作品，知识产权归属兰州大学。本人完全了解兰州大学有关保存、使用学位论文的规定，同意学校保存或向国家有关部门或机构送交论文的纸质版和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权兰州大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用任何复制手段保存和汇编本学位论文。本人离校后发表、使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，第一署名单位仍然为兰州大学。

本学位论文研究内容：

☐可以公开

☐不宜公开，已在学位办公室办理保密申请，解密后适用本授权书。

（请在以上选项内选择其中一项打“√”）

论文作者签名：_____

导师签名：_____

日 期：_____

日 期：_____

基于 Kalman 滤波的雷达目标跟踪算法研究

摘 要

雷达目标跟踪在探测和预警系统中扮演的角色越来越重要,它也是计算机视觉领域重要的研究课题。在国土防空预警、作战决策、矿产发掘、交通管制等诸多控制领域,目标跟踪都是一个非常基本的理论性问题。雷达跟踪滤波器算法的设计是目标跟踪系统中的最重要环节。卡尔曼滤波是基于状态空间模型的时域分析,它克服了维纳滤波只能进行频域分析且不能对多变量和非平稳随机过程进行估计的缺点。在多种多样的目标跟踪状态估计方法中,卡尔曼滤波因其具有的优秀性能和强大的噪声抑制能力而越来越受科研人员的青睐。

本文首先从目标的状态空间模型入手,分析了多种目标运动模型的特性和。探讨了两种不同的坐标系,以及直角坐标系和极坐标系的转换问题。

接下来,论文介绍了几种目标跟踪滤波方法,考虑到实际的雷达系统中存在诸多非线性变量,主要对扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波进行了讨论。MATLAB 仿真实验显示,在目标跟踪问题中,无迹卡尔曼滤波比扩展卡尔曼滤波有更加优秀的性能。

最后,本文研究了基于卡尔曼理论的交互多模型算法在机动目标中的优点,并提出了将无迹卡尔曼与交互多模型算法相融合的尝试算法。通过 MATLAB 仿真实验发现,这种尝试在处理实际雷达目标跟踪问题时,有比较好的滤波表现。

关键词: 雷达目标跟踪, 状态空间, 扩展卡尔曼, 无迹卡尔曼, 交互多模型

Research on Radar Target Tracking Algorithm

Based on Kalman Filtering

Abstract

Radar target tracking plays an more and more important role in the area of detection and early warning system, it is also an important study topic of computer fusion. In many fields like air defense warning , operation decision, mineral excavation ,, traffic control, target tracking is a basic theoretical problem. The design of the radar tracking filtering algorithm is the most important part in target tracking system. The Kalman filter, which is based on state space model in the time domain, overcomes the shortcomings of the Wiener filter which can only be worked in the frequency domain and cannot estimate the multi-variable, non-stationary random process. Among the various approaches to estimate the state of target tracking problem, Kalman filter is drawing more and more attention with outstanding performance and strong noise suppression capability.

The thesis first starts from the target state space model, analyze the theory and characteristics of various target kinematics model. the thesis discusses the different two coordinate systems and the transformation between rectangular coordinate system and polar coordinate system.

In the next, the thesis present several filtering approaches for target tracking problem, in consideration of that the actual radar system contains many nonlinear variables, the Extended Kalman filter (EKF) and Unscented Kalman filter (UKF) are discussed primarily, the MATLAB experiments have shown that the Unscented Kalman filter is more excellent in target tracking process than the Extended Kalman filter.

At last, the thesis studies the merits of Interacting Multiple Model(IMM) algorithm basing on Kalman theory for the maneuvering target. And an attempt by combine Unscented Kalman Filter and Interacting Multiple Model algorithm is proposed. Through the MATLAB experiment we can find that the attempt has a better performance in practical radar target tracking problem.

Key words: radar target tracking, state space, Extended Kalman, Unscented Kalman, Interacting Multiple Model

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	II
第一章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 技术发展及研究现状.....	1
1.3 滤波算法概述.....	2
1.4 主要内容及结构.....	3
第二章 雷达工作原理.....	4
2.1 雷达基本原理.....	4
2.1.1 雷达的组成.....	4
2.1.2 雷达方程.....	5
2.2 雷达目标参数测量.....	7
2.2.1 目标距离测量.....	7
2.2.2 目标角度测量.....	8
2.2.3 目标高度测量.....	8
2.2.4 目标速度测量.....	9
2.3 本章小结.....	9
第三章 目标跟踪原理及模型.....	10
3.1 目标跟踪原理.....	10
3.2 雷达目标坐标系的选择.....	11
3.2.1 雷达直角坐标系.....	12
3.2.2 雷达极坐标系.....	12
3.2.3 坐标系之间的转换.....	12
3.3 目标跟踪常用模型.....	14
3.3.1 匀速运动模型.....	14

3.3.2 匀加速运动模型.....	15
3.3.3 转弯机动模型.....	17
3.3.4 Singer 模型.....	18
3.3.5 半 Markov 模型.....	20
3.3.6 Noval 模型.....	20
3.3.7 “当前”模型.....	21
3.4 本章小结.....	22
第四章 滤波算法及仿真实验.....	23
4.1 滤波理论.....	23
4.1.1 滤波原理.....	23
4.1.2 Monte Carlo 方法.....	24
4.1.3 滤波系统数据偏差.....	27
4.2 Wiener 滤波.....	29
4.3 Kalman 滤波.....	30
4.3.1 标准 Kalman 滤波 (KF)	31
4.3.2 扩展 Kalman 滤波(EKF).....	35
4.3.3 无迹 Kalman 滤波(UKF).....	38
4.3.4 仿真实验.....	40
4.4 交互多模型滤波 (IMM)	45
4.4.1 IMM 滤波原理.....	45
4.4.2 IMM 滤波仿真实验.....	48
4.5 雷达多目标多模型滤波应用及仿真.....	50
4.6 本章小结.....	52
第五章 总结与展望.....	53
5.1 论文总结.....	53
5.2 存在问题及展望.....	54

参考文献.....	55
在学期间的研究成果.....	58
致 谢.....	59

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

“雷达”一词来自于二战中美国海军的秘密代号，其英文“RADAR”是“Radio Detection and Ranging”的缩写，其主要作用是通过发射无线电信号发现目标，并测量控制目标的参数^[1]。雷达在国防和军事领域的应用最为广泛，比如防空反导、战略预警、战场侦查、空间监视和火力控制等，可以实时为作战指挥系统提供作战情报支援，是现代战争中必不可少的高精尖武器。在民用领域，雷达的应用范围也比较广泛，比如预测天气、对地形地貌进行测绘、飞行管制、公路管理、地下矿产探测等。

通过发射电磁脉冲信号，并对天线接收的电磁波进行一系列处理和检测，雷达系统才能完成对目标方位距离和高度的探测。但是在雷达系统所接收的电磁波中，不只包括目标信息，还存在噪声、气象杂波、地杂波、电磁干扰等杂波信息，因此，雷达目标探测是在非常复杂的情况下进行的，这就要求雷达信号处理系统有较强的处理能力。经过多年的发展，雷达成为一种集大量新理论技术和新型元器件为一体的现代高科技系统，尤其是计算机技术的发展为雷达系统带来了巨大变革。

当前世界军事竞争日趋激烈，为提高空防安全反应速度，发挥武器系统的最大效能，需对空中目标的探测和追踪更加精确。当前，隐身飞机增多，干扰技术手段复杂，高机动目标并存，尤其是战场环境具有多任务并发、多目标并行的特点。对于空中军事目标来说，飞行姿态包含了拉升、盘旋、俯冲、交叉、蛇形机动等，雷达对低空、超低空、全航程、密集飞行、高速高机动目标容易丢失或跟错点的问题比较突出，这就要求雷达目标跟踪系统实时快速的响应^[2]。为应对雷达目标性能的提升和技术革新，通过不断探索研究信号处理系统和滤波算法，从而提高雷达高速度、高机动目标的跟踪能力显得尤为重要。

1.2 技术发展及研究现状

自 1937 年世界上第一部跟踪雷达诞生以来，目标跟踪技术在各国科学家的努力下不断发展完善，先后形成了一系列重大科研成果。1955 年，Wax 首先提出了目标跟踪概念^[3]。1969 年，Singer 模型^[4]被提出。该模型将比较适用于匀速或匀加速运动目标的跟踪，而对于高机动目标的追踪能力不足。进入 70 年代，Kalman 滤波在目标跟踪领域被成功应用，极大地吸引了科研工作者的注意和兴

趣。目标跟踪的滤波理论进入了快速发展的道路，国内外科学家相继提出了变维滤波^[5]、“当前”统计^[6]、交互多模型（IMM）^[7]等多种不同适应能力的算法。海湾战争为世界各国敲响了空防安全和空中进攻作战的警钟，传统意义上的雷达面临着诸多挑战，雷达技术发展进入一个新的时期。为应对电子侦察、强复杂环境下电子干扰以及形式各异的高科技武器装备的威胁，频率捷变、自适应变频、匹配滤波器、门限设置、相消匿影等一系列高技术被应用到雷达装备上。在滤波算法方面，一些不断被科学家们改进的新式算法在国内外相继涌现，有效解决了非线性机动目标的跟踪问题，基于 Kalman 滤波技术的扩展 Kalman 滤波（EKF）、无迹 Kalman 滤波(UKF)、 α - β 滤波等改进技术也得到了快速发展。

我国在雷达技术研究方面起步较晚，但经过多年来的技术积累和研究，雷达装备技术取得的成绩斐然，达到世界领先地位，尤其是相控阵雷达、空中预警机、机载火控雷达的研制为国家空防安全打下坚实基础。各大高校和科研院所投入大量精力研究雷达装备的改进，其中中电 14 所和 28 所在理论研究和实际应用方面均处于领先地位。

1.3 滤波算法概述

在雷达信号处理系统中，对目标滤波算法的设计是整个雷达系统中的核心要素。滤波就是在测量目标信号的基础上，采取最优算法，对目标的状态进行精确估计，所谓最优算法是指在最小方差意义下，要求目标的原始轨迹和状态估计轨迹与真实轨迹的误差方差达到最小值。雷达目标跟踪主要是依据目标位置信息、速度信息和加速度信息来对目标运动参数和状态进行预测和估计。跟踪算法主要包括线性自回归滤波、Wiener(维纳)滤波、两点外推滤波、 α - β 滤波、加权最小二乘滤波、Kalman 滤波等，其中 Wiener 滤波和 Kalman 滤波的发展在目标跟踪中具有里程碑意义，是经典的最优滤波器。

Wiener 滤波最早是二战期间为研究火控系统而提出的一种频域分析方法，它的基本思路是对系统中的平稳随机过程进行在频域进行分解。由此产生的局限性也是显而易见的，要求信号必须为平稳过程，并存储所有运算数据，由于它的滤波器设计的原理问题，导致计算机的计算量增加，存储量也较大，且在将 Wiener 滤波从平稳随机推广到非平稳多维过程中，因计算机性能的限制，在滤波器设计和工程上都难以实现。由于频域设计的困难，采用时域状态空间方法的 Kalman 滤波应运而生。

Kalman 滤波是一种时域分析方法，成功在随机估计理论中引入了状态空间概念^[8]。利用系统方程和噪声的统计特性，形成 Kalman 滤波的基本方法。由于

Kalman 滤波是时域分析且递推的，因此能广泛应用于多维非平稳过程的估计，在计算机上实现起来比较方便，实时性较高。

随着 Kalman 滤波算法的发展，EKF(扩展 Kalman 滤波)和 UKF(无迹 Kalman 滤波)相继发展出来。EKF 是一种广泛应用的滤波方法，将传统 Kalman 滤波扩展到了非线性系统，其主要滤波原理是将非线性系统通过一系列变换，最后在线性系统中进行计算。UKF 有别于 EKF 的原理，并非将非线性系统通过 Jacobian 矩阵进行线性化处理，而是使用 UT 变换，直接在非线性系统中进行计算，大大减少了线性变换的复杂性。本文也重点介绍了两种 Kalman 滤波的区别。

1.4 主要内容及结构

本文着眼于分析研究雷达目标跟踪滤波算法，首先介绍了常规雷达探测空中目标的工作原理，其次根据雷达目标跟踪原理，对空中目标的基本运动模型进行总结，之后对不同目标滤波算法进行介绍和仿真实验，对滤波算法的优缺点进行比较，最后通过一个仿真程序，对实际雷达对目标的跟踪进行了仿真实现。以下是本文的主要结构：

第一章，绪论部分阐述了论文的研究背景、意义及发展现状，并简述了目标滤波算法的基本情况。

第二章，介绍了雷达的工作原理及组成结构，并对雷达探测目标的方程进行推导，简要概括了雷达目标的距离、方位、高度和速度的测量原理。

第三章，首先简述了雷达目标跟踪的工作流程和原理，之后介绍了两种常用雷达坐标系，最后对空中目标的七种运动模型（匀速、匀加速、转弯机动、Singer、半 Markov、Noval、“当前”）进行了原理分析。

第四章，详细介绍了滤波理论，在基于 Bayesian 估计理论的前提下，对目标的预测过程和更新过程原理进行了阐述，其次论证了 Monte Carlo 仿真次数对仿真结果的影响。之后重点介绍了 Wiener 滤波、标准 Kalman 滤波、扩展 Kalman 滤波、无迹 Kalman 滤波和 IMM 滤波算法，并对其分别进行仿真比较，分析不同滤波算法在实际应用领域的优劣。最后，对集无迹 Kalman 滤波和 IMM 滤波算法为一体的多模型多目标情况进行仿真，实现了对一般雷达目标的滤波跟踪。

第五章，对本文进行总结和概括，并对存在问题和下部发展方向进行了概述。

第二章 雷达工作原理

2.1 雷达基本原理

雷达是一种典型的电磁传感设备，利用电磁波的反射对物体进行定位，其工作原理可总结为：

- (1) 雷达天线发射电磁信号，在空间中进行传播。
- (2) 部分辐射的电磁波在空中被某些物体所截获。
- (3) 截获的电磁波被反射，在空间中在各个方向上继续辐射。
- (4) 部分继续辐射的电磁波通过空间中的传播返回雷达天线，被天线吸收。
- (5) 将接收的电磁信号经过降噪、滤波等过程，最终判断出目标的基本位置。

2.1.1 雷达的组成

雷达的系统组成比较复杂，包含了各种电磁波技术、数字技术，以常见的空中目标探测雷达为例，其基本组成可简化为图 2.1 所示，图 2.2 是雷达具体组成原理图。

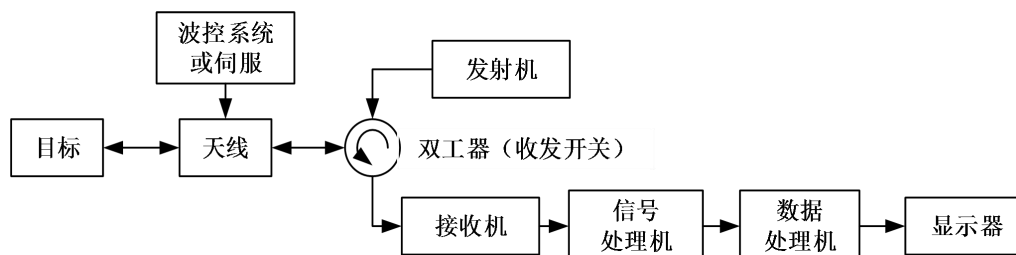


图 2.1 雷达的基本组成

在雷达系统中，发射机产生一个有确定频率和幅度的电磁信号，经过雷达喇叭口照射到天线表面，再天线将其发射到空间中。当电磁波在空间中碰到目标后，有一部分电磁波经过发射沿原路返回再进行空间传播，其中有部分电磁波传播到雷达天线表面，天线将回波信号吸收，传递至雷达接收机中。在接收机中，电磁波被加权放大，滤除噪声后进入信号处理机，再次对信号处理，此处理过程就是对目标的检测。若经处理后的信号波幅足够大，目标即可被检测出来。对目标回波的处理可以检测出目标的方位、距离和其他目标特性信息。经过处理后的信号最终通过显示器显示出来，操作员可以通过显示器监视目标的航迹。图 2.2 中的同步器为雷达各分机提供统一的时间和频率标准，使其工作状态始终保持同步。

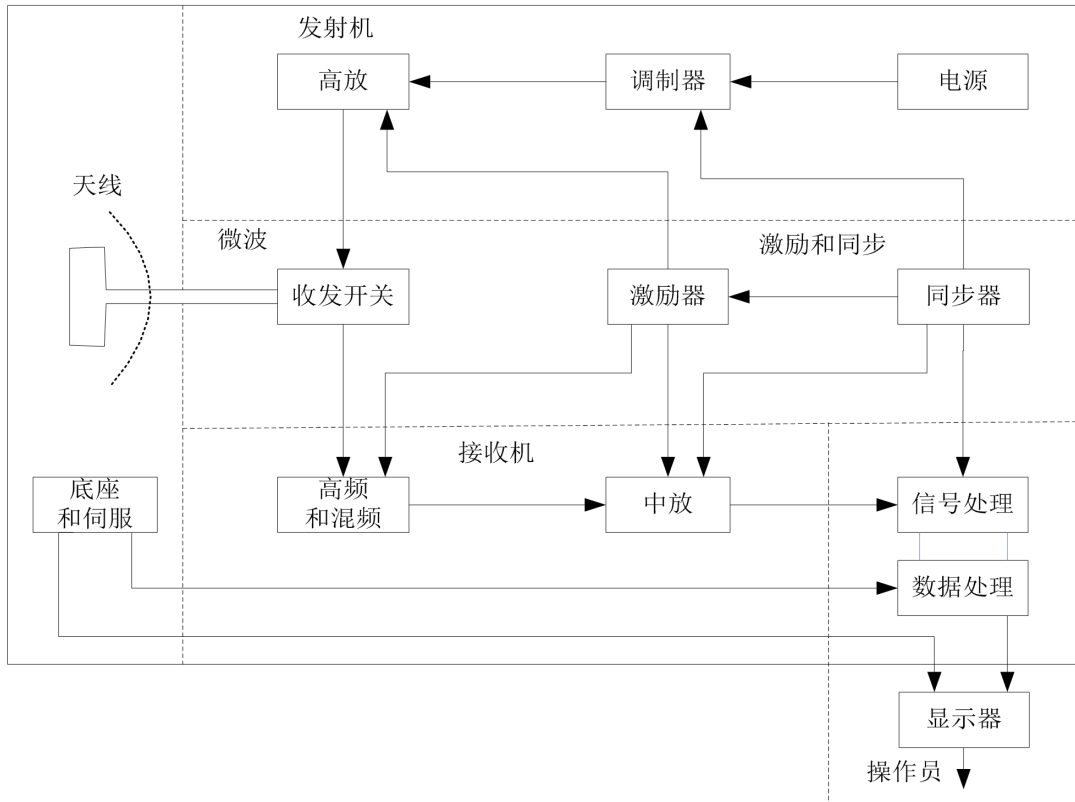


图 2.2 雷达组成原理图

2.1.2 雷达方程

雷达的作用距离决定了雷达最远发现目标的距离，是雷达主要的性能指标。下面是基本雷达方程的推导过程，此推导过程是设定雷达在理想状态下的雷达方程。

设定雷达的平均发射功率为 P_t ，天线的增益为 G_t ，则电磁波在无损耗的理想空间传播时，距雷达天线 R 处位置时，空间功率密度为

$$S_1 = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2} \quad (2.1.1)$$

由于目标表面可以发射电磁波，当雷达天线发射的电磁波碰到空中目标后，目标向空间中发射部分回波信号。目标散射功率跟目标表面本身的发射特性和此位置条件下的功率密度 S_1 有关。目标表面本身的反射特性用 σ 来表示。假设在理想条件下，目标将所接收的功率全部发射回去，则目标的反射功率为

$$P_2 = \sigma S_1 = \frac{P_t G_t \sigma}{4\pi R^2} \quad (2.1.2)$$

若反射功率 P_2 也均匀辐射，则在雷达天线表面接收到的反射功率密度为

$$S_2 = \frac{P_2}{4\pi R^2} = \frac{P_t G_t \sigma}{(4\pi R^2)^2} \quad (2.1.3)$$

