# E: 均衡な辺削除

# (Balanced Edge Deletion)

原案: tsutaj

問題文: TAB

解答: kazu, tsutaj, tsukasa_diary

# 問題概要

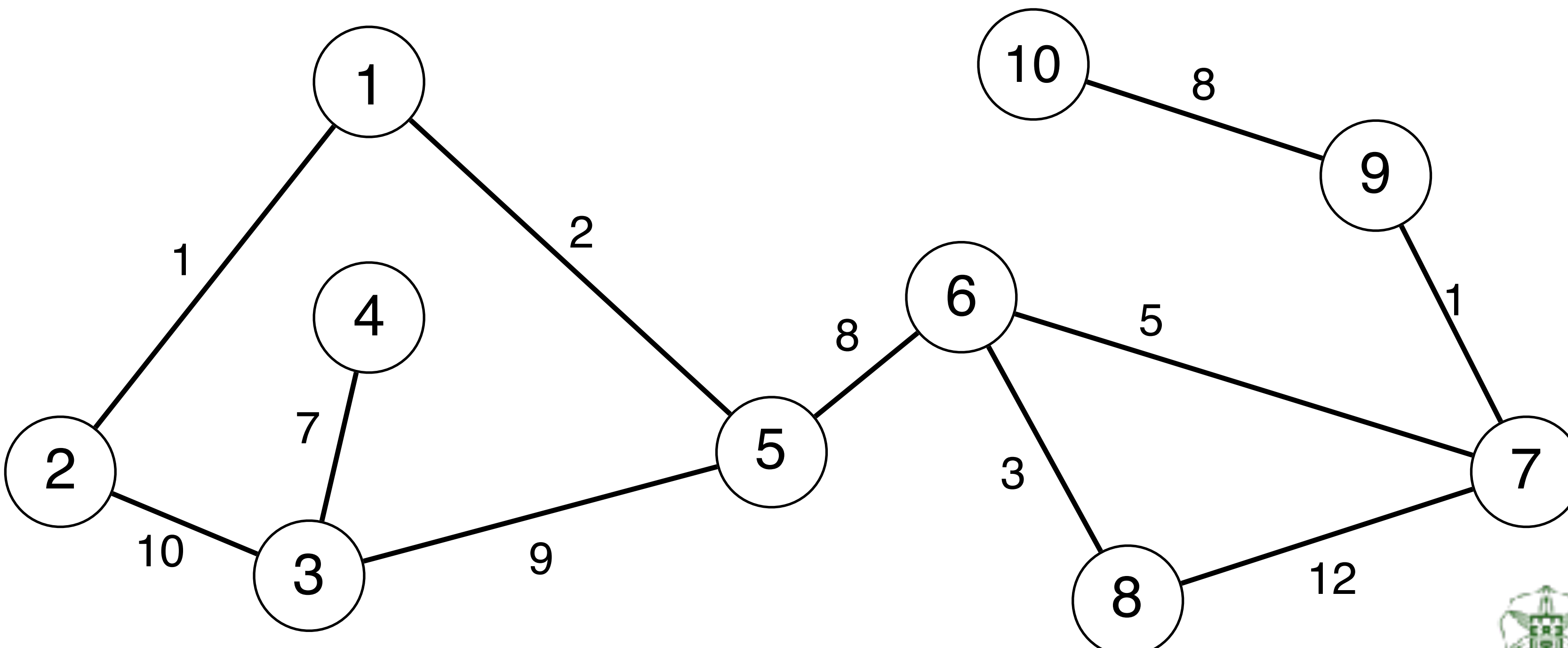
重み付きグラフG = (V, E)が与えられる。
e ∊ Eを取り除き、Gを二つの連結成分AとBに分割する。
この時、Gが連結ならば、V(B) = øとする。
Aの辺重みの総和とBの辺重みの総和の差の絶対値が最小になるような辺eを求めよ。

