

雷达目标跟踪技术

作者姓名 常 玉

指导教师姓名、职称 苏洪涛 教授

申请学位类别 工学硕士

学校代码 10701
分 类 号 TN958

学 号 1402121042
密 级 公开

西安电子科技大学

硕士学位论文

雷达目标跟踪技术

作者姓名：常 玉

一级学科：信息与通信工程

二级学科：信号与信息处理

学位类别：工学硕士

指导教师姓名、职称：苏洪涛 教授

学 院：电子工程学院

提交日期：2017 年 5 月

Technology of Radar Target Tracking

A thesis submitted to
XIDIAN UNIVERSITY
in partial fulfillment of the requirements
for the degree of Master
in Signal and Information Processing

By
Chang Yu
Supervisor: Su Hongtao Title: Professor
May 2017

西安电子科技大学
学位论文独创性（或创新性）声明

秉承学校严谨的学风和优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同事对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文若有不实之处，本人承担一切法律责任。

本人签名：_____ 日 期：_____

西安电子科技大学
关于论文使用授权的说明

本人完全了解西安电子科技大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权属于西安电子科技大学。学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅、借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，允许采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。同时本人保证，结合学位论文研究成果完成的论文、发明专利等成果，署名为西安电子科技大学。

保密的学位论文在____年解密后适用本授权书。

本人签名：_____ 导师签名：_____

日 期：_____ 日 期：_____

摘要

在现代战争中，目标定位及跟踪与现代战争的信息化发展密不可分。根据在战场上获得的大量信息、数据，实现对目标的检测、定位和跟踪，为作战武器提供最为及时的目标运动信息，这样才能控制作战武器实现对目标的精准打击与围追堵截。因此，实现对目标的精确定位、跟踪，从而控制战争的发展是现代目标跟踪技术最基本的功能之一。

跟踪在离散时间系统中完成，它利用对目标的估计值和量测值，对目标进行状态参数的估计。从目标跟踪角度看，目标跟踪的复杂性与两方面的原因有关，一是由于量测源的不确定性，即多目标和虚警的存在，二是由于目标模型参数的不确定性，即机动现象的产生。从系统角度看，系统跟踪性能既与滤波算法本身有关，也与系统本身的线性性有关。

首先，本文对参数估计方法进行了讨论。这些方法包括最小二乘估计、最小均方误差估计及线性最小均方误差估计。线性均方滤波器是所有线性滤波器中最优的，而卡尔曼滤波（KF）是基于最小均方误差估计的算法，用递推算法来实现。

其次，重点详述了线性卡尔曼滤波及扩展卡尔曼滤波并应用实测数据进行了仿真。卡尔曼滤波采用状态变量法对所研究系统进行描述。在状态变量法下，系统的输入与输出是用状态转移模型和输出观测模型来表达的，然后利用线性系统最优滤波方法，可以实现对目标状态的滤波估计。卡尔曼基本理论最初只适用于线性系统。在实际应用中，由于实测数据为目标的斜距及方位角，而线性卡尔曼滤波是以横纵坐标为基准设出状态转移模型和输出观测模型，因此用线性化方法将非线性问题转化为一个近似的线性问题进行滤波，然后利用线性卡尔曼滤波器进行滤波。最常用的方法是泰勒级数展开，以此建立扩展卡尔曼滤波器（EKF）。扩展卡尔曼滤波是最常用的非线性滤波方法，它要求解雅可比矩阵或海森矩阵，对线性化误差较小的非线性系统比较适用，能够获得较高的滤波精度，且运算量很小，应用非常广泛。

再次，对概率数据互联算法进行了详细介绍及仿真。概率数据互联算法是一种准贝叶斯算法，它认为关联波门内所有的点迹都有可能来源于目标，但这些点迹来源于目标的概率不同，根据这些点迹信息和概率进行滤波。

最后，基于扩展卡尔曼滤波算法对实测数据进行了验证，并通过概率数据互联算法，处理杂波环境下的实测数据，跟踪效果较好。

关键词：扩展卡尔曼滤波，目标跟踪，概率数据互联，坐标系转换

ABSTRACT

In modern wars, the target localization and tracking is closely related to the informatization development of modern warfare. According to the large amount of information, data obtained on the battlefield, the goal of the detection, localization and tracking of target can be achieved, and the most timely target motion information for the weapons can be provided, so the weapon can be controlled to achieve the precision strike and intercept of the target. Therefore, it is one of the most basic functions of the modern target tracking technology to realize the accurate positioning and tracking of the target, so as to control the development of the war.

The tracking is done in the discrete time system, and the tracking is the estimation of the state parameters of the target using the estimated value and the measured value of the target. From the perspective of the target tracking, the complexity of the target tracking has two reasons, one is the uncertainty of the measurement source, which is multi-objective and false alarm, the other is due to the uncertainty of target model parameters, which is produce of the motor phenomenon. From the point of system, the tracking performance of the system is not only related to the algorithm itself, but also to the linearity of the system itself.

Firstly, the method of parameter estimation is discussed in this thesis. The methods include least squares estimation, minimum mean square error estimation and linear minimum mean square error. Linear mean square filter is optimal linear filter, kalman filter (KF) is based on the minimum mean square error estimation algorithm, which uses recursive method to achieve.

Secondly, the linear kalman filter (KF) and the extended kalman filter (EKF) are described in detail and the azimuth measured datum are used for the simulation. Kalman filter (KF) uses the state variable method to describe the system. Under the state variable method, the input and output of the system are expressed by state transition model and output observation model. Then the optimal filtering method of linear system can be used to estimate the target state. The basic theory of kalman filter (KF) is only applicable to linear system at first. In the practical application, because the azimuth measured datum are

composed of oblique distance and target angle, whereas the linear kalman filter (KF) is based on the horizontal and vertical coordinates to set up state transition model and output observation model. Therefore the nonlinear problem is transformed into an approximate linear problem by linearization method, and then the linear kalman filter (KF) is used to filter it. The most commonly used method is the Taylor series expansion, in order to establish the extended kalman filter (EKF). The extended kalman filter (EKF) is the most commonly used nonlinear filtering method, and it requires the solution of the Jacobian matrix or Hessian matrix. It is suitable for nonlinear systems with small linearization errors and higher filtering accuracy can be obtained. At the same time, the computation is very small, and it is very widely used.

Thirdly, the probabilistic data association algorithm is introduced and simulated in detail. Probabilistic data association algorithm is a kind of quasi Bayesian algorithm, which considers all the plots in association gate are likely derived from the target, but the probabilities that derived from the target are different, and filters according to the trace information and probability.

Finally, the azimuth measured datum are validated based on the extended kalman filter (EKF) algorithm. The azimuth measured datum in clutter environment are processed with probabilistic data association algorithm, and the tracking effect is good.

Keywords: extended kalman filter (EKF), target tracking, probabilistic data association, coordinate transformation

插图索引

图 1.1	单机动目标跟踪原理框图	4
图 2.1	环形波门	16
图 2.2	直角坐标系下的椭圆波门	17
图 2.3	递推估计示意图	19
图 2.4	CT 模型的原理图	24
图 2.5	离散时间线性系统	26
图 2.6	卡尔曼滤波器算法框图	29
图 2.7	非线性卡尔曼滤波算法仿真图	37
图 2.8	误差协方差($Q=[0\ 0;0\ 0]$)	38
图 2.9	误差协方差($Q=[0.1\ 0;0\ 0.1]$)	38
图 3.1	目标斜距的滤波值、量测值和真实值图示	45
图 3.2	x 轴位置与速度均方根误差	46
图 3.3	y 轴位置与速度均方根误差	46
图 3.4	不同蒙特卡洛实验次数下的斜距均方根误差	48
图 4.1	笛卡尔坐标系	51
图 4.2	球坐标系	52
图 4.3	目标量测图示	53
图 4.4	三条航迹的滤波结果图示	55
图 4.5	滤波与量测的 x 轴位移比较图示 (航迹二)	55
图 4.6	航迹一在两种坐标系互转下的极坐标图示	56
图 4.7	两种坐标系互转下的 x 轴位移比较及放大图示 (航迹一)	56
图 4.8	两种坐标系互转下的 y 轴位移比较及放大图示 (航迹一)	57
图 4.9	雷达数据图示及滤波结果图示	58
图 4.10	滤波结果及速度误差协方差图示 (航迹四)	59
图 4.11	滤波结果及速度误差协方差图示 (航迹五)	60

符号对照表

符号	符号名称
$[\cdot]'$	转置
Γ	过程噪声分布矩阵
V	过程噪声
X	状态向量
\tilde{X}	状态误差值
\hat{X}	状态估计值
F	状态转移矩阵
G	输入控制项矩阵
u	已知输入或控制信号
Q	过程噪声协方差
Z	量测向量
\tilde{Z}	量测误差值
\hat{Z}	量测预测值
v	新息或量测残差
S	新息协方差
H	量测矩阵
K	增益矩阵
W	量测噪声
R	量测噪声协方差
P	协方差

缩略语对照表

缩略语	英文全称	中文对照
PDA	Probabilistic Data Association	概率数据互联
JPDA	Joint Probabilistic Data Association	联合概率数据互联
KF	Kalman Filter	卡尔曼滤波
EKF	Extended Kalman Filter	扩展卡尔曼滤波
UKF	Unscented Kalman Filter	不敏卡尔曼滤波
UT	Unscented Transformation	不敏变换
LSE	Least Square Estimation	最小二乘估计
MMSE	Minimum Mean Square Error	最小均方误差估计
LMMSE	Linear Minimum Mean Square Error	线性最小均方误差估计

目录

摘要.....	I
ABSTRACT	III
插图索引.....	V
符号对照表.....	VII
缩略语对照表.....	IX
目录.....	XI
第一章 绪论	1
1.1 课题背景	1
1.2 课题意义	2
1.3 研究现状及发展前景.....	3
1.4 论文主要工作及结构安排	6
第二章 目标跟踪系统基本原理	7
2.1 参数估计与状态估计问题	7
2.1.1 最小二乘估计 (LSE)	8
2.1.2 最小均方误差估计 (MMSE)	12
2.1.3 线性最小均方误差估计 (LMMSE)	13
2.2 航迹起始波门及算法.....	15
2.2.1 环形波门.....	16
2.2.2 椭圆波门.....	16
2.3 数据互联	17
2.4 线性滤波方法	18
2.4.1 递推估计的基本思想	18
2.4.2 卡尔曼滤波器	19
2.4.3 卡尔曼滤波器特性	31
2.5 非线性滤波方法	33
2.5.1 扩展卡尔曼滤波器	33
2.5.2 不敏卡尔曼滤波器	39
2.5.3 粒子滤波.....	39
2.6 本章小结	39
第三章 基于概率数据互联算法的目标跟踪方法	41
3.1 概率数据互联算法 (PDA)	41

3.1.1 PDA 的状态方程与协方差方程	41
3.1.2 互联概率计算	43
3.1.3 利用概率数据互联算法进行仿真	44
3.2 联合概率数据互联算法 (JPDA)	48
3.3 本章小结	49
第四章 基于扩展卡尔曼滤波算法的目标跟踪方法	51
4.1 坐标系转换	51
4.2 无杂波背景下的扩展卡尔曼滤波仿真	53
4.3 杂波背景下的扩展卡尔曼滤波仿真	57
4.4 本章小结	60
第五章 总结与展望	61
参考文献	63
致谢	65
作者简介	67

第一章 绪论

1.1 课题背景

信号表达了其所代表的信息的空间状态和时间状态。信号根据其变化规律，一般分为两种，即确定性信号和随机信号。确定性信号有明确的变化规律，可以用确定的时间函数或空间函数表达出来，当时间确定时，能够得到对应的函数值。而随机信号无明确变化规律，不能用某个时间函数或空间函数将其表达出来。其“随机”之处在于，相同的观测条件，我们未必能获得相同的数据、信息。虽然我们无法得到随机信号的频谱特性，但根据其统计特性，我们可以得到其功率谱，并利用其功率谱对随机信号进行研究。

由于环境中的干扰与设备自身噪声的影响，信号在传输过程中或多或少地会产生若干变化，这将使传感器接收到的信号具有随机性。我们所要做的就是将环境干扰和设备噪声对信号造成的影响降到最低，进而得到所需信号，这就是滤波。简而言之，滤波是指当我们感兴趣的信号与其他噪声、杂波等混在一起的时候，从混合信号中提取出我们感兴趣的信号。根据混合信号中各信号不同的性质，我们有不同的获取方法，即有不同的滤波方法。对于确定性信号，一般采用常规滤波对其进行处理。模拟滤波器和在计算机上应用的数字滤波器是实现常规滤波最常用的手段。根据其确定的频谱特性来确定各信号所处的不同频带，设计不同的滤波器，使其具有与不同频带信号相适应的频率特性，如低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器及带阻滤波器，这些滤波器可以过滤掉干扰信号，将我们所需的信号无衰减地保留下来。

随机信号因其确定的功率谱特性，可以将信号和干扰信号的区分开来，利用二者不同的功率谱设计滤波器。20 世纪 40 年代，维纳(N. Wiener)等人提出了维纳滤波，这是一种最优估计理论，其基本原理是进行功率谱分解，第一次将数理统计理论与线性系统知识有机地结合起来，以此为基础实现对随机信号的滤波、预测与平滑。维纳滤波与常规滤波的功用是相似的，即通过我们所需的信号，滤除掉干扰及杂波等。由于在对信号进行维纳滤波时，该信号必须是平稳的随机过程，而且，维纳滤波要计算维纳-霍普方程，由于计算量庞大，因此要保证有大量的存储空间，这些都使得维纳滤波的使用具有一定的局限性。

1960 年，美国学者卡尔曼(R. E. Kalman)提出了卡尔曼滤波算法(Kalman Filter, KF)，该方法通过对我们所需的信号的量测信息的处理，再结合卡尔曼滤波算法估计出所需信号的参数^[1]。卡尔曼在他的估计理论中，利用了状态空间这一概念，该理论将白噪声视为一种激励，经过一个线性系统而得到输出，这个输出就是我们需要的信

号的参数，并用状态方程来表达这种输入-输出关系。在估计时，建立系统状态方程、量测方程，过程噪声和量测噪声均为白噪声，以此构成滤波算法。在卡尔曼滤波算法中，对随机过程的平稳性无限制，因此扩大了应用范围。

卡尔曼滤波是一种递推算法，在计算机上对随机信号进行实时处理，结合过程噪声和量测噪声的方差、相关函数等，输入为所需信号的量测值，输出为所需信号的状态估计值或参数估计值。由于卡尔曼滤波是递推的，所以其更新过程中包含对时间的更新及对参数的更新，根据状态方程和量测方程对所需信号进行处理。因此，卡尔曼滤波是一种最优估计方法。

对于线性滤波，虽然维纳滤波有一定的局限性，但其在处理平稳随机过程时非常有优势，而卡尔曼滤波作为线性滤波的典型代表，应用范围更加广泛。但在实际环境中，非线性滤波问题更广泛地存在于很多领域中，维纳滤波和卡尔曼滤波就不能继续使用，因此需要有一种滤波方法，能够在非线性环境下解决对随机信号的估计问题。

非线性滤波的目的在于用递推的方法从混有噪声的量测信息中估计出我们感兴趣的系统状态。在估计开始前，首先需要定义两个系统模型，即状态转移模型和输出观测模型。状态转移模型表达了系统的状态和时间之间的关系，输出观测模型表达了量测参数与系统状态之间的关系。以目标跟踪问题为例，系统的状态向量通常包括了描述这个系统所需要的所有相关信息，状态向量一般由目标的运动参数构成，包括位移、速度、加速度，而量测向量一般由目标的位置信息构成，包括斜距、方位角、俯仰角。

扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter, EKF）是应用非常广泛的次优算法。利用泰勒级数，可以将某一个非线性函数用线性形式表示出来。将此线性化思想应用于非线性的系统方程，对线性化以后的系统方程套用卡尔曼滤波算法进行处理。由于扩展卡尔曼滤波需要计算模型的雅可比矩阵或海森矩阵，因此计算量较大，且须保证滤波函数的可导性，在实际实施中受到很大的限制，这就是扩展卡尔曼滤波的显著不足之处。另外，若系统噪声为非高斯噪声，则估计精度会严重降低；或者模型的非线性很强时，若泰勒展开式的高阶项被忽略，则可能会造成滤波器的严重发散^[2]。为了克服扩展卡尔曼滤波器的弱点，近年来出现了一些避免求解雅可比矩阵或海森矩阵及不要求噪声高斯性的滤波方法。

1.2 课题意义

目标跟踪的目的在于得到我们感兴趣的目标的运动参数，从而对目标运动状态有更好的把握。人们通过雷达等传感器，对感兴趣的目標进行观测，对目标运动的状态进行建模、估计其运动参数，再结合量测数据，实现跟踪的目的。目标跟踪一般包括

以下三个方面：一是数据互联，在实际应用中，无论是对单目标进行跟踪还是对多目标进行跟踪，跟踪环境中总是不可避免地会有不计其数的干扰、杂波，因此，对数据进行正确的互联就显得尤为重要，错误的数据互联会导致跟踪产生较大误差，严重时将会丢失目标。数据互联思想首先由 Sittler 提出，在此之后，Singer 和 Bar-Shalom 对数据互联理论做了更深的探索及更大范围的拓展。最常用的数据互联方法包括最近邻法、概率数据互联、联合概率数据互联及其改进算法。二是状态估计及融合，状态估计及融合有两个方面，一方面是对目标状态进行估计、预测及平滑，另一方面是状态估计融合。三是航迹管理^[3]，有航迹起始、航迹终止、航迹维持等内容。本文主要讨论的是跟踪中的滤波，即估计问题。滤波方法好坏直接决定了跟踪的准确度，好的滤波方法可以降低跟踪过程的时间复杂度。但因为跟踪环境的多样性及滤波方法的局限性，滤波成为跟踪中的难点问题。

现代战场上，早已不复往日的近距离作战方式。作战技术愈发精进，攻击手段日益多样，这就要求对空间中的目标实现精准跟踪，因此，跟踪技术在国防安全领域中的巨大作用不言而喻。在现代战争中，海陆空三军联合的立体化作战网络能够最大程度地发挥战斗武器的巨大威力。利用战斗机对地面目标进行识别、定位、跟踪，或者利用雷达对空中敌方的导弹等目标进行追踪、定位，各种防卫系统，核武器运载系统等，都需要充分发挥跟踪技术的强大作用。

此外，在民用领域，目标跟踪技术同样发挥着重要作用，例如红外目标识别、图像目标的识别与跟踪、空中交通管制等。

1.3 研究现状及发展前景

要实现对目标的精准跟踪，首先应对目标的运动状态建立状态方程，对雷达的测量过程建立量测方程。为了简化问题，对目标的运动状态进行确定时，一般有匀速模型、常加速度模型、协同转弯或坐标转弯模型等。目标运动状态模型的建立非常重要，若目标运动状态模型与目标实际运动情况相差太远，则会导致目标跟踪中产生很大的误差，甚至造成误跟和目标丢失。建立量测方程时，则可以通过雷达的性质直接确定。在实际情况下，目标不可能按照人们预定的运动模型运动，尤其在战争中，目标运动方式变化多端，以进攻敌方的飞机或躲避敌方的追击。如果不根据实际情况，生搬硬套已有的运动模型，那跟踪效果势必很差。因此，对机动目标的跟踪便应运而生^[4-6]。机动目标跟踪是军事领域中最基本的一种跟踪类型。机动目标跟踪于 20 世纪 30 年代便已出现。在此类跟踪问题中，最根本的是对目标运动参数的估计，一般分为两个步骤，首先是对其运动中有关机动的部分建立合理的模型，之后就是寻找合适的估计方法，其基本原理如图所示：

