

RUPC2019_D 矢

原案 rodea

解説 monkukui

問題文 rodea

解答 rodea monkukui Tsuta_J

問題概要

図のように、送風機の位置情報が与えられる。
簡単のため、座標の両端に送風機があることとする。
まず、損失の定義を具体的に説明する。

● := 送風機

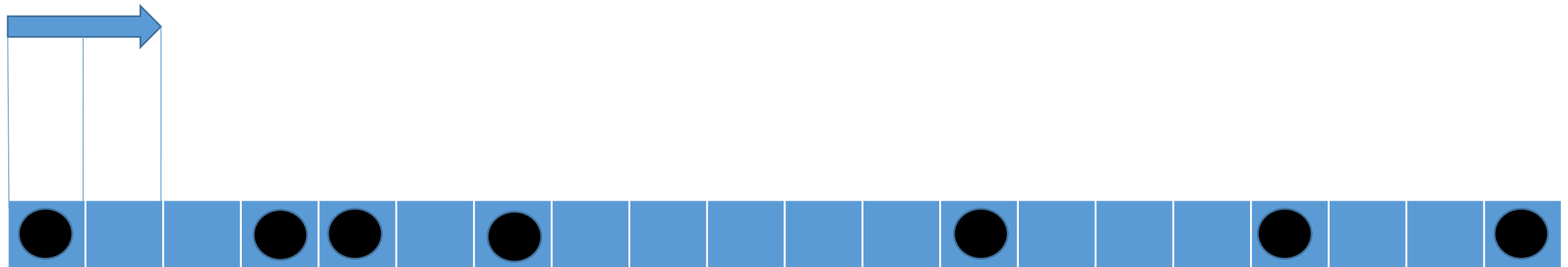
→ := 矢



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

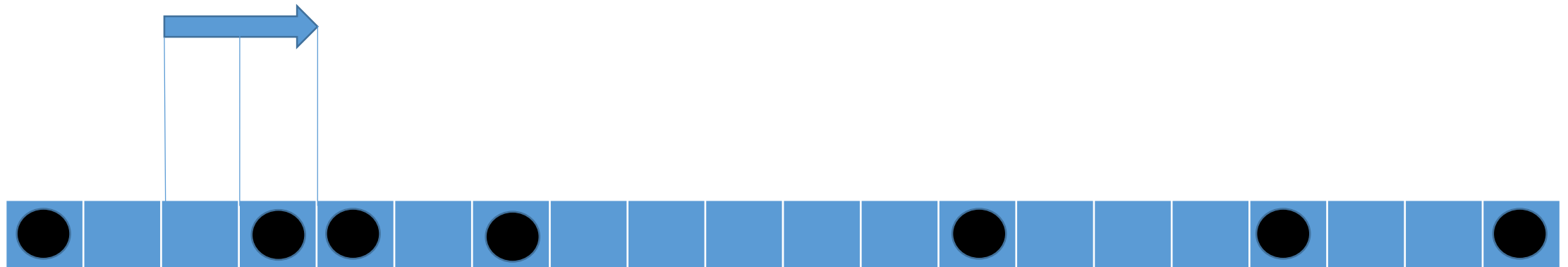
例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

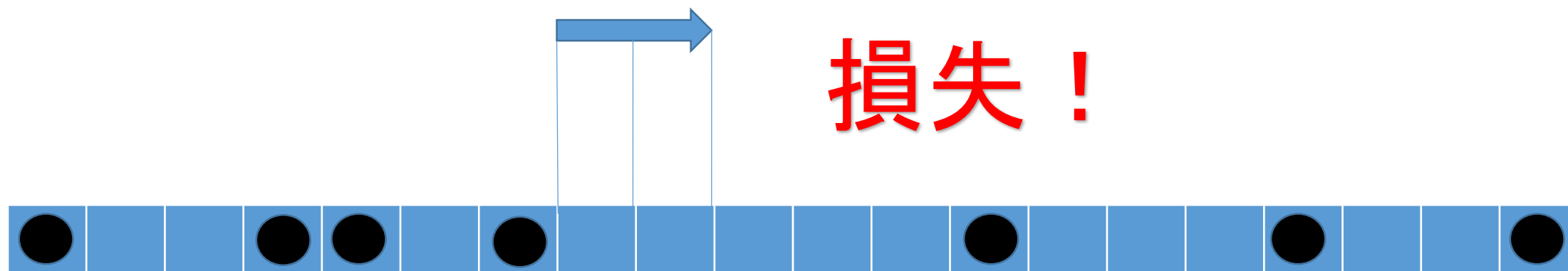
例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