ただし、複数ある場合は端点の頂点番号が最小になるようなeを求めよ。さらに、端点の頂点番号の最小が同じ場合は残った端点の番号が小さいものを求めよ。

ざっくりとした問題は次のようになる。

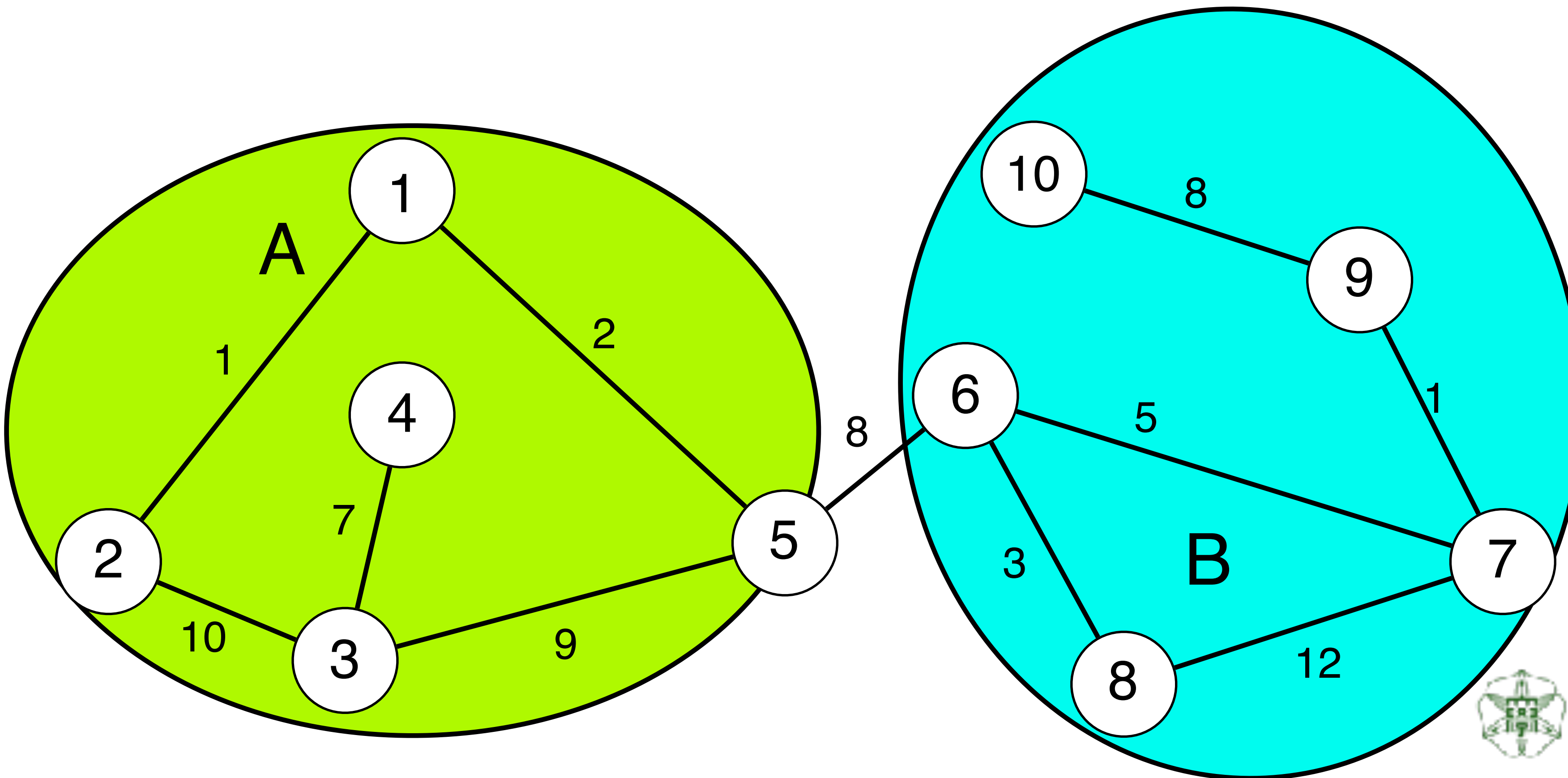