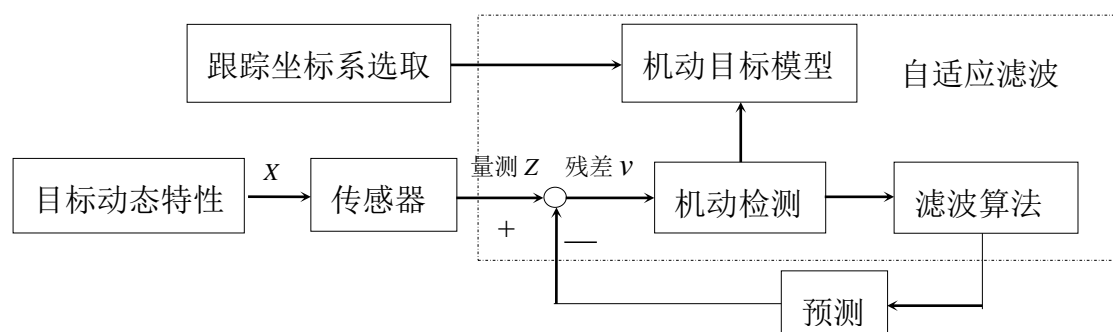


图1.1 单机动目标跟踪原理框图

滤波中，一般设 X 为状态向量，表示目标的运动状态（在实际应用中， X 一般在笛卡尔坐标系中表示，由目标的位移、速度、加速度三项构成）， Z 表示量测（在实际应用中， Z 一般在球坐标系中表示，由目标斜距、俯仰角、方位角构成）。递推思想在滤波中得到了很好的应用，首先通过状态方程，得到 k 时刻目标的估计值以后，用此估计值计算 $k+1$ 时刻目标状态的一步预测值；再通过量测方程，由该状态预测值得到 $k+1$ 时刻目标的量测预测值，然后由 $k+1$ 时刻目标的量测值减去 $k+1$ 时刻目标的量测预测值，得到残差 v ，即新息。新息 v 的作用是对状态预测值进行修正，最后利用事先寻找到的估计方法得到我们需要的参数值。

在目标的量测信息中，既含有我们所需要的信号，也包含形式各异的噪声。对目标运动状态的估计，实质上是对从雷达传感器对目标进行观测而得到的量测信息进行处理，从而实现对所需参数的估计。但量测信息中含有各种噪声，因此要在估计过程中去除噪声的影响。估计一般包括3种基本形式：滤波（filtering）、预测（prediction）和平滑（smoothing）。滤波是一种估计当前时刻 k 的所需信息的过程，该过程用到了当前时刻 k 以及 k 时刻之前的数据。预测是一种估计当前时刻 k 之后某一时刻所需信息的过程，该过程用到了当前时刻 k 及 k 时刻之前的数据。平滑是利用所需信息的时刻之后的所有量测数据估计所需信息时刻的信息，所以它是一种后验形式的估计。在利用平滑对目标状态进行估计时，可以用到更多的数据信息，所以平滑的估计性能在一定程度上比滤波更好。本文讨论的重点是滤波。在这三种分类下，滤波和预测根据当前获得的量测信息对所需时刻的目标状态进行估计，二者均为实时运算方法；而平滑则需要根据所有量测数据进行处理，因此它是一种批处理运算。根据 $1 \sim j$ 时刻的量测信息对 k 时刻的状态 $X(k)$ 做出适当的估计，将该估计记为 $\hat{X}(k|j)$ ，则根据 j 与 k 的关系，可将上述分类方法具体表示如下：

- （1）当 $k=j$ 时，属于滤波问题， $\hat{X}(k|j)$ 为 k 时刻的状态 $X(k)$ 的滤波值；
- （2）当 $k>j$ 时，属于预测问题， $\hat{X}(k|j)$ 为 k 时刻的状态 $X(k)$ 的预测值；
- （3）当 $k<j$ 时，属于平滑问题， $\hat{X}(k|j)$ 为 k 时刻的状态 $X(k)$ 的平滑值。

根据系统参数是否随时间变化，可以将估计分成两类：一类是参数估计，系统参

数是静态的或随时间变化缓慢；另一类是状态估计，待估量是时间的函数。参数估计分为对随机变量和非随机变量的估计，通过量测数据来实现对系统的静态参数或随时间缓慢变化的参数的估计。状态估计则首先要建立状态空间模型，然后利用量测数据对系统中随时间连续变化的状态进行估计，这些随时间连续变化的状态分为两种：离散时间状态和连续时间状态。

通过卡尔曼滤波（KF）实现对目标状态的估计^[7]，其前提是系统为随机线性高斯的。卡尔曼滤波是基于最小均方误差算法的滤波方法，采用递推思想，是一种线性最优滤波算法。若要对线性高斯系统的估计，可直接用卡尔曼滤波算法。但若是非线性系统，则需要利用泰勒级数对其进行线性展开，即线性化之后，再使用卡尔曼滤波理论进行状态估计，这就是扩展卡尔曼滤波（EKF）。扩展卡尔曼滤波器的优势在于运算速度快，滤波精度高，因此是非线性滤波方法里应用最广泛的一种。但在线性化的过程中，由于只截取了前一阶项或二阶项，而其余高阶项的舍弃造成了算法中的截断误差，该截断误差使其成为次优算法。而且，在线性化过程中，如果截取其前一阶项，则需要计算非线性函数的雅可比矩阵，如果截取其前二阶项，则还需要计算非线性函数的海森矩阵。这两种矩阵都要求非线性函数的可导性。当非线性函数不可导时，这两种矩阵是无法计算出来的。因此，扩展卡尔曼滤波算法不能用于不可导的非线性函数。另外，扩展卡尔曼滤波算法要求噪声的高斯性质。在这种情况下，人们提出了不敏卡尔曼滤波（Unscented Kalman Filter, UKF）和粒子滤波（Particle Filter, PF）等，很好地解决了可导及高斯噪声的限制问题，提高了对非线性滤波问题的处理能力。

在不敏卡尔曼滤波算法中^[8]，过程噪声和量测噪声同样满足高斯分布，最关键的是避免了求解雅可比矩阵或海森矩阵，这样就克服了扩展卡尔曼滤波只能用于可导函数的缺陷。不敏卡尔曼滤波运算时间与扩展卡尔曼滤波运算时间相当，比后者略长。在不敏卡尔曼滤波算法里，首先根据状态向量的维数 n_x ，计算出 $(2n_x+1)$ 个 δ 采样点 ξ ，这些点关于 \bar{X} 呈对称分布，以及与 ξ 对应的权值 W ，利用 ξ 和 W 直接进行状态向量、量测向量、状态协方差的预测与更新。在这个过程中，参数的代入是以非线性形式直接实现的，避免了扩展卡尔曼滤波算法需要线性化而带来的问题。

在扩展卡尔曼滤波器基础上，放宽线性化要求而得到不敏卡尔曼滤波器，在此基础上，继续放宽对噪声高斯性质的要求，于是得到了粒子滤波器。粒子滤波器基于 Monte Carlo 方法，进行最优回归贝叶斯滤波。假定 $k-1$ 时刻系统的后验概率密度函数为 $p(x_{k-1}|z_{k-1})$ ，根据此概率密度函数进行采样，得到 N_s 个样本，即 N_s 个粒子，每个样本称为一个粒子集合，以及相应的权值。在 k 时刻，通过对目标的实时观测而得到的量测值，再结合递推算法实现状态更新， N_s 个粒子的后验概率密度函数近似为 $p(x_k|z_k)$ 。当 N_s 逐渐增大时， $p(x_k|z_k)$ 逐渐逼近状态的概率密度函数。现阶段，在粒子滤波方面有两个突出的较为棘手的问题，一是根据后验概率密度函数抽取样本比

较困难，因此在抽取样本时，经常通过一个重要性概率密度 $\pi(X|Z)$ 进行，相应的权重按序贯重点抽样的方法来得到。二是迭代若干次以后，大部分的粒子会衰减很大^[9]，人们通常用两种方法来进行改善，即选择最优的重要性概率密度和进行重抽样。

1.4 论文主要工作及结构安排

本文主要介绍了扩展卡尔曼滤波算法的基本理论及其在跟踪中的应用，并在实测数据中进行了验证。全文分为五章，各章内容安排如下：

第一章为绪论，详细介绍了卡尔曼滤波的研究现状、发展趋势及课题的研究背景、意义，并对本文结构安排做了简要说明。

第二章介绍了卡尔曼滤波的基本理论，主要涉及参数估计和状态估计问题、航迹起始、线性滤波方法和非线性滤波方法等方面，均为利用扩展卡尔曼滤波算法进行跟踪的基础，并对非线性滤波方法中的扩展卡尔曼滤波算法进行了仿真分析。

第三章介绍了概率数据互联算法，对概率数据互联算法进行了仿真分析。

第四章基于扩展卡尔曼滤波算法，在笛卡尔坐标系和球坐标系互相转化的情况下，对滤波结果进行对比。并基于概率数据互联算法，对实测数据进行滤波，较好地将杂波点去除，得到目标的航迹。

第五章为总结和展望，总结了论文完成过程中所做的工作，也提出了一些不足之处，随着科技的不断发展，未来目标跟踪会有更好的发展。

第二章 目标跟踪系统基本原理

所谓目标跟踪，简而言之，就是对雷达传感器送来的量测数据进行处理，得到目标运动的状态信息。目标跟踪一般包含以下几个基本的模块^[10]：

- 1、发现并确认目标；
- 2、目标位置及运动参数估计；
- 3、目标航迹起始；
- 4、利用滤波算法对目标进行跟踪；
- 5、航迹管理。

现代跟踪环境日益复杂多样，为了能够在这些复杂条件下对目标进行有效跟踪，主要须解决两个问题，一是建立有效的目标运动模型和观测模型，二是提出正确的跟踪算法。

2.1 参数估计与状态估计问题

在我们实际操作的物理系统中，经常会存在随机干扰、系统噪声和量测误差，为达到我们所需的某种要求或性能，我们要对系统状态进行估计，从混合有随机干扰、系统噪声和量测误差的量测数据中提取所需信息，从而得到系统的某些参数和状态变量。得到参数的过程就是参数估计，而得到状态变量的过程就是状态估计。

1、参数估计

参数估计可以看作是对所需参数进行曲线拟合的过程。进行某个试验时，假设进行了 m 次观测，对于每个观测时间 t_i ，我们都能得到与观测时间相对应的观测值 z_i ，观测值 z_i 与观测时间 t_i 一一对应组成 m 对数组 (z_i, t_i) ，其中 $i=1, 2, \dots, m$ 。如果用一条曲线来表达 z 和 t 的关系，即将 z 用时间函数线性表出，则设：

$$z(t) = a_1 h_1(t) + a_2 h_2(t) + \dots + a_n h_n(t) \quad (2-1)$$

式中， $h_1(t)$ 、 $h_2(t)$ 、 \dots 、 $h_n(t)$ 为已知的时间函数， a_1 、 a_2 、 \dots 、 a_n 为 n 个静态未知参数，根据 m 对量测值 (z_i, t_i) ，其中 $i=1, 2, \dots, m$ ， $m > n$ 。对未知参数 a_1 、 a_2 、 \dots 、 a_n 进行估计，就是静态向量情况下的参数估计。

对于各类被估参数，其统计特性各异，为了估计的准确性，就要在估计方法中充分考虑这些统计特性。与此对应地，有各异的估计方法，主要有最小二乘估计、最小均方误差估计和线性最小均方误差估计等。

2、状态估计

根据状态空间这一概念，建立系统的状态方程为：

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + F(t)w(t) \quad (2-2)$$

量测方程为：

$$z(t) = H(t)x(t) + v(t) \quad (2-3)$$

式中， $x(t)$ 为状态变量，它是时间的函数，是一个随机过程，表示我们感兴趣的目标的运动状态， $u(t)$ 为控制变量或激励， $w(t)$ 为过程噪声， $v(t)$ 为量测噪声， $Z(t)$ 为量测值。所谓状态估计，就是针对具体的跟踪环境及目标运动状况，在上述两个方程建立以后，对目标的初始状态设定合理的数值，再结合不断更新的量测值，对状态变量 $x(t)$ 进行估计。

合适的估计方法是正确、高效解决估计问题的前提。最常用的参数估计方法为最小二乘法，该方法由高斯（Gauss K. F.）于 1795 年提出，他在《天体运动理论》中对其进行了详细介绍。另一种参数估计方法为极大似然估计方法，该方法由费歇（Fisher R. A.）于 1912 年提出，他利用概率密度知识来解决估计问题。在状态估计方面，一种颇为常用的方法是维纳滤波方法，该方法由美国学者维纳（Wiener N.）于 1940 年提出，维纳滤波器是一种最优滤波器。维纳滤波算法的使用条件是随机过程必须是平稳的，但在实际应用中，平稳随机过程属于比较理想的情况，因此该滤波方法应用范围受限。鉴于维纳滤波的对信号平稳性的限制，美国学者卡尔曼（Kalman R. E.）和布西（Bucy R. S.）于 1960 年提出了卡尔曼滤波算法，该方法是一种最优递推滤波方法，它的使用范围不限于随机过程的平稳与否，因此应用前景广阔。随着实际应用的复杂化与多样化，卡尔曼滤波算法不断突破线性滤波条件的限制，逐渐拓宽应用条件，扩展到非线性滤波问题。

2.1.1 最小二乘估计（LSE）

1、最小二乘估计

在最小二乘估计中^[1]，假设 X 和 Z 均为向量，当二次误差：

$$J(k) = \sum_{i=1}^k [Z(i) - H(i)X]^T [Z(i) - H(i)X] = [Z^k - H^k X]^T [Z^k - H^k X] \quad (2-4)$$

最小时，计算出的 $\hat{X}(k)$ 即为非随机向量 X 的最小二乘估计。其中 $Z(i)$ 表示第 i 个时

刻的量测值，即：

$$Z(i) = H(i)X + W(i) \quad (2-5)$$

式中， $H(i)$ 为量测矩阵， $W(i)$ 为量测噪声，其协方差为 $R(i)$ ，且有：

$$Z^k = \begin{bmatrix} z(1) \\ \vdots \\ z(k) \end{bmatrix} \quad H^k = \begin{bmatrix} H(1) \\ \vdots \\ H(k) \end{bmatrix} \quad W^k = \begin{bmatrix} W(1) \\ \vdots \\ W(k) \end{bmatrix} \quad R^k = \begin{bmatrix} R(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & R(k) \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

对于二次误差 $J(k)$ ，使其对 $\hat{X}(k)$ 求梯度，该梯度为零时，就得到了向量 X 的最小二乘估计，即：

$$\nabla_x J(k) = 2(H^k)'[Z^k - H^k X] = 0 \quad (2-7)$$

对式(2-7)进行计算，得到非随机向量 X 的最小二乘估计

$$\hat{X}(k) = [(H^k)'H^k]^{-1}(H^k)'Z^k \quad (2-8)$$

2、加权最小二乘估计

在最小二乘估计中，假定协方差矩阵 $R(i)$ 是同分布的，但在实际情况中，该协方差矩阵未必是同分布的，所以我们对加权的二次误差进行研究，即：

$$J(k) = \sum_{i=1}^k [z(i) - H(i)X]'R^{-1}(i)[z(i) - H(i)X] = [Z^k - H^k X]'(R^k)^{-1}[Z^k - H^k X] \quad (2-9)$$

当 $J(k)$ 达到最小时，此时的加权最小二乘估计 $\hat{X}(k)$ 才更加符合实际情况，即：

$$\hat{X}(k) = [(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1}(H^k)'(R^k)^{-1}Z^k \quad (2-10)$$

由式(2-10)可得，当误差协方差矩阵 R^k 为单位矩阵时，加权最小二乘估计即为最小二乘估计，即式(2-8)，因此我们对加权最小二乘估计展开讨论。由于

$$E[\hat{X}(k)] = [(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1}(H^k)'(R^k)^{-1}E[H^k X + W^k] = X \quad (2-11)$$

所以对二次误差加权之后，得到的加权最小二乘估计式(2-10)是无偏的，其估计误差为：

$$\tilde{X}(k) = X - \hat{X}(k) = -[(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1}(H^k)'(R^k)^{-1}W^k \quad (2-12)$$

根据式(2-12)，可得到加权的二次误差下，最小二乘估计的误差协方差矩阵为：

$$\begin{aligned} P(k) &= E[\tilde{X}(k)\tilde{X}'(k)] \\ &= [(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1}(H^k)'(R^k)^{-1}E[W^k(W^k)'](R^k)^{-1}(H^k)[(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1} \quad (2-13) \\ &= [(H^k)'(R^k)^{-1}H^k]^{-1} \end{aligned}$$

最小二乘估计用一种递推式的结构来表示，在 $k+1$ 时刻，对于非随机向量 X 的加权最小二乘估计为：

$$\hat{X}(k+1) = [(H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}H^{k+1}]^{-1}(H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}Z^{k+1} \quad (2-14)$$

因为要得到 $\hat{X}(k+1)$ 与 $\hat{X}(k)$ 之间关系，我们对量测向量、量测矩阵、过程噪声向量及过程噪声协方差矩阵分块表示为：

$$Z^{k+1} = \begin{bmatrix} Z^k \\ z(k+1) \end{bmatrix} H^{k+1} = \begin{bmatrix} H^k \\ H(k+1) \end{bmatrix} W^{k+1} = \begin{bmatrix} W^k \\ W(k+1) \end{bmatrix} R^{k+1} = \begin{bmatrix} R^k & 0 \\ 0 & R(k+1) \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

由式(2-13)并结合式(2-15)可得到 $k+1$ 时刻误差向量的协方差矩阵的逆表示为：

$$\begin{aligned} P^{-1}(k+1) &= (H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}H^{k+1} = (H^k)'(R^k)^{-1}H^k + H'(k+1)R^{-1}(k+1)H(k+1) \\ &= P^{-1}(k) + H'(k+1)R^{-1}(k+1)H(k+1) \end{aligned} \quad (2-16)$$

于是

$$P(k+1) = [P^{-1}(k) + H'(k+1)R^{-1}(k+1)H(k+1)]^{-1} \quad (2-17)$$

根据矩阵反演引理：

$$(P^{-1} + H'R^{-1}H)^{-1} = P - PH'(HPH' + R)^{-1}HP \quad (2-18)$$

改写 $k+1$ 时刻的误差协方差:

$$\begin{aligned} P(k+1) &= [P^{-1}(k) + H'(k+1)R^{-1}(k+1)H(k+1)]^{-1} \\ &= P(k) - P(k)H'(k+1)[H(k+1)P(k)H'(k+1) + R(k+1)]^{-1}H(k+1)P(k) \end{aligned} \quad (2-19)$$

在式(2-19)中, 令

$$\begin{aligned} S(k+1) &= H(k+1)P(k)H'(k+1) + R(k+1) \\ K(k+1) &= P(k)H'(k+1)S^{-1}(k+1) \end{aligned} \quad (2-20)$$

所以式(2-19)又继续表示为:

$$\begin{aligned} P(k+1) &= P(k) - K(k+1)H(k+1)P(k) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1)]P(k) \\ &= P(k) - K(k+1)S(k+1)S^{-1}(k+1)H(k+1)P(k) \\ &= P(k) - K(k+1)S(k+1)K'(k+1) \end{aligned} \quad (2-21)$$

另外, 将式(2-19)代入 $P(k+1)H'(k+1)R^{-1}(k+1)$, 得到 $K(k+1)$ 的另一种表达形式:

$$\begin{aligned} &P(k+1)H'(k+1)R^{-1}(k+1) \\ &= \{P(k)H'(k+1) - P(k)H'(k+1)S^{-1}(k+1)H(k+1)P(k)H'(k+1)\}R^{-1}(k+1) \\ &= P(k)H'(k+1)S^{-1}(k+1)\{S(k+1) - H(k+1)P(k)H'(k+1)\}R^{-1}(k+1) \\ &= P(k)H'(k+1)S^{-1}(k+1) \\ &= K(k+1) \end{aligned} \quad (2-22)$$

由式(2-14)并结合式(2-15)可得 $k+1$ 时刻非随机向量 X 的加权最小二乘估计表示为:

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+1) &= [(H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}H^{k+1}]^{-1}(H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}Z^{k+1} \\ &= P(k+1)(H^{k+1})'(R^{k+1})^{-1}Z^{k+1} \\ &= P(k+1)(H^k)'(R^k)^{-1}Z^k + P(k+1)H'(k+1)R^{-1}(k+1)z(k+1) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1)]P(k)(H^k)'(R^k)^{-1}Z^k + K(k+1)z(k+1) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1)]\hat{X}(k) + K(k+1)z(k+1) \\ &= \hat{X}(k) + K(k+1)[z(k+1) - H(k+1)\hat{X}(k)] \end{aligned} \quad (2-23)$$

式中, 令 $v(k+1) = z(k+1) - H(k+1)\hat{X}(k)$, 表示新息。式(2-23)说明 \hat{X} 的更新值 $\hat{X}(k+1)$ 就是在前一时刻的估计 $\hat{X}(k)$ 的基础上再加上一个由增益 $K(k+1)$ 和新息 $v(k+1)$ 组成的修正项。

2.1.2 最小均方误差估计 (MMSE)

设 x 与 z 均为随机向量, 其中, x 为需要估计的变量, z 为量测向量, 二者服从联合正态分布, 即:

$$y = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \sim N[\bar{y}, P_{yy}] \quad (2-24)$$