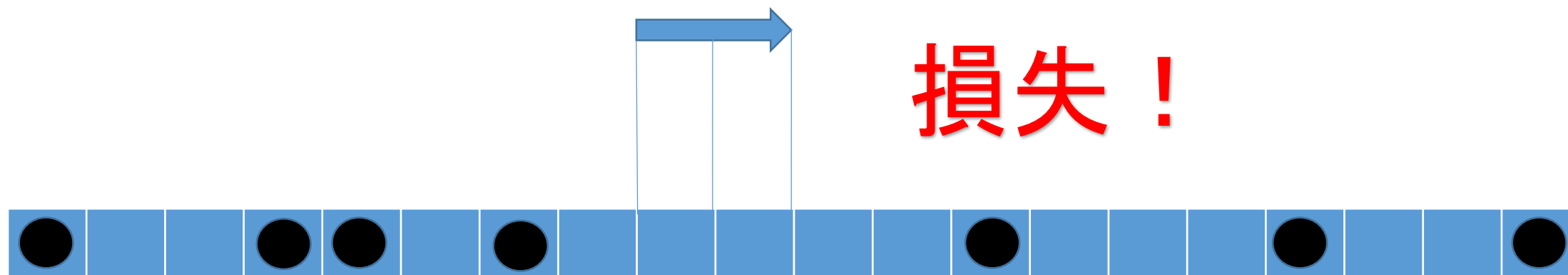
例えば、矢の長さが2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが2のとき

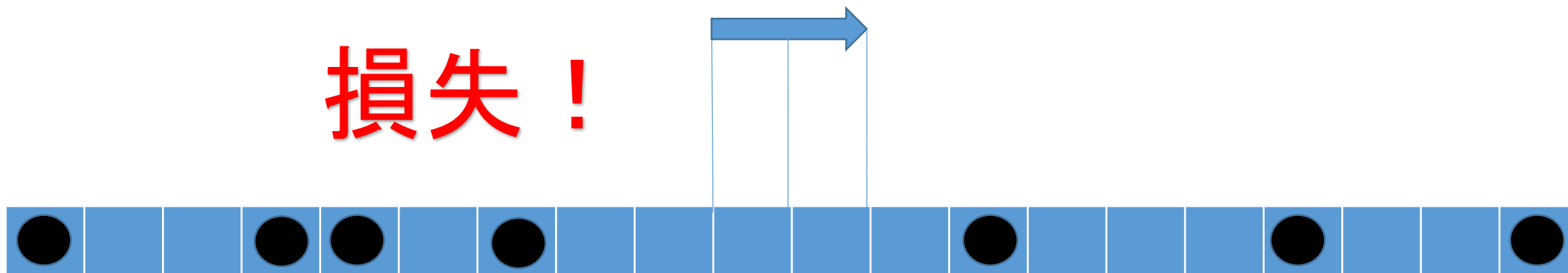


問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが2 のとき

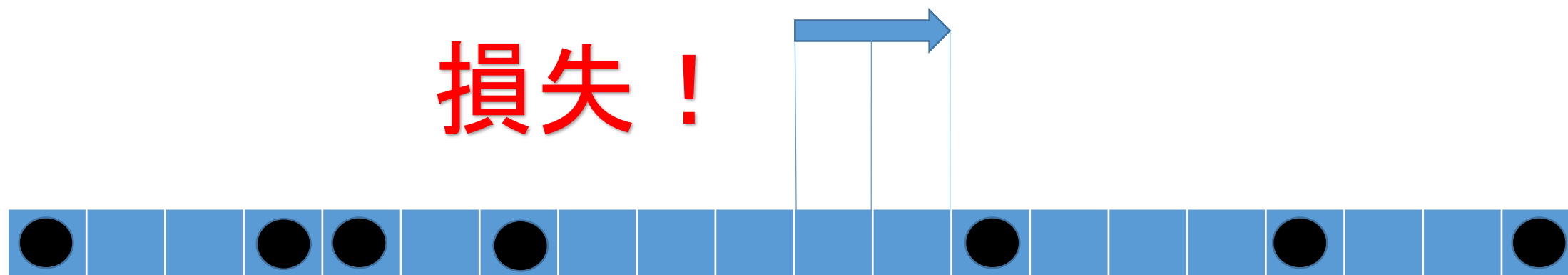
損失！



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

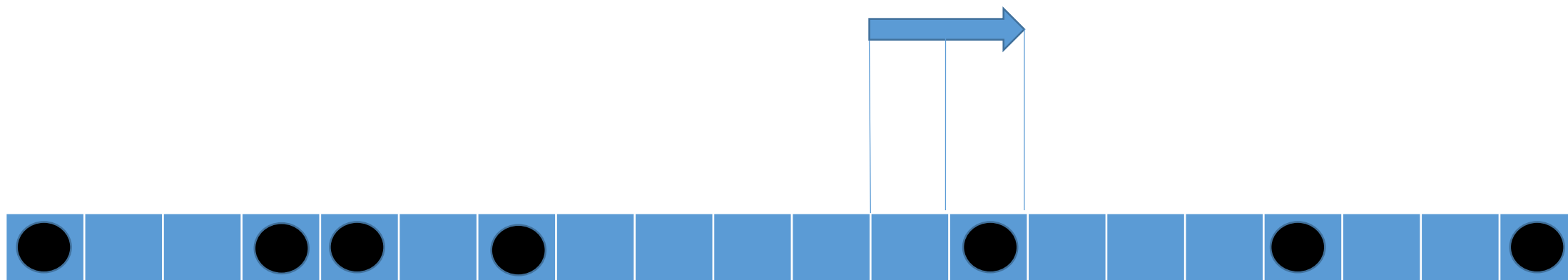
例えば、矢の長さが2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが2 のとき