# 具体例を用いた説明

こんな感じで、グラフがあるので、2つの連結成分が持つ重みの総和が偏らないような辺を見つける問題と言える。



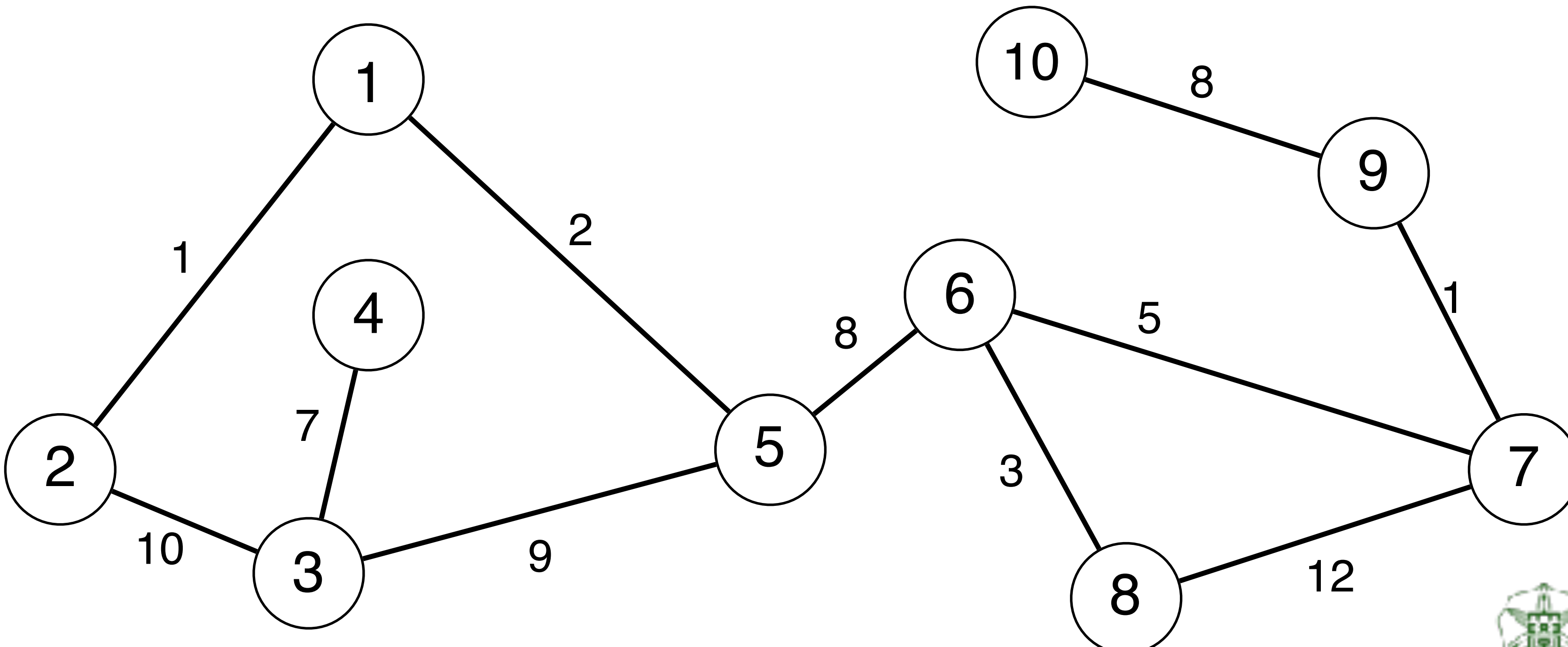
# 具体例を用いた説明