式中,

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} \quad P_{yy} = \begin{bmatrix} P_{xx} & P_{xz} \\ P_{zx} & P_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

式中, \bar{x} 为向量 x 的均值、 P_{xx} 为向量 x 的自协方差, \bar{z} 为向量 z 的均值、 P_{zz} 为向量 z 的自协方差, P_{xz} 为向量 x 和 z 的互协方差。又 x 和 z 的联合概率密度函数为:

$$p(x, z) = p(y) = N(y; \bar{y}, P_{yy}) = \left| 2\pi P_{yy} \right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(y - \bar{y})' P_{yy}^{-1} (y - \bar{y})\right\} \quad (2-26)$$

z 的概率密度函数为:

$$p(z) = N(z; \bar{z}, P_{zz}) = \left| 2\pi P_{zz} \right|^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(z - \bar{z})' P_{zz}^{-1} (z - \bar{z})\right\} \quad (2-27)$$

得到 x 以 z 为条件的概率密度函数为:

$$p(x|z) = \frac{p(x, z)}{p(z)} = \frac{\left| 2\pi P_{yy} \right|^{-\frac{1}{2}}}{\left| 2\pi P_{zz} \right|^{-\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}[(y - \bar{y})' P_{yy}^{-1} (y - \bar{y}) - (z - \bar{z})' P_{zz}^{-1} (z - \bar{z})]\right\} \quad (2-28)$$

设

$$y - \bar{y} = \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ z - \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

$$P_{yy}^{-1} = \begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xz} \\ T_{zx} & T_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

由式(2-25)和式(2-30)可得:

$$T_{xx}^{-1} = P_{xx} - P_{xz} P_{zz}^{-1} P_{zx}, \quad P_{zz}^{-1} = T_{zz} - T_{zx} T_{xx}^{-1} T_{xz}, \quad T_{xx}^{-1} T_{xz} = -P_{xz} P_{zz}^{-1} \quad (2-31)$$

$$\begin{aligned} q &= (y - \bar{y})' P_{yy}^{-1} (y - \bar{y}) - (z - \bar{z})' P_{zz}^{-1} (z - \bar{z}) \\ &= \xi' T_{xx} \xi + \eta' T_{zx} \xi + \xi T_{xz} \eta + \eta' T_{zz} \eta - \eta' P_{zz}^{-1} \eta \\ &= (\xi + T_{xx}^{-1} T_{xz} \eta)' T_{xx} (\xi + T_{xx}^{-1} T_{xz} \eta) \end{aligned} \quad (2-32)$$

因为 q 是 x 的二次型, 所以, 当以 z 为条件时, 求得的 x 的概率密度函数是服从高斯分布的, 且

$$\xi + T_{xx}^{-1} T_{xz} \eta = x - \bar{x} - P_{xz} P_{zz}^{-1} (z - \bar{z}) \quad (2-33)$$

由此可得, 当以 z 为条件时, 计算得到 x 的最小均方误差估计可表示为:

$$\hat{x} = E[x | z] = \bar{x} + P_{xz} P_{zz}^{-1} (z - \bar{z}) \quad (2-34)$$

在高斯情况下, x 以 z 为条件时, 对应的条件误差协方差矩阵为

$$P_{xx|z} = E[(x - \hat{x})(x - \hat{x})' | z] = T_{xx}^{-1} = P_{xx} - P_{xz} P_{zz}^{-1} P_{zx} \quad (2-35)$$

2.1.3 线性最小均方误差估计 (LMMSE)

若随机向量 x 和 z 不服从联合高斯分布, 则以条件均值来计算 x 的估计值会有困难, 但我们可以通过求解以 z 为条件 x 的最佳线性估计来得到 x 的估计值。如果要使线性估计可以成为最佳估计, 那就要用到正交原理, 根据正交原理^[12-13]可知, 对于最佳线性估计来说, 它的估计误差 \tilde{x} 是无偏的, 且与观测值 z 正交。

在非高斯情况下, 假设 $\hat{x} = Az + b$ 为最佳线性估计。因为 \hat{x} 为最佳线性估计, 所

以估计误差 \tilde{x} 是无偏的，即：

$$E[\tilde{x}] = E[x - \hat{x}] = \bar{x} - (A\bar{z} + b) = 0 \quad (2-36)$$

依据式(2-36)得到 b 的表达式为：

$$b = \bar{x} - A\bar{z} \quad (2-37)$$

计算估计误差 \tilde{x} 的过程中，我们将 b 的表达式代入，求得 \tilde{x} 为：

$$\tilde{x} = x - \hat{x} = x - (Az + \bar{x} - A\bar{z}) = x - \bar{x} - A(z - \bar{z}) \quad (2-38)$$

在此过程中，由于是最佳线性估计，因此要满足正交原理，即使 \tilde{x} 和 z 正交：

$$\begin{aligned} E[\tilde{x}z'] &= E\{[(x - \bar{x}) - A(z - \bar{z})](z - \bar{z} + \bar{z})'\} \\ &= E\{[(x - \bar{x}) - A(z - \bar{z})](z - \bar{z})'\} = P_{xz} - AP_{zz} = 0 \end{aligned} \quad (2-39)$$

计算可得

$$A = P_{xz}P_{zz}^{-1} \quad (2-40)$$

联立式(2-37)和式(2-40)，得到在非高斯情况下时，线性最小均方误差估计为：

$$\hat{x} = Az + b = P_{xz}P_{zz}^{-1}z + \bar{x} - P_{xz}P_{zz}^{-1}\bar{z} = \bar{x} + P_{xz}P_{zz}^{-1}(z - \bar{z}) \quad (2-41)$$

此时的 $J = E[(x - \hat{x})'(x - \hat{x})]$ 即达到最小，此时的 \hat{x} 即为最佳线性估计。式(2-41)所示的 \hat{x} 为最佳线性估计，它的表达形式与式(2-34)是一样的，虽然它与量测值 z 仍是线性关系，但它并非条件均值。

由式(2-38)可求得与式(2-41)对应的均方误差为

$$\begin{aligned}
E[\tilde{x}\tilde{x}'] &= E[(x - \hat{x})(x - \hat{x})'] \\
&= E[(x - \bar{x} - P_{xz}P_{zz}^{-1}(z - \bar{z}))(x - \bar{x} - P_{xz}P_{zz}^{-1}(z - \bar{z}))'] \\
&= E\{[(x - \bar{x}) - P_{xz}P_{zz}^{-1}(z - \bar{z})][(x - \bar{x})' - (z - \bar{z})'(P_{zz}^{-1})'P_{xz}']\} \\
&= P_{xx} - P_{xz}P_{zz}^{-1}P_{zx} - P_{xz}P_{zz}^{-1}P_{zx} + P_{xz}P_{zz}^{-1}P_{zx} \\
&= P_{xx} - P_{xz}P_{zz}^{-1}P_{zx}
\end{aligned} \tag{2-42}$$

式中，有：

$$\begin{aligned}
P_{xx} &= E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})'] \\
P_{xz} &= E[(x - \bar{x})(z - \bar{z})'] \\
P_{zz} &= E[(z - \bar{z})(z - \bar{z})']
\end{aligned} \tag{2-43}$$

式(2-35)所示表达式是标准的协方差矩阵，而式(2-42)所示表达式并非标准协方差，因为式(2-41)不是真正意义上的条件均值。

在雷达数据处理中，进行参数估计时，最小二乘估计和最小均方误差估计是最为常用的两种估计方法。最小均方误差估计仅需知道所求参数的一、二阶统计矩，对其他概率不作要求；而对于最小二乘估计，它对所有的概率假设不作任何要求，它把估计问题看作是最优化问题来对待，其可看作不断放宽统计要求的最后一步。

2.2 航迹起始波门及算法

对目标的扫描过程中，除了目标回波，还会有杂波、虚警、干扰，使得我们在对目标进行跟踪时需要将噪声信号剔除掉，并对前后时刻的量测数据正确配对。航迹起始直接决定了目标跟踪的准确性，如果航迹起始不合适或者不正确，会造成误跟或丢失目标，这在实际应用中是大忌。再者，航迹起始时，目标距离远，对目标距离的估计不准确，使得对目标和噪声的判断不明朗，加大了航迹起始的难度。为了解决这些问题，我们需要对回波数据进行大概的估计，判断它有无可能是下一时刻的量测数据，这里就要用到航迹起始波门。通过建立合理的关联波门可以为已有的目标航迹寻找到后续的点迹，或者形成新的航迹，同时删除虚假点迹和虚假航迹。关联波门将我们感兴趣的目标的预测位置作为中心，以此来确定这一目标的量测值可能出现的位置范围。在一般情况下，大的关联波门有利于航迹的起始，但同时也会增加计算量和运算时间复杂度，而且太多点迹落入波门有可能提高虚假航迹起始的概率。波门确定的原则是要求来自于目标的量测以最大限度落入波门内，并尽量减少波门内的杂波、干扰点迹。一个设计良好的关联波门能够快速有效地提高系统的跟踪性能。

跟踪波门形状各异，对于不同的跟踪环境需要建立不同的跟踪波门，最常用的是

按照其形状来分类，主要有矩形波门、椭圆波门、扇形波门等。波门大小主要取决于：
 (1) 雷达的观测误差；(2) 目标运动特性；(3) 天线扫描周期；(4) 波门中心误差；
 (5) 坐标系选择等。

2.2.1 环形波门

由于航迹起始时，目标距离远，对目标距离的估计不准确，因此需要建立一个大大波门，防止目标回波不能被包含在波门内。环形波门以航迹头为中心建立起一个环形大大波门，波门内外径分别由运动目标的速度极值和观测周期来确定，根据其速度极值 V_{\max} 、 V_{\min} ，观测周期 T ，可得环形波门内外径分别为 $V_{\min} T$ 、 $V_{\max} T$ 。环形波门如下图所示：

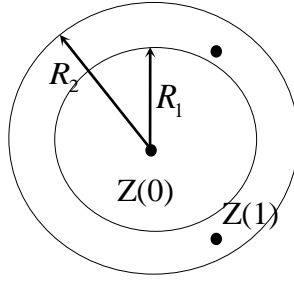


图2.1 环形波门

2.2.2 椭圆波门

在笛卡尔坐标系下，若量测值 $Z_c(k+1)$ 满足如下表达式：

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{k+1}(\gamma) &= \left[Z_c(k+1) - \hat{Z}_c(k+1|k) \right]' S^{-1}(k+1) \left[Z_c(k+1) - \hat{Z}_c(k+1|k) \right] \\ &= v'_c(k+1) S^{-1}(k+1) v_c(k+1) \leq \gamma \end{aligned} \quad (2-44)$$

则认为 $Z_c(k+1)$ 为候选回波，式(2-44)称为椭圆（球）波门规则，参数 γ 由 χ^2 分布表获得，参数的平方根 $g = \sqrt{r}$ 为门的“ σ 数”^[14]。 $\tilde{V}_{k+1}(\gamma)$ 服从 χ^2 分布，其自由度由 $Z_c(k+1)$ 的维数确定。在笛卡尔坐标系下， $Z_c(k+1)$ 为二维，椭圆波门如下图所示：

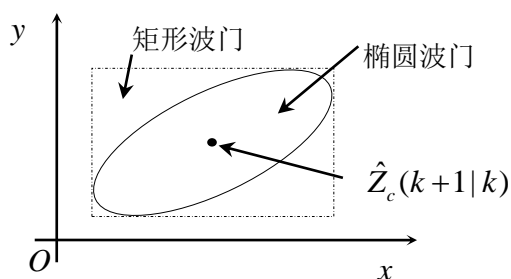


图2.2 直角坐标系下的椭圆波门

2.3 数据互联

滤波跟踪、状态估计中,我们得到的点迹可能有很多不同的来源,因此在跟踪时,我们直接根据得到的点迹数据并不能确定其是否来自目标。所用的点迹首先要数据互联之后,才能确定它是否来自于目标。数据互联的目的在于在跟踪过程中不断确立量测值与目标的对应关系,将源于相同目标的点迹进行归类,并进行下一步的滤波跟踪。若量测数据与已知目标没有关联,则一般有两种情况,一是量测数据来源于新的目标,二是量测数据是噪声、杂波产生的虚警。因此,当我们已知了大量的目标信息之后,要确认未来每个量测值与已知目标之间的关系,数据互联就是要完成这项工作。量测值可以分为以下三类^[15]:

- (a) 关联门内有多个来自于若干目标的量测值;
- (b) 量测值可能源于新的目标;
- (c) 虚警数据集合,可利用某些技术将其消除。

数据互联分为两大类,即点迹互联和航迹互联。其中点迹互联一般又分为点迹与点迹互联和点迹与航迹互联两种形式。

1、点迹与点迹互联

这种互联方式目的在于形成目标航迹或者进行新目标航迹的初始化。在不同的扫描周期,雷达将接收到不同的点,通过一定的规则对这些点进行分析处理。

2、点迹与航迹互联

航迹起始之后,对于各个雷达传感器提供的量测值,点迹与航迹互联的目的就在于判断这些量测值是已有航迹的延续,还是新航迹的初始值或者虚警点迹。若量测值属于已知航迹,则应根据该量测值进行航迹滤波更新。若某个量测值未匹配到任何航迹,则暂时保留,等待做进一步的处理。

3、航迹互联

在多目标情况下,不同雷达站都可以给出多条不同的航迹,要实现对目标的准确

跟踪就需要确定哪些航迹来自于同一目标，这是航迹互联的主要目的。航迹互联的方法多种多样，这里不再详述。

要实现对目标的精确跟踪，数据互联是必不可少的步骤，第三章将对数据互联方法作详细介绍。

2.4 线性滤波方法

对于 2.1 节所述的估计方法，其研究对象是不随时间变化的参数，即静态估计问题。本节的研究对象是对时变参数的估计问题，即对目标的状态（包括目标的位置、速度、加速度等）进行估计。时变参数的估计一般分为三类：一是平滑，对目标过去的运动状态进行估计；二是滤波，对目标现在的运动状态进行估计；三是预测，对目标未来的运动状态进行估计。对运动目标进行跟踪即属于动态估计问题。参数估计和状态估计的共同点在于二者都是在得到与未知参数有关的量测数据之后，通过量测数据来对未知参数进行估计，而二者最大的不同就在于未知参数是否随时间变化。本节所讨论的状态估计，未知参数随时间变化，所以在处理量测数据的过程中，我们必须考虑未知参数和量测数据随时间的更新情况。本节首先讨论卡尔曼滤波器（KF），包括线性滤波的基本思想、系统模型的建立、对应的滤波模型、滤波器初始化方法及滤波器的特性等。

2.4.1 递推估计的基本思想

如果要对 $X(k)$ 进行估计，那就要用到 $1 \sim k$ 时刻所有的量测值 $Z(1)、Z(2)、\dots、Z(k)$ ，理论上这 k 个量测值都会被使用，且存在要对高阶矩阵进行求逆的情况，这无疑增加了运算量，在工程应用中并不理想。但我们想到，由于 $\hat{X}(k|k)$ 是从量测数据 $Z(1)、Z(2)、\dots、Z(k)$ 计算而来，这 k 个量测数据的信息已经被涵盖在 $\hat{X}(k|k)$ 中，那如果对 $k+1$ 时刻的状态进行估计，即求解 $\hat{X}(k+1|k+1)$ ，我们就不用使用所有 $k+1$ 个时刻的量测数据，而是可以直接使用 $\hat{X}(k|k)$ 及新量测结果 $Z(k+1)$ ，如此便省去了每次更新时对 $Z(1)、Z(2)、\dots、Z(k)$ 的处理，减少了计算量。

最佳估计 $\hat{X}(k|k)$ 代表了 k 时刻目标的状态，而量测值 $Z(k+1)$ 代表了 $k+1$ 时刻从雷达传感器得到的量测值。要根据 k 时刻的估计 $\hat{X}(k|k)$ 和 $k+1$ 时刻的量测值 $Z(k+1)$ 得到 $k+1$ 时刻的估计 $\hat{X}(k+1|k+1)$ ，则首先要将 $\hat{X}(k|k)$ 外推到 $k+1$ 时刻，预测出 $k+1$ 时刻的状态 $\hat{X}(k+1|k)$ ，前 k 次量测信息便包含在这个过程中，该过程在卡尔曼滤波算法中被称为状态转移，状态转移是利用被观测系统的状态转移矩阵来实现的。状态转移之后，再结合新量测值 $Z(k+1)$ ，对前面所得 $k+1$ 时刻的状态预测值加以修正。

综上，递推估计包括两个步骤：第一步是建立目标的运动模型，根据 k 时刻最佳

估计 $\hat{X}(k|k)$ 来预测 $k+1$ 时刻的状态 $\hat{X}(k+1|k)$ ；第二步是根据 $k+1$ 时刻的量测值 $Z(k+1)$ ，对 $\hat{X}(k+1|k)$ 加以修正，得到 $k+1$ 时刻状态的估计值 $\hat{X}(k+1|k+1)$ 。

在图 2.3 中，对目标状态初始化为 $\hat{X}(0|0)$ ，然后开始递推估计的两个步骤，首先利用状态转移矩阵，得到 $t(1)$ 时刻对目标状态的预测值 $\hat{X}(1|0)$ ，其次根据得到的量测值 $Z(1)$ 对 $\hat{X}(1|0)$ 进行修正后，得到 $t(1)$ 时刻对状态的估计值 $\hat{X}(1|1)$ 。接着再根据 $\hat{X}(1|1)$ 预测 $\hat{X}(2|1)$ ，再用 $Z(2)$ 对 $\hat{X}(2|1)$ 进行修正，得到 $\hat{X}(2|2)$ ，依此类推，利用从传感器得到的新的量测值 $Z(i)$ ，就可得到 i 时刻的估计值 $\hat{X}(i|i)$ 。

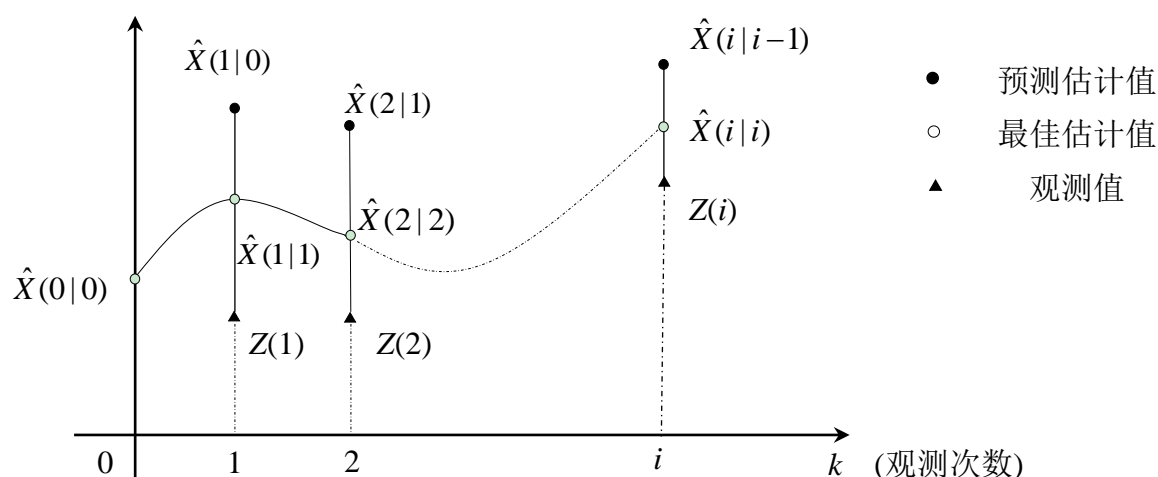


图2.3 递推估计示意图

2.4.2 卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波器是最好的线性滤波器，并且当噪声过程为高斯过程时，它是所有滤波器中最好的滤波器。卡尔曼滤波器除了要求系统噪声和量测噪声为已知其二阶矩的高斯白噪声，另外不需要任何条件，所以完全适用于非平稳、多维的随机序列的估计问题。卡尔曼滤波具有如下突出优点：

- (1) 卡尔曼滤波无需在计算机中存储大量的数据，利用递推算法实现滤波，便于在计算机上处理数据，运算速度快，适合实时处理；
- (2) 估计精度高。它是目前已知的估计方法中最好的一种；
- (3) 应用系统多种多样。单输入、单输出系统及多输入、多输出系统中，都可以利用卡尔曼滤波算法进行处理，随机状态的平稳与否、时变与否均不受限制；
- (4) 收敛速度快。滤波进行约 4 个周期之后，估计误差协方差便趋于平稳，耗时很短；
- (5) 滤波过程中可同时得到估计误差的协方差矩阵，通过对协方差矩阵的分析，可以得出估计的精度，该精度可以用于实时检验滤波器的滤波效果。