損失！



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが2 のとき

損失！



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき

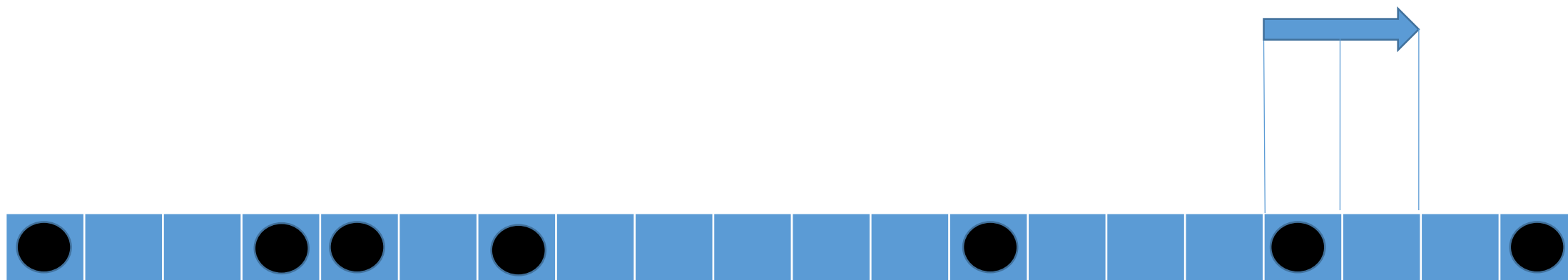


問題概要

● := 送風機

→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき

損失！



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき



問題概要

● := 送風機
→ := 矢

例えば、矢の長さが 2 のとき

合計 8 回の損失！



問題概要

- 以下のクエリが Q 個与えられる
- 損失が l 回まで許されてるとき、到達できる矢の最小の長さは？

$1 \leq N \leq 10^5$ (座標の長さ)

$1 \leq Q \leq 10^5$ (クエリの数)

考察

矢の長さに対して、損失回数には単調性がある。

矢の長さに対する損失回数が事前に分かっているならば、各クエリ処理は二分探索をすることで、 $O(\log N)$ で処理できる。



考察

矢の長さに対し

矢の長さに対する
は二分探索をす

矢の長さ	損失回数
1	13
2	8
3	4
4	2
5	1
6	0



考察

$dp_i :=$ 矢の長さが i の時の損失回数

($a_i :=$ 送風機がない、ちょうど長さが i の区間の数)



考察

$dp_i :=$ 矢の長さが i の時の損失回数

($a_i :=$ 送風機がない、ちょうど長さが i の区間の数)

$$dp_2 = 1 \cdot a_2 + 2 \cdot a_3 + 3 \cdot a_4 + 4 \cdot a_5$$



考察

$dp_i :=$ 矢の長さが i の時の損失回数

($a_i :=$ 送風機がない、ちょうど長さが i の区間の数)

$$dp_i = 1 \cdot a_i + 2 \cdot a_{i+1} + 3 \cdot a_{i+2} + \cdots + (n - i + 1) \cdot a_n$$



考察

$dp_i :=$ 矢の長さが i の時の損失回数

($a_i :=$ 送風機がない、ちょうど長さが i の区間の数)

$$dp_i = 1 \cdot a_i + 2 \cdot a_{i+1} + 3 \cdot a_{i+2} + \cdots + (n - i + 1) \cdot a_n$$

$$dp_{i+1} = \quad \quad \quad 1 \cdot a_{i+1} + 2 \cdot a_{i+2} + \cdots + \quad \quad \quad (n - i) \cdot a_n$$



考察

$dp_i :=$ 矢の長さが i の時の損失回数

($a_i :=$ 送風機がない、ちょうど長さが i の区間の数)

$$dp_i = 1 \cdot a_i + 2 \cdot a_{i+1} + 3 \cdot a_{i+2} + \cdots + (n - i + 1) \cdot a_n$$

$$dp_{i+1} = 1 \cdot a_{i+1} + 2 \cdot a_{i+2} + \cdots + (n - i) \cdot a_n$$

$$dp_i = dp_{i+1} + a_i + a_{i+1} + a_{i+2} + \cdots + a_n$$



考察

- DP の更新を愚直に行うと $O(N^2)$ かかる。
- 例えば累積和やセグ木などを使い、 a_i の区間和を高速に求めることでDP の更新が可能。
- データ構造を使わなくとも、少し工夫するとできる。
- 全体では DP + 二分探索で $O(N + Q \log N)$ でこの問題が解けた。

Writer 解

- Tsuta_J (C++) 65 行
- monkukui (C++) 45 行
- rodea (C++) 60 行

提出状況

- On-site : rupc_zekkidenamida (28min)
- On-line : okimochi (23 min)
- 31 / 93 (33.3 %)