

会津合宿2015 Day3

F: みこみ一文字列

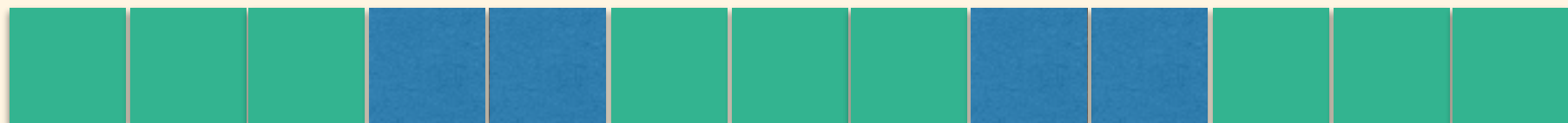
原案・解説・問題文：井上
解答：井上・鈴木・田中

問題概要

- ・ 文字列 S が与えられる
- ・ $S = ABABA$ となるような非空文字列 A , B があるか判定せよ
- ・ あるなら $|AB|$ が最小になるものを出力せよ
- ・ 制約: $1 \leq |S| \leq 10^6$

想定 TLE 解法：全探索

- ・ Aの長さを決め打ちする ($1 \leq |A| \leq |S|/3$)
- ・ するとBの長さは一意 ($B = (|S| - 3|A|) / 2$)
- ・ あとは以下が一致するか調べればよい
 - ・ $S[0:A)$ と $S[A+B:2A+B)$ と $S[2A+2B:3A+B)$
 - ・ $S[A:A+B)$ と $S[2A+B:2A+2B)$
- ・ $O(N)$ 通りについて、長さ $O(N)$ の文字列比較を行うので $O(N^2)$
 - $N = 10^6$ なのでTLE



想定解法：ローリングハッシュ

- ・ 部分文字列 $s[1:r)$ に以下のようなハッシュ値 $h(1, r)$ を割り当てる
 - ・ $h(1, r) = \sum_{1 \leq i \leq r} (\text{int})s_i * p^{(r-i)} \bmod M$
 - ・ p, M は互いに素 (基本 $p < M$ で、素数とか)
- ・ このハッシュ値が一致 \Rightarrow 文字列が一致

想定解法：ローリングハッシュ

- $h(l, r) = \sum_{l \leq i \leq r} (\text{int})s_i * p^{(r-i)} \bmod M$
- このハッシュ値が一致 \Rightarrow 文字列が一致
- つまり……以下を調べればよい
 - $h(0, A) = h(A+B, 2A+B) = h(2A+2B, 3A+2B)$
 - $h(A, A+B) = h(2A+B, 2A+2B)$
- 数値なので $O(1)$ で判定できる
- ただし、ハッシュ一致 \Leftarrow 文字列一致は言えない
 - まともな p, M を使えば確率的にほとんど起こらない

想定解法：ローリングハッシュ

- $h(l, r) = \sum_{l \leq i \leq r} (\text{int})s_i * p^{(r-i)} \bmod M$
- けど h を計算するのに $O(N)$ かかるのでは？
 - $h(l, r) = (h(0, r) - h(0, l) * p^{(r-l)}) \bmod M$
 - $h(0, i) = h(0, i-1) * p + (\text{int})s_i$
と計算できるので、あらかじめ $h(0, i)$ を $O(N)$ で計算しておけば $h(l, r)$ の計算は $O(1)$
- 全体で $O(N)$

別解：Suffix Array + LCP + RMQ

- ・ 接尾辞配列 (SA) を作り、SAで隣との共通部分接頭辞 (LCP)の長さを記録した配列に対して区間最小値クエリ (RMQ) を投げる
- ・ $S[l_1, l_1+k)$ と $S[l_2, l_2+k)$ の文字列比較をするときは、 l_1 と l_2 に該当するSAのインデックスを区間としてRMQすると、答えが l_1, l_2 の共通接頭辞の長さになる
- ・ これがkより長ければ $S[l_1, l_1+k) = S[l_2, l_2+k)$
- ・ 計算量： $O(\text{SA構築} + N \log N)$
 - ・ 蟻本のSA構築は $O(N \log^2 N)$ なのでTLE的に厳しい

余談

- ・ ぶっちゃけナイーブ $O(N^2)$ が速すぎたので $|S| \leq 10^6$ になった
- ・ ので SA+LCP+RMQ は厳しくなった
- ・ 個人的にはこっちもすんなり通したかった

ジャッジ解

- ・ 井上 (C++) 54行 1057B
- ・ 鈴木 (C++) 38行 1035B
- ・ 田中 (C++) 43行 1331B

回答状況

- Accept / Submit
 - 11 / 30 (36.7%)
- First Acceptance
 - onsite: syumi_plus (01:53)
 - online: natsugiri (00:24)