1、系统模型

在描述动态系统时，我们采用状态变量法。该方法将目标运动状态和雷达传感器接收信息分别用状态方程和量测方程表示出来，表达了系统的输入—输出关系。输入用状态方程来表示，由某一时间函数与代表随机波动的噪声组成，输出用量测方程来表示，是状态向量的函数，通常受到随机量测误差的扰动。

(1) 状态方程

①匀速模型 (CV-Constant Velocity)

状态方程是目标运动规律的假设，以目标在二维平面内的匀速直线运动为例，则离散时间系统下 t_k 时刻目标的状态 (x_k, y_k) 可表示为

$$\begin{aligned} x_k &= x_0 + v_x t_k = x_0 + v_x kT \\ y_k &= y_0 + v_y t_k = y_0 + v_y kT \end{aligned} \quad (2-45)$$

式中， (x_0, y_0) 为初始时刻目标的位置， v_x 和 v_y 分别表示目标在 x 轴和 y 轴的速度， T 为采样周期。

式(2-45)用递推形式表示即为

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + v_x T = x_k + \dot{x}_k T \\ y_{k+1} &= y_k + v_y T = y_k + \dot{y}_k T \end{aligned} \quad (2-46)$$

在实际情况下，目标几乎不会是完全的匀速直线运动，速度必然会因为人为原因或环境原因而有或大或小的波动。如驾驶员的操作或云层的干扰，它们对速度造成的影响是无法预测的。这些微小的变化可以认为是过程噪声，在引入过程噪声后，目标的运动状态方程变为

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \dot{x}_k T + \frac{1}{2} v_x T^2 \\ y_{k+1} &= y_k + \dot{y}_k T + \frac{1}{2} v_y T^2 \end{aligned} \quad (2-47)$$

其中， v_x 、 v_y 分别表示目标在 x 轴和 y 轴速度的随机变化。目标的速度可以表示为：

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k+1} &= \dot{x}_k + v_x T \\ \dot{y}_{k+1} &= \dot{y}_k + v_y T \end{aligned} \quad (2-48)$$

在匀速模型中，描述系统动态特性的状态向量为 $X(k) = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]'$ ，则联立式

(2-47)和(2-48)，可用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \dot{x}(k+1) \\ \dot{y}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \dot{x}(k) \\ \dot{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

将式(2-49)改写为

$$X(k+1) = F(k)X(k) + \Gamma(k)v(k) \quad (2-50)$$

式中， $v(k) = [v_x \ v_y]'$ 为过程噪声向量；

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

为系统的状态转移矩阵；

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (2-52)$$

为过程噪声分布矩阵。

以上为二维平面中目标的运动状态分析，再以三维空间中的目标为例，其状态向量为 $X(k) = [x_k \ y_k \ z_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k]'$ ，过程噪声向量为 $v(k) = [v_x \ v_y \ v_z]'$ ，系统的状态转移矩阵为：

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

过程噪声分布矩阵为：

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5T^2 \\ T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & T \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

②常加速度（CA-Constant Acceleration）模型

以目标在二维平面中的匀加速直线运动为例，并考虑速度的随机变化，则目标的位置和速度用递推形式可表示为：

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \dot{x}_k T + \frac{1}{2} \ddot{x}_k T^2 + \frac{1}{2} v_x T^2 \\ y_{k+1} &= y_k + \dot{y}_k T + \frac{1}{2} \ddot{y}_k T^2 + \frac{1}{2} v_y T^2 \\ \dot{x}_{k+1} &= \dot{x}_k + \ddot{x}_k T + v_x T \\ \dot{y}_{k+1} &= \dot{y}_k + \ddot{y}_k T + v_y T \\ \ddot{x}_{k+1} &= \ddot{x}_k + v_x \\ \ddot{y}_{k+1} &= \ddot{y}_k + v_y \end{aligned} \quad (2-55)$$

式(2-55)中目标状态方程的表示形式仍为 $X(k+1) = F(k)X(k) + \Gamma(k)v(k)$ 所表达的形式。此时状态向量表示为 $X(k) = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k \ \ddot{y}_k]'$ ，过程噪声向量表示为 $v(k) = [v_x \ v_y]'$ ，状态转移矩阵为：

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-56)$$

过程噪声分布矩阵为:

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

类似地, 当目标在三维空间中运动时, 在匀速和匀加速的情况下, 状态向量表示为 $X(k) = [x_k \dot{x}_k \ddot{x}_k y_k \dot{y}_k \ddot{y}_k z_k \dot{z}_k \ddot{z}_k]'$, 过程噪声向量可以表示为 $v(k) = [v_x v_y v_z]'$, 状态转移矩阵为:

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2}T^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

过程噪声分布矩阵为:

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5T^2 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5T^2 \\ 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-59)$$

③协同转弯或坐标转弯（CT-Coordinate Turn）模型

CT 模型的原理图如图所示：

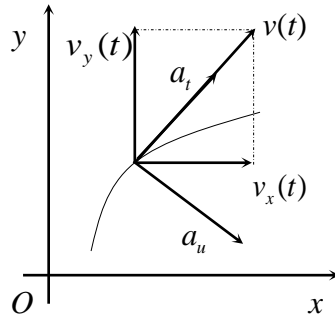


图2.4 CT 模型的原理图

在实际情况下，由于转弯率 ω 的时变性，在跟踪过程中需要随时对 ω 进行更新，需要在状态向量上增加一个 ω 元素，于是得到状态转移矩阵为：

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} & 0 & \frac{\cos \omega T - 1}{\omega} & 0 \\ 0 & \cos \omega T & 0 & -\sin \omega T & 0 \\ 0 & \frac{1 - \cos \omega T}{\omega} & 1 & \frac{\sin \omega T}{\omega} & 0 \\ 0 & \sin \omega T & 0 & \cos \omega T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-60)$$

过程噪声分布矩阵为：

$$\Gamma(k) = \begin{bmatrix} 0.5T^2 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5T^2 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}' \quad (2-61)$$

在状态向量 $X(k)$ 中, 调整各元素的位置时, 对应的状态转移矩阵和过程噪声分布矩阵也须做出互换。状态向量维数增加在带来更精确计算的同时, 也会增加计算量, 因此要取得跟踪性能和计算量的平衡。

(2) 量测方程

量测方程表达了雷达的测量过程, 线性系统下, 量测方程为:

$$Z(k+1) = H(k+1)X(k+1) + W(k+1) \quad (2-62)$$

式中, $Z(k+1)$ 为量测向量, $H(k+1)$ 为量测矩阵, $W(k+1)$ 为零均值的白色高斯量测噪声序列, 不同时刻的量测噪声相互独立, 协方差为 $R(k+1)$, 且 $E[W(k)W'(j)] = R(k)\delta_{kj}$ 。在状态方程和量测方程中, 对过程噪声序列 $V(k)$ 、量测噪声序列 $W(k)$ 及目标初始状态 $X(0)$, 假定 $E[W(k)V'(j)] = 0$, $E[X(0)V'(k)] = 0$, $E[X(0)W'(k)] = 0$, 即三者互不相关。

综上, 在二维平面中, 当目标匀速运动时, 状态向量为 $X(k) = [x_k \ y_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k]'$, 量测向量为 $Z(k) = [x_k \ y_k]'$, 量测矩阵 $H(k)$ 为:

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

当目标匀加速运动时, 状态向量为 $X(k) = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k \ \ddot{y}_k]'$, 量测向量仍为 $Z(k) = [x_k \ y_k]'$, 量测矩阵 $H(k)$ 为:

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-64)$$

在三维平面中, 当目标匀速运动时, 状态向量为 $X(k) = [x_k \ y_k \ z_k \ \dot{x}_k \ \dot{y}_k \ \dot{z}_k]'$, 量测向量为 $Z(k) = [x_k \ y_k \ z_k]'$, 量测矩阵 $H(k)$ 为:

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

当目标匀加速运动时，状态向量为 $X(k) = [x_k \dot{x}_k \ddot{x}_k y_k \dot{y}_k \ddot{y}_k z_k \dot{z}_k \ddot{z}_k]'$ ，量测向量仍为 $Z(k) = [x_k y_k z_k]'$ ，量测矩阵 $H(k)$ 为：

$$H(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

用框图表示上述离散时间线性系统如下：

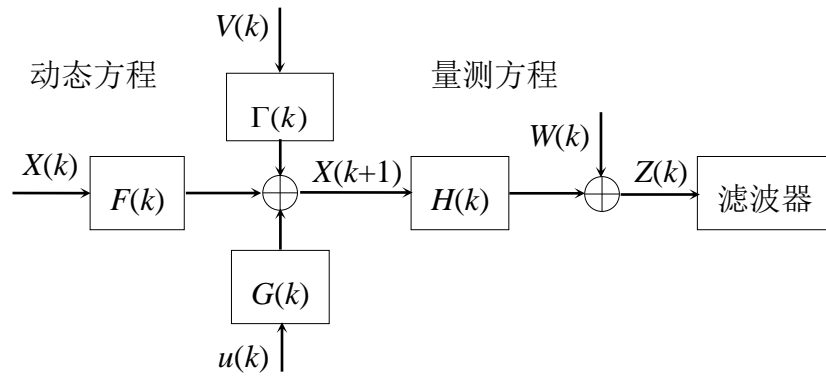


图2.5 离散时间线性系统

在上述假定条件下，状态方程 $X(k+1) = F(k)X(k) + G(k)u(k) + V(k)$ 和量测方程 $Z(k+1) = H(k+1)X(k+1) + W(k+1)$ 保证了状态和量测的高斯性质。

2、滤波模型

根据 2.5 节，非时变情况下随机向量的最小均方误差估计为：

$$\hat{x} = E[x | z] = \bar{x} + P_{xz} P_{zz}^{-1} (z - \bar{z}) \quad (2-67)$$

对应的条件误差协方差矩阵为：

$$P_{xx|z} = E[(x - \hat{x})(x - \hat{x})' | z] = P_{xx} - P_{xz} P_{zz}^{-1} P_{zx} \quad (2-68)$$

根据静态情况，我们将动态情况下的最小均方误差估计定义为

$$\hat{x} \rightarrow \hat{X}(k|k) = E[X(k)|Z^k] \quad (2-69)$$

其中， $Z^k = \{Z(j), j=1, 2, \dots, k\}$ 。

对于式(2-69)中的 $\hat{X}(k|k)$ ，其误差协方差矩阵定义为：

$$P(k|k) = E\{[X(k) - \hat{X}(k|k)][X(k) - \hat{X}(k|k)]' | Z^k\} = E\{\tilde{X}(k|k)\tilde{X}'(k|k) | Z^k\} \quad (2-70)$$

对状态方程 $X(k+1) = F(k)X(k) + G(k)u(k) + V(k)$ 以 Z^k 为条件应用期望运算，可得状态的一步预测为：

$$\begin{aligned} \bar{x} \rightarrow \hat{X}(k+1|k) &= E[X(k+1) | Z^k] = E[F(k)X(k) + G(k)u(k) + V(k) | Z^k] \\ &= F(k)\hat{X}(k|k) + G(k)u(k) \end{aligned} \quad (2-71)$$

根据 $X(k+1)$ 和 $\hat{X}(k+1|k)$ 得到预测值的误差为：

$$\tilde{X}(k+1|k) = X(k+1) - \hat{X}(k+1|k) = F(k)\tilde{X}(k|k) + V(k) \quad (2-72)$$

一步预测协方差为：

$$\begin{aligned} P_{xx} \rightarrow P(k+1|k) &= E[\tilde{X}(k+1|k)\tilde{X}'(k+1|k) | Z^k] \\ &= E\{[F(k)\tilde{X}(k|k) + V(k)][F(k)\tilde{X}(k|k) + V(k)]' | Z^k\} \\ &= F(k)P(k|k)F'(k) + Q(k) \end{aligned} \quad (2-73)$$

$P(k+1|k)$ 对角线元素表示了预测的精度，值越小则说明预测越准确。

对量测方程 $Z(k+1) = H(k+1)X(k+1) + W(k+1)$ 以 Z^k 为条件应用期望运算，可得量测的预测为：

$$\begin{aligned} \bar{Z} \rightarrow \hat{Z}(k+1|k) &= E[Z(k+1) | Z^k] = E[H(k+1)X(k+1) + W(k+1) | Z^k] \\ &= H(k+1)\hat{X}(k+1|k) \end{aligned} \quad (2-74)$$

量测误差为：

$$\tilde{Z}(k+1|k) = Z(k+1) - \hat{Z}(k+1|k) = H(k+1)\tilde{X}(k+1|k) + W(k+1) \quad (2-75)$$

量测的预测协方差，即新息协方差为：

$$\begin{aligned} P_{zz} &\rightarrow S(k+1) = E[\tilde{Z}(k+1|k)\tilde{Z}'(k+1|k) | Z^k] \\ &= E\{[H(k+1)\tilde{X}(k+1|k) + W(k+1)][H(k+1)\tilde{X}(k+1|k) + W(k+1)]' | Z^k\} \\ &= H(k+1)P(k+1|k)H'(k+1) + R(k+1) \end{aligned} \quad (2-76)$$

$S(k+1)$ 表示了新息的不确定性，其越小则说明量测越准确。

状态和量测之间的协方差：

$$\begin{aligned} P_{xz} &\rightarrow E[\tilde{X}(k+1|k)\tilde{Z}'(k+1|k) | Z^k] \\ &= E\{\tilde{X}(k+1|k)[H(k+1)\tilde{X}(k+1|k) + W(k+1)]' | Z^k\} \\ &= P(k+1|k)H'(k+1) \end{aligned} \quad (2-77)$$

联立 P_{zz} 和 P_{xz} ，可得增益 $K(k+1)$ 为：

$$P_{xz}P_{zz}^{-1} \rightarrow K(k+1) = P(k+1|k)H'(k+1)S^{-1}(k+1) \quad (2-78)$$

增益表示了新的量测值对状态估计量的贡献大小。

由此得到 $k+1$ 时刻的状态更新方程为：

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)v(k+1) \quad (2-79)$$

其中， $v(k+1)$ 为新息，即 $v(k+1) = \tilde{Z}(k+1|k)$ 。

状态更新方程说明， $k+1$ 时刻的估计值等于 $k+1$ 时刻状态预测值加上由增益和新息构成的修正项。

协方差更新方程为：

$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) &= P(k+1|k) - P(k+1|k)H'(k+1)S^{-1}(k+1)H(k+1)P(k+1|k) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k) \\ &= P(k+1|k) - K(k+1)S(k+1)K'(k+1) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1)]P(k+1|k)[I + K(k+1)H(k+1)]' - \\ &\quad K(k+1)R(k+1)K'(k+1) \end{aligned} \quad (2-80)$$

其中, I 为单位阵, 从式(2-80)可以看出 $P(k+1|k+1)$ 为对称矩阵和正定矩阵。

增益 $K(k+1)$ 也可表达如下:

$$\begin{aligned}
 & P(k+1|k+1)H'(k+1)R^{-1}(k+1) \\
 &= [P(k+1|k)H'(k+1) - P(k+1|k)H'(k+1)S^{-1}(k+1)H(k+1)P(k+1|k)H'(k+1)]R^{-1}(k+1) \\
 &= P(k+1|k)H'(k+1)S^{-1}(k+1)[S(k+1) - H(k+1)P(k+1|k)H'(k+1)]R^{-1}(k+1) \\
 &= K(k+1)
 \end{aligned} \tag{2-81}$$

卡尔曼滤波器算法框图如下:

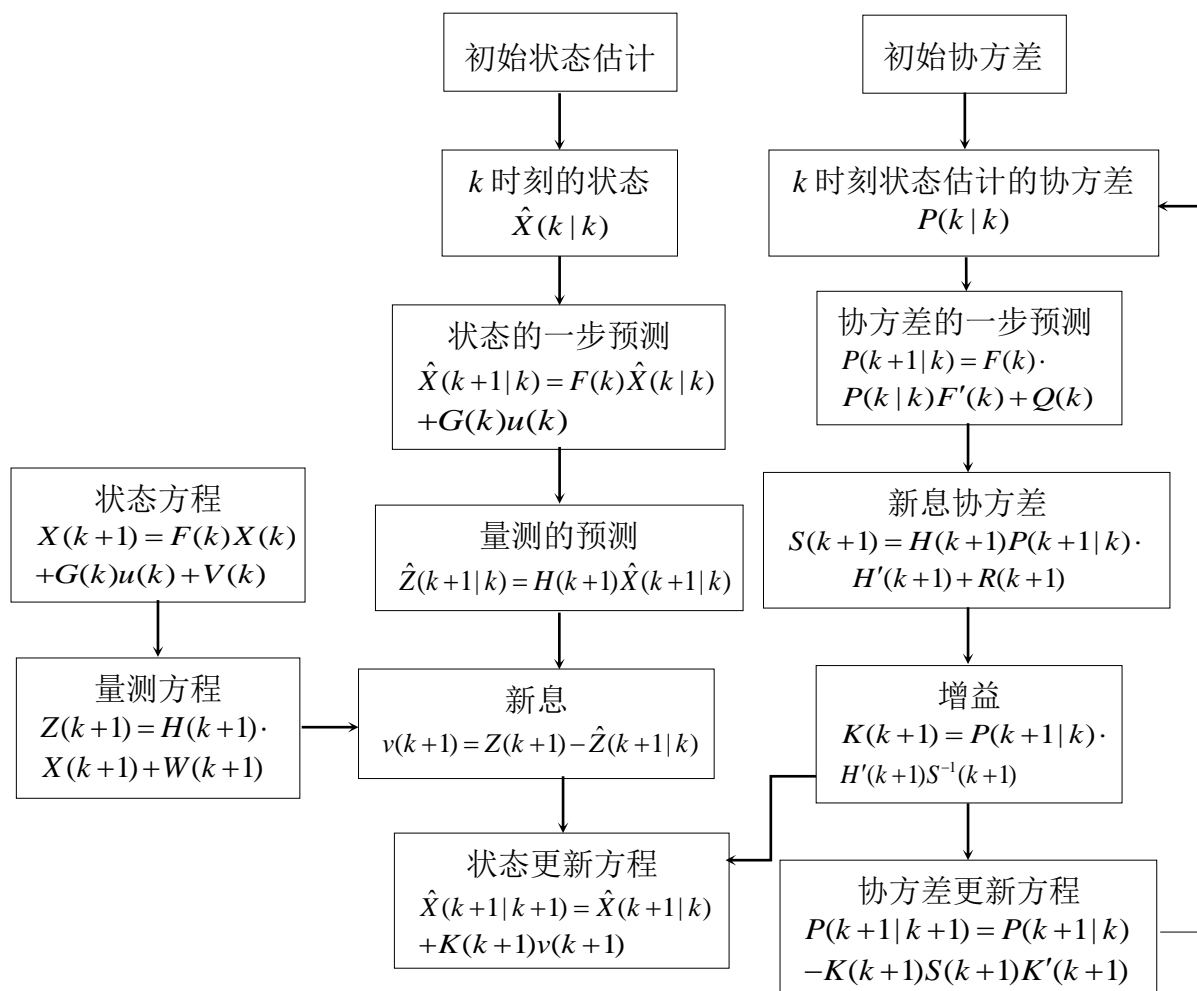


图2.6 卡尔曼滤波器算法框图

3、卡尔曼滤波器的初始化

利用卡尔曼滤波器进行跟踪的条件之一是对滤波器进行初始化。

(1) 对二维状态向量进行初始化

系统状态方程为：

$$X(k+1) = F(k)X(k) + G(k)u(k) + V(k) \quad (2-82)$$

系统量测方程为：

$$Z(k+1) = H(k+1)X(k+1) + W(k+1) \quad (2-83)$$

状态向量表示为 $X = [x \ \dot{x}]'$ ，量测噪声 $W(k)$ 为均值为零，方差为 r 的高斯噪声，即 $W(k) \sim N(0, r)$ ， $W(k)$ 与 $V(k)$ 相互独立。在 $k=1$ 时刻，设初始状态为：

$$\hat{X}(1|1) = \begin{bmatrix} \hat{x}(1|1) \\ \hat{\dot{x}}(1|1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(1) \\ \frac{Z(1) - Z(0)}{T} \end{bmatrix} \quad (2-84)$$

式中， T 为采样间隔。设初始协方差为

$$P(1|1) = \begin{bmatrix} r & r/T \\ r/T & 2r/T^2 \end{bmatrix} \quad (2-85)$$

从 $k=2$ 时刻开始进行滤波。

(2) 对四维状态向量进行初始化

在直角坐标系下，系统的状态向量为：

$$X(k) = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y}]' \quad (2-86)$$

量测向量为：

$$Z(k) = \begin{bmatrix} Z_1(k) \\ Z_2(k) \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2-87)$$

