

会津合宿2015 Day3

G: 旅費支給

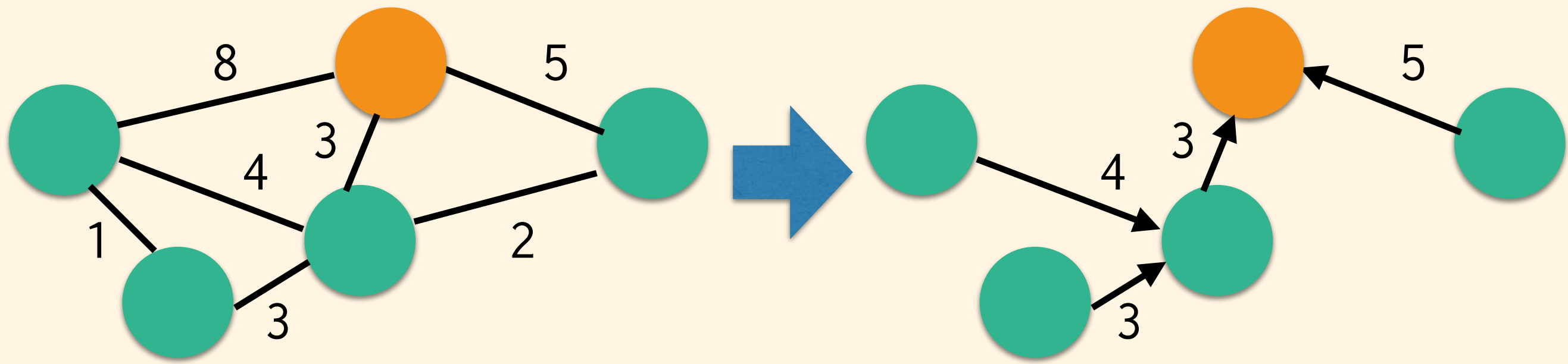
原案・解説：井上
問題文：鈴木
解答：栗田・鈴木

問題概要

- ・ 1つの目的地に向かってK人が移動する
- ・ 移動はN個の都市を結ぶM本の道を使う
- ・ 最小費用の中で最小日数で移動する
 - ・ 条件を満たす移動先が複数あるなら、人口最小の都市へ行く
- ・ i 番目の人は都市 x_i から出発し、到着の d_i 日前に p_i 円の旅費を受け取る
 - ・ これは支給されてからの d_i 日間の移動にのみ使える
- ・ 各人が自腹で払う移動費を求めよ
- ・ 制約 $1 \leq N \leq 10^5$, $1 \leq M \leq 5 \times 10^5$, $1 \leq K \leq 10^5$

考察

- ・ 各頂点から目的地までの移動経路は必ず一意に定まる
 - ・ 特に、次に訪れるべき頂点が一意に定まる
- ・ 遠回りがないのでループがない
 - 移動で使う道だけのグラフは根付き木になる