若天线特性是固定的，则假设其有效作用面积为 A_r ，则接收到的从目标表面反射回来的信号功率为 P_r

$$P_r = A_r S_2 = \frac{P_t G_t \sigma A_r}{(4\pi R^2)^2} \quad (2.1.4)$$

在已知雷达天线有效作用面积的情况下，天线增益可以用面积和波长表示出来，具体关系如下：

$$G = \frac{4\pi A}{\lambda^2} \quad (2.1.5)$$

其中， λ 为雷达辐射的电磁波波长。

天线接收到的回波信号功率可表示为

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4} = \frac{P_t A_t A_r \sigma}{4\pi \lambda^2 R^4} \quad (2.1.6)$$

对一般的单基地脉冲雷达而言，雷达天线的收发是共用的，即 $G_t = G_r = G$, $A_t = A_r$ ，将其代入式 (2.1.5) 和 (2.1.6)，可得到常用结果。

雷达系统都具有一个功率门限检测值，此功率门限值用 $S_{i\min}$ 表示，当回波信号的功率 P_r 超过 $S_{i\min}$ 时，目标信号才能被雷达系统检测出来。当功率门限值 P_r 与回波信号功率 $S_{i\min}$ 相等时，即可以计算出雷达系统对此特定目标的最大探测能力 R_{\max} 。其关系式可表示为

$$P_r = S_{i\min} = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{\max}^4} = \frac{P_t A_r^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 R_{\max}^4} \quad (2.1.7)$$

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t A_r^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 S_{i\min}} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.1.8)$$

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 S_{i\min}} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.1.9)$$

式 (2.1.8) 和 (2.1.9) 都是雷达距离方程的不同表达方式。雷达探测距离 R_{\max} 与波长的均方根 $\lambda^{1/2}$ 在式 (2.1.8) 中成反比，在式 (2.1.9) 中成正比，主要是由于当天线的面积不变时，波长 λ 增加，增益减小， R_{\max} 也减小；在天线增益不变时，波长 λ 增加，天线有效面积也增大，使 R_{\max} 也增大。所以说，雷达的工作波长对雷达发射功率、天线尺寸、接收灵敏度和测量精度等参数均有重要影响。

式 (2.1.8) 和 (2.1.9) 表现出了雷达最大探测距离与雷达参数间的具体关系，但此方程未考虑其他不确定因素的影响，且雷达方程中 σ 和 $S_{i\min}$ 是不能够精确测量的参数，因此雷达方程是一个理想状态的估算公式。

2.2 雷达目标参数测量

雷达在目标参数测量中有多种坐标系可供选择,其中以最常见的极坐标系为例探讨目标位置、高度、速度等参数测量。雷达目标位置坐标如图 2.1 所示。

目标 P 的位置由以下三个参数确定:

- (1) 目标斜距 R : 目标到雷达的直线距离 OP 。
- (2) 方位角 φ : 目标斜距 OP 与某一参考方向在水平面的夹角。
- (3) 俯仰角 θ : 目标斜距 R 与其投影 OB 的夹角。

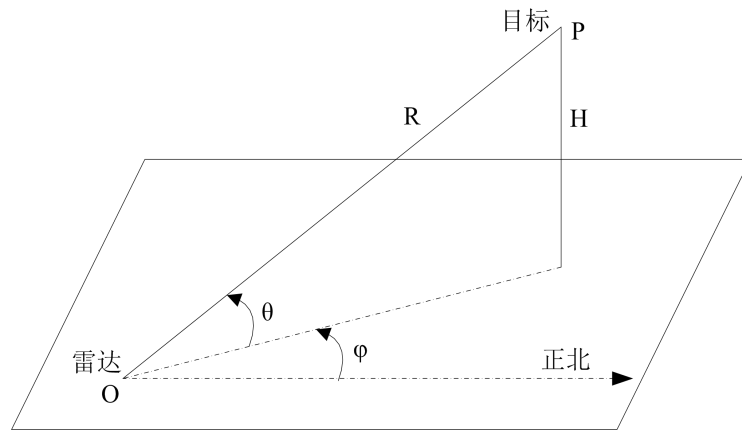


图 2.3 雷达目标位置坐标

通过极坐标系与柱坐标系的转换,可以得到其他目标参数信息,比如目标的高度 H 、水平距离 D 和方位角 α , 其计算方法如下:

$$D = R \cos \theta \quad (2.2.1)$$

$$H = R \sin \theta \quad (2.2.2)$$

$$\alpha = \varphi \quad (2.2.3)$$

上述方法是在目标距离雷达较近时,可忽略地球曲率影响,计算值较准确。而当目标距离远到一定程度时,不得不考虑地球曲率,需要作适当的参数修正。

2.2.1 目标距离测量

雷达发射机以一定的重复频率发射电磁脉冲信号,当空间中存在目标时,若其截获雷达脉冲信号并反射回雷达天线,雷达系统对信号进行检测。反射回波是通过发射波在目标表面反射产生的,在回波再次到达雷达天线时,其与初始天线的发射信号相差时间位 t_R 。目标到雷达的距离用 R 表示,则在一个脉冲滞后时间 t_R 内,电磁波的传播距离为 $2R$ 。电磁波在空中是匀速直线传播,其速度为光速

$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ，则目标到雷达的距离方程为

$$R = \frac{1}{2} c t_R \quad (2.2.4)$$

因此，精确测量回波延迟时间 t_R 是雷达距离测量的关键。

2.2.2 目标角度测量

目标角度的测量包括目标的方位角和俯仰角。电磁波在理想空间中是等速直线传播的，而且雷达天线具有固定的方向性，这两个条件构成了对雷达测角的基本原理基础。对于大多数非固定雷达天线来说，天线在工作过程中做机械旋转，波束在相应方向上对空间进行扫描。当波束在扫描过程中遇到目标时，目标回波的强度由小变大，再由大变小，由此产生了两种常见的测角方法，如图 2.2 所示。



图 2.4 最大信号法和等信号法测角原理

一种测角方法为最大信号法，即当波束在空间进行扫描时，只有当波束轴线（或天线法线）方向对准目标时，目标回波强度才最大。天线位置传感器在回波强度最大时，对目标方位进行测量，其指示的方位即为目标方位角。

另一种方法为等信号法，即两个相互交叉的波束对目标进行扫描，当天线法线目标所在方位重合时，左右两个波束的回波强度相等，此时通过天线位置传感器可测得两个波束回波强度相等的天线方向，此方向即为目标方位角。

目标方位角的测量方法还有单脉冲法、相位测角法等，这需要根据雷达自身设计特性来决定。目标的俯仰角测量原理跟方位角相似，只是天线波束扫描方向是垂直扫描。

2.2.3 目标高度测量

测量目标高度的基础是测距和测俯仰角，目标高度实际上是在忽略地球曲率影响的前提下，通过计算距离和俯仰角得到的，高度 H 、距离 R 和俯仰角 θ 之间的关系为

$$H = R \sin \theta \quad (2.2.5)$$

2.2.4 目标速度测量

目标速度测量一般是指目标相对于雷达的径向速度,测量运动速度的一般方法是测量一个时间间隔 Δt 内目标的运动距离 ΔR ,即 $v = \Delta R / \Delta t$ 。采用这种方法的主要问题是测速时间长,不能测定瞬时速度,实时性和准确性均不高。

利用多普勒测速原理,当目标相对于雷达运动时,雷达接收到的目标回波相对于发射的电磁波会发生频移,目标相对雷达运动的速度和波长的关系为

$$f_d = \frac{2v_r}{\lambda} \quad (2.2.6)$$

其中 f_d 为多普勒频移, λ 为雷达载频波长, v_r 为目标相对雷达的运动速度。当 $f_d > 0$ 时,目标向站运动;当 $f_d < 0$ 时,目标背站运动。

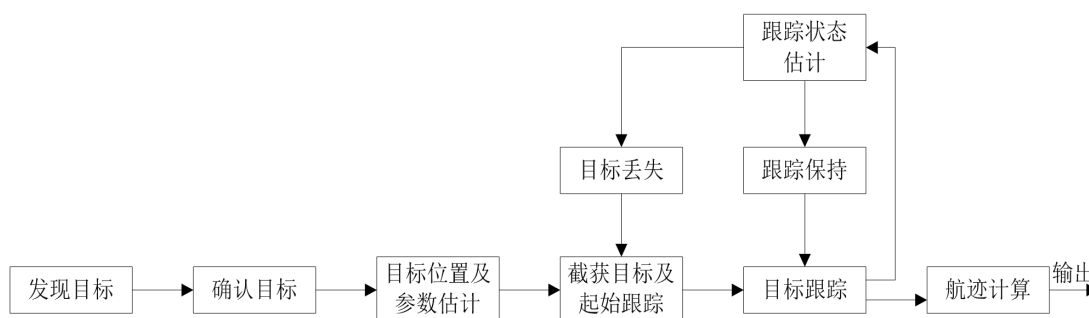
2.3 本章小结

本章主要介绍了雷达工作的基本原理及基本组成部分,并推导了雷达方程,阐述了雷达方程中各个参数的含义。之后,重点介绍了雷达目标参数的测量方法,并根据雷达测量原理,对目标距离、方位、高度和速度的测量方程进行了简介。

第三章 目标跟踪原理及模型

3.1 目标跟踪原理

雷达需要通过电磁波对运动目标进行不间断的探测和定位,一般警戒雷达对精确度的要求不高,而对火控雷达来说,需要精确地探测和跟踪目标,为火力打击武器提供可靠的情报保障。目标跟踪的工作流程如图 2.5 所示,其中发现目标时通过对电磁回波的检测完成的,确认目标是通过雷达信号的分辨来完成的,目标的方位、距离、速度等是通过测量和计算得出的。



3.1 雷达目标跟踪的工作流程

在雷达信号处理之后需进行雷达数据处理,该过程可以对目标的位置、速度等参数和机动情况进行计算和显示,进一步消除剩余杂波和雷达虚警,提升雷达信号处理能力。雷达数据处理是监测和目标跟踪系统重要部分,数据处理能力的提升对雷达的性能有至关重要的作用。

目标跟踪技术是雷达系统中最重要的一环。目标跟踪的主要作用是通过相关和滤波处理,建立目标的机动轨迹。目标跟踪主要包含原始数据预处理、辐射源位置估计和辐射源跟踪^{[9][10]}。原始数据预处理是使雷达系统中的初始误差最小,从而对原始数据进行最大限度的降噪除差;辐射源位置估计是指通过目标回波信号对目标的初始位置进行相应的确定;辐射源跟踪是雷达系统中的关键部分,目标跟踪滤波的过程是对运动目标的状态进行的预测和估计。

目标跟踪过程中存在诸多不确定因素,这些因素影响了雷达跟踪系统对目标的跟踪滤波精度。因此,目标跟踪系统必须根据这些不确定因素适时进行变化,从而适应目标的机动变化。跟踪系统通过滤波技术,不断减少不确定因素对系统滤波造成的影响,对目标状态进行持续的预测和估计,这也就是不同雷达目标滤波算法持续改进的地方。图 2.6 为目标跟踪的基本原理图。

在图 2.6 中,用 X 和 Y 表示向量,用 x 和 y 表示向量的分向量。其中状态向量 X 表示包含目标距离、速度和加速度的目标动态特性;观测量用 Y 表示,观测

噪声用 V 表示, 则观测量 $Y = HX + V$; 参差 (新息) 向量用 d 表示, 状态预测量为 $H\hat{X}(k+1/k)$, 则 $d = Y - H\hat{X}(k+1/k)$ 。目标跟踪的实现过程首先是对残差 (新息) d 进行机动检测和机动识别判断, 其次按一定标准改变增益。最后辨识目标运动特征, 得出目标的预测值和估计值。

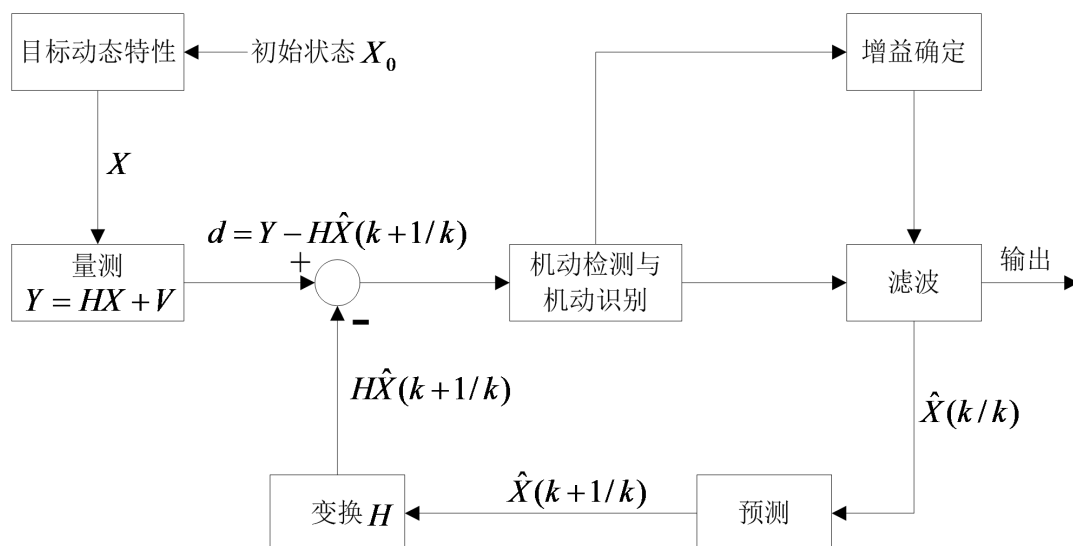


图 3.2 目标跟踪的基本原理

3.2 雷达目标坐标系的选择

目标的运动模型和探测器量测 (观测) 模型都跟所采用的跟踪坐标系有关。因此, 选择符合实际情况的坐标系能够保证良好的跟踪性能^[11]。雷达系统中应当选择维数最少的状态变量, 这组变量能将目标的特性全面表征出来。而若选取的变量维数过多, 计算机的计算量将增加, 且系统的复杂程度也将相应增加, 从而使目标探测过程更加难以实现。在目标跟踪系统中, 每个环节都需要根据状态空间设计变量, 并在此基础上建立模型进行处理。在实际目标跟踪问题中, 不同雷达系统有多种坐标系同时使用, 通常需要对目标运动状态和目标观测值分别进行描述, 而两者对应的坐标系是不同的。一般来说, 通过经验做法可以确定不同方程的坐标系选择方式。比如, 雷达直角坐标系因其具有直观性, 可以对目标运动状态的方程进行表征, 而极坐标系因可以便捷地表征目标实时运动性, 可以将其应用于目标观测方程。如果将两个方程建立在同一个坐标系中, 其中有一个方程必定是非线性的, 这就导致了模型误差的引入, 使计算复杂化。为消除模型误差, 比较普遍的方法是采用混合坐标系, 即将直角坐标系和极坐标系结合起来, 在滤波和预测之前先进行坐标转换, 然后在滤波和预测过程中采用直角坐标系, 具体过程如图 3.3 所示^{[12][13]}。

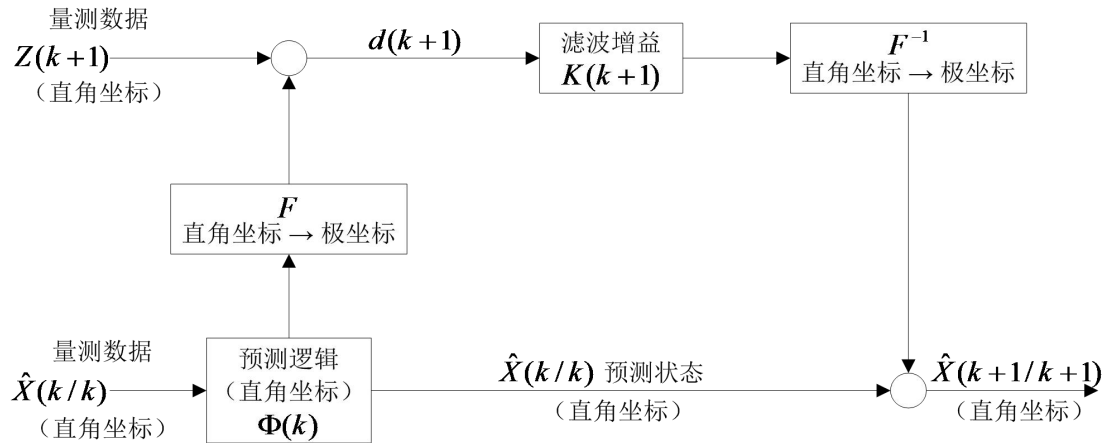


图 3.3 混合坐标下的跟踪滤波流程

3.2.1 雷达直角坐标系

雷达直角坐标系 (X, Y, Z) 是一个笛卡尔坐标系，它以雷达所在位置为原点 O ，以雷达所在地表平面为基本平面，由 X 和 Y 相互垂直组成，以地平面法线方向为 Z 轴，且 X 、 Y 和 Z 轴之间满足基本的数学坐标系法则。在空间中运动的目标可以分解为 X 、 Y 和 Z 轴方向上的位置分量 x 、 y 和 z ，如图 3.4 所示。

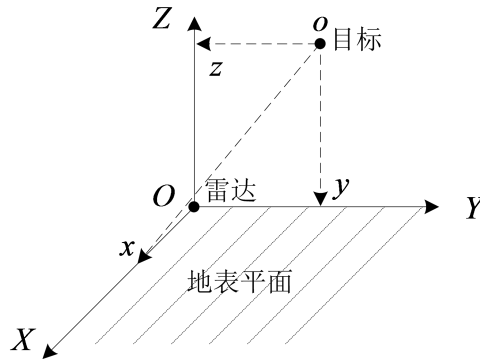


图 3.4 雷达直角坐标系

3.2.2 雷达极坐标系

雷达极坐标系 (R, φ, θ) 与本文第 2 章中目标参数测量原理相同，即以雷达所处位置为原点，以雷达所在地表平面为基本平面， R 为雷达到目标的距离，方位角 φ 为目标矢量在基本平面的投影与 x 的夹角，俯仰角 θ 为目标矢量与基本平面的夹角。雷达极坐标系与直角坐标系是相关的，可以相互转换。

3.2.3 坐标系之间的转换

由于雷达系统中各分系统采用的坐标系有所不同，且各种坐标系在不同雷达

系统中的优缺点也不相同, 为了进一步统一标准, 在雷达数据处理过程在进行数据融合, 需将不同坐标系转换在一个坐标系下。本节主要讨论了极坐标系和直角坐标系的转换, 如图 3.5 所示, X 、 Y 、 Z 轴方向的位置分量分别是 x 、 y 、 z , R 、 φ 、 θ 为雷达极坐标系的三个向量。 X 、 Y 、 Z 轴上的速度分量分别用 \dot{x} 、 \dot{y} 、 \dot{z} 表示, 目标斜方向速度用 \dot{R} 表示, 方位角速度用 $\dot{\varphi}$ 表示, 俯仰角速度用 $\dot{\theta}$ 表示。

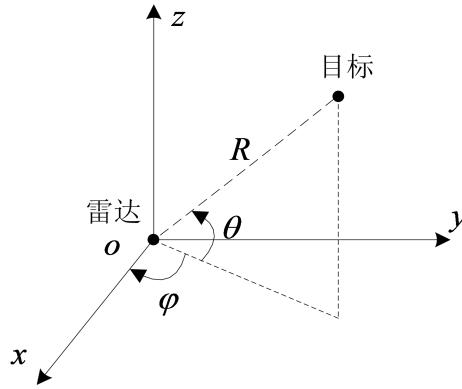


图 3.5 雷达直角坐标系和极坐标系的关系

雷达极坐标与直角坐标之间的转换方程及速度计算方程如下:

$$\begin{cases} x = R \cos \theta \cos \varphi \\ z = R \cos \theta \sin \varphi \\ d = R \sin \theta \end{cases} \quad (3.2.1)$$

$$\begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \arctan \frac{y}{x} \\ \varphi = \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (3.2.2)$$

$$\begin{cases} \dot{R} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}}{R} \\ \dot{\theta} = \frac{y\dot{x} - x\dot{y}}{x^2 + y^2} \\ \dot{\varphi} = \frac{z\dot{R} - R\dot{z}}{R^2 \cos \varphi} \end{cases} \quad (3.2.3)$$