式中， ρ 为雷达在球坐标系下的目标径向距离， θ 为其方位角。系统的初始化为：

$$\hat{X}(1|1) = \begin{bmatrix} Z_1(1) & \frac{Z_1(1)-Z_1(0)}{T} & Z_2(1) & \frac{Z_2(1)-Z_2(0)}{T} \end{bmatrix}' \quad (2-88)$$

对于 k 时刻量测噪声的协方差矩阵，分两种情况：

①在笛卡尔坐标系下， k 时刻量测噪声的协方差矩阵为

$$R(k) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} A' \quad (2-89)$$

式中， σ_ρ^2 和 σ_θ^2 分别为径向距离和方位角量测误差的方差，且：

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\rho \sin \theta \\ \sin \theta & \rho \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-90)$$

②在球坐标系下， k 时刻量测噪声的协方差矩阵不需要进行坐标系转换，为：

$$R(k) = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (2-91)$$

在上述两种量测噪声协方差矩阵下，初始协方差阵为：

$$P = \begin{bmatrix} r_{11}(1) & r_{11}(1)/T & r_{12}(1) & r_{12}(1)/T \\ r_{11}(1)/T & 2r_{11}(1)/T^2 & r_{12}(1)/T & 2r_{12}(1)/T^2 \\ r_{12}(1) & r_{12}(1)/T & r_{22}(1) & r_{22}(1)/T \\ r_{12}(1)/T & 2r_{12}(1)/T^2 & r_{22}(1)/T & 2r_{22}(1)/T^2 \end{bmatrix} \quad (2-92)$$

滤波从 $k = 2$ 时刻开始进行。

2.4.3 卡尔曼滤波器特性

卡尔曼滤波器的特性如下^[16-19]：

1、卡尔曼滤波器性质

卡尔曼滤波器是所有线性滤波器集合中最好的滤波器，它是具有高斯噪声的滤波器中最优的。这时，由滤波所得到的 $\{X_k\}$ 是高斯马尔科夫序列， $\{\hat{X}_k\}$ 是 $\{X_k\}$ 的高斯概率分布函数的均值， $\{P_k\}$ 是 $\{X_k\}$ 的高斯概率分布函数的方差^[20]。

2、算法结构

卡尔曼滤波算法为一种递推算法。因此，在用实际数据进行仿真时，对状态变量和估计误差协方差矩阵进行初始化之后才能开始滤波，递推开始以后，只需保留 $k-1$ 时刻的估计值即可，再结合 k 时刻的量测信息，就可以得到 k 时刻的估计值。这大大降低了计算机的存储空间，在工程应用中有很大的优势。

3、对数据的要求

一是卡尔曼滤波不要求信号为平稳信号；二是它不需要全部过去的量测数据，只根据前一个参数估计值和最近的一个量测数据来对当前的参数进行估计。

4、卡尔曼增益矩阵

卡尔曼滤波的一个关键的环节是计算卡尔曼增益矩阵（Kalman Gain） $K(k)$ ，在滤波中的作用是对新息序列 $v(k) = Z(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)$ 进行加权，由量测矩阵 $H(k)$ 、预测误差协方差矩阵 $P(k|k-1)$ 和量测噪声协方差 $R(k)$ 确定。增益表示了新的量测值对状态估计量的贡献大小。对于 k 时刻，状态更新方程可以表示为， $\hat{X}(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k)[Z(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)]$ ，假设增益矩阵 $K(k)$ 为单位矩阵，则此时的估计值就是量测值本身；反之，假设取增益矩阵 $K(k)$ 为零阵，则此时的估计值就是预测值，即认为此量测值并非来自于目标。一般情况下， $K(k)$ 和 $Q(k)$ 成正比，与 $R(k)$ 成反比。 $Q(k)$ 的大小由动态模型的精度决定，取值过大的 $Q(k)$ 会加快滤波器在 k 时刻之前的量测值上的加权衰减速度，使已有观测量的信息滤波不能被很好地利用，此时滤波精度将会下降；相反地，取值过小的 $Q(k)$ 会降低滤波器在 k 时刻之前的量测值上的加权衰减速度，过程噪声将会随着滤波的递推运算而愈加变大，到一定程度还会导致滤波结果发散。所以，在实际应用中，要使模型与实际情况达到自适应匹配状态，就要时刻注意 $Q(k)$ 的自适应调节。在这一过程中，存在两个问题：一是噪声 $Q(k)$ 的加入时间；二是噪声 $Q(k)$ 的值多大才是合适的。这是利用卡尔曼滤波算法进行跟踪的关键。另外，在卡尔曼滤波计算中，增益矩阵庞大的计算量制约着递推过程的速度。因此，要实现快速卡尔曼滤波，就要对增益矩阵的计算做一定的简化。在这里，我们经常选用如下两种方法来达到这一效果，一是令 $\lim_{k \rightarrow \infty} K(k) = K$ ，常数增益矩阵代替时变增益矩阵 $K(k)$ ，二是分段取常增益矩阵，而不是时变的 $K(k)$ 。这种近似替代毫无疑问会降低卡尔曼滤波的滤波效果，这样的卡尔曼滤波方法不是最优的滤波方法，但它减弱了计算卡尔曼滤波增益矩阵带来的在速度上的限制。这种卡尔曼滤波被称作稳态卡尔曼滤波。

5、新息序列

新息序列 $v(k) = Z(k) - H(k)\hat{X}(k|k-1)$ 在卡尔曼滤波中具有很重要的地位，其具有如下两个性质：首先，在线性条件下，当滤波过程进入稳态时，新息序列 $\{v(k)\}$ 为平稳高斯序列，取最佳的增益矩阵 $K(k)$ 时，新息序列 $\{v(k)\}$ 为平稳高斯白噪声序列；

其次，量测序列 $\{Z(k)\}$ 里， $Z(k)$ 可以用 $\tilde{Z}(0), \tilde{Z}(1), \tilde{Z}(2), \dots, \tilde{Z}(k)$ 线性表出，同理， $\tilde{Z}(k)$ 可以用 $Z(0), Z(1), Z(2), \dots, Z(k)$ 线性表出，且 $E[Z(k)|Z(k-1)] = E[\tilde{Z}(k)|\tilde{Z}(k-1)]$ 。于是我们可以得出，新息序列 $\{\tilde{Z}(k)\}$ 与量测序列 $\{Z(k)\}$ 具有相同的统计信息。

2.5 非线性滤波方法

2.4 节讨论了线性系统下的滤波方法，但实际使用的传感器，并非都是如雷达一般的主动探测系统，如被动红外探测器（Passive Infrared Detectors, PIR）、电子支援措施（Electronic Support Measure, ESM）、被动声纳等，均属于被动探测系统。由于这些传感器本身并不发射信号，只有当目标有信号发射出来，或者环境中其他物体对目标信号的散射、反射时，这些传感器才能接收到信号。因而与有源探测系统相比，无源探测系统有更强的隐蔽性，对目标进行观测时可以获取更多的信息。再者，现代战争多为电子战争，无源探测系统还具有探测隐身目标、低空目标和抗反辐射导弹攻击等潜力^[21-23]，在电子战环境下的抗干扰能力较强，正是这些优势，使得无源探测系统在现代战争中有着举足轻重的地位。无源探测系统属于非线性系统，其量测数据与目标动态参数之间的关系是非线性的，此时不能应用线性系统的滤波理论，因此本节提出非线性滤波方法。

2.5.1 扩展卡尔曼滤波器

卡尔曼滤波是在线性高斯情况下的最佳估计，但在大多数情况下，量测数据与目标参数间的关系是非线性的。对于非线性滤波问题，一般将其转化为近似线性滤波问题，再利用线性滤波方法求解。通常的解决办法是对其进行泰勒级数展开并截取若干项，所得到的方法是扩展卡尔曼滤波器（EKF）。根据对泰勒展开式截取的阶数，将 EKF 分为一阶 EKF（first order EKF）和二阶 EKF（second order EKF），非线性卡尔曼滤波中最常见的是一阶 EKF。

1、滤波模型

（1）滤波模型推导过程

非线性系统的状态方程为：

$$X(k+1) = f(k, X(k)) + V(k) \quad (2-93)$$

此处假定没有控制输入项，并假定过程噪声是加性零均值白噪声，其方差为：

$$E[V(k)V'(j)] = Q(k)\delta_{kj} \quad (2-94)$$

量测方程为:

$$Z(k) = h(k, X(k)) + W(k) \quad (2-95)$$

式中, 量测噪声也假定是加性零均值白噪声, 其方差为:

$$E[W(k)W'(j)] = R(k)\delta_{kj} \quad (2-96)$$

假定过程噪声序列和量测噪声序列是彼此不相关的, 并具有初始状态估计 $\hat{X}(0|0)$ 和协方差矩阵 $P(0|0)$ 。和线性情况一样, 假定 k 时刻的估计为:

$$\hat{X}(k|k) \approx E[X(k)|Z^k] \quad (2-97)$$

这是近似条件均值, 所以其协方差阵 $P(k|k)$ 是近似的均方误差。

为了得到预测的状态 $\hat{X}(k+1|k)$, 对式(2-93)中的非线性函数在 $\hat{X}(k|k)$ 附近进行泰勒级数展开, 取其一阶泰勒级数的展开式为:

$$X(k+1) = f(k, \hat{X}(k|k)) + f_x(k)[X(k) - \hat{X}(k|k)] + (\text{高阶项}) + V(k) \quad (2-98)$$

式中, n_x 为状态向量 $X(k)$ 的维数, e_i 为第 i 个笛卡尔基本向量。

向量 f 的雅可比矩阵为:

$$\begin{aligned} f_x(k) &= \left[\nabla_X f'(k, X) \right]'_{X=\hat{X}(k|k)} = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_n} \end{array} \left[\begin{array}{ccc} f_1(X) & \cdots & f_n(X) \end{array} \right] \right]'_{X=\hat{X}(k|k)} \\ &= \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} & \cdots & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_n} \end{array} \right]'_{X=\hat{X}(k|k)} \end{aligned} \quad (2-99)$$

该雅可比矩阵在状态的最近估计上取值, 其中 x_1 、 x_2 、.....、 x_n 为 n_x 维状态向

量 $X(k)$ 的元素。

从 k 时刻到 $k+1$ 时刻的状态预测值是通过式(2-98)取以 Z^k 为条件的期望值，略去高阶项：

$$\hat{X}(k+1|k) = E[X(k+1)|Z^k] = f(k, \hat{X}(k|k)) \quad (2-100)$$

由式(2-98)和式(2-100)可得状态预测值的估计误差，忽略高阶项，得：

$$\tilde{X}(k+1|k) = X(k+1) - \hat{X}(k+1|k) = f_x(k)\tilde{X}(k|k) + V(k) \quad (2-101)$$

得到状态预测值的估计误差协方差为：

$$P(k+1|k) = E[\tilde{X}(k+1|k)\tilde{X}'(k+1|k)|Z^k] = f_x(k)P(k|k)f_x'(k) + Q(k) \quad (2-102)$$

对于一阶扩展卡尔曼滤波器，量测预测值为：

$$\hat{Z}(k+1|k) = h(k+1, \hat{X}(k+1|k)) \quad (2-103)$$

与其相伴的协方差（近似均方误差）为：

$$S(k+1) = h_x(k+1)P(k+1|k)h_x'(k+1) + R(k+1) \quad (2-104)$$

式中， $h_x(k+1)$ 是雅可比矩阵，记为：

$$h_x(k+1) = [\nabla_x h'(k+1, X)]_{X=\hat{X}(k+1|k)} \quad (2-105)$$

增益为：

$$K(k+1) = P(k+1|k)h_x'(k+1)S^{-1}(k+1) \quad (2-106)$$

状态更新方程为：

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)\{Z(k+1) - h[k+1, \hat{X}(k+1|k)]\} \quad (2-107)$$

协方差更新方程为：

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)h'_x(k+1)]P(k+1|k)[I + K(k+1)h'_x(k+1)]' - K(k+1)R(k+1)K'(k+1) \quad (2-108)$$

其中， I 为单位矩阵。

从上述推导可以看出，非线性情况下的增益、状态更新方程、协方差更新方程与线性情况下类似，只不过在非线性情况下，用雅可比矩阵 $f_x(k)$ 代替了状态转移矩阵 $F(k)$ ，用雅可比矩阵 $h_x(k)$ 代替了量测矩阵 $H(k)$ 。

(2) 一阶扩展卡尔曼滤波的公式系：

状态的一步预测为：

$$\hat{X}(k+1|k) = f(k, \hat{X}(k|k)) \quad (2-109)$$

协方差的一步预测为：

$$P(k+1|k) = f_x(k)P(k|k)f'_x(k) + Q(k) \quad (2-110)$$

量测预测值为：

$$\hat{Z}(k+1|k) = h(k+1, \hat{X}(k+1|k)) \quad (2-111)$$

与量测预测值相伴的协方差为：

$$S(k+1) = h_x(k+1)P(k+1|k)h'_x(k+1) + R(k+1) \quad (2-112)$$

增益为：

$$K(k+1) = P(k+1|k)h'_x(k+1)S^{-1}(k+1) \quad (2-113)$$

状态更新方程为：

$$\hat{X}(k+1|k+1) = \hat{X}(k+1|k) + K(k+1)\{Z(k+1) - h[k+1, \hat{X}(k+1|k)]\} \quad (2-114)$$

协方差更新方程为：

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)h_x(k+1)]P(k+1|k)[I + K(k+1)h_x(k+1)]' - K(k+1)R(k+1)K'(k+1) \quad (2-115)$$

其中， I 为单位矩阵。

2、扩展卡尔曼滤波算法仿真及分析

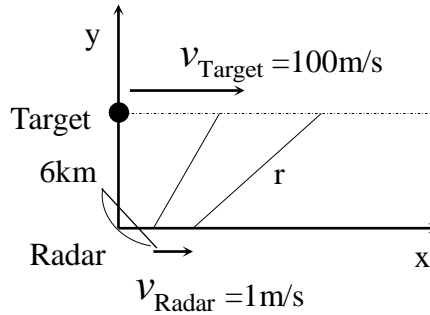


图2.7 非线性卡尔曼滤波算法仿真图

如上图所示，在笛卡尔坐标系下，

(1) 目标的参数初始化情况如下：目标在距离地面高度为 6km 的空中沿 x 轴做匀速直线运动，目标初始位置 $x_{T,0}=0$ ， $y_{T,0}=6000\text{m}$ ，速度 $v_{T,0}=100\text{m/s}$ ，因目标仅沿 x 轴做匀速直线运动，因此在初始状态中忽略其 y 轴分量，仅将 x 轴运动状态纳入计算，即初始状态为 $X_{T,0}=[0 \ 100]'$ 。目标运动的状态向量为

$$X_T = \begin{bmatrix} x_T \\ v_T \end{bmatrix} \quad (2-116)$$

(2) 雷达的参数初始化情况如下：雷达在地面沿 x 轴做匀速直线运动，同样仅将 x 轴运动状态纳入计算，即雷达初始位置 $x_{R,0}=0$ ，速度 $v_{R,0}=1\text{m/s}$ ，初始状态为 $X_{R,0}=[0 \ 1]'$ 。雷达运动的状态向量为

$$X_R = \begin{bmatrix} x_R \\ v_R \end{bmatrix} \quad (2-117)$$

在球坐标系下，量测为二维向量，向量元素分别表示目标与雷达的斜距、目标对雷达的俯仰角，即量测向量为

$$y = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_T - x_R)^2 + y_T^2} \\ \arctan \frac{y_T}{x_T - x_R} \end{bmatrix} \quad (2-118)$$

且初始误差协方差阵 $P_0 = [10/2 \ 10/4; 10/4 \ 10/4]$ ；量测噪声协方差为 $R = [0.1 \ 0; 0 \ 0.1]$ ，过程噪声与量测噪声相互独立，当过程噪声协方差分别为 $Q = [0 \ 0; 0 \ 0]$ 和 $Q = [0.1 \ 0; 0 \ 0.1]$ 时，目标预测位置误差协方差、预测速度误差协方差和目标更新位置误差协方差、更新速度误差协方差如图2.8、图2.9所示：

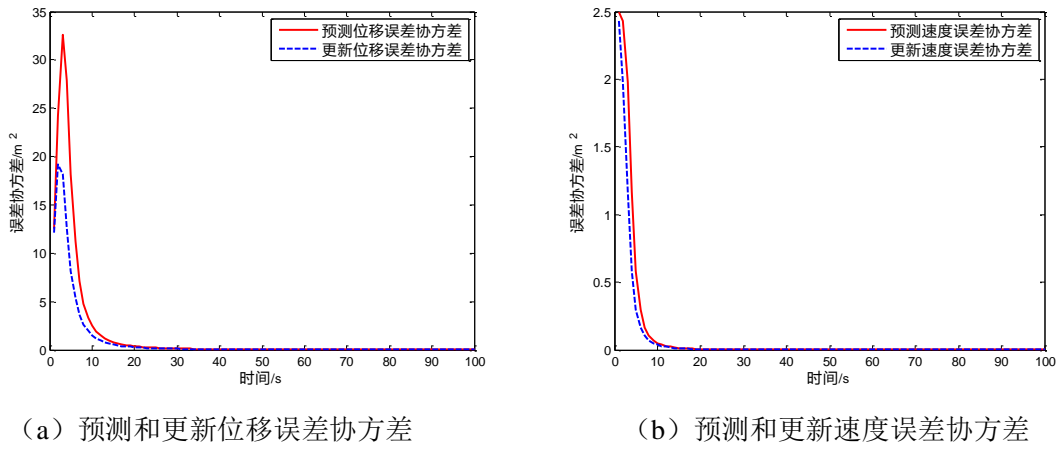


图2.8 误差协方差($Q=[0 \ 0; 0 \ 0]$)

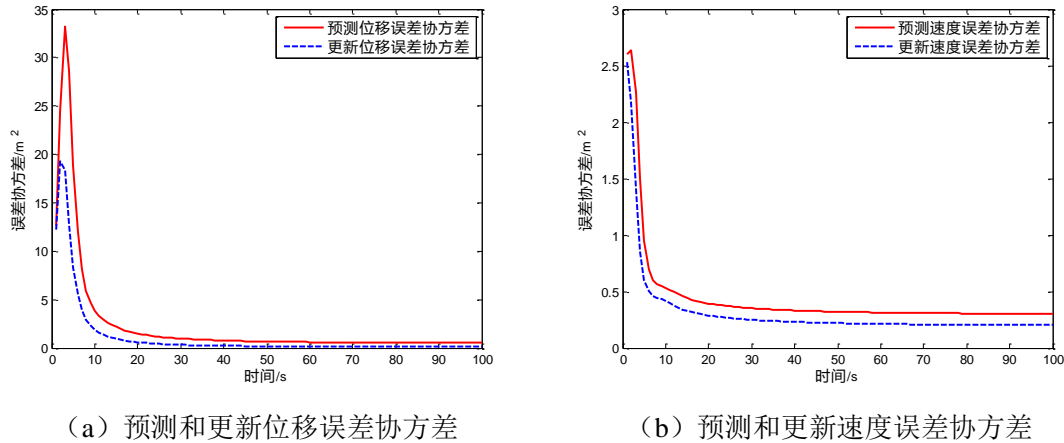


图2.9 误差协方差($Q=[0.1 \ 0; 0 \ 0.1]$)

由图 2.8、图 2.9 可以看出，随着滤波的进行，更新误差协方差是逐渐下降的，则说明滤波算法是行之有效的，估计误差在逐渐降低，下降幅度与过程噪声协方差 Q 及量测噪声协方差 R 有关，也与具体环境和算法好坏有关。而预测误差协方差虽然也呈下降趋势，但总体来说值大于更新误差协方差。

2.5.2 不敏卡尔曼滤波器

扩展卡尔曼滤波器的优势是它不局限于线性滤波条件，但这同样也是它的劣势所在，因为线性化所采用的雅可比矩阵和海森矩阵，需要保证非线性函数的可微性。面对不可微的情况，则扩展卡尔曼滤波不再适用，且雅可比矩阵和海森矩阵的求法较为复杂，运算量较大；另外，当不能忽略泰勒展开式的高阶项时，扩展卡尔曼滤波器将会影响滤波精度。因此在很多情况下，扩展卡尔曼滤波器并不是理想的滤波手段。而基于不敏变换（Unscented Transformation, UT）思想的不敏卡尔曼滤波器（Unscented Kalman Filter, UKF）^[24]，则是利用有限的参数来近似随机变量的概率统计特性，避免了线性化过程中雅可比矩阵的求解。事实上，不敏卡尔曼滤波与扩展卡尔曼滤波的滤波方程是一样的，只是在获取一阶信息、二阶信息时，不敏卡尔曼滤波器通过一组精确选择的 σ 点来匹配随机变量的统计特性，而扩展卡尔曼滤波器需要计算雅可比矩阵或海森矩阵。