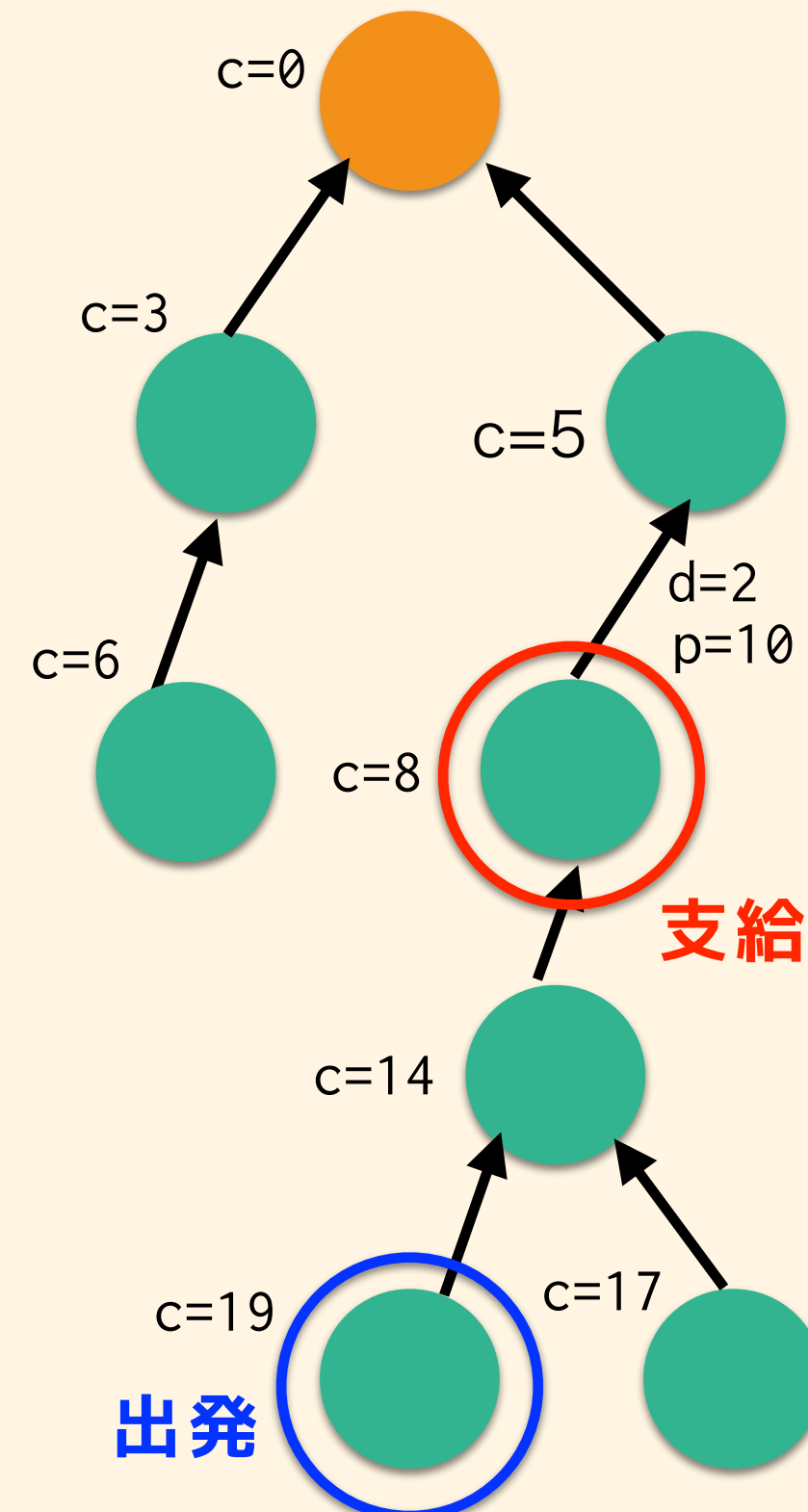


考察

- ・ 前述の根付き木がすでにできているとする
 - ・ ダイクストラすれば作れる、 $O(M \log N)$
- ・ 各節点 v の深さを a_v とすると、 x_i にいる人が d_i 日前に p_i 支給される節点 y_i は、 x_i の $a_{x_i} - d_i$ 個上の先祖
- ・ ダイクストラのおかげで各節点 v から目的地までの費用 c_v もわかっているので、答えは $c_{x_i} - c_{y_i} + \max(0, c_{y_i} - p_i)$
 - k 個上の先祖が高速に見つけれれば勝利

答え：
 $11 + 0 = 11$

↑
支給前 支給後



想定解法：ダブリング

- ・ 木上でk個上の先祖を求めるクエリは Level Ancestor と呼ばれる
- ・ Level Ancestor クエリはダブリング (Jump Pointer) により $O(\log N)$ で答えられる
 - ・ $1, 2, 4, \dots, 2^p$ 上の頂点をそれぞれ覚える
 - ・ 2^p 個上の頂点は、 2^{p-1} 個上の頂点の 2^{p-1} 個上なので $O(1)$ でわかる
 - ・ $k = \sum k_i 2^i$ と2進表現し、 $k_i = 1$ なら 2^i 個上の頂点にジャンプ
 - ・ 前処理： $O(N \log N)$ 、クエリ $O(N \log N)$
- ・ 余談：Level Ancestor は Ladder というテクを取り入れることで
□□□ 前処理 $O(N)$ 、クエリ $O(1)$ で答えられるようになる (要求してません)