3.3 目标跟踪常用模型

目标跟踪的实质是对雷达系统所获取的目标参数进行预测和估计,为提高数据处理的精度,选择合适的目标模型就显得尤为重要。目标模型的构建要考虑目标运动的特点,且要便于计算,从而提高跟踪的实时性。目标运动模型构建的好坏,直接影响了目标跟踪系统的性能优劣。估计理论要求首先建立一个数学模型作为物理基础来描述估计问题,这个数学模型是将某一时刻的状态变量用前一刻的状态变量来表述。所有跟踪算法都要考虑目标的实际运动状态,比如匀速运动、加速运动、直线运动、曲线运动等,对于运动状态变化不大的目标来说,建立其模型比较简单,但对于具有剧烈机动变化的空中目标来说,模型建立比较复杂,且包含的变量也更多。因为对剧烈机动变化目标的初始状态掌握较少,而且在目标的整个运动过程中,由于各种因素的随意性变化较大,很难用数学模型来确切的描述运动过程,所以只能通过近似估计的方法来表示。

目标跟踪技术在几十年的发展过程中,逐步形成了几种典型的跟踪模型,其中包括:匀速运动和匀加速度运动(即 CV 和 CA 模型)、转弯机动、一阶时间相关机动加速度(即 Singer 模型)、“当前”统计模型、半 Markov 模型、Noval 模型等,下文对此进行了详细介绍^{[14][15][16]}。

3.3.1 匀速运动模型

匀速运动模型是指目标以一个固定不变速度运动,而不进行其他机动,其位置变量 x 可以描述为

$$\ddot{x}(t) = 0 \quad (3.3.1)$$

实际情况中,将目标的加速度用随机噪声来描述:

$$\ddot{x}(t) = \tilde{v}(t) \quad (3.3.2)$$

其中, $\tilde{v}(t)$ 符合以下条件:

$$E[\tilde{v}(t)] = 0 \quad (3.3.3)$$

$$E[\tilde{v}(t)\tilde{v}^T(\tau)] = q(t)\delta(t-\tau) \quad (3.3.4)$$

则状态空间方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{v}(t) \quad (3.3.5)$$

设状态向量 $X = (x, \dot{x})^T$, 则状态空间方程 (3.3.5) 可写成

$$\dot{X} = AX + \Gamma\tilde{v}(t) \quad (3.3.6)$$

其中, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, 式 (3.3.6) 的离散表达式为

$$X(k+1) = FX(k) + V(k) \quad (3.3.7)$$

式中,

$$F = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.8)$$

$$V(k) = \int_0^T e^{A(T-\tau)} \Gamma \tilde{v}(kT + \tau) d\tau = \int_0^T \begin{bmatrix} T-\tau \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{v}(kT + \tau) d\tau \quad (3.3.9)$$

T 为 $k+1$ 时刻到 k 时刻采样间隔, 则 $V(k)$ 协方差矩阵为

$$Q(k) = \int_0^T \begin{bmatrix} T-\tau \\ 1 \end{bmatrix} q(kT + \tau) [T-\tau-1] d\tau \quad (3.3.10)$$

若 $q(t) = q$, 且 q 为常数时,

$$Q(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}T^3 & \frac{1}{2}T^3 \\ \frac{1}{2}T^3 & T \end{bmatrix} q \quad (3.3.11)$$

由此可得离散时间系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} v(k) \quad (3.3.12)$$

其中, $v(k)$ 满足

$$E[v(k)] = 0 \quad (3.3.13)$$

$$E[v(k)v(j)] = \sigma_r^2 \delta_{kj} \quad (3.3.14)$$

σ_r^2 为噪声方差, δ_{kj} 为克罗内克函数。过程噪声的协方差矩阵为

$$Q(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}T^4 & \frac{1}{2}T^3 \\ \frac{1}{2}T^3 & T^2 \end{bmatrix} \sigma_r^2 \quad (3.3.15)$$

3.3.2 匀加速运动模型

匀加速运动模型是指目标以一个固定不变的加速度运动, 其位置变量 x 可以描述为

$$\ddot{x}(t) = 0 \quad (3.3.16)$$

在实际中，将目标的加速度的导数用随机噪声来表示：

$$\ddot{x}(t) = \tilde{v}(t) \quad (3.3.17)$$

因此得到了

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{v}(t) \quad (3.3.18)$$

则状态向量可写成 $X = (x, \dot{x}, \ddot{x})^T$ 。

状态空间方程为

$$\dot{X} = AX + \Gamma\tilde{v}(t) \quad (3.3.19)$$

则其离散表达式为

$$X(k+1) = FX(k) + V(k) \quad (3.3.20)$$

式中，

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.21)$$

$$V(k) = \int_0^T e^{A(T-\tau)} \Gamma \tilde{v}(kT + \tau) d\tau = \int_0^T \begin{bmatrix} (T-\tau)^2/2 \\ T-\tau \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{v}(kT + \tau) d\tau \quad (3.3.22)$$

若 $q(t) = q$ ，且 q 为常数时，得到

$$Q(k) = \begin{bmatrix} T^5/20 & T^4/8 & T^3/6 \\ T^4/8 & T^3/3 & T^2/2 \\ T^3/6 & T^2/2 & T \end{bmatrix} q \quad (3.3.23)$$

可得离散时间系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \\ \ddot{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \\ \ddot{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} v(k) \quad (3.3.24)$$

其中， $v(k)$ 满足条件同匀速运动模型，其协方差矩阵为

$$Q(k) = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & T^2/2 \\ T^3/2 & T^2 & T \\ T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix} \sigma_r^2 \quad (3.3.25)$$

3.3.3 转弯机动模型

目标跟踪问题中, 转弯机动也比较常见, 假设空中目标在二维平面进行机动时, 令 $X_{k+1} = [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k]^T$ 。若转弯速率已知, 则目标运动模型可表示为以下方程:

$$X_{k+1} = F(w_k)X_k + \Gamma w_k \quad (3.3.26)$$

其中,

$$F(w_k) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(w_k T)}{w_k} & 0 & \frac{1 - \cos(w_k T)}{w_k^2} \\ 0 & \cos(w_k T) & 0 & -\sin(w_k T) \\ 0 & \frac{1 - \cos(w_k T)}{w_k} & 1 & \frac{\sin(w_k T)}{w_k} \\ 0 & \sin(w_k T) & 0 & \cos(w_k T) \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix}, w_k = [w_x(k) \quad w_y(k)]^T。$$

在转弯速率未知的情况下, 通常有两种不同方法可以使用。一种是对转弯速率进行估计, 得到

$$w_x(k) = -\frac{\hat{\dot{x}} - \hat{\dot{x}}_{k-1}}{\hat{y}_k T} \quad (3.3.27)$$

$$w_y(k) = \frac{\hat{\dot{y}} - \hat{\dot{y}}_{k-1}}{\hat{x}_k T} \quad (3.3.28)$$

在实际应用中, 目标转弯速率的为

$$w(k) = \max \{ |w_x(k)|, |w_y(k)| \} \quad (3.3.29)$$

第二种是对目标状态方程的维数进行相应的扩展和增加, 即令

$$X_{k+1} = \begin{bmatrix} A(k) & 0 \\ 0 & A(k) \end{bmatrix} X_k + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} w_k。$$

$$\text{其中 } A(k) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(w_k T)}{w_k} & \frac{1 - \cos(w_k T)}{w_k^2} \\ 0 & \cos(w_k T) & \frac{\sin(w_k T)}{w_k} \\ 0 & -w_k \sin(w_k T) & \cos(w_k T) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} T^3 / 6 \\ T^2 / 2 \\ T \end{bmatrix}。$$

因此可以得到

$$w_x(k) = -\frac{\hat{\ddot{x}}}{\hat{\dot{y}}} \quad (3.3.30)$$

$$w_y(k) = -\frac{\hat{\ddot{y}}_k}{\hat{\dot{x}}_k} \quad (3.3.31)$$

目标转弯速率的表示方法同理于式 (3.3.27)。

3.3.4 Singer 模型

Singer 模型也叫一阶时间相关噪声模型，不同于一般意义的白噪声处理方式。它将目标的机动加速度用一个零均值的平稳随机过程表示，并将目标的机动用数学统计方式进行描述，用加速度的方差表示目标机动的幅度，用时间相关函数表示目标机动的时延。

设机动目标的加速度为 $a(t)$ ，由表达式可以看出该加速度是随时间变化的。根据 Singer 模型的特点， $a(t)$ 是一阶时间相关过程。其时间相关函数为

$$S(\tau) = E\{a(t)a(t+\tau)\} = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} \quad (3.3.32)$$

其中， σ_a^2 、 α 为时间 $(t, t+\tau)$ 内描述目标机动特性的参数， σ_a^2 为加速度的方差。 α 为机动频率，一般情况下取其经验值，比如持续时间 60s 的缓慢机动情况下， $\alpha = 1/60$ ；在持续时间 10~30s 的躲避式机动时， $\alpha = 1/10 \sim 1/30$ ；在持续 1~2s 的大气湍流扰动时， $\alpha = 1 \sim 1/2$ 。

由于 $a(t)$ 的均值为零，其概率密度函数可假设为服从均匀分布，则方差 σ_a^2 的计算可以利用如图 3.6 的模型，即

$$\sigma_a^2 = \int_{-A_{\max}}^{A_{\max}} P(a) a^2 da = \frac{a_{\max}^2}{3} (1 + 4P_{\max} - P_0) \quad (3.3.33)$$

其中， a_{\max} 为最大加速度， P_{\max} 为发生概率， P_0 为无机动概率。

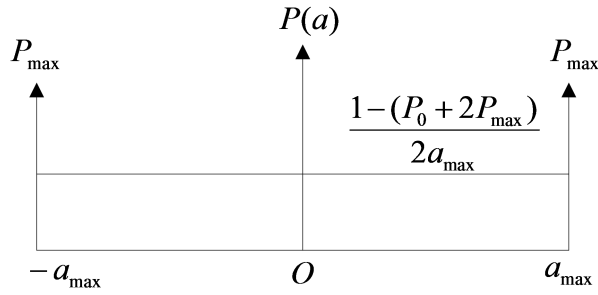


图 3.6 Singer 模型中加速度概率密度函数

由于加速度 $a(t)$ 为有色噪声，为满足滤波算法要求，应用白化程序后， $a(t)$ 可以表示为

$$\dot{a}(t) = -\alpha a(t) + w(t) \quad (3.3.34)$$

其中， $w(t)$ 是方差为 $2\alpha\sigma_a^2$ 的零均值的高斯白噪声。

用 Singer 模型描述目标的运动模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\dot{x}}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.3.35)$$

将状态方程离散化可得

$$X(k+1) = F(T, \alpha)X(k) + W(k) \quad (3.3.36)$$

其中目标转移矩阵 $F(T, \alpha) = e^{AT} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha}[-1 + \alpha T - e^{-\alpha T}] \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}[1 - e^{-\alpha T}] \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}$ ，当 αT 很小时，转

移矩阵可以简化为 $F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

Singer 模型是一个过渡模型。在 $\alpha = 0$ 时，加速度 $a(t)$ 为一个常数，相当于匀加速运动；当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时，加速度 $a(t) = 0$ ，相当于匀速运动。因此，Singer 模型是指当 α 在 $(0, \infty)$ 之间变化时，分别对应了匀速状态、匀加速状态和混合运动，它比单一的匀速或匀加速更具有普遍性。但对于包含更多运动状态或者剧烈运动的目标，采用一般的 Singer 模型将不能适用。因此，需要将 Singer 模型的一阶时间相关转换成二阶时间相关。其时间相关函数表示为

$$S(\tau) = \sigma_a^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta \tau \quad (3.3.37)$$

其中 β 为机动振荡频率。

同理采用白化程序后，加速度 $a(t)$ 可以用以下微分方程表示：

$$\ddot{a}(t) + 2\alpha\dot{a}(t) + (\alpha^2 + \varepsilon^2)a(t) = \sqrt{2\alpha\sigma_a^2}u(t) + \sqrt{2\alpha\sigma_a^2(\alpha^2 + \varepsilon^2)}u(t) \quad (3.3.38)$$

式中 $u(t)$ 是单位强度噪声。

采用二阶时间相关来描述机动目标模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega^2 & -2\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega\sqrt{2\omega\sigma_a^2} & \sqrt{2\omega\sigma_a^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix} \quad (3.3.39)$$

其中

$$\omega^2 = \varepsilon^2 + \alpha^2 \quad (3.3.40)$$

3.3.5 半 Markov 模型

Singer 模型具有一定的局限性，不能完全表征目标的运动过程。为了更加贴近机动目标的运动特性，摆脱 Singer 模型使用零均值的限制，多种改进模型随之发展而来。半 Markov 模型是其中一个具有代表性的改进型，它将目标机动的加速度或加速度变化率单独分割出来，将其描述为一个随机变量，相较于 Singer 模型多引入一个非零加速度 $u(t)$ ， $u(t)$ 是由 Markov 过程的转移概率确定的有限指令。该模型的方程如下：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\theta & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.3.41)$$

式中 α 是机动时间常数，其倒数可用来表示机动频率， θ 是阻力系数， $w(t)$ 是高斯白噪声。

3.3.6 Noval 模型

当运动目标进行剧烈逃避机动时，一般模型的误差都会变大，为解决这一问题引入目标机动的法向加速度 a_n ，即 Noval 模型^{[17][18]}，它也是一个时间相关过程，其概率密度的分布是非对称的，用非线性函数可表示为

$$a_n(t) = b + ce^{d\varepsilon(t)} \quad (3.3.42)$$

其中 b 、 c 、 d 是描述目标特点运动状态的常数， $\varepsilon(t)$ 是时间相关高斯随机过程，均值为零，它满足

$$\dot{\varepsilon}(t) = -\frac{1}{\alpha} \varepsilon(t) + w(t) \quad (3.3.43)$$

其中 α 是目标机动常数, $w(t)$ 是高斯白噪声, 其均值为零, 方差为 $2/\alpha$ 。

3.3.7 “当前”模型

由我国科学家周宏民等提出了目标运动过程的“当前”运动模型。其原理是一个目标具有一个确定的加速度时, 因目标动力设计限制, 其加速度的变化范围是在一个可预测的区间内的, 且变化范围只能在与“当前”时刻加速度相近的区间内。“当前”模型也是一个时间相关模型, 均值非零, 加速度的概率密度用修正的 Rayleigh 分布描述, “当前”的加速度即为其均值。从 Rayleigh 分布函数可以得出, 在不同时刻, 目标加速度的概率密度不同。若“当前”的加速度均值是已知条件, 则可以得到加速度在此时刻的概率密度函数。由此可见, “当前”加速度的概率密度函数是随时间变化的, 更加符合实际运动规律。

“当前”模型的一阶时间相关过程可表示为

$$\ddot{x}(t) = \bar{a}(t) + a(t) \quad (3.3.44)$$

$$\dot{a}(t) = -\alpha a(t) + w(t) \quad (3.3.45)$$

式中 $x(t)$ 是目标的位置信息, 则 $\ddot{x}(t)$ 是二阶倒数后的加速度, 其方差用 σ_a^2 表示, 均值用 \bar{a} 表示; $a(t)$ 是有色加速度噪声, 均值为零; $w(t)$ 是方差为 $2\alpha\sigma_a^2$ 的零均值白噪声。

令 $a_1(t) = \bar{a}(t) + a(t)$, 得到

$$\ddot{x}(t) = a_1(t) \quad (3.3.46)$$

$$\dot{a}_1(t) = -\alpha a_1(t) + \alpha \bar{a}(t) + w(t) \quad (3.3.47)$$

$$\ddot{x}(t) = -\alpha \dot{x}(t) + \alpha \bar{a}(t) + w(t) \quad (3.3.48)$$

综上得到“当前”模型的状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \bar{a}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t) \quad (3.3.49)$$

将该模型用离散时间模型表示为

$$X(k+1) = F(k)X(k) + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{aT-1+e^{-\alpha T}}{\alpha^2} \\ \frac{1-e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \bar{a}(k) + W(k) \quad (3.3.50)$$

其中状态转移矩阵 $F(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{aT-1+e^{-\alpha T}}{\alpha^2} \\ 0 & 1 & \frac{1-e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}$, $W(k)$ 为方差为 $Q(k) = 2\alpha\sigma_a^2 Q_0$ 的

零均值高斯白噪声序列, Q_0 为常矩阵, $\bar{a}(k)$ 为 k 时刻加速度先验均值。在 Singer 模型中假设加速度服从均匀分布, 而“当前”模型中加速度服从修正 Rayleigh 分布, 则加速度方差可表示为

$$\sigma_a^2 = \begin{cases} \frac{\pi}{4-\pi} (a_{\max} - \hat{a}(k-1))^2 & a < \hat{a}(k-1) < a_{\max} \\ \frac{\pi}{4-\pi} (a_{-\max} - \hat{a}(k-1))^2 & a_{-\max} < \hat{a}(k-1) < 0 \end{cases} \quad (3.3.51)$$

3.4 本章小结

本章首先介绍了目标跟踪系统的基本原理, 并对目标跟踪各分系统的职能作用进行分析, 其中影响跟踪性能的不确定因素被提了出来。之后, 为了使实际的目标跟踪系统在运算过程中更加便捷, 目标运动过程的描述更加清晰, 我们初步地研究了雷达坐标系的选择及转换问题。最后, 本章介绍了几种常见的目标模型, 并分析了各个模型之间的联系和优劣性。

第四章 滤波算法及仿真实验

4.1 滤波理论

4.1.1 滤波原理

在建立雷达机动目标的模型之后,核心问题就是如何进行目标跟踪算法的设计,滤波器的设计也是雷达数据处理过程中的关键环节。目标跟踪是指在给定运动目标的观测条件下,用确定的滤波算法对目标的运动状态进行估计。滤波是指最大可能从回波信号中过滤其中包含的各类噪声,减小或消除噪声带来的影响,最终得到状态最优估计。根据对运动目标当前真实位置的观测估计,可以确定出目标当前的状态。固定目标由于其位置得不变性,可以通过多次观测,将目标位置较为精确的确定。而对于机动目标而言,由于其位置的变化性,导致其位置的确定精度受到很大限制,因此需要利用合适的滤波算法对运动目标进行定位跟踪。滤波过程中需要消除的噪声污染一般来分为两类,一类是雷达各分机模块自身产生的误差,另一类是大气空间中存在的各种电磁、气象等杂波干扰。

在雷达目标非机动运动时整个滤波系统可以近似为线性系统,采用卡尔曼滤波方法即可较好跟踪目标,一般包括线性自回归滤波、 α - β 滤波、卡尔曼滤波等。但在实际雷达目标运动过程中,目标会作出各种机动,整个滤波系统就是非线性的,使用一般的卡尔曼滤波方法会产生较大误差,甚至出现目标跟丢的现象,在此情况下,处理非线性系统的滤波方法就显得比较重要,比如自适应卡尔曼滤波、EKF、UKF、IMM 等改进型算法。

滤波器设计的关键是对系统的量测方程和运动状态方程进行确定,这两个方程都与所选取的坐标系息息相关,选择良好的坐标系才能保证系统运算时间较短,系统性能也有相应的提升。在实际跟踪过程中,准确获取系统噪声统计特性比较困难,且系统模型和观测方程的非线性因素制约较大。

目前大多数目标跟踪滤波算法是以 Bayesian 框架理论为基础的, Bayesian 框架包括预测和更新两个过程。在预测过程中,用状态转移模型对目标先验状态密度概率分布进行预测;在更新过程中,采用观测值修正先验状态概率密度分布,得到后验分布和系统最优估计。

根据 Bayesian 框架理论,将非线性系统离散采样,可得到状态方程和观测方程为:

$$x_k = f(x_{k-1}) + w_k \quad (4.1.1)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (4.1.2)$$

其中, 状态向量用 $x_k \in R^n$ 表示, 观测向量用 $z_k \in R^m$ 表示, 过程噪声 w_k 用表示, 观测噪声 v_k 表示, f 和 h 是已知的非线性函数。

