

D問題-歪みの国- Country In **D**istortion

原案：鈴木

問題文：鈴木

解答：鈴木、竹内、杉江、井上

解説スライド：鈴木

問題概要

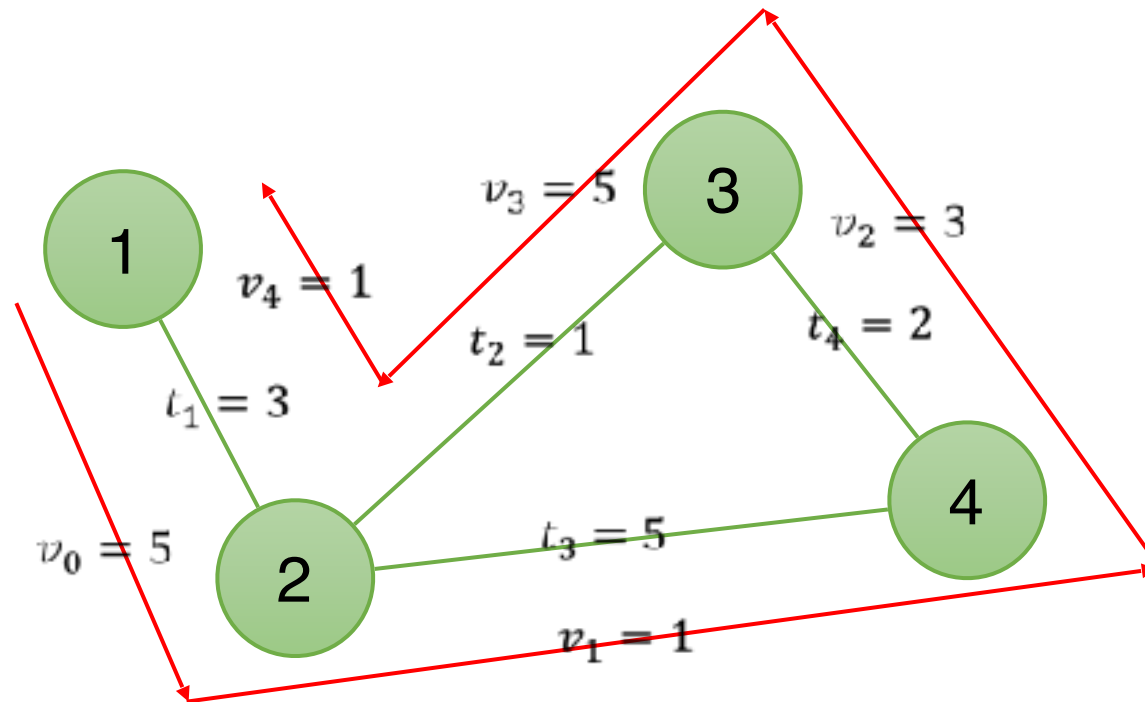
- n 頂点 m 辺からなる無向グラフが与えられる
 - 辺 i の移動には t_i 時間かかる
- 初速度 v_0 が与えられる
 - 辺を1つ通過する度に線形合同法の式に従って速度が変化する
 - 辺の移動時間が固定なので速度によって体感移動距離は異なる
- $1 \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow \dots \rightarrow 1$ の経路で体感移動距離の合計を最小化せよ
- 制約
 - $2 \leq n \leq 500, 1 \leq m \leq \min(5000, \frac{n(n-1)}{2})$
 - 自己ループと多重辺は無し
 - 毎回の速度は0~49のいずれかになる