こんな感じで、グラフがあるので、2つの連結成分が持つ重みの総和が偏らないような辺を見つける問題と言える。



# 想定誤解法

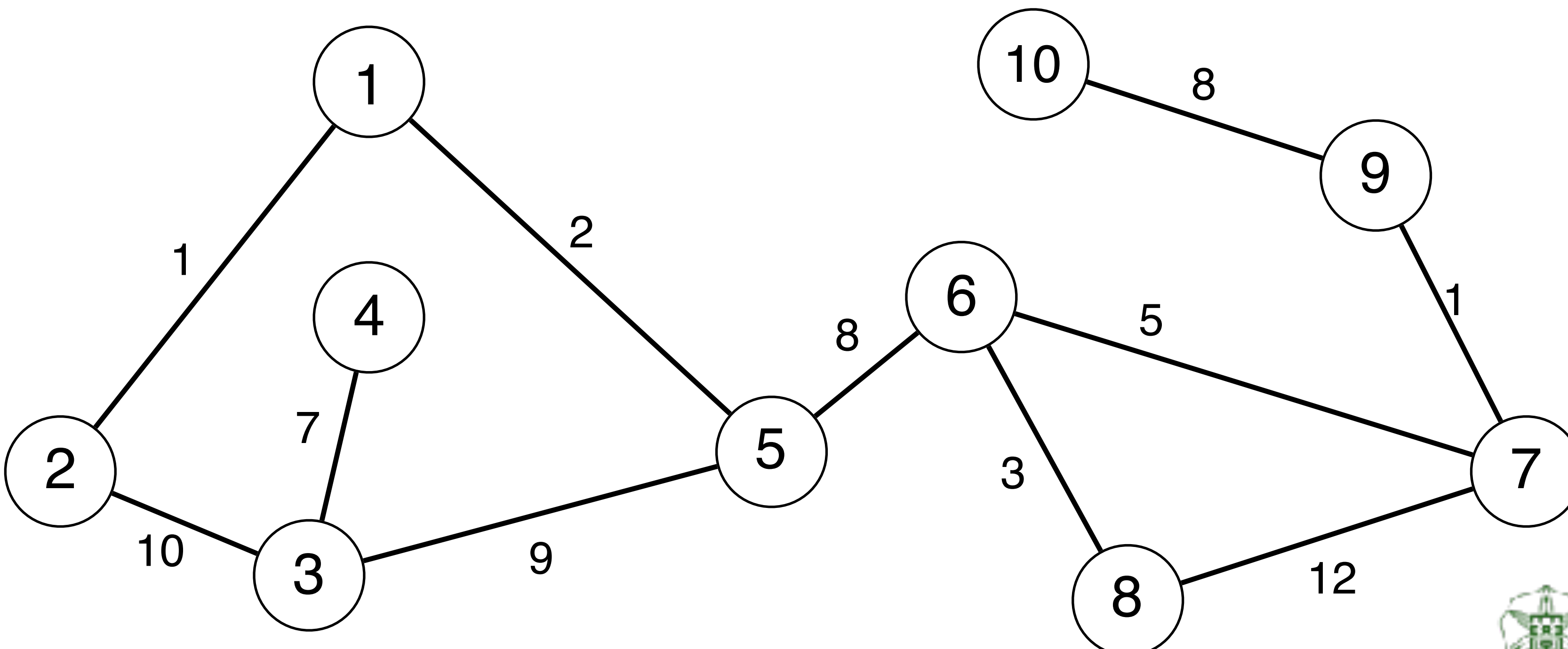
方針: 連結成分が2つできるように分けるべき？ =>
常に橋を取り除くのが良い？



