

Istnienie co najmniej jednego pierwiastka jest oczywiste –  $(3, 4, 5)$  jest trójką pitagorejską, więc dla  $x = 2$  mamy miejsce zerowe. Szukam takich  $x$ , że  $f(x) = 0$ , czyli:

$$3^x + 4^x = 5^x$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$$

Zauważmy, że  $\left(\frac{3}{5}\right)^x$  i  $\left(\frac{4}{5}\right)^x$  są ściśle malejące więc ich suma również. Stąd będzie istniał co najwyżej jeden argument, dla którego zajdzie  $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$ , a taki już wskazałam.