按照 Bayesian 估计理论, k 时刻状态变量的统计描述可以通过状态变量 x_k 的后验概率密度提供^[19]。滤波算法的关键就是利用确定时刻的观测变量序列 $z_{1:k} = \{z_i\}_{i=1}^k$, 从中得到时变状态变量 x_k 的估计, 即后验状态分布 $p(x_k | z_{1:k})$ 的概率密度函数(PDF)。设初始 PDF 为 $p(x_0) = p(x_0 | z_0)$, 则 $p(x_k | z_{1:k})$ 可通过预测和更新两个过程得到。

(1) 预测过程:

若 $k-1$ 时刻状态后验 PDF 用 $p(x_{k-1} | z_{1:k-1})$ 表示, 则一步预测的 PDF 可用 Chapman-Kolmogorov 方程推导得出:

$$p(x_k | z_{1:k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}, z_{1:k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (4.1.3)$$

假设状态值是离散序列, 状态序列是一个 Markov 链, 即:

$$p(x_k | x_{1:k-1}, z_{1:k-1}) = p(x_k | x_{k-1}) \quad (4.1.4)$$

将式 (4.1.4) 代入式 (4.1.3) 得:

$$p(x_k | z_{1:k-1}) = \int p(x_k | x_{k-1}) p(x_{k-1} | z_{1:k-1}) dx_{k-1} \quad (4.1.5)$$

式中 x_k 的转移概率密度函数用 $p(x_k | x_{k-1})$ 来表示, 它用来描述式(4.1.1)中的一阶 Markov 过程。

(2) 更新过程:

根据 Bayesian 估计理论, 在得到 $p(x_k | z_{1:k-1})$ 之后, 利用最新的观测值 z_k 可以将 k 时刻系统的状态变量后验 PDF 计算出来:

$$\begin{aligned} p(x_k | z_{1:k}) &= p(x_k | z_{1:k-1}, z_k) \\ &= \frac{p(z_k | x_k, z_{1:k-1}) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{p(z_k | z_{1:k-1})} \\ &= \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{\int p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1}) dx_k} = \frac{p(z_k | x_k) p(x_k | z_{1:k-1})}{Z_k} \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

其中 Z_k 是归一化参数。式 (4.1.5) 和 (4.1.6) 是利用 Bayesian 估计理论进行的一个完整的递归推导, 即由 $k-1$ 时刻的状态后验 PDF $p(x_{k-1} | z_{1:k-1})$ 向当前 k 时刻状态后验 PDF $p(x_k | z_{1:k})$ 进行递归推导。

4.1.2 Monte Carlo 方法

在雷达数据处理过程中, Monte Carlo 一种最常见的雷达性能评估方法, 尤

其是在雷达目标跟踪系统的 Matlab 仿真实验中,该方法能有效进行数据处理。一般情况下,确定性分析方法对线性系统可以进行预测和估计,但对各种复杂因素环境下的非线性系统,不可能完全对系统动态性能的影响进行估计。而 Monte Carlo 方法成为雷达非线性系统进入工程实践前必要的仿真分析法。

Monte Carlo 方法的基本思想是用统计学抽样理论来近似计算实际问题。在雷达跟踪仿真过程中, Monte Carlo 方法是进行大量的计算机模拟,从而检验雷达系统的动态性能,并归纳总结出统计结果。它的主要用途是用数学分析方法来模拟真实物理过程,以此验证系统的可行性与可靠性。Monte Carlo 仿真方法在平时实验过程中的关键是产生可靠的伪随机数,一般情况下可通过物理装置产生伪随机数,或者采用运算程序产生。在进行 Matlab 编程时,在区间 $[0,1]$ 的均匀分布随机数可用 rand 语句实现,标准正态分布随机数用 randn 语句实现。

Monte Carlo 分析方法的优点是:

- (1) 它能够对具有随机特性的过程进行非常贴近实际的表述;
- (2) 该方法适应性强,受几何条件的限制较小,且对于几何模型越复杂、越难以工程实现的问题,它的优点就越突出;
- (3) 其收敛速度与所分析问题的维数无关;
- (4) 程序结构比较简单,所需计算机存储单元少,实现过程简单高效;
- (5) 能够在计算机上进行大量的重复抽样,实验分析经济性较高。

Monte Carlo 分析方法的缺点是:

- (1) 通常在计算量较大时,系统的收敛速度比较慢,因而不能实时对目标进行仿真;
- (2) 它是实际问题的近似仿真分析,其结果只能具有参考或指导意义,并非实际问题的确定结果。

在本文中,采用标准的卡尔曼滤波算法和 Monte Carlo 分析方法,对一个机动目标的运动过程进行仿真实现,以此来验证 Monte Carlo 仿真次数对仿真结果的影响。

设目标的初始位置为 $(-20000,0)$,之后采用匀速直线运动过程。当目标运动到 $(0,0)$ 位置时,目标开始进行转弯机动,此机动过程是在一个恒定的加速度条件下进行的,类似于圆形的机动。当目标运动至 $(-9000,0)$ 位置时,再次以匀速直线的方式运动。

在两次实验中,分别取 Monte Carlo 仿真次数 M 为 5 和 50,其他的系统参数不变,状态方程和观测方程也保持不变,其具体的滤波轨迹和误差仿真结果如下所示:

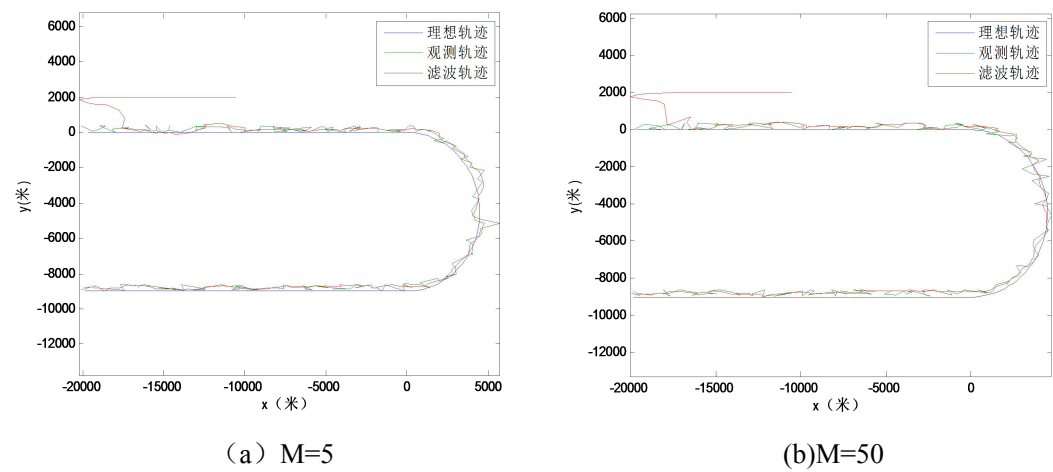


图 4-1 不同 Monte Carlo 仿真次数时的滤波轨迹

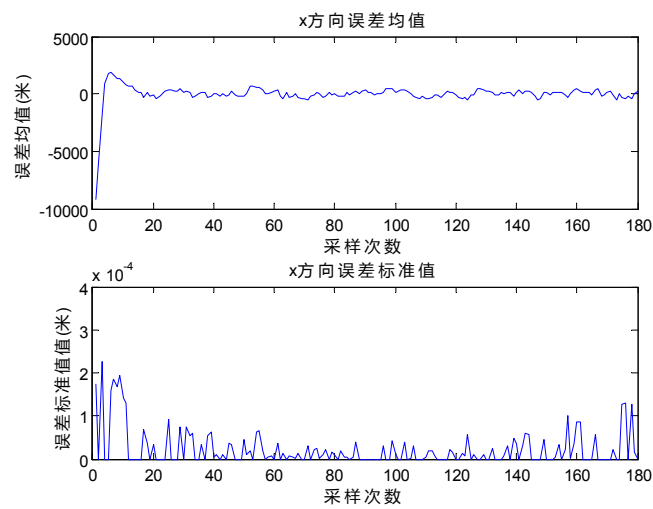


图 4-2 M=5 时 x 方向的误差均值和标准值

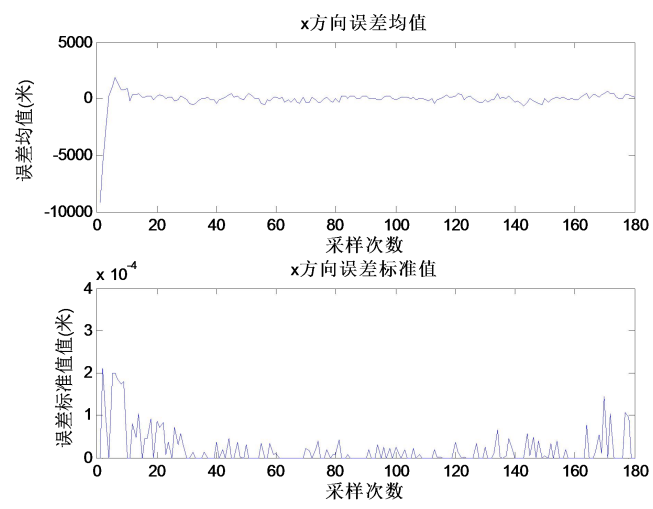


图 4-3 M=50 时 x 方向的误差均值和标准值

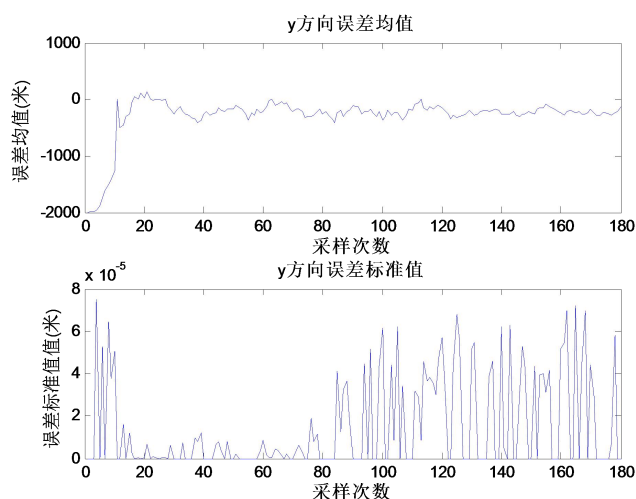


图 4-4 M=5 时 y 方向的误差均值和标准值

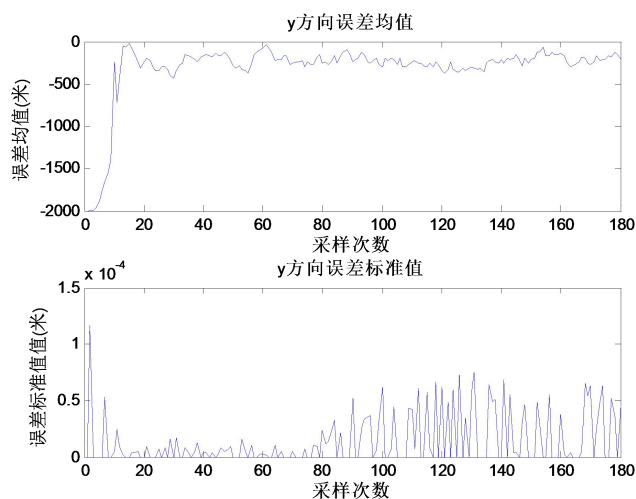


图 4-5 M=50 时 y 方向的误差均值和标准值

通过对比以上图可以发现，在雷达目标跟踪滤波过程中，采用 Monte Carlo 方法时，仿真次数 $M=50$ 比 $M=5$ 的目标滤波效果相对来说要好，尤其是在目标拐弯过程中，在 x 方向误差均值和标准值的差别不明显，但在 y 方向 $M=50$ 比 $M=5$ 误差均值和标准值都要小。因此，Monte Carlo 仿真次数对仿真结果有一定影响，但其差别相较于系统的数量级上来说显得比较微小。

4.1.3 滤波系统数据偏差

在一般的滤波系统中，都不同程度的伴有数据偏差，由此产生了系统的稳定性问题。多年来，各国的科研工作者相继提出了不同的方案来解决稳定性问题，其中由 Masreliez 等根据人的经验和感觉提出的方案与其他的方案不同，其解决

理论更加严谨且过程更加合理。但是由于此方案更多源于经验做法模拟,与实际过程相比有差别,因此其使用范围比较受限。对此有人通过对该方案的修正来解决性能下降问题^[21],采用一个更加符合实际情况的算法,即将观测扰动不再作为一个特殊量进行处理,而是将其看作高斯噪声进行处理。一般情况下,系统状态的动态模型是一个关键部分,制约了滤波性能。在动态模型描述不精确或模型产生变化时,滤波器的性能会下降^[20],甚至出现结果呈发散的情况。滤波结果的发散主要包括显式发散(Apparent Divergence)和真发散(True Divergence),如图 4-6 所示。在显式发散中,动态模型各参数的误差值是在一定范围内的。而在真发散中,各参数的误差却不受限制呈发散趋势,甚至会变得不收控制。

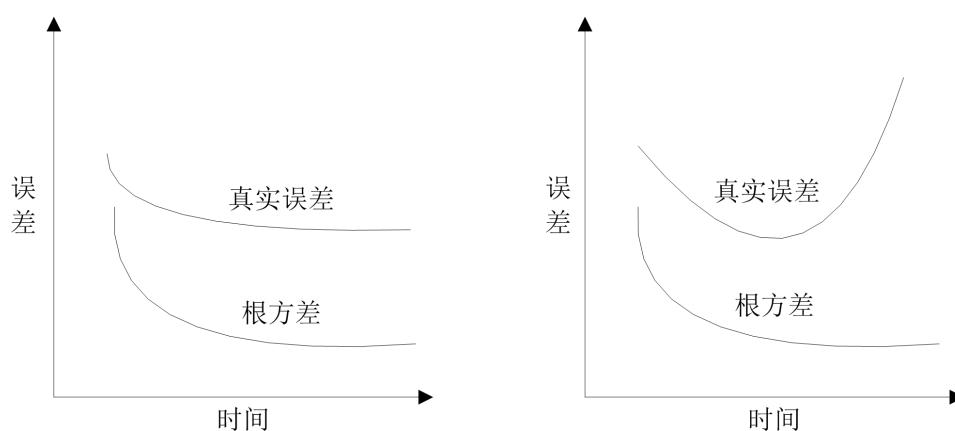


图 4-6 显式发散 (左) 和真发散 (右) 误差

在滤波系统中,大部分都是指真发散情况。在滤波算法中,稳定性问题是表现一个滤波器是否符合实际要求的参考。比如常用的卡尔曼算法,不仅严格依赖于系统的模型,其还具有非常差的鲁棒性问题,当跟踪系统进入稳态过程后,卡尔曼算法将失去对运动状态的跟踪能力。因此对机动目标卡尔曼滤波的跟踪能力受到很大限制,对于将目标跟丢的滤波算法,称为滤波算法不收敛。在雷达目标跟踪系统实际的滤波过程中,滤波是否发散是描述滤波器滤波特性和滤波稳定性的重要依据。自卡尔曼滤波算法发展以来,针对滤波算法对机动目标受限较大的特点,人们对滤波器的稳定性和发散问题进行了深入的研究,不断拓展和改善发散抑制问题。在实际工程应用过程在,由于系统的动态模型不一定能用状态方程准确描述,噪声的统计模型也与实际情况有差别。因此,虽然卡尔曼算法在理论上是稳定的过程,但在目标运动的实际情况或实验中,滤波算法具体的应用效果可能是发散的,因系统不能抑制自身的数据偏差,甚至最后会出现跟丢目标的现象。鉴于此问题,尤其是处理目标机动运动剧烈的非线性系统时,普通的卡尔曼滤波和系统偏差修正不能够满足对目标的滤波跟踪要求,就需要对目标运动的状

态模型进行适应性调整，以满足各种不同的滤波算法改进。

4.2 Wiener 滤波

Wiener（维纳）滤波是在二战期间发展起来的，最早是为了提高武器火力控制性能，设计出的一种频域统计分析的滤波算法。维纳滤波是一种常增益滤波算法，且由于其在频域内进行谱分解，因此需要限制信号为平稳随机过程。

在离散情况下，目标状态空间模型的状态方程和观测方程可以表示为

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma W(k) \quad (4.2.1)$$

$$Y(k) = HX(k) + V(k) \quad (4.2.2)$$

其中， k 为离散时间， $X(k)$ 为 k 时刻的系统状态， $Y(k)$ 为状态观测信号， $W(k)$ 为输入的白噪声， $V(k)$ 为观测噪声。 Φ 为状态转移矩阵， Γ 为噪声驱动， H 为观测矩阵。

在式(4.2.1)和式(4.2.2)中，假设 Φ 、 Γ 、 H 为常数矩阵，观测时间为 $t_0 \sim \infty$ ，则可将维纳方程表示为

$$\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K[Y(k) - H\hat{X}(k/k-1)] \quad (4.2.1)$$

$$\hat{X}(k/k-1) = \Phi \hat{X}(k-1/k-1) \quad (4.2.2)$$

$$K = PH^T R^{-1} \quad (4.2.1)$$

$$\Phi P + P\Phi^T - PH^T R^{-1} HP + Q = 0 \quad (4.2.2)$$

其中，常值滤波增益矩阵用 K 表示，协方差矩阵用 P 表示， K 和 P 的值都通过离线方式得出来。 $Q = E[W(k)W^T(k)]$ ， $R = E[V(k)V^T(k)]$ 。

维纳滤波的主要优点有：一是通过频域谱分解，得到了滤波传递函数的一个完整解析解；二是可以利用维纳滤波预测和估计多种信号，不过这些信号要与输入有效信号相关。

但其也存在几个严重的缺点：一是它只能分析具有稳定特性的随机过程，不能分析非稳定的随机过程；二是由于其适用范围为频域而非时域，其滤波传递函数在工程上难以实现；三是滤波器的设计比较局限，必须要求系统中所有值都是固定常数，且所有过程都必须可实现；四是需将 $(-\infty, t)$ 的数据全部进行相应计算处理，导致计算机计算量很大；五是维纳滤波对非线性系统没有任何实际意义，它只能用于进行线性系统的滤波。正是由于这些因素，维纳滤波的应用范围有很大的局限性，不适用于现代雷达对复杂目标的跟踪滤波过程分析。

4.3 Kalman 滤波

现代雷达目标滤波系统中应用最多的是卡尔曼滤波算法,且其他衍生算法大部分是以卡尔曼滤波为基础发展起来的^[21]。最早被提出的是离散型卡尔曼滤波,它克服了维纳滤波的应用缺陷,之后连续时间系统卡尔曼滤波得到推广,彻底解决了滤波算法的工程实现问题。卡尔曼算法是一种最优条件估计的算法,它的基本原则是线性、无偏、误差方差值最小。它的实质是利用递推数据处理方法,将从系统获得的量测值通过确定的递推方程得到新的状态估计值。在卡尔曼滤波算法中,将白噪声应用于整个系统信号过程,并产生一个线性化的输出结果。卡尔曼算法包含了几个统计特性,它们分别是由表现目标模型的状态空间方程、表现滤波估计特性的观测方程以及观测噪声和系统噪声组合得到的^[22]。因此卡尔曼滤波算法可以对一维和多维过程进行估计,也可以对平稳和非平稳过程进行状态估计。以卡尔曼理论为基础,经过多年的研究,许多衍生的滤波算法发展出来,取得了较好的滤波效果,其应用范围和扩展到了导航、通信、地震探测、矿产开发、生物医学等各个方面。

在雷达目标跟踪过程中,目标的方位距离、速度和加速度的测量值在任何情况下都存在各类噪声。卡尔曼算法就是根据目标运动的特性,通过一定的方法消减噪声,从而得到最优估计值。

相比于其他类型的滤波算法,卡尔曼算法有以下三个显著特点:

一是算法具有连续和离散两种形式,且可以在时域内进行解析,计算机可以直接实现离散型算法;

二是算法递推,不断通过递推方程获得新的状态估计,不同时刻量测信息不需要计算机存储,实时得到当前时刻的估计信息,而不许用存储过多的信息,增加了滤波算法的实时性;