# 想定誤解法

方針: 連結成分が2つできるように分けるべき？

**NO！！！**

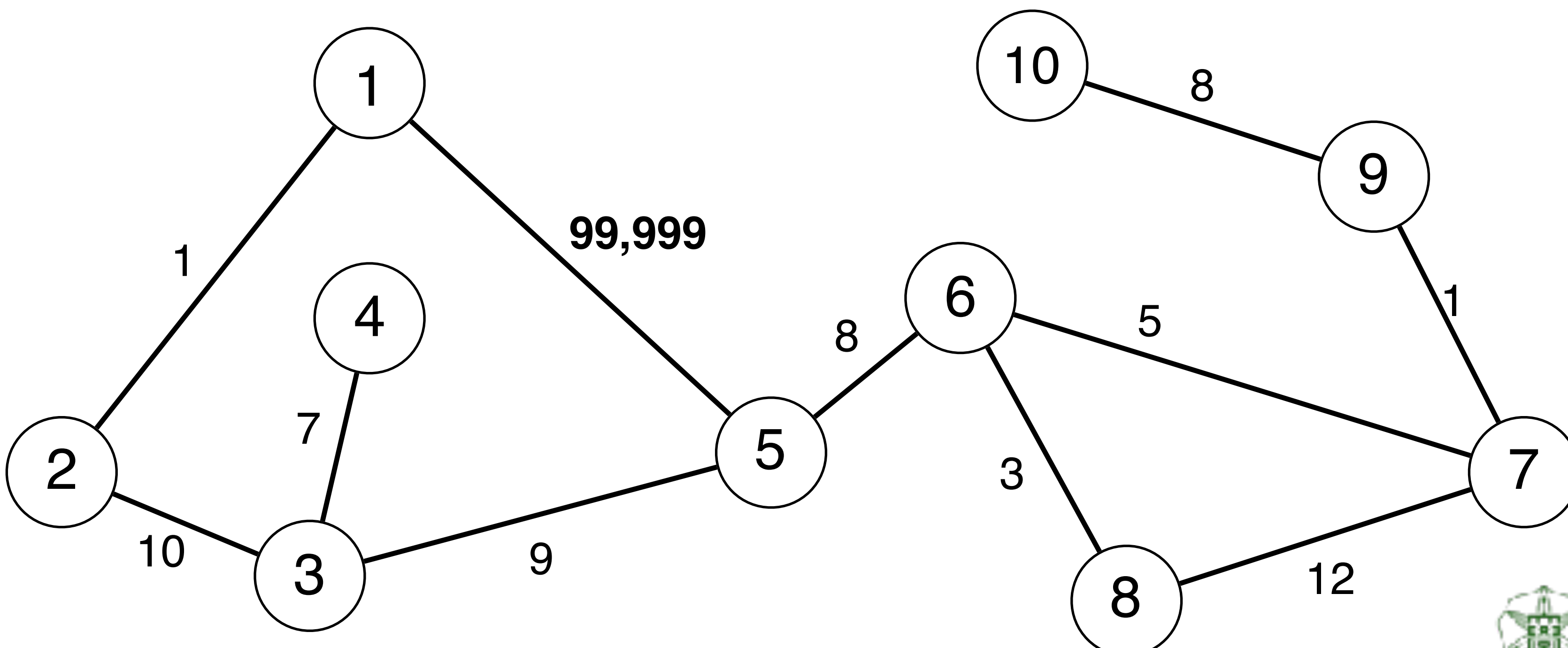


# 想定誤解法

方針: 連結成分が2つできるように分けるべき？

**NO！！！**

下の例の場合、明らかに99,999を削除するのが良い。



# 方針

最適解を2種類に分けて考える。

1. 橋以外を取り除いて得られる最適解
2. 橋を取り除いて得られる最適解

橋の列挙がO(n + m)はできるので、1は明らかにO(m)時間で求まる。

2をどうするか？

# 方針

最適解を2種類に分けて考える。

1. 橋以外を取り除いて得られる最適解
2. 橋を取り除いて得られる最適解

橋の列挙がO(n + m)はできるので、1は明らかにO(m)時間で求まる。

2をどうするか？

ナイーブには**O($m^2$)**時間で計算可能だが，m < $10^5$なので，TLE.