2.5.3 粒子滤波

卡尔曼滤波要求系统为线性系统，并且噪声为高斯噪声。但实际情况并非都是这样。粒子滤波^[25]不限于噪声的高斯性质，其理论基础是蒙特卡罗^[26]和递推贝叶斯估计。在粒子滤波里，粒子指的是状态空间中的一组随机样本，由该随机样本可以将系统状态的概率分布近似表示出来，而量测值的作用则是对每组随机样本，即粒子，进行权重和位置状态信息的修正，最后采用新的信息近似实际概率分布。与卡尔曼滤波器(最小均方误差估计)和 H_∞ 滤波器(最差情况下估计误差最小化)相比，粒子滤波对滤波系统的要求最少，它既不要求系统为线性的，也不要求噪声具有高斯性质^[27]。在非线性和非高斯系统中，粒子滤波有着得天独厚的条件，其在参数估计和状态滤波方面突出的优势，使其成为跟踪领域的佼佼者^[28]。

2.6 本章小结

本章基于最小均方误差估计(MMSE)准则介绍了卡尔曼滤波的相关知识。之后，在详细探讨了扩展卡尔曼滤波器的基础上，对线性滤波方法、非线性滤波方法、航迹起始波门、数据互联等内容做了简单介绍。由卡尔曼滤波算法得到的扩展卡尔曼滤波算法，能够实现非线性系统下的跟踪滤波，广泛存在于军事、民用各领域中。

第三章 基于概率数据互联算法的目标跟踪方法

上一章中对跟踪的基本原理，即卡尔曼滤波及扩展卡尔曼滤波进行了分析和讨论，并简单介绍了跟踪中的航迹起始问题。在单目标杂波环境下，雷达环境中的点迹可能来自于目标、杂波和干扰；而在多目标情况下，可能单个点迹落入多个波门的相交区域内，也有可能多个点迹落入单个目标的相关波门内。这时就涉及到了数据互联问题。首先，航迹起始之后，该航迹可能并非是一条真正的航迹，需要根据后面的量测数据加以证实，如若是虚假航迹，则应舍弃该航迹；其次，航迹起始之后，由于存在多目标和虚警，对航迹上一时刻的点而言，下一时刻会有很多点迹，这就需要找到下一时刻用于滤波的点迹，解决用于滤波的量测值的不确定性问题。数据互联包括点迹与点迹的互联，点迹与航迹的互联，航迹与航迹的互联，本章重点讨论点迹与航迹之间的互联问题。

3.1 概率数据互联算法（PDA）

在单目标情况下，虚警和杂波的存在导致雷达环境会产生很多点迹，但只有一个点是真正目标的回波，这时就需要选择出用于更新该时刻目标状态的点，即确定用于滤波的量测值的不确定性。

概率数据互联算法的研究对象仅为最新量测，所以是一种次优的滤波方法^[29]。假设在 k 时刻落入跟踪门内的量测（候选回波）有 m_k 个，这 m_k 个候选回波有可能源于目标，也可能源于杂波，数据互联就是通过对各个候选回波进行加权求和，确定跟踪门内的候选回波在目标状态更新时的影响力。为了抑制杂波干扰，应尽量使源于目标的回波在状态更新时的影响力大，源于杂波的回波在状态更新时的影响力小。概率数据互联算法计算量略大于卡尔曼滤波器，在目标跟踪技术^[30]中发展前景广阔。

3.1.1 PDA 的状态方程与协方差方程

假设前 k 个时刻的候选回波的累积集合为 Z^k ，即：

$$Z^k = \{Z(j)\}_{j=1}^k \quad (3-1)$$

$Z(k)$ 表示 k 时刻落入某个目标相关波门内的候选回波集合，即：

$$Z(k) = \{z_i(k)\}_{i=1}^{m_k} \quad (3-2)$$

式中, m_k 是相关波门内的候选回波数。

以 Z^k 为条件, 第 i 个量测 $z_i(k)$ 源于目标的条件概率为:

$$\beta_i(k) = \Pr\{\theta_i(k) | Z^k\} \quad (3-3)$$

式中, $\theta_i(k)$ 定义为 $z_i(k)$ 是源于目标的量测的集合, 即:

$\theta_i(k) = \{z_i(k) \text{ 是源于目标的量测}\}, i=1, 2, \dots, m_k;$

$\theta_0(k) = \{\text{在 } k \text{ 时刻无源于目标的量测}\}。$

$\theta_i(k)$ ($i=1, 2, \dots, m_k$) 和 $\theta_0(k)$ 包含了回波的所有情况, 因此 $\sum_{i=0}^{m_k} \beta_i(k) = 1。$

k 时刻目标状态的估计为:

$$\hat{X}(k|k) = E[X(k) | Z^k] = \sum_{i=0}^{m_k} E[X_i(k) | \theta_i(k), Z^k] \Pr\{\theta_i(k) | Z^k\} = \sum_{i=0}^{m_k} \beta_i(k) \hat{X}_i(k|k) \quad (3-4)$$

设 $\hat{X}_i(k|k)$ 是以事件 $\theta_i(k)$ 为条件的目标状态更新值, 即:

$$\hat{X}_i(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k)v_i(k) \quad (3-5)$$

式中, $v_i(k)$ 为该量测值对应的信息。

若无源于目标的回波, 则 $i=0$, 此时用预测值来替换更新值, 即:

$$\hat{X}_0(k|k) = \hat{X}(k|k-1) \quad (3-6)$$

将式(3-5)和式(3-6)代入式(3-4), 得到目标状态更新方程为:

$$\begin{aligned} \hat{X}(k|k) &= \sum_{i=0}^{m_k} \beta_i(k) \hat{X}_i(k|k) = \hat{X}(k|k-1) + K(k) \sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) v_i(k) \\ &= \hat{X}(k|k-1) + K(k)v(k) \end{aligned} \quad (3-7)$$

式中, $v(k)$ 为组合信息, 表示为:

$$v(k) = \sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) v_i(k) \quad (3-8)$$

与状态估计对应的误差协方差为:

$$P(k|k) = P(k|k-1)\beta_0(k) + [1 - \beta_0(k)]P^c(k|k) + \tilde{P}(k) \quad (3-9)$$

式中:

$$\begin{aligned} P^c(k|k) &= [I - K(k)H(k)]P(k|k-1) \\ \tilde{P}(k) &= K(k) \left[\sum_{i=1}^{m_k} \beta_i(k) v_i(k) v_i'(k) - v(k) v'(k) \right] K'(k) \end{aligned} \quad (3-10)$$

且有:

$$\begin{aligned} P(k|k-1) &= F(k-1)P(k-1|k-1)F'(k-1) + Q(k-1) \\ K(k) &= P(k|k-1)H'(k)S^{-1}(k) \end{aligned} \quad (3-11)$$

3.1.2 互联概率计算

对于条件概率 $\beta_i(k)$, 将候选回波的累积集合 Z^k 分成两部分, 即 k 时刻的量测数据 $Z(k)$ 和前 $k-1$ 个时刻的候选回波的累积集合 Z^{k-1} , 则 $\beta_i(k)$ 可作如下改写:

$$\beta_i(k) = \Pr\{\theta_i(k) | Z^k\} = \Pr\{\theta_i(k) | Z(k), m_k, Z^{k-1}\} \quad (3-12)$$

又有贝叶斯准则:

$$\Pr\{B_i | x\} = \frac{p\{x | B_i\} \Pr(B_i)}{\sum_{j=1}^n p\{x | B_j\} \Pr(B_j)} \quad (3-13)$$

继续改写式(3-12), 得到:

$$\beta_i(k) = \Pr\{\theta_i(k) | Z(k), m_k, Z^{k-1}\} = \frac{p\{Z(k) | \theta_i(k), m_k, Z^{k-1}\} \Pr\{\theta_i(k) | m_k, Z^{k-1}\}}{\sum_{j=0}^{m_k} p\{Z(k) | \theta_j(k), m_k, Z^{k-1}\} \Pr\{\theta_j(k) | m_k, Z^{k-1}\}} \quad (3-14)$$

当 $z_i(k)$ 是源于目标的量测时, $z_i(k)$ 以 Z^k 为条件的概率密度函数为:

$$p[z_i(k) | \theta_i(k), m_k, Z^k] = P_G^{-1} N[z_i(k); \hat{z}(k|k-1), S(k)] = P_G^{-1} N[v_i(k); 0, S(k)] \quad (3-15)$$

式中, P_G 是门概率。

若 $z_i(k)$ 是来自于虚警的量测, 则将其视为独立均匀分布的随机变量, 再结合式 (3-15) 所示的概率密度函数, 可得:

$$p[Z(k) | \theta_i(k), m_k, Z^{k-1}] = \begin{cases} V_k^{-m_k+1} P_G^{-1} N[v_i(k); 0, S(k)], & i = 1, 2, \dots, m_k \\ V_k^{-m_k}, & i = 0 \end{cases} \quad (3-16)$$

式中, V_k 为相关波门的体积。

事件 θ_i 的条件概率为:

$$\begin{aligned} \theta_i(k) &= \Pr\{\theta_i(k) | m_k, Z^{k-1}\} = \Pr\{\theta_i(k) | m_k\} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{m_k} P_D P_G \left[P_D P_G + (1 - P_D P_G) \frac{\mu_F(m_k)}{\mu_F(m_k - 1)} \right]^{-1}, & i = 1, 2, \dots, m_k \\ (1 - P_D P_G) \frac{\mu_F(m_k)}{\mu_F(m_k - 1)} \left[P_D P_G + (1 - P_D P_G) \frac{\mu_F(m_k)}{\mu_F(m_k - 1)} \right]^{-1}, & i = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3-17)$$

式中, P_D 是目标检测概率, $\mu_F(m_k)$ 是虚假测量数 (杂波点) 的概率质量函数 (PMF)。

在参数模型下, 概率质量函数的表达式如下:

$$\mu_F(m_k) = \Pr\{m_k^F = m_k\} = e^{-\lambda V_k} \frac{(\lambda V_k)^{m_k}}{m_k!}, \quad m_k = 0, 1, 2, \dots \quad (3-18)$$

即该概率质量函数是参数为 λV_k 的泊松函数, 其中, λ 是单位面积内的虚假量测数, V_k 是确认区域的体积, 则参数 λV_k 是确认门内的虚假测量数。

3.1.3 利用概率数据互联算法进行仿真

仿真背景:

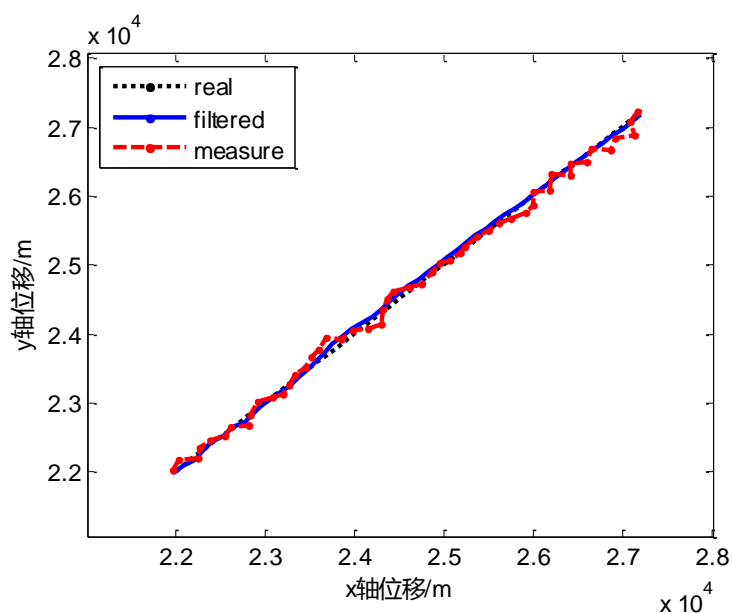
1、设置目标初始状态, 包括x轴的位移、速度, y轴的位移、速度, 即:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 22000 & 150 \cos \frac{\pi}{4} & 22000 & 150 \sin \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

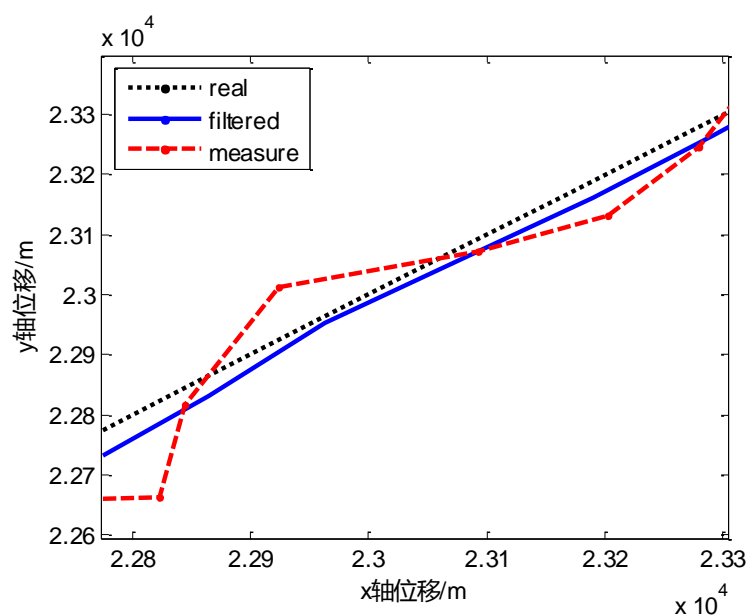
2、监视区域起始距离为30km, 终止距离为34.5km, 距离分辨率为150m, 监视区域起始俯仰角度为 30° , 终止俯仰角度为 60° , 角度分辨率为 1° 。

仿真结果如下:

(1) 以目标x轴位移为横坐标，y轴位移为纵坐标，将目标斜距的滤波值、量测值和真实值表示出来，如下图所示：



(a) 目标斜距的滤波值、量测值和真实值图示



(b) 图 (a) 的局部放大结果

图3.1 目标斜距的滤波值、量测值和真实值图示

从图3.1可以看出，目标位移的滤波值和量测值与其真实值都有一定的偏离，但滤波值与真实值的偏离程度更小，这表明该滤波算法具有较好的跟踪效果，相比直接得到的量测值，滤波结果能够更贴合实际运动情况。

(2) 目标状态各参数的均方根误差图示：

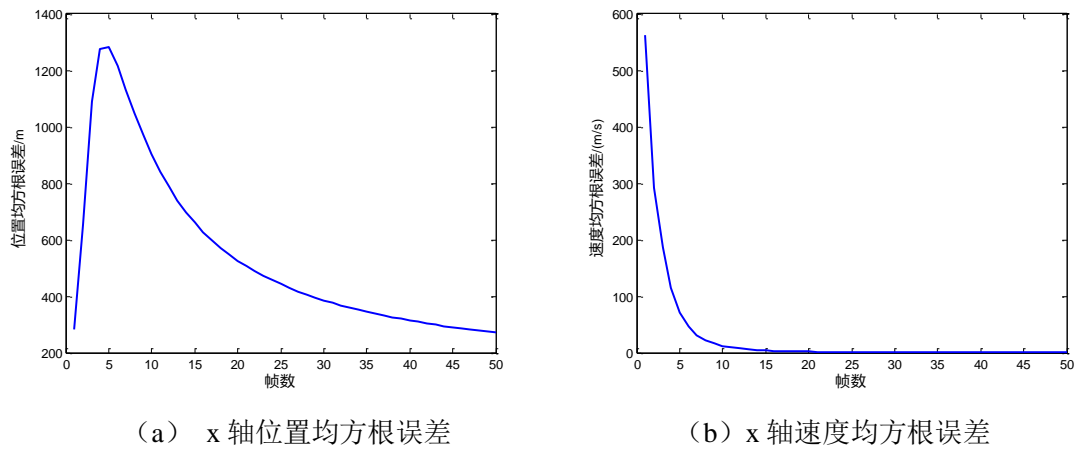


图3.2 x 轴位置与速度均方根误差

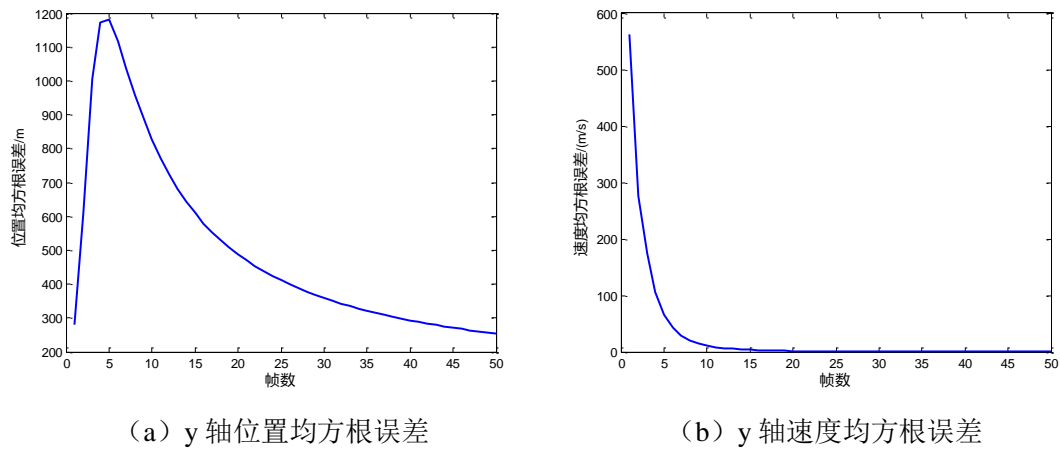
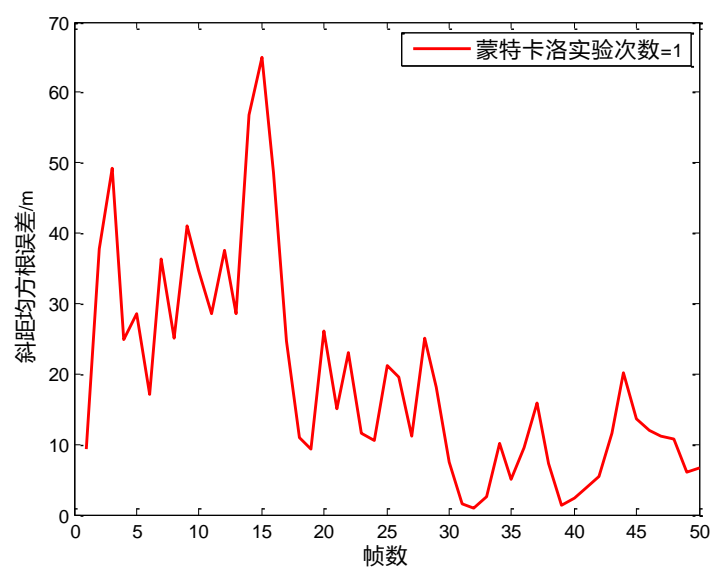