三是被估计参数的变化规律用系统状态方程表述,输入噪声的统计特性和系统状态方程可以将被估计参数的统计特性进行确定。

基于以上三个特点,卡尔曼滤波相较于其他算法在雷达目标跟踪中应用更加广泛,且具有以下优点:

(1)系统增益可以通过算法自动获取,因此卡尔曼算法的普遍适用性也更强,通过部分参数的更换,同一个滤波设计可以应用到其他的模型中;

(2)利用协方差矩阵可以便捷地对估计精度进行测量,同时,在非单一目标跟踪中,跟踪门的形成和门限的确定都可以通过这种方法进行测量和获取;

(3)卡尔曼滤波中的残差(新息)可以作为一种目标机动检测和辨识的手段,通过对残差(新息)变化的一致性分析,来判定我们所近似的目标运动模型是否

可靠，与目标真实的运动特性是否相符；

(4)卡尔曼增益序列在跟踪检测过程中，可以根据状态的变化进行自适应调整，从而达到最优的滤波效果。

4.3.1 标准 Kalman 滤波 (KF)

标准卡尔曼滤波^{[23][24]}实际上是一种线性滤波，即将系统过程看作是线性的。在离散时间系统中，目标运动的状态方程和观测方程分别可以表示为

$$X(k+1) = \Phi X(k) + \Gamma W(k) \quad (4.3.1)$$

$$Y(k) = HX(k) + V(k) \quad (4.3.2)$$

其中， k 为离散时间， $X(k)$ 为 k 时刻的系统状态， $Y(k)$ 为状态观测信号， $W(k)$ 为输入白噪声， $V(k)$ 为观测噪声， $W(k)$ 和 $V(k)$ 是互不相关的，其协方差矩阵分别用 $Q(k)$ 和 $R(k)$ 表示。 Φ 为状态转移矩阵， Γ 为噪声驱动， H 为观测矩阵。其信号模型如图 4-7 所示。

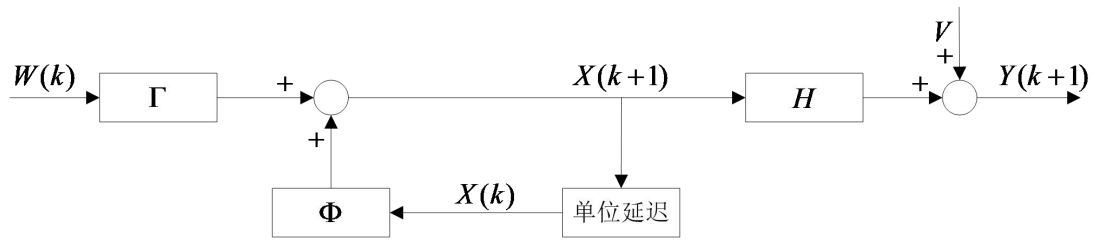


图 4-7 离散时间信号模型

对于标准的卡尔曼滤波，其限制条件如下：

$$\begin{cases} E[W(k)] = 0 \\ \text{Cov}[W(k), W(j)] = E[W(k)W^T(j)] = Q(k)\delta_{kj} \end{cases} \quad (4.3.3)$$

$$\begin{cases} E[V(k)] = 0 \\ \text{Cov}[V(k), V(j)] = E[V(k)V^T(j)] = R(k)\delta_{kj} \end{cases} \quad (4.3.4)$$

$$\text{Cov}[W(k), V(j)] = E[W(k)V(j)] = 0 \quad (4.3.5)$$

滤波初始条件下均值方差分别为

$$E[X(0)] = \mu_X(0) \quad (4.3.6)$$

$$\text{Var}[X(0)] = P_X(0) \quad (4.3.7)$$

则标准卡尔曼滤波过程如下：

状态估计方程

$$\hat{X}(k/k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)[Y(k) - H\hat{X}(k/k-1)] \quad (4.3.8)$$

状态预测方程

$$\hat{X}(k/k-1) = \Phi\hat{X}(k-1/k-1) \quad (4.3.9)$$

滤波增益为

$$K = P(k/k-1)H^T(k)[H(k)P(k/k-1)H^T + R(k)]^{-1} \quad (4.3.10)$$

协方差预测

$$P(k/k-1) = \Phi P(k-1/k-1)\Phi^T + \Gamma Q(k-1)\Gamma^T \quad (4.3.11)$$

协方差估计

$$P(k/k) = [I - KH]P(k/k-1) \quad (4.3.12)$$

残差（新息）为

$$d(k) = Y(k) - H\hat{X}(k/k-1) \quad (4.3.13)$$

残差（新息）的协方差矩阵为

$$S(k) = HP(k/k-1)H^T + R(k) \quad (4.3.14)$$

在已知滤波状态初始值 $\hat{X}(0/0)$ 和 $P(0)$ 的基础上，由于卡尔曼算法的递归特性，依据 k 时刻的观测值 $Y(k)$ 得出 k 时刻的状态值 $\hat{X}(k/k)$ 。整个滤波算法如图 4-8 所示：

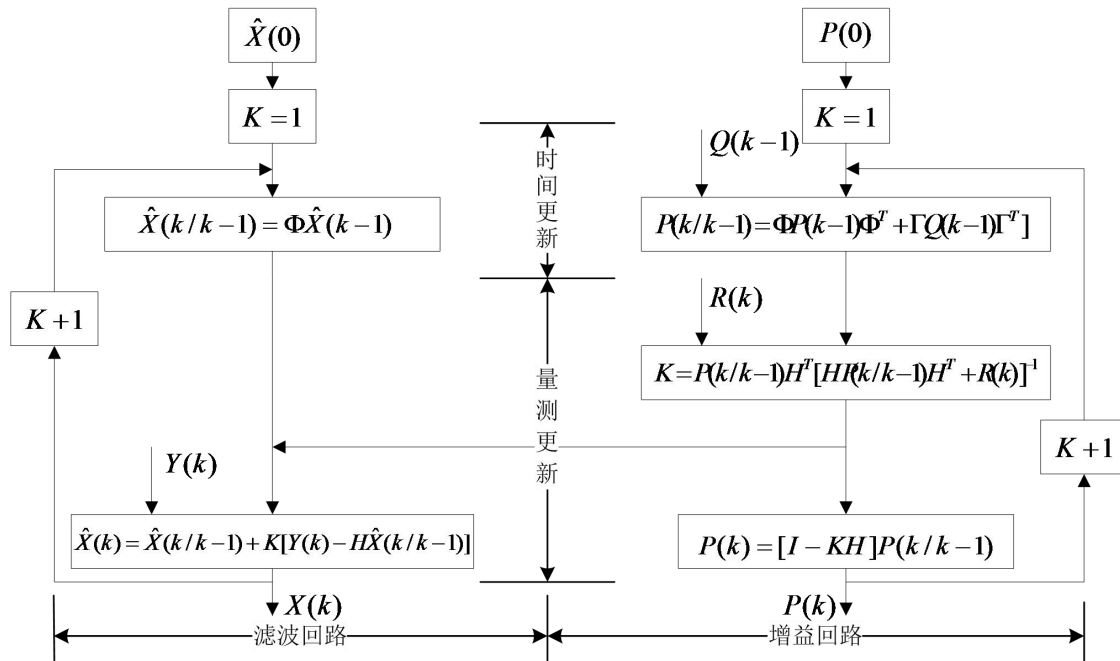


图 4-8 卡尔曼滤波具体过程

标准卡尔曼算法是递归的，且是一种线性滤波方法，相比于其他滤波方法，它不需要存储之前的状态信息，只需将前一时刻的估计量和当前观测值进行计算，便可以得到当前的状态估计。整个卡尔曼滤波包含了两个主要过程，即系统的时间更新过程和状态测量更新过程，其中时间更新过程是在已知滤波初值 $\hat{X}(0)$ 和 $P(0)$ 、观测过程噪声方差 $R(k)$ 和过程噪声协方差 $Q(k-1)$ 基础上，利用式 (4.3.9) 对一步状态预测进行运算，利用式 (4.3.11) 对一步协方差预测进行运算；量测更新是在计算卡尔曼滤波增益 K 的基础上，计算得到当前时刻的状态预测，并计算出协方差预测值。然后将新的状态预测和协方差预测值递归迭代进 $k+1$ 时刻，直至滤波结束。

但是，标准卡尔曼滤波只是一种忽略各种噪声影响和系统误差的理论性理想化滤波过程，在实际情况下，需要考虑各种噪声对系统的影响，目标和系统的非线性过程也制约了滤波算法的精确性。对于卡尔曼算法的标准形式，只是在滤波算法发展历史中起到抛砖引玉的作用，在当时所处的特定情况来说，卡尔曼理论摆脱了维纳滤波只处理线性过程的局限性，提出了一种新的目标跟踪问题解决思路，具有里程碑意义。在经过多年的发展后，卡尔曼算法的多种改进形式被不断拓展，使其更加符合系统的实际情况。

下面，本文通过两个仿真实验来验证标准卡尔曼滤波算法的可实现性，并对雷达目标算法跟踪非机动目标和机动探测的具体过程进行仿真。

实验一：假设有一部两坐标的跟踪雷达，用其探测平面运动的空中目标，空中目标的运动过程是一个典型的非机动匀加速运动，起始位置为 $(120000, 22000)$ ， x 轴速度和加速度分别为 200 m/s 和 3 m/s^2 ， y 轴速度和加速度均为零，雷达扫描周期为 $T = 2\text{ s}$ ，系统观测噪声用一个高斯白噪声表示。其滤波结果为

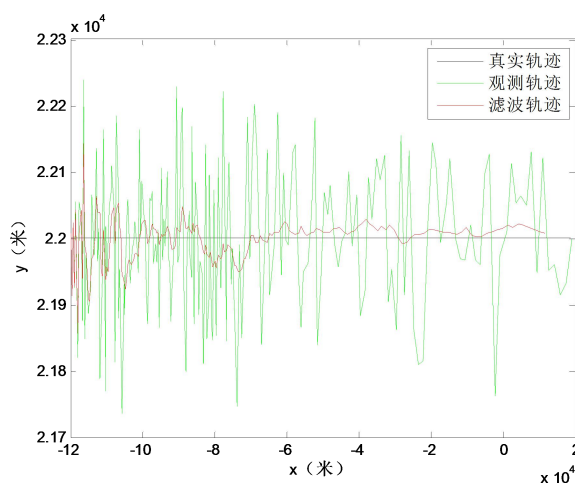
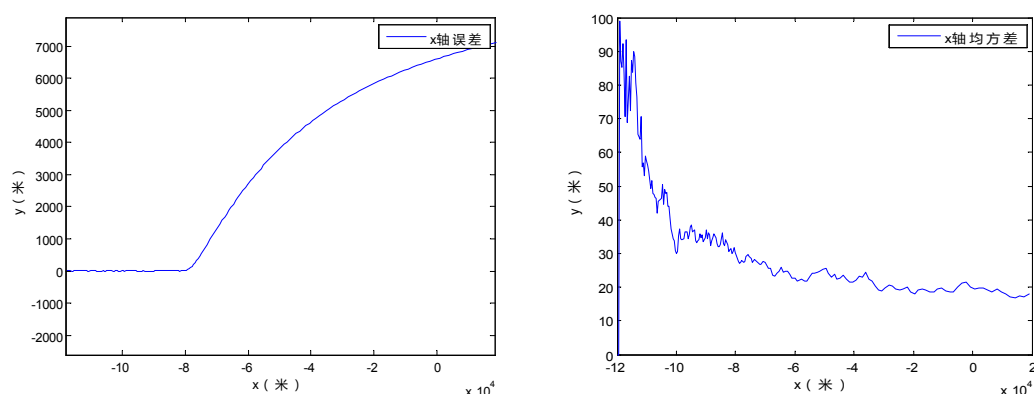


图 4-9 目标运动轨迹的滤波结果

图 4-10 x 轴方向的误差和均方差

由于 y 轴方向的速度和加速度均为零，因此， y 轴方向的误差和均方差值也为零。

由图 4-9 和图 4-10 可见，一般意义上的标准卡尔曼算法可以对非机动的平稳运动目标的运动过程进行一定程度的跟踪滤波，但滤波误差非常大，且滤波轨迹相对于真实轨迹来说，跟踪趋势也不明显，有较大的随意性，若增加系统在 y 轴方向的速度和加速度影响，该滤波过程很有可能完全发散，以致最后丢失目标。而且在实际非理想情况下，存在各种环境因素的影响，使用标准卡尔曼算法跟踪目标造成的误差将更大。

实验二：假设有一部两坐标的跟踪雷达，用其探测平面运动的空中目标，空中目标的运动过程是一个典型的机动匀加速运动，起始位置为 $(120000, 22000)$ ， x 轴速度和加速度分别为 300 m/s 和 -2 m/s^2 ， y 轴速度和加速度分别为 0 m/s 和 2 m/s^2 ，雷达扫描周期为 $T = 2\text{ s}$ ，观测噪声用一个高斯白噪声表示。其滤波结果为

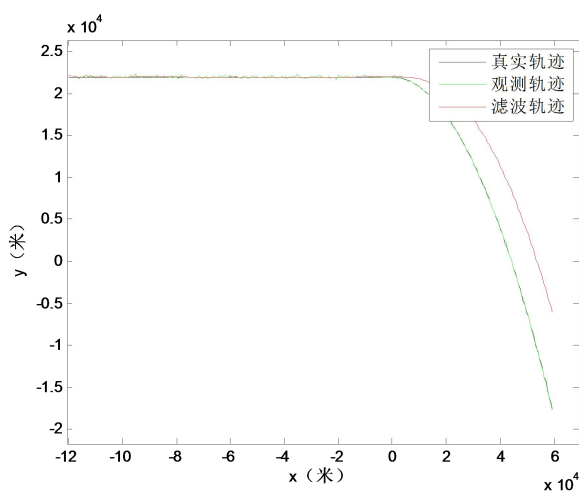
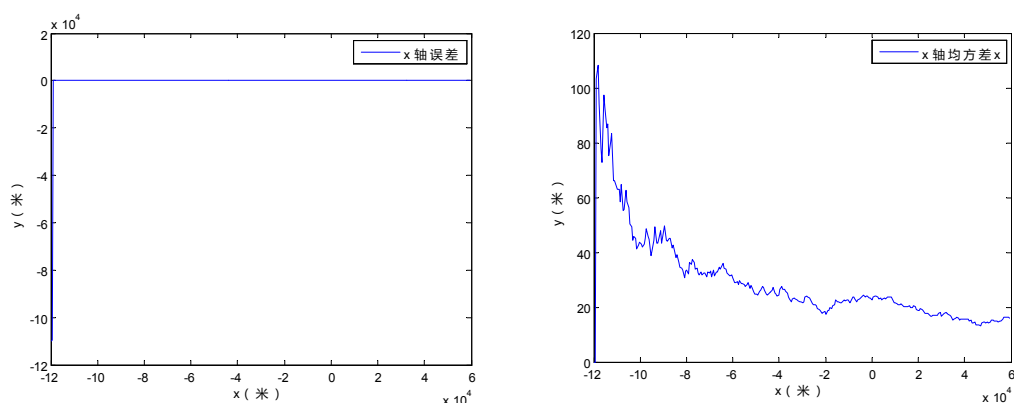
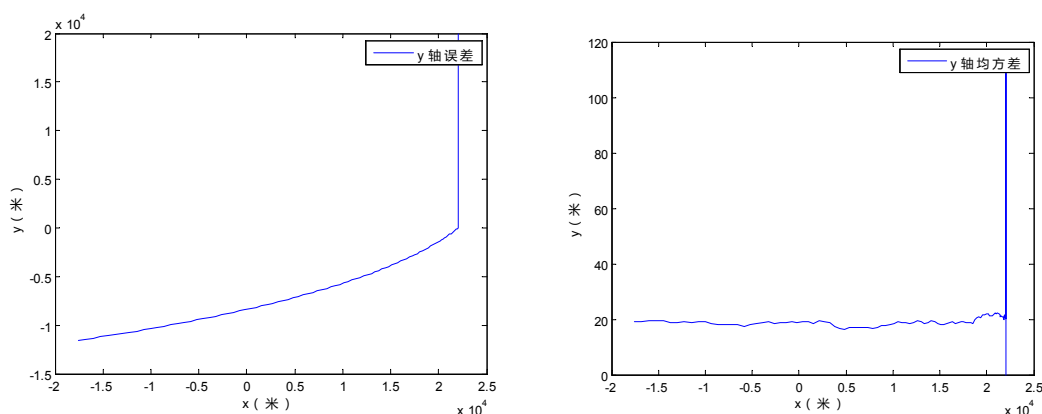


图 4-11 目标运动轨迹的滤波结果

图 4-12 x 轴方向的误差和均方差图 4-13 y 轴方向的误差和均方差

由图 4-11、图 4-12、和图 4-13 可见，一般意义上的标准卡尔曼算法可以对机动目标的运动过程进行跟踪滤波。在此实验中， x 轴方向的误差和均方差都较小，但是 y 轴方向的误差和均方差逐渐变大，直至最后失真，也就意味着利用标准卡尔曼算法跟踪机动目标，最后将目标丢失。

由实验一和实验二可以得出，标准卡尔曼算法可以进行目标系统的跟踪，但误差较大。在考虑环境因素影响后，其误差将更大，甚至丢失目标。因此，需要对标准卡尔曼算法进行改进。

4.3.2 扩展 Kalman 滤波(EKF)

标准卡尔曼算法是一种对线性系统最优的滤波方法^{[25][26][27]}，他的动态目标状态估计是在线性环境下获得的，但在实际情况中，目标的观测数据和动态参数之间往往是非线性的关系。在处理非线性系统时，标准卡尔曼滤波很难甚至不可能获得精确的滤波结果。作为标准卡尔曼算法的改进型，扩展卡尔曼算法是一种公认的优良途径来实现对非线性随机过程的状态估计算法^[28]。

扩展卡尔曼滤波的实现过程与标准卡尔曼滤波相似，只是为了获得每一确定时刻系统的线性化模型，需要对每一时刻的 Jacobian 矩阵都进行计算^[29]。因此，扩展卡尔曼滤波使用级数展开的方法，将所展开的一阶泰勒级数看作近似值，将非线性系统更加适合线性化过程，即将非线性系统通过泰勒展开，从而近似变换为线性系统进行滤波处理。

非线性系统的表达方式与现行系统相似，其状态方程和观测方程分别可以表示为

$$X(k+1) = f(k, X(k)) + W(k) \quad (4.3.15)$$

$$Y(k) = h(k, X(k)) + V(k) \quad (4.3.16)$$

相比式 (4.3.1)，式 (4.3.15) 中省略了输入控制参数 Φ 和 Γ ，将过程噪声和测量噪声均看作均值为零的加性白噪声，其方差与式 (4.3.3) 和 (4.3.4) 相同。

在系统过程噪声和系统测量噪声不相关的情况下，假设 $P(0/0)$ 和 $\hat{X}(0/0)$ 分别为协方差矩阵和初始状态估计。 k 时刻的状态估计可表示为

$$\hat{X}(k/k) = E[X(k) | Y^k] \quad (4.3.17)$$

采用泰勒级数展开的方法，将非线性函数在 $\hat{X}(k/k)$ 附近展开，下式为泰勒三阶展开式

$$\begin{aligned} X(k+1) &= f(k, X(k)) + f_x[X(k) - \hat{X}(k/k)] \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} e_i [X(k) - \hat{X}(k/k)] f_{xx}^i [X(k) - \hat{X}(k/k)] + \dots + W(k) \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

式中， n_x 是状态向量 $X(k)$ 的维数。

由于高阶项的影响较小，近似略去高阶项后，可以得到从 k 时刻到 $k+1$ 时刻的状态预测值

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1/k) &= E[X(k+1) | Y^k] = f(k, \hat{X}(k/k)) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} e_i \text{tr}[f_{xx}^i(k) P(k/k)] \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

相伴的协方差为

$$\begin{aligned} P(k+1/k) &= E[\tilde{X}(k+1/k) \tilde{X}'(k+1/k) | Y^k] = f_x(k) P(k/k) f_x'(k) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} e_i e_j' \text{tr}[f_{xx}^i(k) P(k/k) f_{xx}^j(k) P(k/k)] + Q(k) \end{aligned} \quad (4.3.20)$$