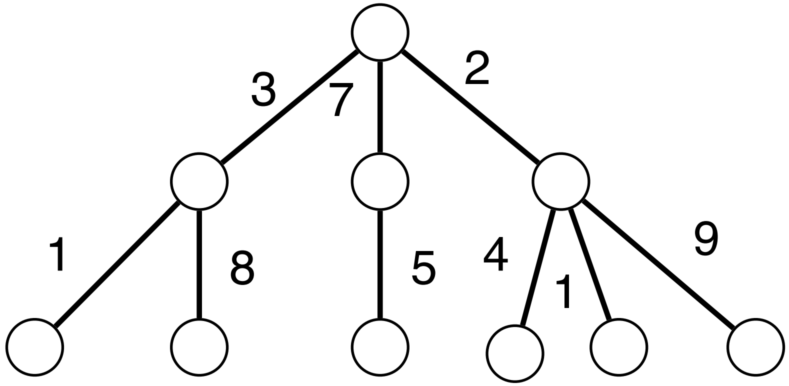
**O(m)**でやろう！

# 解法: 二重辺連結成分分解

簡単なため，入力グラフが木の場合を考える.
入力グラフに根はないが，適当な1頂点を根とみなして根付き木にする.

葉の方からDP的に計算すればO(n + m)時間で最適な分割をする辺を計算可能.

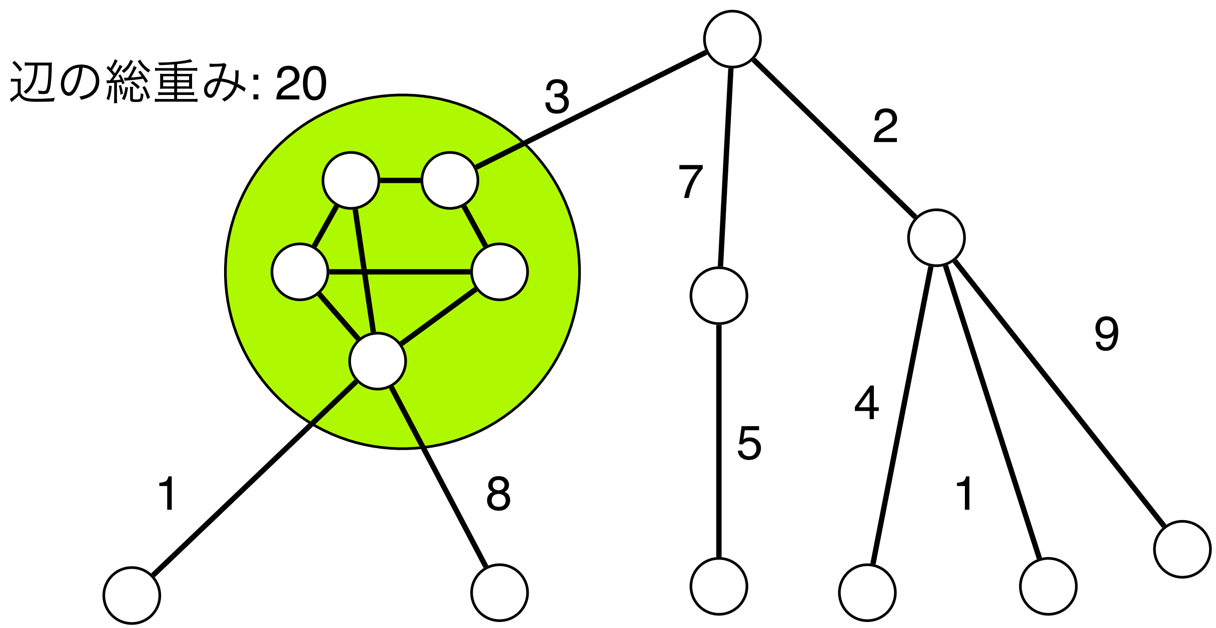
木なら解けるので，入力グラフを木にしよう！



# 解法: 二重辺連結成分分解

入力グラフを二重辺連結成分（橋を含まない極大な部分グラフ）に分解し，その連結成分を一つの頂点とみなす.
すると頂点と辺に重みがついた木ができる.

この木上でDPをすると木のサイズに対して線形時間，つまりO(n + m)時間で解ける！！！



# Writer 解

- kazu （C++）92行 （橋列挙に基づくDP解）
- tsutaj（C++）241行（二重辺連結成分分解）
- tsukasa_diary（C++）72行（橋列挙に基づくDP解）

# 提出状況

- Accept / Submit: 15/96
- First Acceptance:
  - Onsite: acpc_gomatubu (36 min)
  - Online: latte0126 (56 min)