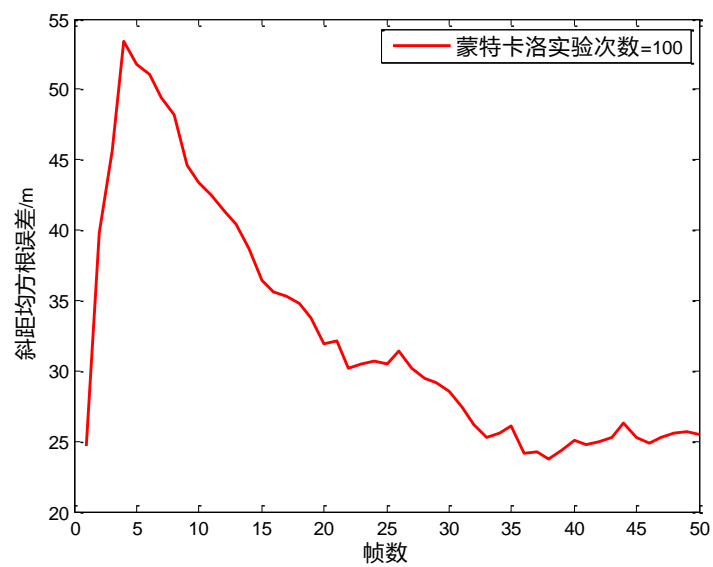
图3.3 y 轴位置与速度均方根误差

从图3.2和图3.3中可以看出，随着跟踪帧数的增加，目标在x轴和y轴的位移、速度的均方根误差均呈下降趋势，说明该算法的跟踪效果较好，同时算法具有较强的收敛性。

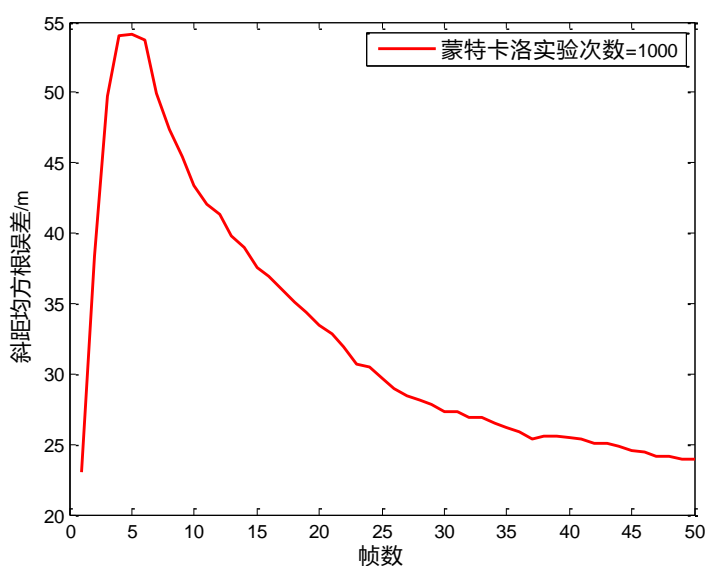
(3) 不同蒙特卡洛实验次数下的斜距均方根误差



(a) 斜距均方根误差 (蒙特卡洛实验次数=1)



(b) 斜距均方根误差 (蒙特卡洛实验次数=100)



(c) 斜距均方根误差 (蒙特卡洛实验次数=1000)

图3.4 不同蒙特卡洛实验次数下的斜距均方根误差

从图3.4中我们可以看出, 随着蒙特卡洛实验次数的提高, 斜距均方根误差曲线变得更加平滑, 越能够反映真实的跟踪性能; 同时可以看出, 随着跟踪帧数的增加, 斜距均方根误差逐步下降, 说明该算法的跟踪效果较好, 同时算法具有较强的收敛性。

3.2 联合概率数据互联算法 (JPDA)

基于概率数据互联算法 (PDA: Probability Data Association), 人们提出了联合概率数据互联算法 (JPDA: Joint Probability Data Association)。PDA 法是一种准最优贝叶斯法, 它解决了杂波环境下对单目标的跟踪问题。不同于“最近邻”法的只关注与波门中心最近的点迹, 它将落入波门内的所有点迹都与目标进行互联, 并通过一定的权值确定最终的等效点迹所在位置。这就大大提高了 PDA 法的跟踪性能。为了解决跟踪中的多目标问题, 又将 PDA 法扩展为 JPDA 法, 用于解决多目标跟踪问题。在算法方面, JPDA 算法与 PDA 算法是相同的。它对落入波门内的所有点迹以不同的形式加以排列, 计算联合概率, 因此也称作“全邻”数据互联方法。理论上 JPDA 方法是多元假设方法的一种特殊情况, 它既保留了多元假设方法的优点, 又简化了多元假设的算法。但 JPDA 方法的数学模型比较复杂, 需要计算大量的联合假设。为此, 人们提出各种改进的 JPDA 方法。如准最优 JPDA 方法, Fitzgerald 提出的 JPDA 经验计算公式等方法。这些改进方法的共同特点是保留 JPDA 互联效果基础上, 尽可能降低计算量, 也是目前人们最为关注的方法。

3.3 本章小结

本章主要对贝叶斯类的数据互联算法进行了简单讨论，主要介绍了概率数据互联算法（PDA），并对联合概率数据互联算法（JPDA）作了简单介绍。概率数据互联算法适合于解决杂波环境下单目标的跟踪问题，计算量稍大于卡尔曼滤波，在工程中被广泛应用。在上述理论背景下，对概率数据互联算法（PDA）进行了仿真和比较，得出了相关结论。

第四章 基于扩展卡尔曼滤波算法的目标跟踪方法

前面介绍了卡尔曼滤波、扩展卡尔曼滤波及利用这两种滤波方法对目标进行跟踪，并重点对扩展卡尔曼滤波进行了分析。下面将利用扩展卡尔曼滤波对实测数据进行处理并对其进行性能分析。

4.1 坐标系转换

目标跟踪时，由于实际情况中的非线性及坐标系选取标准不同等情况，很重要的一点就是要将建立状态方程时应用的坐标系与雷达探测到的目标数据所用的坐标系换算到统一的坐标系中。因此，经常要根据实际情况对坐标系进行转换处理^[31]，一般会涉及到笛卡尔坐标系和球坐标系两种。

(1) 笛卡尔坐标系

笛卡尔坐标系(Cartesian coordinates)如图 4.1 所示。在实际滤波过程中，我们建立目标状态方程时，一般分别在 x 轴、 y 轴和 z 轴方向进行，包括目标在三个方向上的位移、速度和加速度。

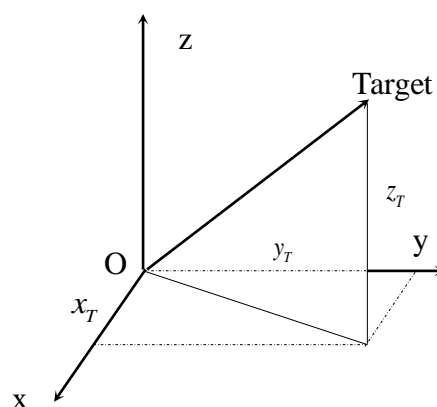


图4.1 笛卡尔坐标系

(2) 球坐标系

球坐标系由坐标原点、斜距、方位角和俯仰角组成，能够确定立体空间中目标与坐标原点的相对位置。通常某点的位置信息在球坐标系中可表示为 $P(R, \varepsilon, \eta)$ ，它表示了该点与坐标原点的相对位置，其位置信息（包括斜距 R 、方位角 η 和俯仰角 ε ）如图 4.2 所示。

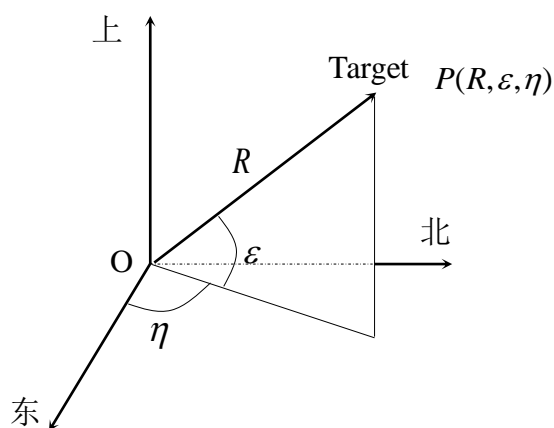


图4.2 球坐标系

但雷达接收到的数据一般为目标的斜距和方位角、俯仰角等，为利用笛卡尔坐标系，通常利用转换公式将球坐标系中的数据进行转换，从而适合在笛卡尔坐标系中进行处理，但转换过程往往会引入误差，即坐标转换误差。笛卡尔坐标系转换为球坐标系如下：

$$\begin{cases} R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \eta = \arctan \frac{y}{x} \\ \varepsilon = \arcsin \frac{z}{R} \end{cases} \quad (4-1)$$

球坐标系转换为笛卡尔坐标系如下：

$$\begin{cases} x = R \cos \varepsilon \cos \eta \\ y = R \cos \varepsilon \sin \eta \\ z = R \sin \varepsilon \end{cases} \quad (4-2)$$

在笛卡尔坐标系下，目标状态向量 X 为四维，其四个维度分别表示目标在 x 轴和 y 轴方向上的位移、速度，即：

$$X = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}] \quad (4-3)$$

在球坐标系下，量测为二维向量，向量元素分别表示目标（T）与雷达（R）之

间的距离,即斜距 $r = \sqrt{(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2}$ 、目标对雷达的俯仰角 $\theta = \arctan \frac{y_T - y_R}{x_T - x_R}$, 则:

$$y = \begin{bmatrix} \sqrt{(x_T - x_R)^2 + (y_T - y_R)^2} \\ \arctan \frac{y_T - y_R}{x_T - x_R} \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

4.2 无杂波背景下的扩展卡尔曼滤波仿真

仿真背景及条件如下:

目标状态向量在笛卡尔坐标系下表示出来,量测向量在球坐标系下表示出来,利用笛卡尔坐标系与球坐标系之间的转化公式,在无噪声、杂波情况下,根据目标量测数据(二次雷达数据),对其进行跟踪,得到跟踪以后的航迹。

实验 1: 在笛卡尔坐标系转化为球坐标系下的实测数据处理及分析

1、将目标量测数据在极坐标系中表示出来,得到如下结果:

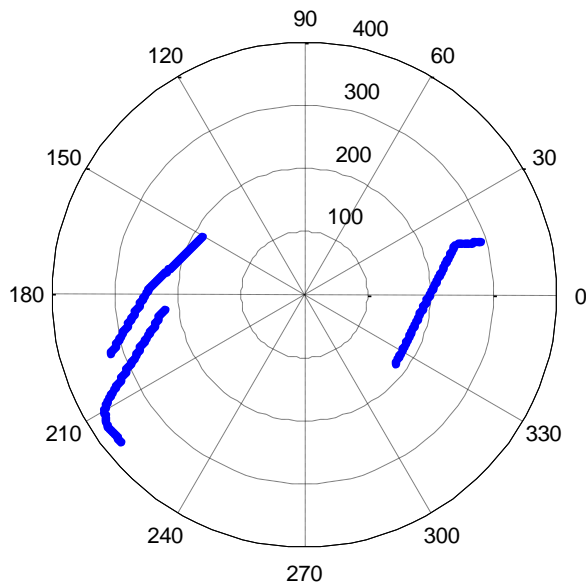
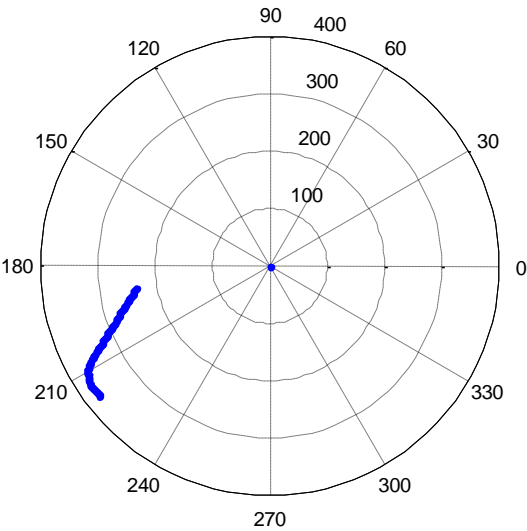
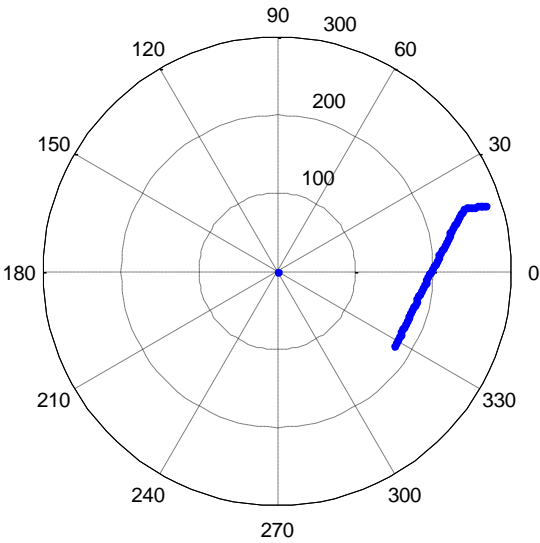


图4.3 目标量测图示

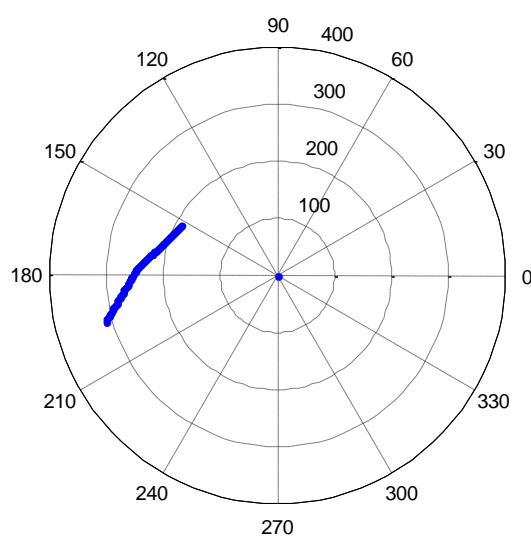
2、根据目标量测数据,利用扩展卡尔曼滤波算法对其进行跟踪,得到跟踪以后的航迹:



(a) 笛卡尔坐标系转化为球坐标系的滤波图示（航迹一）



(b) 笛卡尔坐标系转化为球坐标系的滤波图示（航迹二）

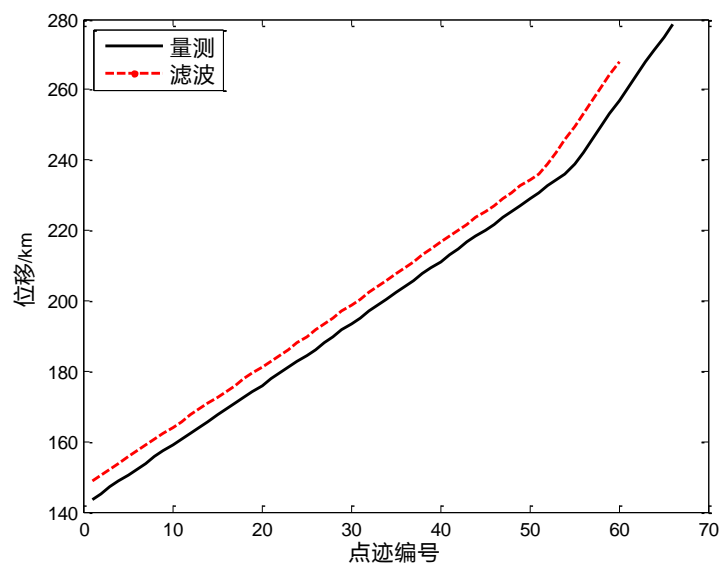


(c) 笛卡尔坐标系转化为球坐标系的滤波图示（航迹三）

图4.4 三条航迹的滤波结果图示

由于目标量测数据是二次雷达数据，因此目标点迹数据排列较为稳定。从图 4.3 和图 4.4 中可以看出，跟踪结果能够很好地和目标量测数据吻合，证明了该算法的正确性和有效性。

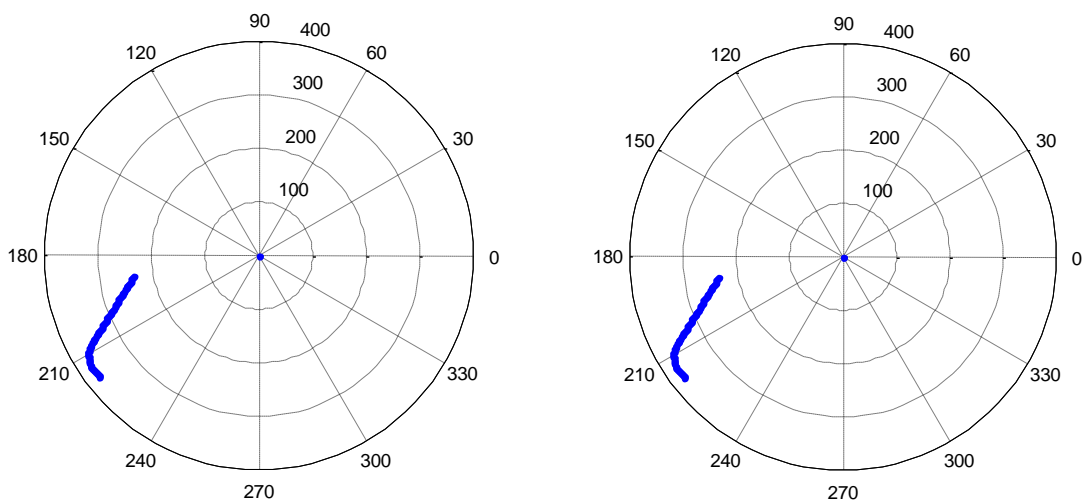
3、将航迹二的量测数据用聚类的方法取出，计算其在 x 轴方向上的位移与其对应的滤波结果在 x 轴方向上的位移，二者进行比较，结果如下：

图4.5 滤波与量测的 x 轴位移比较图示（航迹二）

在图 4.5 中, 根据航迹二的量测数据与滤波结果在 x 轴方向上的位移比较图示, 可以更加清楚地看出, 应用该算法以后, 滤波数据能够与目标量测数据 (二次雷达数据) 大致吻合, 证明该算法的跟踪效果良好。

实验 2: 笛卡尔坐标系和球坐标系互转下的实测数据处理及分析

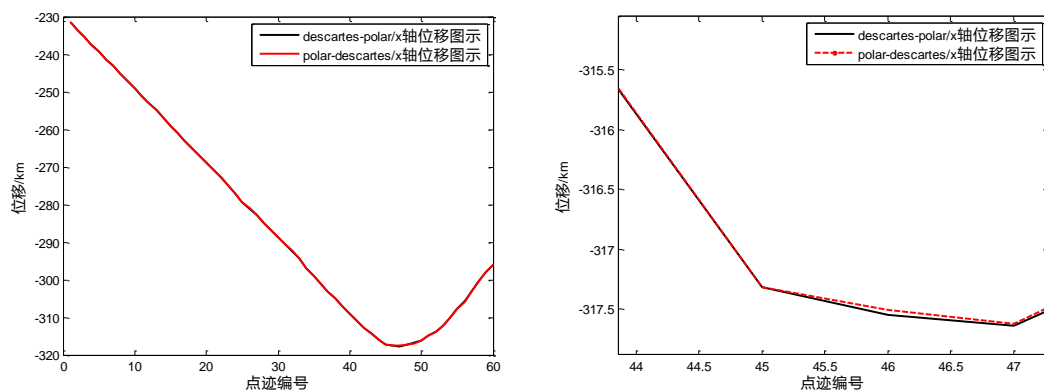
将航迹一在两种坐标系互转下的滤波航迹, 在图 4.6 中重新示出, 取其 x 轴方向和 y 轴方向的位移, 进行比较:



(a) 笛卡尔坐标系转为球坐标系的滤波图示

(b) 球坐标系转为笛卡尔坐标系的滤波图示

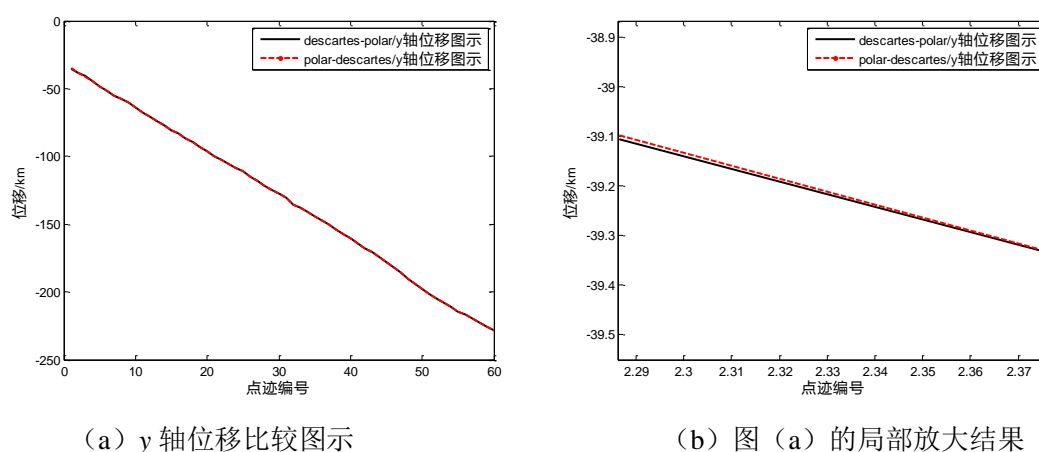
图4.6 航迹一在两种坐标系互转下的极坐标图示



(a) x 轴位移比较图示

(b) 图 (a) 的局部放大结果

图4.7 两种坐标系互转下的 x 轴位移比较及放大图示 (航迹一)