サンプル1

- 速度の変化： $5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow \dots$

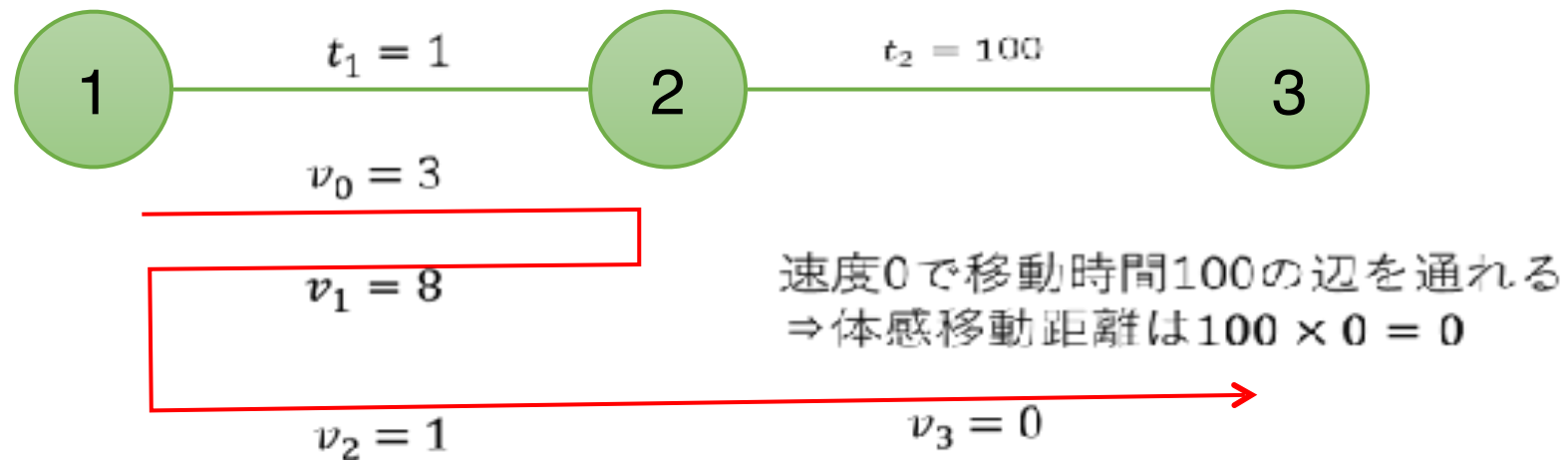
赤い経路が最適で、その体感移動距離は

$$(5 \times 3) + (5 \times 1) + (2 \times 3) + (1 \times 5) + (3 \times 1) = 34$$



サンプル2の一部

- この問題の特徴的な点
 - 少し彷徨って速度を落とすと良いことがある
- 速度の変化： $3 \rightarrow 8 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow \dots$



最短経路問題の拡張

- 基本的には最短経路問題
 - $distance[x] = x$ に到達する最短の体感移動距離
- 移動の度に速度が変わり，体感移動距離も変化
 - 速度ごとに考える必要がある
 - $distance[x][v] = x$ に速度 v で到達したときの最短の体感移動距離
- 通るべき経路は $1 \rightarrow \dots \rightarrow n \rightarrow \dots \rightarrow 1$
 - サイクルを含んでしまうので解決策が必要
 $\Rightarrow n$ の経由フラグ
 - $distance[x][v][f] = x$ に速度 v で到達しフラグが f のときの最短の体感移動距離
 - 答えは $\min_{v=0}^{49} distance[1][v][true]$

アルゴリズム

- TLE：ベルマンフォード法
 - 基本的な単一始点最短路アルゴリズム
 - $O(\text{頂点数} \times \text{辺数}) = O(nmc^2)$
- 想定：ダイクストラ法
 - 爆速な単一始点最短路アルゴリズム
 - $O(\text{辺数} \times \log \text{頂点数}) = O(mc \log nc)$
- 世の中蟻本なのでそれを読んでください。

出題の意図

- 本問題の想定解法は、**拡張ダイクストラ法**とか呼ばれている
- 数年前までのICPCでは、D問題でよく見かけた
- 最近のコンテストでは、拡張ダイクストラをほとんど見かけなくなった

⇒拡張ダイクストラを知らない世代が出てくるかも？？？

⇒今こそ出題すべきでは！

Writer解

- 鈴木：C++, 62行
- 井上：C++, 64行
- 杉江：C++, 71行
- 竹内：C++, 85行

- 鈴木（SPFA）：C++, 62行
 - SPFAでもACできます