

計算量について

計算量とは

→この解法で問題を解くと、どのくらいの時間で計算し終わるか？という指標

競プロの問題では、大抵の場合**時間制限** (1~2秒が相場) があって、
「その時間以内にプログラムを終わらせてね～」という制約がついている。
あまりにも時間がかかる解法だと、TLE (Time Limit Exceeded) となってしまう。

計算量の見積もりが必要！

注：

このスライドは、分かりやすさのために厳密性を犠牲にしている部分があります。
ご了承ください。

ランダウの O 記法

プログラムの計算量を大雑把に見積もるための指標

$O(X)$ と書いて、「 X 回に比例した回数の計算で終わる」ということを表す。

```
N = int(input())
A = list(map(int, input().split()))

S = 0
for i in range(N):
    S += A[i]
```

ループを回して N 回の計算をしているので、 $O(N)$

ランダウの O 記法

```
N = int(input())
A = list(map(int, input().split()))

S = 0
for i in range(N):
    S += A[i]

S2 = 0
for i in range(N):
    S2 += A[i] * A[i]
```

2回ループを回しているので計算回数は $2N$ 回だが、 N の**定数倍**なので $O(N)$

3回、4回,... でも定数倍は無視して $O(N)$ (O は大雑把の O)

色々な計算量

Q. 配列 A と B が与えられる。 $\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} A_i \cdot B_j$ を計算せよ。

```
N = int(input())
A = list(map(int, input().split()))
B = list(map(int, input().split()))

S = 0
for i in range(N):
    for j in range(N):
        S += A[i] * B[j]

print(S)
```

N 回のループの中でさらに N 回のループを回しているので、計算回数は N^2 回
→ $O(N^2)$

色々な計算量

Q. 整数 N が与えられる。 $1 + 2 + 3 + \dots + N$ を計算せよ。

```
N = int(input())  
S = N * (N + 1) // 2
```

計算量は $O(1)$

色々な計算量

```
N = int(input())

S = 0
for i in range(0, N):
    for j in range(0, N):
        S += i + j

for i in range(N):
    S += i
```

計算回数は $N^2 + N$ 回だが、小さい方の N は無視して**大雑把**に表す

→ $O(N^2)$

一番大きな項以外は全部無視！

計算量を使って実行時間を見積もる

競プロの問題では

- $1 \leq N \leq 10^5$
- $0 \leq A_i \leq 10^9$

などの制約が必ず書いてあるので、見積もった計算量に制約の最大値を代入してみる。

→ 10^7 から 10^8 くらいに収まれば大体 OK

よく見る計算量と限界値

計算量	限界値
$O(2^N)$	$N \leq 20$
$O(N^2)$	$N \leq 10^4$ くらい
$O(N \log N)$	$N \leq 10^6$ くらい
$O(N)$	$N \leq 10^7$ くらい
$O(\sqrt{N})$	$N \leq 10^{15}$ くらい
$O(\log N)$	$N \leq 10^{18}$ くらい
$O(1)$	なんでも OK