同理，对于泰勒二阶展开的扩展卡尔曼滤波器，其量测预测值为

$$\hat{Y}(k+1/k) = h(k+1, \hat{X}(k+1/k)) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} e_i \text{tr}[h_{xx}^i(k+1) P(k+1/k)] \quad (4.3.21)$$

其相伴的协方差为

$$S(k+1/k) = h_X(k+1)P(k+1/k)h_X'(k+1) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_x} e_i e_j' \text{tr}[h_{XX}^i(k)P(k+1/k)h_{XX}^j(k)P(k+1/k)] + R(k+1) \quad (4.3.22)$$

式中, $h_X(k+1)$ 是 Jacobian 矩阵, 且

$$h_X(k+1) = [\nabla_X h'(k+1, X)]_{X=\hat{X}(k+1/k)}' \quad (4.3.23)$$

$h_X(k+1)$ 的第 i 个分量的海塞矩阵为

$$h_{XX}^i(k+1) = [\nabla_X \nabla_X h'(k+1, X)]_{X=\hat{X}(k+1/k)}' \quad (4.3.24)$$

则其增益可表示为

$$K(k+1) = P(k+1/k)h_X'(k+1)S^{-1}(k+1) \quad (4.3.25)$$

状态更新方程为

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)\{Y(k+1) - h[k+1, \hat{X}(k+1/k)]\} \quad (4.3.26)$$

协方差更新方程为

$$P(k+1/K+1) = [I - K(k+1)h_X(k+1)]P(k+1/k)[I + K(k+1)h_X(k+1)]' - K(k+1)R(k+1)K'(k+1) \quad (4.3.27)$$

其中, I 为单位矩阵。

对于泰勒一阶展开的扩展卡尔曼算法, 其公式有:

状态一步预测公式

$$\hat{X}(k+1/k) = f[k, \hat{X}(k/k)] \quad (4.3.28)$$

协方差一步预测公式

$$P(k+1/k) = f_X(k)P(k/k)f_X'(k) + R(k+1) \quad (4.3.29)$$

量测预测值公式

$$\hat{Y}(k+1/k) = h(k+1, \hat{X}(k+1/k)) \quad (4.3.30)$$

方差公式为

$$S(k+1) = h_X(k+1)P(k+1/k)h_X'(k+1) + R(k+1) \quad (4.3.29)$$

增益公式为

$$K(k+1) = P(k+1/k)h_X'(k+1)S^{-1}(k+1) \quad (4.3.30)$$

状态更新公式为

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)\{Y(k+1) - h[k+1, \hat{X}(k+1/k)]\} \quad (4.3.31)$$

协方差更新公式为

$$\begin{aligned} P(k+1/k+1) = & [I - K(k+1)h_x(k+1)]P(k+1/k) \\ & [I + K(k+1)h_x(k+1)]' - K(k+1)R(k+1)K'(k+1) \end{aligned} \quad (4.3.32)$$

其中, I 为单位矩阵。

4.3.3 无迹 Kalman 滤波(UKF)

扩展卡尔曼滤波只是利用泰勒展开的第一项, 它只精确到了一阶矩阵, 而无迹卡尔曼滤波^[30]是采用了 UT (无迹变换) 的方法^[31], 不需要将非线性的状态方程和观测方程进行线性化处理, 而是不改变非线性状态方程, 也不进行变换, 直接计算系统的概率密度函数。无迹卡尔曼算法的误差只是在三阶以上矩阵中出现, 大大增加了滤波算法的实际应用性。

无迹卡尔曼滤波的基础是 UT 变换^{[32][33][34]}, 其基本思想是近似一个概率密度函数比近似一个非线性随机函数简单。无迹卡尔曼滤波采用了一组采样点, 通过选择这组采样点, 使它们的均值、协方差和高阶项符合高斯随机变量。采样点数量的选择并不是随意的, L 维的高斯随机变量需要 $2L+1$ 个采样点。无迹卡尔曼滤波实质上也是递推算法, 它将状态分布用高斯随机变量来表示 (与之对应的是扩展卡尔曼滤波是将非线性过程进行线性化处理), 采用 UT 变换得到一组 σ 点, 这组 σ 点用来近似状态变量的概率分布, 且将高斯随机变量的均值和协方差用 σ 点来逼近, 而后采用卡尔曼滤波, 对系统状态进行估计。

假设 x 的均值为 \bar{x} , 协方差为 P_x , 为了计算 y 的均值和协方差, 由 $2L+1$ 个带权重的 σ 点构成了矩阵 χ , 矩阵 χ 满足以下条件:

$$\chi_i = \bar{x} \quad (4.3.33)$$

$$\chi_i = \bar{x} + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i \quad i = 1, \dots, L \quad (4.3.34)$$

$$\chi_i = \bar{x} - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_{i-L} \quad i = L+1, \dots, 2L \quad (4.3.35)$$

其中 $\lambda = \alpha^2(L+k) - L$ 是比例因子, 常量 α 表示了 \bar{x} 附近 σ 点的分布状况, 通常选择 $0 \leq \alpha \leq 1$, 通过选择 α 的大小可以减小高阶项带来的影响。 k 是另外一个比例因子, 通常取 k 在 0 到 $3-L$ 之间, 且保证 $(L+\lambda)P_x$ 是半正定矩阵。一般情况下, 对于高斯分布且状态变量为单变量时, 取 $k=2$, 当状态变量不止一个时, 取 $k=3-L$ 。这些 σ 点向量由以下非线性函数生成:

$$y_i = f(\chi_i) \quad i = 0, \dots, 2L \quad (4.3.36)$$

y 的均值和协方差由加权的后验 σ 点的均值和协方差近似得出:

$$\bar{y} \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} y_i \quad (4.3.37)$$

$$P_y \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (y_i - \bar{y})(y_i - \bar{y})^T \quad (4.3.38)$$

其中 σ 点的权重 W_i 为

$$W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda) \quad (4.3.39)$$

$$W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (4.3.40)$$

$$W_0^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / [2(L + \lambda)] \quad i = 1, \dots, 2L \quad (4.3.41)$$

非线性系统的状态方程和观测方程分别可以表示为 (4.3.15) 和 (4.3.16)，由 UT 变换可以得到，无迹卡尔曼算法的具体处理方法如下：

(1) 计算 σ 点集及其权重。

$$X^{(i)}(k/k) = [\hat{X}(k/k), \hat{X}(k/k) + \sqrt{(L + \lambda)P_x(k/k)}, \hat{X}(k/k) - \sqrt{(L + \lambda)P_x(k/k)}] \quad (4.3.42)$$

(2) 计算 $2L+1$ 个 σ 点的一步预测。

$$X^{(i)}(k+1/k) = f[k, X^{(i)}(k/k)] \quad (4.3.43)$$

(3) 计算系统状态的一步预测和协方差。与标准卡尔曼算法不同的是，标准卡尔曼是将上一时刻的状态代入状态方程，通过一次计算即可得到状态预测，而无迹卡尔曼算法采用一组 σ 点的预测，并将它们加权计算均值，从而得到系统状态的一步预测方程为

$$\hat{X}(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} X^{(i)}(k+1/k) \quad (4.3.44)$$

$$P(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} [\hat{X}(k+1/k) - X^{(i)}(k+1/k)] [\hat{X}(k+1/k) - X^{(i)}(k+1/k)]^T + Q \quad (4.3.45)$$

(4) 将一步预测再次进行 UT 变换过程，得出一组更新后的 σ 点。

$$X^{(i)}(k+1/k) = [\hat{X}(k+1/k), \hat{X}(k+1/k) + \sqrt{(L + \lambda)P_x(k+1/k)}, \hat{X}(k+1/k) - \sqrt{(L + \lambda)P_x(k+1/k)}] \quad (4.3.46)$$

(5) 将上式代入观测方程，得到预测观测值。

$$Y^{(i)}(k+1/k) = h[k, X^{(i)}(k+1/k)] \quad (4.3.47)$$

(6) 通过对上式的加权求和过程，得到系统观测的均值和协方差。

$$\bar{Y}(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} Z^{(i)}(k+1/k) \quad (4.3.48)$$

$$P_{y_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} [Y^{(i)}(k+1/k) - \bar{Y}(k+1/k)] [Y^{(i)}(k+1/k) - \bar{Y}(k+1/k)]^T + R \quad (4.3.49)$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} [X^{(i)}(k+1/k) - \bar{Y}(k+1/k)] [Y^{(i)}(k+1/k) - \bar{Y}(k+1/k)]^T \quad (4.3.50)$$

(7) 计算卡尔曼增益。

$$K(k+1) = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1} \quad (4.3.51)$$

(8) 分别计算状态更新及协方差更新结果。

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1)[Y(k+1) - \hat{Y}(k+1/k)] \quad (4.3.52)$$

$$P(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K(k+1)P_{y_k y_k} K^T(k+1) \quad (4.3.53)$$

由以上步骤可以看出，在非线形系统滤波过程中，无迹卡尔曼滤波算法不需要在估计点做泰勒级数展开，而是在估计点处进行 UT 变换。

4.3.4 仿真实验

为了对比两种卡尔曼改进算法 (EKF 和 UKF) 对滤波效果的不同^{[35][36][37][38]}，本文做了以下实验。实验主要考虑对非线性系统进行滤波，系统用 $y = f(x)$ 表示。由上文中的理论过程可以看出，不同算法的精确性主要跟系统非线性化程度有关，因此，在以下实验中，通过改变系统的非线性化程度来表现两种算法的滤波优劣性，而非线性化程度主要表现在均值 x 和协方差 P 的取值。

实验一：对于一个非线性程度较低的系统，其系统函数的结构比较简单，假设系统函数如下：

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = f(x) = f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1^2 + x_2^2 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix} \quad (4.3.54)$$

表 4-1 均值 x 和协方差 P 的取值方案

方案	x	P
1	$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$P = 10^{-3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
2	$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	$P = 10^{-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
3	$x = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -1 \end{bmatrix}$	$P = 10^{-2} \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

其中均值 x 和协方差矩阵 P 的取值如表 4-1 所示。分别对上表所示的三种不同取值方案进行 MATLAB 仿真，观察两种滤波算法结果的差别。其仿真结果如下图所示：

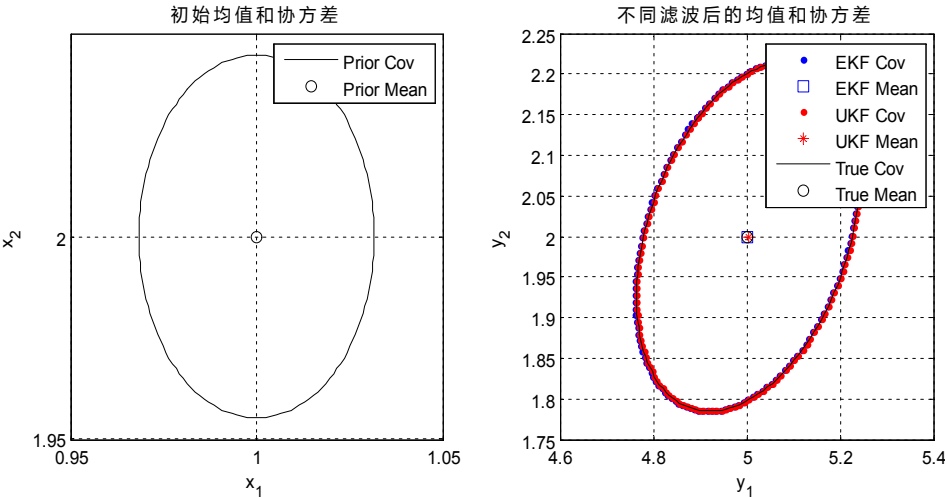


图 4-14 方案 1 取值下 EKF 与 UKF 滤波的对比

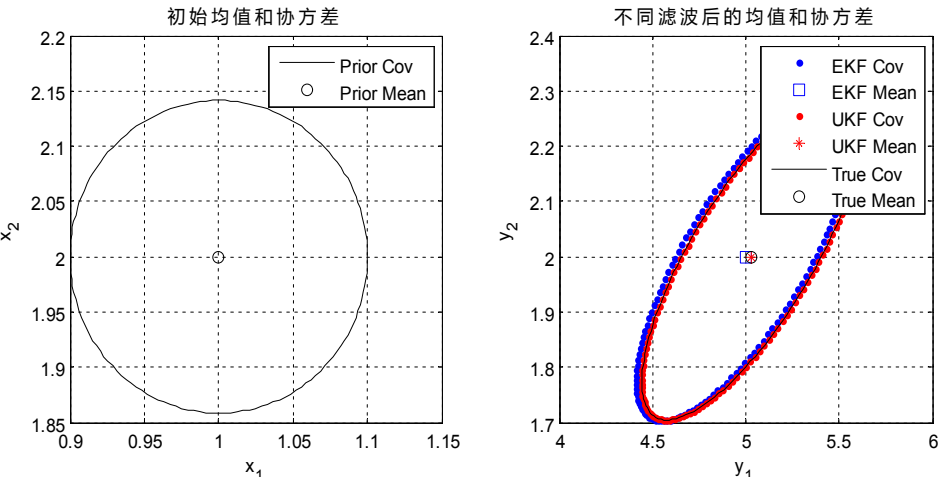


图 4-15 方案 2 取值下 EKF 与 UKF 滤波的对比

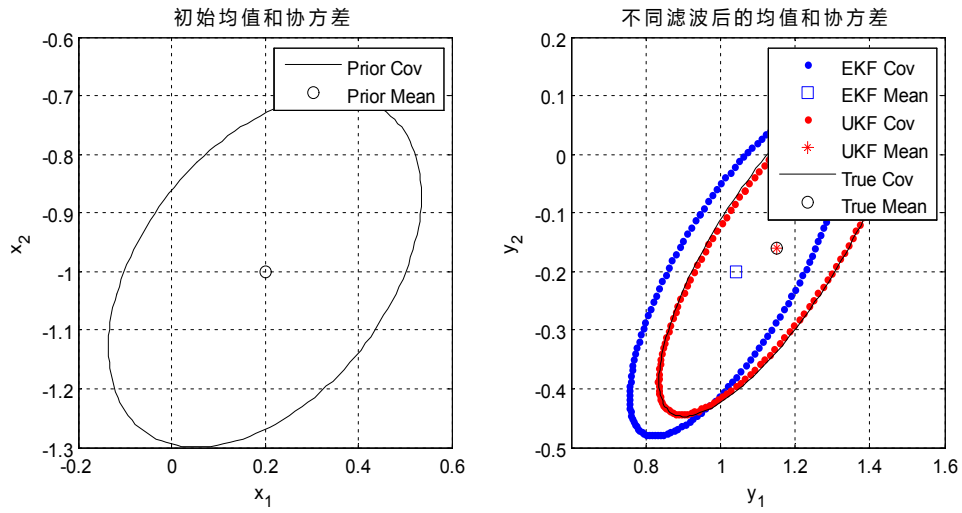


图 4-16 方案 3 取值下 EKF 与 UKF 滤波的对比

通过表 4-1 中均值 x 和协方差矩阵 P 的取值, 式 (4.3.54) 中所表示系统的非线性程度逐渐增加。但是, 该系统本身的系统函数没变, 为了进一步增加系统非线性程度, 将系统函数的非线性程度增加, 如下所示:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = f(x) = f\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1^4 x_2 \\ x_1 + x_2^5 \end{bmatrix} \quad (4.3.55)$$

其中均值 x 和协方差 P 的取值 (方案 4) 为:

$$x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad P = 10^{-2} \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}。$$

MATLAB 仿真结果如下图所示:

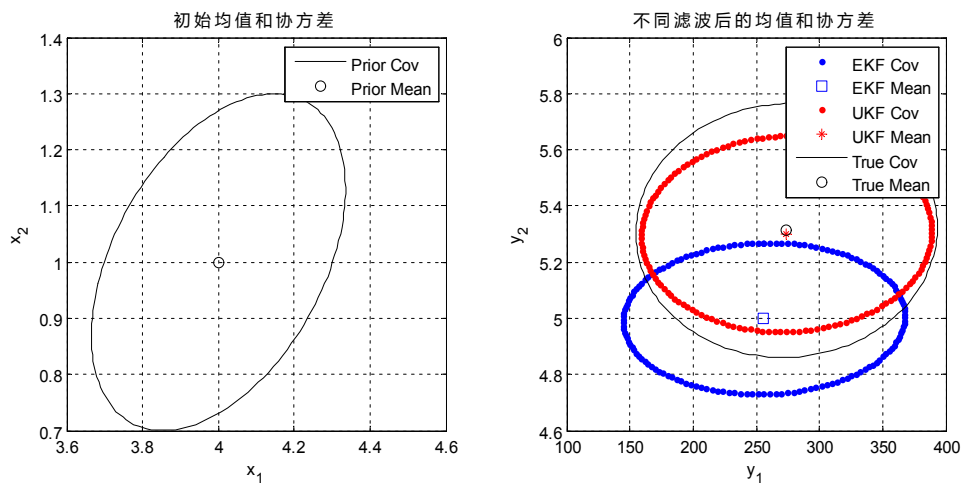


图 4-17 方案 4 取值下 EKF 与 UKF 滤波的对比

通过对比以上四幅图可以看出, 在图 4-14、图 4-15 和图 4-16 中, 非线性系统的函数是相同的, 通过改变初始数据可以观察到非线性系统的不同变化, 也就是说, 在非线性曲线初始值不同的情况下, 不同程度地改变初始值可以看出非线性特性的变化多少。在图 4-14 非线性程度较低的情况下, 可以得出扩展卡尔曼和无迹卡尔曼算法有几乎相似的性能。图 4-15 显示扩展卡尔曼相对于无迹卡尔曼算法性能稍有劣势, 但在图 4-16 中, 扩展卡尔曼算法的准确度明显差于无迹卡尔曼算法。在图 4-17 中, 仿真结果清晰地显示出在非线性程度非常高的情况下, 无迹卡尔曼比扩展卡尔曼算法有更加优秀的性能, 虽然无迹卡尔曼算法的协方差误差仍然较大, 但是均值误差已经非常小了。

实验二: 假设一个具有两次缓慢转弯机动的空中运动目标, 其起始位置为 (2000,10000), 在 0 至 400 秒目标进行匀速运动, 其 x 轴和 y 轴速度分别为 0 和 -15 m/s ; 在 400 至 600 秒, 目标开始机动转弯, x 轴和 y 轴加速度分别为 0.075 m/s^2 和 -0.075 m/s^2 ; 在 600 至 610 秒, 目标进行匀速运动; 在 600 至 660 秒, 目标又进行机动转弯, x 轴和 y 轴加速度均为 -0.3 m/s^2 ; 在 660 秒以后, 目标进行匀速运动。采用扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波分别对此目标进行滤波跟踪, 观测噪声方差为 2, 采样间隔为 50, Monte Carlo 仿真次数为 100, 其仿真结果如下图所示:

