

# HCPC新歡 D問題 二乗

---

解説：titan23

# 問題概要

## B - 二乗

解説

実行時間制限: 2 sec / メモリ制限: 1024 MB

配点: 200 点

## 問題文

正整数  $N$  が与えられます。 $A^2$  が  $N$  を超えないような最大の整数  $A$  を出力してください。

## 制約

- $1 \leq N \leq 10^9$

[https://atcoder.jp/contests/nikkei2019-ex/tasks/nikkei2019ex\\_b](https://atcoder.jp/contests/nikkei2019-ex/tasks/nikkei2019ex_b)

# 考察

サンプル

- $N = 10$

$A$	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$A^2$									
$A^2 \leq 10 ?$									

# 考察

サンプル

◦  $N = 10$

$A$	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$A^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	...
$A^2 \leq 10 ?$									

# 考察

サンプル

◦  $N = 10$

$A$	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$A^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	...
$A^2 \leq 10 ?$	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	No	...

# 考察

サンプル

◦  $N = 10$

$A$	1	2	3	4	5	6	7	8	...
$A^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	...
$A^2 \leq 10?$	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	No	...

答えは、1 から順に整数  $A$  を見ていき、  
初めて  $A^2$  が  $N$  より大きくなったときの  $A - 1$

# 考察

答えは、1 から順に整数  $A$  を見ていき、  
初めて  $A^2$  が  $N$  より大きくなったときの  $A - 1$

## 正当性

この手順で求められる答え  $A'$  について、

- $A'^2$  は  $N$  を超えない
- 条件  $A^2 \leq N$  を満たす  $A$  のうち、 $A'$  は最大

よって、正しい

# 計算量について

- アルゴリズムが正しくても…
  - コンピュータの計算速度を考える必要がある
  - 計算回数が多すぎると実行制限時間を超えてしまい、不正解(TLE)となる
- コンピュータは **1 秒間に  $10^8$  回**程度の(簡単な)計算ができる
  - 簡単な計算：四則演算など

このアルゴリズムの計算回数は…？



# 計算量について

答えは、1 から順に整数  $A$  を見ていき、  
初めて  $A^2$  が  $N$  より大きくなったときの  $A - 1$

- 答えを  $A'$  とすると、試す必要のある  $A$  の値は  
1 から  $A' + 1$  までの  $A' + 1$  個
- $A'^2 \leq N$  なので、 $A' \leq \sqrt{N} \rightarrow A' + 1 \leq \sqrt{N} + 1$
- つまり、 $\sqrt{N} + 1$  回  $A$  の値を試せばよい

# 計算量について

- コンピュータは 1 秒間に  $10^8$  回程度の(簡単な)計算ができる

→ この問題の実行制限時間は 2 秒なので、  
計算回数がおおよそ  $2 \times 10^8$  回以下であればよい

- 最大ケースは  $N = 10^9$
- このとき  $\sqrt{N} + 1 \approx 3 \times 10^4 \rightarrow$  間に合う！

# 計算量について

- コンピュータは 1 秒間に  $10^8$  回程度の (簡単な) 計算ができる

→ この問題の実行制限時間は 2 秒なので、  
計算回数がおおよそ  $2 \times 10^8$  回以下であればよい

- 最大ケースは  $N = 10^9$
- このとき  $\sqrt{N} + 1 \approx 3 \times 10^4 \rightarrow$  間に合う！

アルゴリズムと計算量が正しくて初めて AC できる

# 実装例

```
1  # 入力
2  N = int(input())
3
4  a = 1
5
6  # a が条件を満たさなくなるまでループを回す
7  while True:
8      if a * a > N:
9          break
10     a += 1
11
12 # 出力
13 print(a - 1)
14
```

(python) <https://atcoder.jp/contests/nikkei2019-ex/submissions/52812892>

# 余談

- 先ほど紹介した解法は  $\sqrt{N}$  回程度の計算が必要だが、計算回数が  $\log_2 N$  回程度で済む解法もある
  - (ヒント：単調性)

<https://atcoder.jp/contests/nikkei2019-ex/submissions/33787991>