(a) y 轴位移比较图示

(b) 图 (a) 的局部放大结果

图4.8 两种坐标系互转下的 y 轴位移比较及放大图示 (航迹一)

由图 4.6 (a) 和图 4.6 (b) 中可以看出, 在两种坐标系互转的情况下, 航迹并无显著差异。通过图 4.7 (a) 和图 4.8 (a), 可以看出, 对于坐标系互转下 x 轴和 y 轴方向上的位移, 其跟踪效果基本一致, 只在局部有微小差异, 表明这两种滤波算法的滤波结果相近。

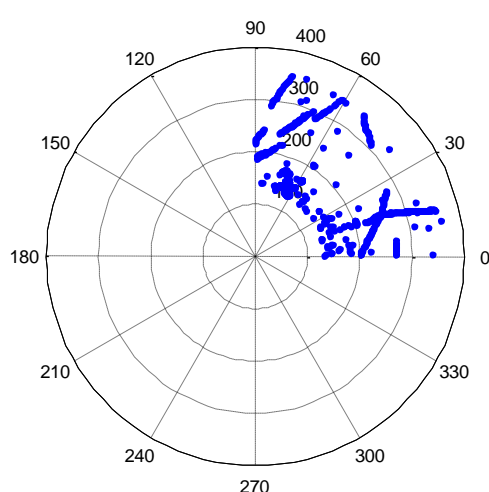
4.3 杂波背景下的扩展卡尔曼滤波仿真

杂波环境下, 可以利用概率数据互联算法进行滤波。本节中, 基于概率数据互联算法对接收到的某雷达实测回波信号进行处理, 以验证理论分析的结果。第一组实验基于概率数据互联算法对含有杂波点迹的数据进行滤波, 验证算法的有效性; 第二组实验选取两条滤波之后的航迹, 分析其速度误差协方差, 进一步验证算法的有效性。

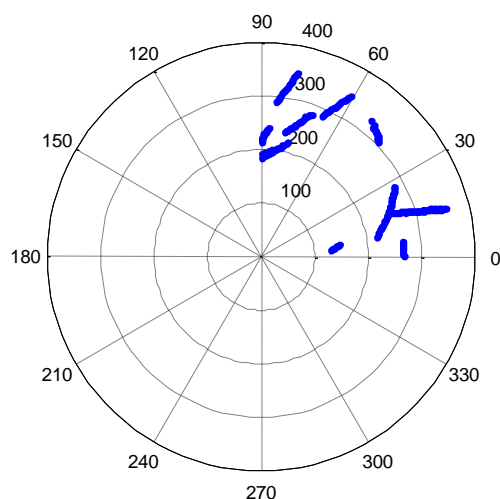
实验 1: 基于概率数据互联算法的实测数据处理及分析

仿真背景: 在极坐标下, 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内有若干条航迹及杂波点, 利用概率数据互联算法除去杂波点, 进行滤波。

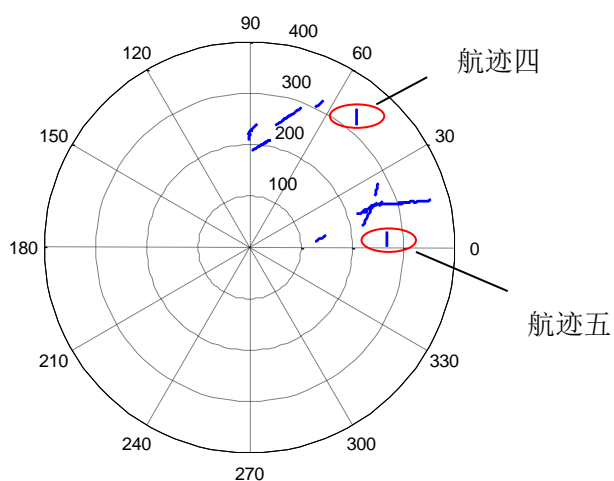
雷达数据图示及滤波结果表示如下:



(a) 一次雷达数据图示



(b) 二次雷达数据图示



(c) 滤波结果图示

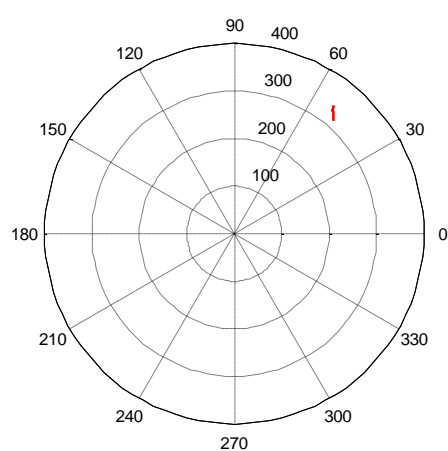
图4.9雷达数据图示及滤波结果图示

图 4.9 (a) 中所示为一次雷达数据, 图 4.9 (b) 中所示为二次雷达数据, 图 4.9 (c) 中所示为应用概率数据互联算法之后的滤波结果。从图 4.9 中可以看出, 在杂波环境下, 通过概率数据互联算法, 绝大多数杂波点均被滤除, 大部分的航迹都可以有效地跟踪出来, 与二次雷达数据大致吻合, 证明该算法是有效的。但同时也可以看到若干航迹未被跟踪出来, 说明该算法有不足之处, 这可能有两方面的原因: 一是航迹起始波门太小, 二是点迹与航迹之间的互联算法不够完善, 这需要在以后的工作中进一步完善。

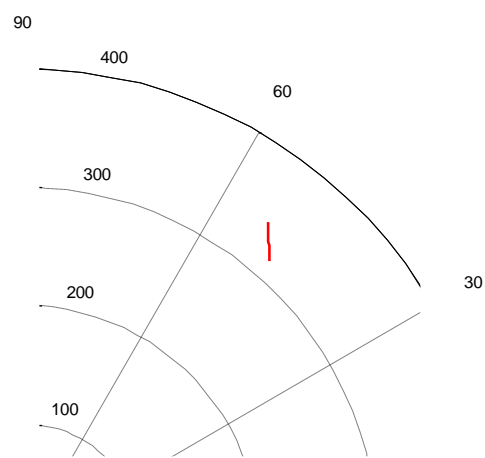
实验 2: 滤波效果分析

为了进一步验证算法的有效性, 在图 4.9(c) 中, 选取两条航迹(已用圆圈标出),

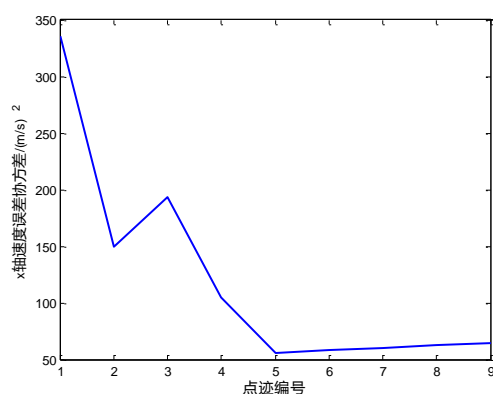
分析其 x 轴和 y 轴的速度误差协方差。



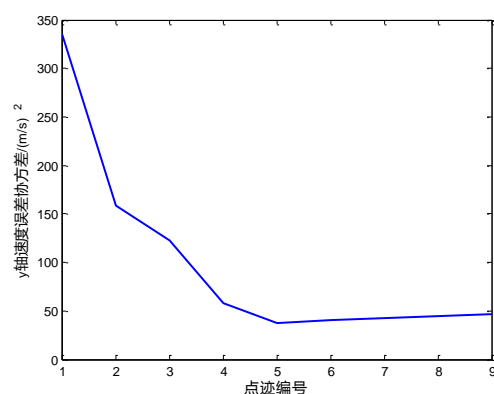
(a) 航迹四滤波图示



(b) 图 (a) 局部放大图示

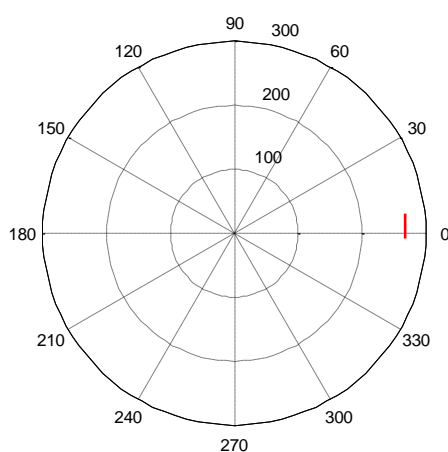


(c) x 轴速度误差协方差 (航迹四)

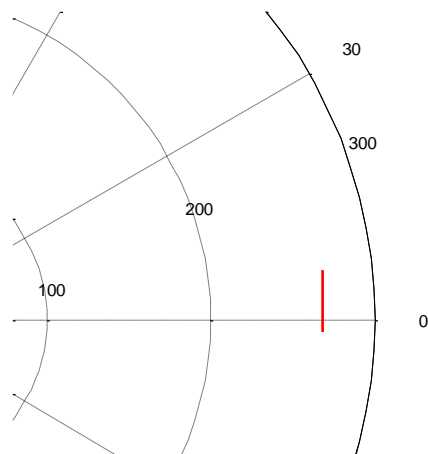


(d) y 轴速度误差协方差 (航迹四)

图4.10 滤波结果及速度误差协方差图示 (航迹四)



(a) 航迹五滤波图示



(b) 图 (a) 局部放大图示

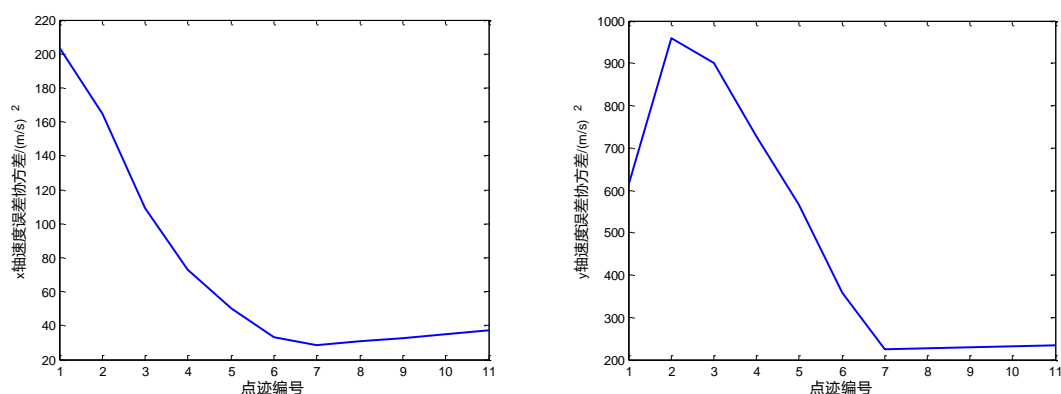
(c) x 轴速度误差协方差 (航迹五)(d) y 轴速度误差协方差 (航迹五)

图4.11 滤波结果及速度误差协方差图示 (航迹五)

从图4.10和图4.11中可以看出, x 轴和 y 轴的速度误差协方差均呈下降趋势, 说明该算法的跟踪效果较好, 算法具有较强的收敛性。但在下降后期, 曲线出现上升趋势, 这是因为对航迹跟踪末期, 若在波门内不能寻找到符合条件的量测点迹, 则人为添补3~4个点迹用于滤波, 方法是直接用下一时刻的预测值作为下一时刻的滤波值, 由于无量测值对其进行修正, 所以协方差会增大。

4.4 本章小结

首先, 本章基于扩展卡尔曼滤波算法, 在笛卡尔坐标系和球坐标系下, 分别利用实测数据对算法进行了仿真、比较, 并对两种坐标系互相转化以后的滤波效果进行了对比, 证明二者在相同的滤波背景下, 滤波结果只有微小差异。其次, 基于概率数据互联算法, 利用实测数据对其滤波效果进行了仿真, 证明该算法在单目标下, 有明显的去除杂波作用, 跟踪效果较好。

第五章 总结与展望

目标跟踪技术属于较为传统的研究领域，涵盖了众多学科及领域的精尖技术，其发展如日中天，方兴未艾。其在军事和民用方面的巨大功用不一而足，因此世界各国和组织争相在此投入的人力物力不计其数。

本文深入研究了目标跟踪的基本原理，即卡尔曼滤波算法，研究了与此相应的扩展卡尔曼算法及概率数据互联算法，并对这两种主要算法进行了 Matlab 仿真并应用实测数据进行滤波。本文主要说明了在笛卡尔坐标系与球坐标系互转下扩展卡尔曼滤波算法的应用情况与概率数据互联算法下对实测数据的处理效果。

在论文的完成过程中，我遇到过困难和迷茫，也经历了问题解决之后的快乐与成就感，在这喜忧掺半的心境里，我认识到了科研工作的严谨和对待学术应当怀有最大的求知欲，才能真正在科研工作中领会到知识的奥秘。随着论文的完成，我对以前所学知识有了更深程度的理解，并在这个过程中不断查询相关资料文献，知识面也有了一定程度的拓展。但由于作者理论水平有限，应用相关理论进行实际研究时，还存在一些不足，在很多方面还需要进一步完善。例如，在对目标状态进行初始化时，采用了两种方法，一是根据量测数据，套用初始化公式进行初始化，二是根据经验进行初始值的估计。这两种方法并非初始化的最佳方式，对目标跟踪可能有一定的影响。另外，应用概率数据互联算法进行跟踪时，有的航迹跟踪不成功，这些都需要在以后的工作中来进一步完善。

基于卡尔曼滤波算法的联合概率数据互联算法适用于在杂波环境下对多目标进行跟踪，在现代跟踪技术中发展前景广阔。受作者理论水平及本文篇幅限制，只对扩展卡尔曼滤波算法和概率数据互联算法进行了较为深入的讨论。文中尚有众多不足之处，亟需完善，恳请各位专家学者批评指正。

参考文献

- [1] Kalman R E. A New Approach to Linear filtering and Prediction Theory[J]. Trans. ASME. Journal of Basic Eng, 1960,82D: 35-46.
- [2] 谷丰, 周楹君, 何玉庆,等. 非线性卡尔曼滤波方法的实验比较[J]. 控制与决策, 2014, 29(8):1387-1393.
- [3] Yaakov Bar-Shalom, Fortmann T E. Tracking and Data Association. Academic Press, 1988.
- [4] Singer R A, Stein J J. An optimal tracking filter for processing sensor data of imprecisely determined origin in surveillance systems[C]. Decision and Control, 1971 IEEE Conference on. IEEE, 1971:171-175.
- [5] Bar-Shalom Y, Birmiwal K. Variable Dimension Filter for Maneuvering Target Tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1982, AES-18(5):621-629.
- [6] Kirubarajan T, Bar-Shalom Y, Blair W D, et al. IMMPDAF for radar management and tracking benchmark with ECM[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 1998, 34(4):1115-1134.
- [7] 杨丹. 卡尔曼滤波器设计及其应用研究[D]. 湘潭大学, 2014.
- [8] Julier S J, Uhlmann J K. New extension of the Kalman filter to nonlinear systems[J]. 1999, 3068:182--193.
- [9] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2):174-188.
- [10] 何友, 修建娟, 关欣. 雷达数据处理及应用[M]. 电子工业出版社, 2013.
- [11] 刘经南, 曾文宪, 徐培亮. 整体最小二乘估计的研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(5):505-512.
- [12] 吴顺君, 梅晓春. 雷达信号处理和数据处理技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2008.
- [13] 杨衍波, 潘泉, 梁彦, 杨峰. 随机状态等式约束下线性系统的线性最小均方误差估计, 第三十二届中国控制会议论文集[C], 2013.
- [14] 张兰秀, 赵连芳译. 跟踪与数据互联[M]. 连云港: 中船总七一六所, 1991.
- [15] 张虹霞. 基于多源传感器信息融合的目标跟踪算法研究[D]. 电子科技大学, 2011.
- [16] 贾沛璋, 朱德桃. 最优估计及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1975.
- [17] Maybeck P S. Stochastic Models, Estimation and Control Volume 3[M]. Academic Press, 1982.
- [18] 邓自立, 郭一新, 动态系统分析及其应用[M]. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1985.

- [19] Guo S M, Shieh L S, Chen G, et al. Observer-type Kalman innovation filter for uncertain linear systems[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2001, 37(4):1406-1418.
- [20] 邓维波. 高频地波雷达中电磁场问题的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2002.
- [21] 胡来招, 无源定位[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [22] 周苑, 贾玉贵, 王华彬, 无源雷达. 第七届全国雷达学术年会论文集[C]. 1999(10): 60-63.
- [23] 修建娟, 何友, 王国宏. 无源探测器多目标跟踪的实现 [J]. 舰船电子工程, 2001(1):25-28.
- [24] Julier S, Uhlmann J, Durrantwhyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(3):477-482.
- [25] 王法胜, 鲁明羽, 赵清杰,等. 粒子滤波算法[J]. 计算机学报, 2014, 37(8):1679-1694.
- [26] Wang X, Chen R, Liu J S. Monte Carlo signal processing for wireless communications[J]. Journal of VLSI Signal Process, 2002, 30: 89-105.
- [27] 李天成, 范红旗, 孙树栋. 粒子滤波理论、方法及其在多目标跟踪中的应用[J]. 自动化学报, 2015, 41(12):1981-2002.
- [28] 张鑫明. 非线性滤波在通信与导航中的应用研究[D]. 北京邮电大学, 2012.
- [29] 谭跃. 两种数据关联算法的比较[J]. 科技资讯, 2009(34):19-19.
- [30] 张剑波, 高貂林, 刘晓林. 一种基于 PDAF 的目标跟踪算法 [J]. 海洋测绘, 2016,36(3):60-62.
- [31] 王敏. 雷达目标跟踪的转换坐标卡尔曼滤波算法[J]. 科技创新导报, 2013(1):15-16.

致谢

时光如白驹过隙，三年的硕士生涯即将结束，本文的工作能够顺利完成，离不开导师的谆谆教诲、同学们的热情帮助以及家人无私的支持。在此，向他们表示由衷的感谢。

感谢我的导师苏洪涛教授，从论文的立项到最终完成，苏老师都给予我极大的关怀和帮助，并时刻引导着我。在两年多的时间里，苏老师用了大量宝贵的时间对我的学习和科研工作进行了细心的指导，让我从机械的学习学会了积极自主的探索研究。苏老师敏捷的思维、严谨的治学态度、诚恳谦虚的品格、宽厚善良的处世态度以及渊博的学识是永远值得我学习的，正是苏老师的这些能力与品质对我的科研道路产生了重要影响，指引着我科研前进的道路。在我撰写论文的过程中，苏老师给了我很多指导并帮我修改了论文中存在的一些问题。两年来，苏老师给我的慈父般的关怀与爱护使我终生难忘。以后，我会更加努力，不负师恩。

感谢电子所的老师为我们提供了良好的学术氛围与科研环境和严谨的学习态度，感谢他们在我科研上提出的宝贵意见与建议，正是他们的帮助为我的科研提供了动力，感谢所里每年安排的雷达学术年会，为我们邀请来了不同高校和地区的业内学者，这些活动拓宽了我的知识面，为我的科研提供了宝贵的思路。

此外，还要感谢我的师兄刘子威博士、胡勤振博士，他们在我科研以及生活上遇到困难的时候，及时地帮助我，为我提供了宝贵的经验与无私的帮助。感谢同门张欣、李姗姗、易甜、韦涛、黄俊生、杨阳，大家一起学习，一起生活，度过了这近三年快乐的时光和难忘的科研历程。我衷心地祝福他们在今后的工作中能够达到人生巅峰，也祝大家友谊长存。感谢徐佳、刘瑞腾、宋肖、沙露露、王二芳等师弟师妹，在与他们的讨论中我获益颇丰。

在此，我还要感谢我的家人，感谢他们对我的默默付出。在我失败时鼓励我、激励我，让我有了前进的动力；在我成功时，让我清醒地认识到自己的不足，让我戒骄戒躁。我会继续努力，不辜负他们的期望。

最后，衷心地感谢所有关心我、帮助我的人。

作者简介

1. 基本情况

常玉，女，陕西榆林人，1991 年 10 月出生，西安电子科技大学电子工程学院信号与信息处理专业 2014 级硕士研究生。

2. 教育背景

2009.08～2013.07 西安电子科技大学，本科，专业：电子信息工程

2014.09～ 西安电子科技大学，硕士研究生，专业：信号与信息处理

3. 攻读硕士学位期间的研究成果

3.1 申请（授权）专利

[1] 苏洪涛，常玉，刘宏伟，刘雅琼. 专利名称：XXX 雷达的 XXX 方法,201518003698.8[P]. 2015.