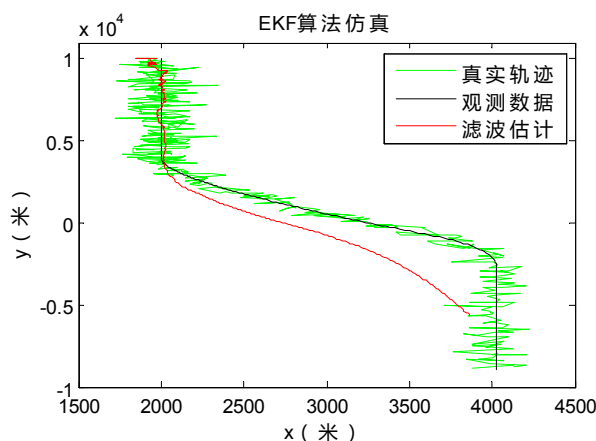


图 4-18 EKF 滤波跟踪

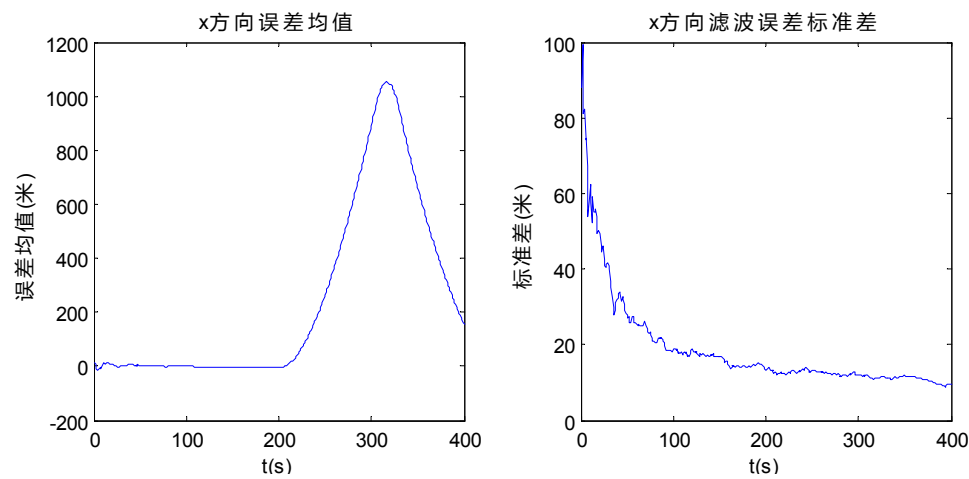


图 4-19 EKF 滤波的 x 轴误差

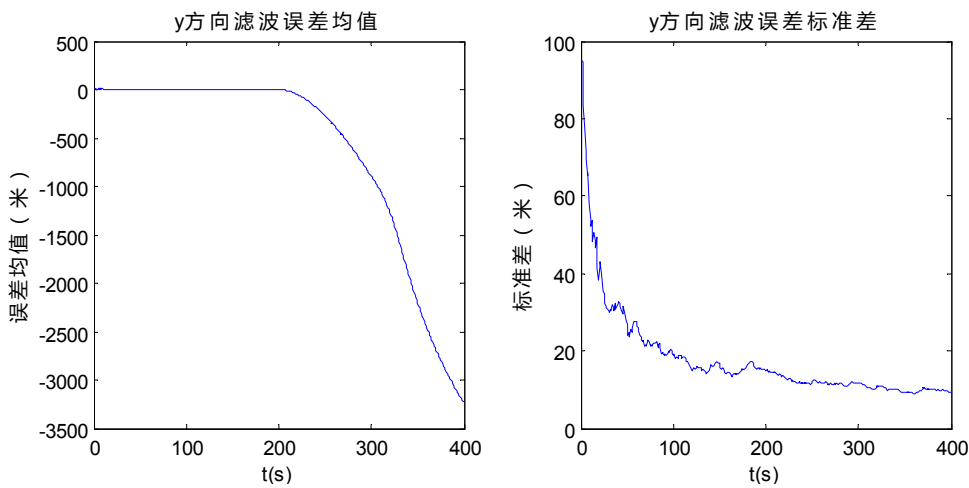


图 4-20 EKF 滤波的 y 轴误差

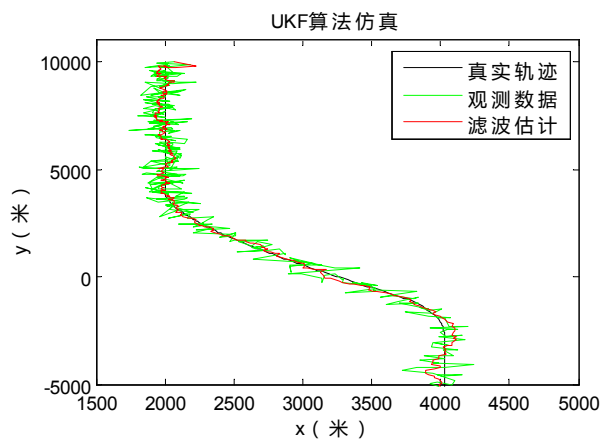
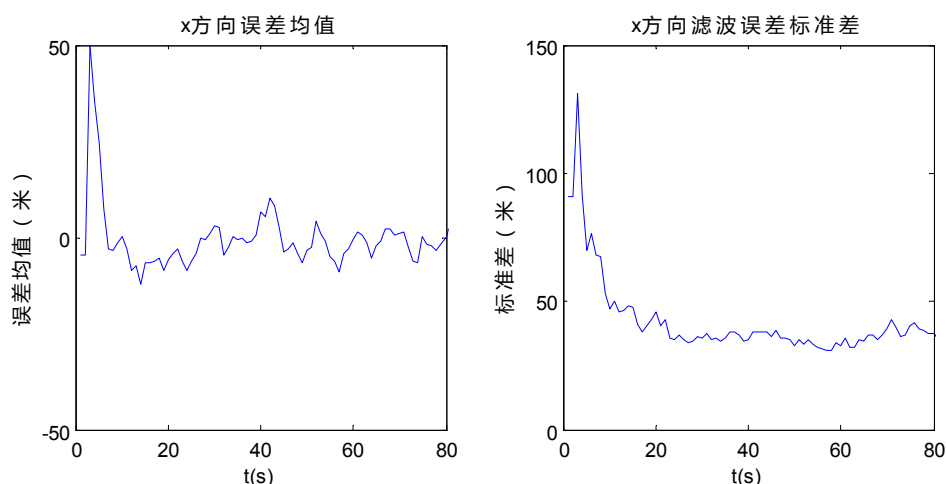
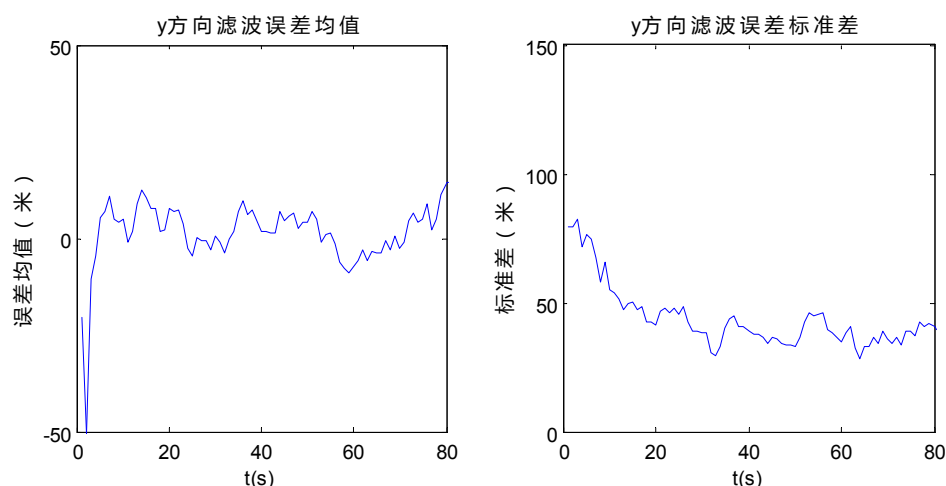


图 4-21 UKF 滤波跟踪

图 4-22 UKF 滤波的 x 轴误差图 4-23 UKF 滤波的 y 轴误差

经过对比以上仿真结果可以发现，在图 4-18 中，对于加入噪声影响的非线性机动运动模型，扩展卡尔曼滤波在目标进行转弯机动时产生的误差较大，而且误差不断扩大，最终导致目标丢失。而在图 4-21 中，无迹卡尔曼滤波可以对机动目标的整个运动过程进行全程跟踪，虽然在转弯机动时所产生的误差也比较大，但相对于扩展卡尔曼滤波来说已经很小了，而且也没有发生跟丢目标的情况。

4.4 交互多模型滤波 (IMM)

4.4.1 IMM 滤波原理

IMM 算法即交互多模型算法^{[39][40]}，其基本原理也是基于卡尔曼滤波算法的，IMM 算法的基本思想是：目标在空间中运动时，一般都具有不止一种运动状态，

为了更加贴切地描述运动过程，将其中的每一种运动状态用不同的模型来描述，其中每个运动模型对应一个单一的卡尔曼滤波过程，且这些单一的卡尔曼滤波在整个系统中是独立存在互不影响的，在状态输出过程中，只需将不同的模型过程加权，得到最后的输出滤波结果。

由于单一模型滤波算法很难将具有多种运动状态的雷达目标精确描述出来，因此其滤波算法估计所对应的误差也就较大。但是多模型滤波算法克服了单一模型的局限性，在目标跟踪领域有越来越多的应用和发展前景。多模型滤波算法因其强大的适用性，伴随有以下几个优点：

(1) 对目标运动状态的多模型描述，使目标建模过程更加细化，在雷达目标未来运动状态未知的情况下，有更好的普遍适用性；

(2) 改变模型概率的基本参数，能够对目标运动姿态的改变做自适应的调节；

(3) 在只考虑均方误差时，多模型估计是一种最优估计；

(4) 多模型算法是典型的并列加权算法，能够方便有效地实现。

假设目标共有 n 个运动模型，其中第 j 个模型的状态方程和观测方程分别为

$$X_j(k+1) = \Phi_j(k)X_j(k) + \Gamma_j(k)W_j(k) \quad (4.4.1)$$

$$Y(k) = HX(k) + V(k) \quad (4.4.2)$$

设目标的概率转移矩阵用 P 表示,其中 p_{ij} 表示第 i 个到第 j 个运动模型的转移概率。IMM 滤波算法的实现过程如下：

(1) 输入交互

设目标状态估计为 $\hat{X}_i(k-1/k-1)$ ，上一步单个滤波器模型概率为 $\mu_j(k-1)$ ，由此得到混合估计为 $\hat{X}_{0j}(k-1/k-1)$ ，协方差为 $P_{0j}(k-1/k-1)$ ，将混合估计当作当前时刻的初始状态输入。

第 j 个模型的预测概率为

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^n p_{ij} \mu_i(k-1) \quad (4.4.3)$$

第 i 个到第 j 个模型的混合概率为

$$\mu_{ij}(k-1/k-1) = \sum_{i=1}^n p_{ij} \mu_i(k-1) / \bar{c}_j \quad (4.4.4)$$

第 j 个模型的混合状态估计为

$$\hat{X}_{0j}(k-1/k-1) = \sum_{i=1}^n \hat{X}_i(k-1/k-1) \mu_{ij}(k-1/k-1) \quad (4.4.5)$$

第 j 个模型的混合协方差估计为

$$P_{0j}(k-1/k-1) = \sum_{i=1}^n \mu_{ij}(k-1/k-1) \{P_i(k-1/k-1) + [\hat{X}_i(k-1/k-1) - \hat{X}_{0j}(k-1/k-1)] \cdot [\hat{X}_i(k-1/k-1) - \hat{X}_{0j}(k-1/k-1)]^T\} \quad (4.4.6)$$

其中, $\mu_j(k-1)$ 表示第 j 个模型在 $k-1$ 时刻的概率。

(2) 卡尔曼滤波计算

将 $\hat{X}_{0j}(k-1/k-1)$ 、 $P_{0j}(k-1/k-1)$ 和 $Y(k)$ 作为输入进行计算, 对预测状态 $\hat{X}_j(k/k)$ 和协方差 $P_j(k/k)$ 进行更新。

预测为

$$\hat{X}_j(k/k-1) = \Phi_j(k-1) \hat{X}_{0j}(k-1/k-1) \quad (4.4.7)$$

预测误差协方差为

$$P_j(k/k-1) = \Phi_j P_{0j}(k-1/k-1) \Phi_j^T + \Gamma_j Q_j \Gamma_j^T \quad (4.4.8)$$

卡尔曼滤波增益为

$$K_j(k) = P_j(k/k-1) H^T [H P_j(k/k-1) H^T + R]^{-1} \quad (4.4.9)$$

滤波

$$\hat{X}_j(k/k) = \hat{X}_j(k/k-1) + K_j(k) [Y(k) - H(k) \hat{X}_j(k/k-1)] \quad (4.4.10)$$

滤波协方差为

$$P_j(k/k) = [I - K_j(k) H(k)] P_j(k/k-1) \quad (4.4.11)$$

(3) 模型概率更新

设第 j 个模型的滤波残差为 v_j , 相伴协方差为 $S_j(k)$, 则第 j 个模型的可能性为

$$\Lambda_j(k) = \frac{1}{|2\pi S_j(k)|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2} v_j^T S_j^{-1}(k) v_j] \quad (4.4.12)$$

其中,

$$v_j(k) = Y(k) - H(k) \hat{X}_j(k/k-1) \quad (4.4.13)$$

$$S_j(k) = H(k) P_j(k/k-1) H(k)^T + R(k) \quad (4.4.14)$$

则第 j 个模型的概率为

$$\mu_j(k) = \Lambda_j(k) \bar{c}_j / c \quad (4.4.15)$$

其中, c 为归一化常数, 且 $c = \sum_{j=1}^n \Lambda_j(k) \bar{c}_j$ 。

(4) 输出交互

基于每个模型的概率，对滤波算法估计结果进行加权计算，得到系统总的状态估计值 $\hat{X}(k/k)$ 及协方差估计值 $P(k/k)$ 。

总状态估计为

$$\hat{X}(k/k) = \sum_{j=1}^n \hat{X}_j(k/k) \mu_j(k) \quad (4.4.16)$$

总协方差估计为

$$P(k/k) = \sum_{j=1}^n \mu_j(k) \{P_j(k/k) + [\hat{X}_j(k/k) - \hat{X}(k/k)][\hat{X}_j(k/k) - \hat{X}(k/k)]^T\} \quad (4.4.17)$$

IMM 滤波算法是一种由混合状态系统发展而来的跟踪算法，归纳以上系列公式，其基本原理可以用以下框图来表示：

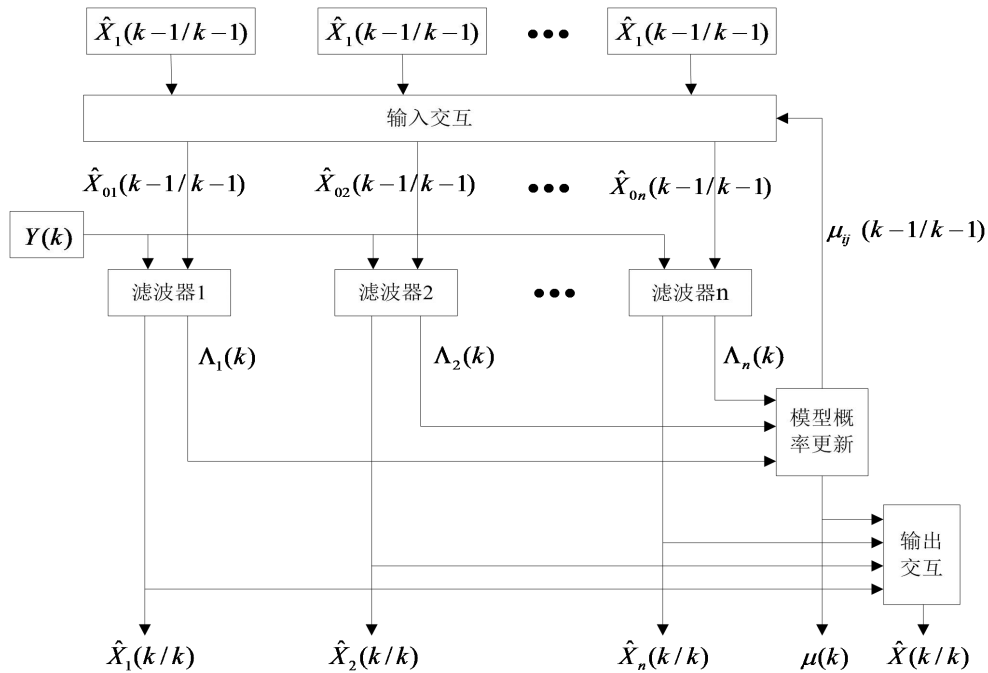


图 4-24 IMM 滤波算法原理图

4.4.2 IMM 滤波仿真实验

假设一个空中运动目标的运动状态包含有三个机动过程，其起始位置为 (10000, 10000)， x 轴和 y 轴的初始速度分别为 0 和 -200 m/s ；第一阶段匀速运动，第二阶段以 x 轴和 y 轴加速度均为 10 m/s^2 机动，第三阶段匀速运动，第四阶段以 x 轴和 y 轴加速度均为 -10 m/s^2 机动，第五阶段匀速运动，第六阶段以 x 轴和 y 轴加速度均为 20 m/s^2 机动，第七阶段仍然进行匀速运动，对其采用 IMM 滤

波算法进行仿真，其仿真结果如下：

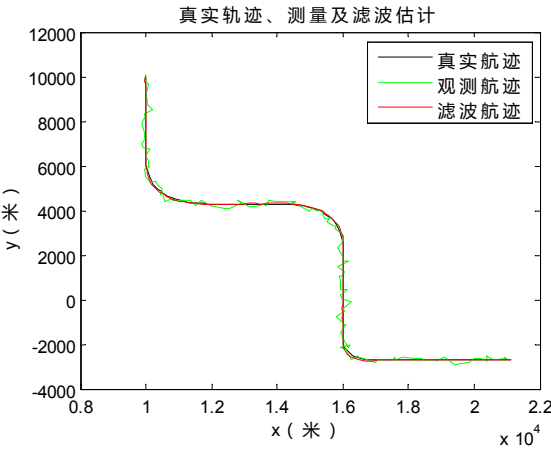


图 4-25 IMM 滤波跟踪

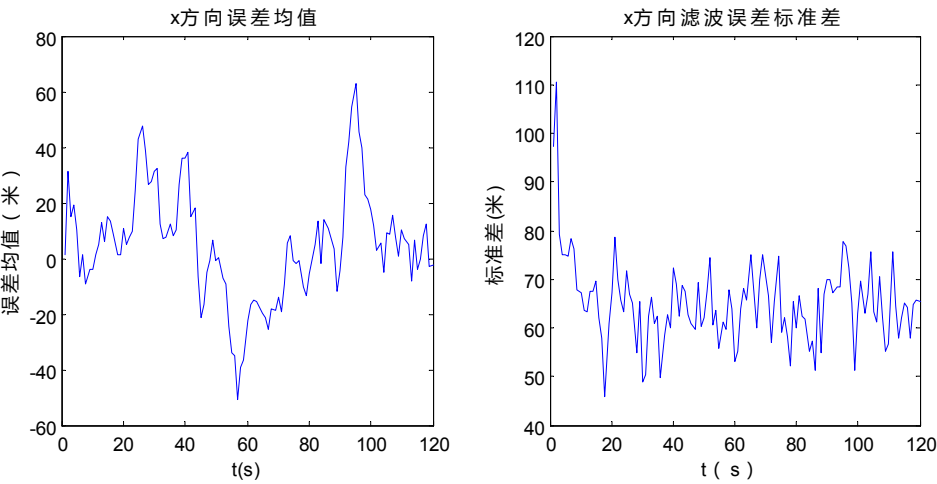


图 4-26 IMM 滤波的 x 轴误差

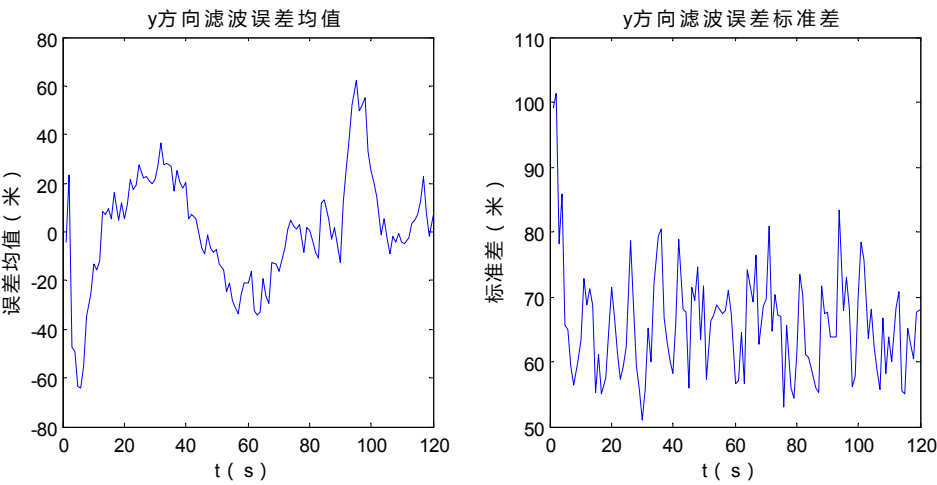


图 4-27 IMM 滤波的 y 轴误差

图 4-25 中显示了目标的实际轨迹和估计轨迹，由图可以看出，滤波曲线相对于目标实际运动轨迹扰动比较小，很贴切地表现了 IMM 滤波算法良好的滤波性能，它较快地对机动目标进行滤波跟踪，并且不会产生较大偏差^[41]。图 4-26 和图 4-27 显示出了 x 轴和 y 轴方向的误差均值和标准差，由图可以看出，在目标进行的两次机动转弯时，均值和标准差都有较大的波动，而目标运动状态在匀速情况下，波动又会变小。由于第二次机动比第一次机动要剧烈，因此相应的误差均值也在第二次机动时也更大。由 IMM 滤波原理及实际仿真实验可以看出，IMM 滤波比其他滤波算法的运算量大、运算时间长。

4.5 雷达多目标多模型滤波应用及仿真

本文以雷达所在位置为原点，模拟产生六条空中目标的运动航迹。采用卡尔曼算法和 IMM 算法，设置卡尔曼滤波和 IMM 两个滤波传感器，实现对多个目标进行滤波跟踪的仿真程序^{[42][43]}，六个空中目标的具体初始位置、速度参数如下表 4-2 所示：

表 4-2 空中目标的运动参数

目标	运动模型 (颜色)	初始位置	速度
1	直线（黑）	Rx0=2000	vx=50
		Ry0=2000	vy=50
		Rz0=2000	vz=50
2	圆形（红）	Rx0=7000	v=100
		Ry0=7000	w=0.05（角速度）
		Rz0=2000	
3	直线（黄）	Rx0=-1000	vx=-50
		Ry0=2000	vy=50
		Rz0=2000	vz=50
4	直线（绿）	Rx0=6000	vx=-50
		Ry0=4000	vy=50
		Rz0=4000	vz=100
5	“8”字（蓝）	（方位，距离） $(45^{\circ}, 1000\sqrt{3})$	v=100
		（方位，距离） $(135^{\circ}, 1000\sqrt{3})$	
6	椭圆（青）	（方位，距离） $(135^{\circ}, 6000\sqrt{3})$	v=100
		（长轴，短轴）(3000,2000)	

其仿真结果如下：

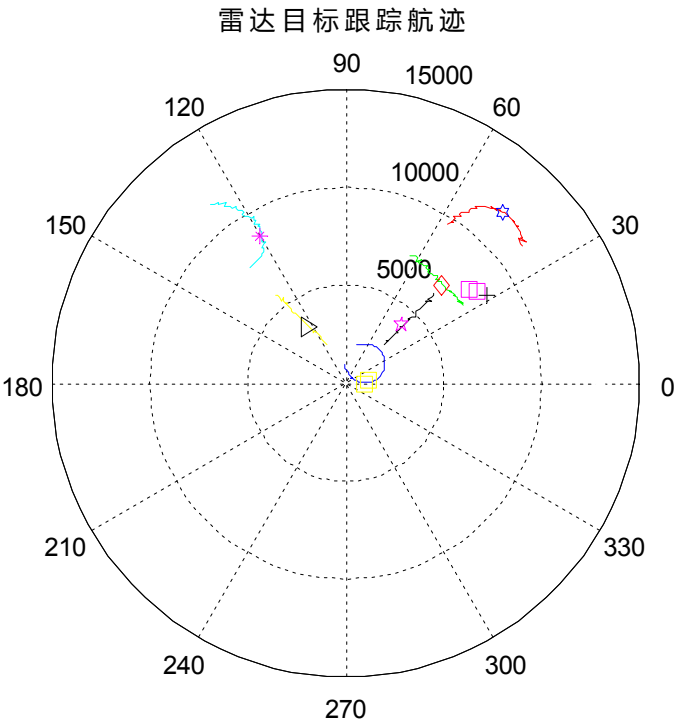


图 4-28 跟踪航迹截图 1

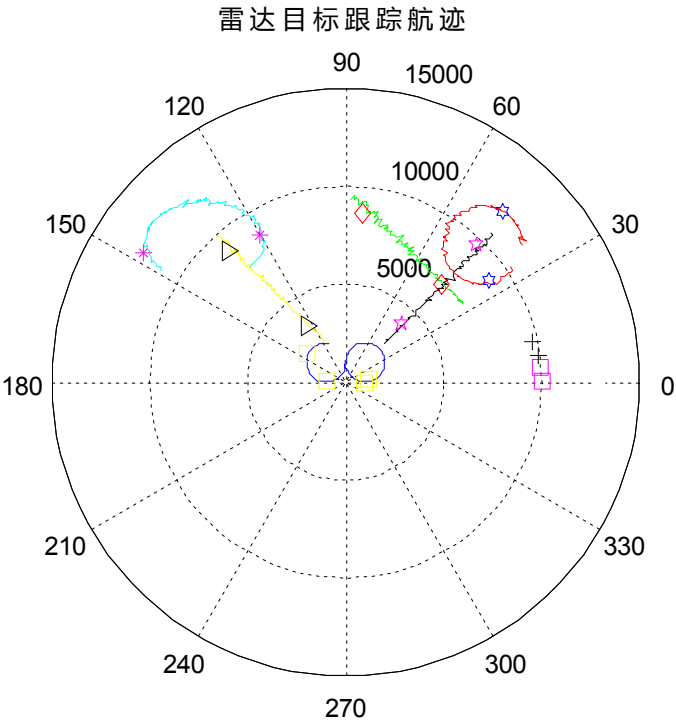


图 4-29 跟踪航迹截图 2

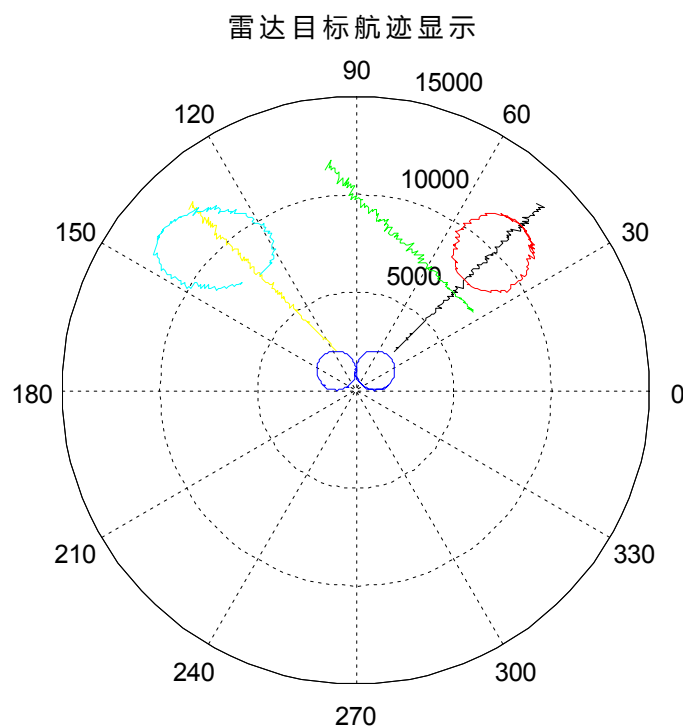


图 4-30 雷达目标航迹图

整个 MATLAB 仿真过程是对运动目标的动态跟踪，截取雷达目标跟踪过程中三个不同时刻的航迹如图 4-28、4-29 所示，图 4-30 为六个不同空中目标最终显示的航迹图，由以上三幅图及 MATLAB 动态仿真结果可以看出，采用卡尔曼滤波和 IMM 滤波这种多传感器滤波方式，对六个不同运动模型的雷达目标有比较稳定的跟踪效能。

4.6 本章小结

本章首先介绍了雷达目标滤波的基本原理，并分析了影响滤波结果的 Monte Carlo 方法和系统数据偏差问题。其次，对几种滤波算法原理进行了介绍，对算法具体实现方程进行了详细的推导，并且分析了几种算法在实际滤波系统中的性能优劣特点。重点介绍了基于卡尔曼理论的几种改进算法，并通过仿真实验归纳了其对不同系统的滤波特性。最后，通过一个实际仿真程序，在 IMM 滤波中加入无迹变换因素，对雷达跟踪空中目标的具体过程进行了演示。仿真结果显示，此方法对真实目标有较好的跟踪能力。

第五章 总结与展望

5.1 论文总结

在有源相控阵、大 P、大 X 等多种军用新体制雷达和测绘、车载等民用雷达不断发展的今天，雷达目标跟踪的研究越来越深入，雷达用户对雷达探测精度、跟踪效率、反干扰能力的要求不断提高。尤其是在军事领域，世界军事强国雷达技术的发展有效提升了军事武器效能，大大提高了国家防空预警能力。本文在前人研究的基础上，研究了雷达具体工作原理和数学模型，从雷达目标跟踪的角度详细分析了几种滤波算法对雷达目标的跟踪效能，具体来说，本文的主要工作有：

(1) 通过对雷达目标跟踪算法的研究背景、意义和滤波算法的概述，论述了在当前国际军事变革和民用领域发展的背景下，进一步研究和改进跟踪算法的必然需求。

(2) 探讨了雷达工作基本原理和雷达目标的跟踪原理，无论新的雷达技术如何发展，都是以此基本原理为基础进行拓展的。在滤波系统坐标系的选择上，不同的坐标系会导致跟踪难易程度的不同，合适的坐标系是保证滤波算法有良好跟踪性能的基础，一般来说，一个系统不可能只采用一种坐标系，而是采用多种坐标系后，根据实际情况进行坐标系转换的。

(3) 在对目标进行建模过程中，跟踪模型的选择也是滤波的关键。通过对七种基本的目标模型的原理分析，细致地对目标的运动模型做了划分。对于不进行机动或者机动不剧烈的目标，单纯地选择其中一个符合条件模型就足以对目标的运动过程进行滤波跟踪，但对于包含多种运动轨迹和进行剧烈机动的目标，多种模型相互结合才能更加贴切地描述目标的运动状态，最终的滤波效果也会更加精确。

(4) 重点是对几种滤波算法原理的介绍和仿真实验，首先从理论角度论证了几种滤波算法的优劣性，之后采用 MATLAB 仿真的方法，通过实验数据论证了不同算法之间的差异。对于早期的 Wiener 滤波和标准 Kalman 滤波，由于其线性化特点制约，已经不能适应复杂环境影响下目标的跟踪滤波。比较 EKF 和 UKF 发现，在系统线性化程度不高时，两种算法的滤波性能差别不大，而当系统非线性程度较大时，UKF 比 EKF 有明显的优势。从 Kalman 滤波理论发展而来的 IMM 算法，可以对含有更多运动模型的非线性目标进行良好的滤波。

(5) 本文在无迹卡尔曼滤波和 IMM 滤波的基础上，将其进行融合，并以一部实际存在的雷达为基础，设置六架飞机目标进行滤波跟踪，结果显示其跟踪性能比较好。

5.2 存在问题及展望

本文在研究过程中,也存在一些问题。首先是本文的研究过程依旧没有摆脱理论研究文章与实际应用不匹配的问题,比如目标运动参数和机动状态的设置、噪声干扰的影响以及其他复杂环境的影响。其次是对于雷达目标跟踪算法的研究依旧不够深入,在现阶段的研究中,其他多种雷达目标滤波算法的改进算法层出不穷,滤波效果也不尽相同。最后是空中机动目标的范畴不断增加,尤其是各种战术导弹、巡航导弹等目标的机动性能大大增加,对雷达目标的跟踪能力提出了严峻的挑战。

针对这些问题,在今后的研究中,要着重解决以下几个问题:

(1) 将传统的 Kalman 滤波理论与其他新兴技术相结合,不断提高目标跟踪的精准度,提高运算效率。

(2) 对目标跟踪的研究,不仅仅局限于考虑目标的滤波误差,而是对滤波器的稳定性、抗干扰能力、计算机计算时间等总体进行评估,探索更加高效的滤波器。

(3) IMM 算法的交互模型是目前比较贴近实际的滤波手段,可以考虑将其中包含的 Kalman 滤波理论进一步进行拓展,与当前比较成熟的 BP 神经网络、模糊理论、灰度理论等相结合,对算法进行更加贴近实际情况的改进。

参考文献

- [1] 王雪松,李盾,王伟.雷达技术与系统[M].北京:电子工业出版社,2009.
- [2] Dennis M.Buede. Shafer-Dempster and Bayesian Reasoning: A Response to “Shafer-Dempster Reasoning with Applications to Multisensor Target Identification Systems”[J]. IEEE Trans.on Systems, Man, and Cybernetics.1998.
- [3] 康耀红.数据融合理论与应用[M].西安:西安电子科技大学出版社,1997.
- [4] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,1970.
- [5] Bar-Shalom Y,Birmiwal K. Variable dimension filter for maneuvering target tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,1982.
- [6] 周宏仁,敬忠良,王培德.机动目标跟踪[M].北京:北京国防工业出版社.1991.
- [7] Blom H. A. P., Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with markovian switching coefficients[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1988.
- [8] 黄小平,王岩.卡尔曼滤波原理及应用:MATLAB 仿真[M].北京:电子工业出版社,2015.
- [9] 王红军,徐敬.舰载无源被动定位与卡尔曼滤波[J].山西:火力与指挥控制,2002.
- [10] 吴顺君,梅晓春.雷达信号处理和数据处理技术[M].北京:电子工业出版社.2008.
- [11] Merrill I. Skolnik.雷达手册(第三版)[M].北京:电子工业出版社,2010.
- [12] 王莹.雷达目标跟踪算法研究[D].南京:南京理工大学硕士论文,2008.
- [13] 吕昆.雷达目标跟踪算法的应用研究[D].西安:西安电子科技大学硕士论文,2012.
- [14] Moose R L, Vanlandingham H F, McCabe D H. Modeling and estimation for tracking maneuvering targets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,1979.
- [15] 王昕.卡尔曼滤波在模型参数估计中的应用[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学硕士论文,2008.
- [16] 胡洪涛, 敬忠良, 田宏伟等. 基于“当前”统计模型的模糊自适应跟踪算法[J]. 系统仿真学报. 2005,17(2)
- [17] Kendrick J D,Maybeck P S,Raid J G..Estimation of Aircraft target motion using orientation measurements[J].IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System,1981.
- [18] 蔡庆宇.相控阵雷达数据处理及其仿真技术[M].北京:国防工业出版社,1997.
- [19] Bar-Shalom Yaakov, Li X. Rong, Kirubarajan Thiagalingam. Estimation with Applications To Tracking and Navigation:Algorithms and Software for Information Extraction[M]: Wiley,2001.
- [20] 刘广军,吴晓平,郭晶.一种数值稳定的次优并行自适应滤波器[J].测绘学报,1999,31(4).

- [21] 高虎.雷达目标跟踪算法的研究[D].西安:西安电子科技大学硕士论文,2013.
- [22] 何娟.基于天基雷达的目标跟踪算法研究[D].重庆:重庆大学硕士论文,2015.
- [23] Johnson G W. Choice of coordinates and computational difficulty[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1974.
- [24] 王淇胜,李华军.纯方位目标跟踪-直角坐标卡尔曼滤波算法[J].青岛海洋大学学报,2000,30(2): 352-356
- [25] Moose R L. An adaptive state estimation solution to the maneuvering target problem [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1975.
- [26] 高磊,严卫生,任章等.改进型自适应扩展卡尔曼滤波器的应用[J].火力与指挥控制,2000,25(3): 13-16
- [27] S. Julier and J.K. Uhlmann. A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems[C]. Proc. Of AeroSense: The 11th International Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls,1997.
- [28] E. A. Wan and R. van der Merwe. The unscented Kalman filter[M]. Kalman Filtering and Neural Networks, Chapter 7, Edited by Simon Haykin, Wiley Publishing,2001.
- [29] Yanan Liu , Sese Wang, Zhuo Sun and Jihong Shen. Evaluation of nonlinear filtering for radar data tracking[J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking,2015.
- [30] Wan E, van der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation[A]. Proc. Of Symposium 2000 on Adaptive Systems for Signal Processing,Communication and Control (AS-SPCC)[C]. IEEE Lake Louise,Alberta,Canada,2000,1255-1260.
- [31] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation[J]. IEEE64 Proc,2004,92(3):401-422.
- [32] 江宝安.基于 UKF 滤波的单目标跟踪算法研究[D].长沙:国防科技大学硕士论文,2003.
- [33] Leela Kumari B. and Padma Raju.K. Application of Unscented Kalman Filter for Sonar Signal Processing[J]. International Journal of Advanced Research in Computer Engineering & Technology, June 2012.
- [34] Ravi Kumar Jatoth and Dr. T. Kishore Kumar. Real Time Implementation of Unscented Kalman Filter for Target Tracking[J]. International Journal of Electronics and Communication Engineering & Technology, January-February 2013.
- [35] Matthew Rhudy and Yu Gu. Understanding Nonlinear Kalman Filters, Part I: Selection between EKF and UKF[J]. Interactive Robotics Letters, 2013.
- [36] Matthew Rhudy and Yu Gu. Understanding Nonlinear Kalman Filters, Part II: An Implementation Guide[J]. Interactive Robotics Letters, 2013.

- [37] J.R. Wright, S.R. Maskell, and M. Briers. Comparison of Kalman-based methods with particle filter for raid tracking[M]. SEW Technology Domain, UK MoD Corporate Research Program, June 18,2003.
- [38] LaViola Jr., J. J.. A Comparison of Unscented and Extended Kalman Filtering for Estimating Quaternion Motion[C]. Proc. Of the American Control Conference, Denver, CO, June, 2003, pp. 2435-2440.
- [39] 何友,修建娟,关欣等.雷达数据处理及应用[M].北京:电子工业出版社,2006.
- [40] 蔡庆宇,张伯彦,曲洪权.相控阵雷达数据处理教程[M].北京:电子工业出版社,2011.
- [41] 严超.目标跟踪下的 Kalman 算法与 IMM 算法性能比较[J].科技情报开发与经济,2007,17(15):229 — 231
- [42] 刘士建,郭立,李士民.变结构多模型估计单 Kalman 滤波跟踪机动目标算法[J].电路与系统学报,2003,8(5):28 — 31
- [43] 廉杰,航迹起始及机动目标跟踪方法的研究[D],哈尔滨:哈尔滨工业大学硕士论文. 2006
- [44] Shaoke Yang, Hongxin Li. Application of EKF and UKF in Target Tracking Problem[C]. 2016 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics(IHMSC 2016). Hangzhou, China, 2016:116-120.

在学期间的研究成果

一、发表论文

1. Shaoke Yang, Hongxin Li. Application of EKF and UKF in Target Tracking Problem. 2016 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics(IHMSC 2016). Hangzhou, China, 2016: 116-120.

致 谢

时光荏苒，我将自己最美的青春与兰大为伴。岁月如歌，蓦然回首，已不再同学年少。回望兰大七年，喜怒哀乐，爱恨情仇，让人浅尝人生百态和人情冷暖。临近毕业，不甚唏嘘，不甚感慨，更充满感激，充满希望。

最值得感谢的是我的恩师李红信教授，自从大三相识以来，李老师谦卑和善的为人之道和严谨细致的治学品格，让我深受感染和敬佩。忘不了李老师在初来读研时给我的理解和支持，忘不了李老师为我解答疑惑时不愠不火的样子，忘不了李老师在我学业遇到困难时给予的耐心和鼓舞。

其次感谢我的父母，二十几年来悉心哺育和教导，这回是真的要毕业了，或许再也回不到学校去读书了，但愿我能怀揣父母的纯朴善良和美好希望阔步向前。感谢那些多年来一直支持我的亲人们，也感谢侄女悠然带给我的快乐。

感谢师门的明明、永春、陈林和嘉伟以及其他师兄师弟和师姐师妹，正是有了你们的帮助我才能顺利地完成学业，也正是因为有了你们，我才拥有了一个完整快乐的研究生生活。同时，也感谢我的领导和同事们。

最后，也要感谢一路走来从未放弃的自己，因为只有自己明白，读研这三年的甜与涩。面对漫漫人生路，愿我们都能像兰大的骆驼和胡杨，不卑不亢，潇洒坦荡，愿我的青春永驻兰大，愿岁月静好。