

HUPC 2019 D

解説

原案 TAB

解説 TAB

問題概要

- 1 円玉, A 円玉, B 円玉硬貨がある.
- 金額の大きい硬貨から貪欲に支払う方法だと, 使用する枚数が最小にならないような金額の最小値を答えよ

$$1 < A \leq 10^5, A < B \leq 10^9$$

入力例

4 6

出力例

8

考察

次の二つのことに気づくと解けます

1. 貪欲な支払い方と, 枚数を最小化する払い方の両方で同じ種類の硬貨が使われることはない
2. 枚数を最小化する支払い方は A 円玉のみを使う

考察

- 1. の証明

X を貪欲が最適ではない金額の最小値とし,
ある硬貨 T が貪欲な支払い方と枚数を最小化する払
方の両方で使われていたとする.

この時 $X - T$ 円について考えると, 貪欲な支払い方では
 X 円を支払うより 1 枚少ない硬貨で $X - T$ 円を支払う
ことができる. 枚数を最小化する支払い方でも同じこ
とが言える.

従って $X - T$ 円も貪欲が最適ではなくなるが, これは X
がそのような金額の最小値であることに反する.

考察

- 2. の気持ち

1. からそれぞれの硬貨は貪欲な支払い方と, 枚数最小の支払い方の両方で使われることはない

雑に見積もると $2^3 = 8$ 通り考えられるが, 一方が貪欲な支払い方であることに気をつけると一通りに絞ることができる.

解法

- 1. より, その最小値を貪欲な方法で支払うのに A 円玉は使わない
→ 金額を X とすると $X \% B < A$
- 2. より, 貪欲が最適にならない金額は A の倍数
- $A \times B$ 円より大きい金額が答えになることはない
- これらのことから $\left\lfloor \frac{B \times k}{A} \right\rfloor \times A$ ($1 \leq k \leq A$) で表せる金額のみを調べれば良い (実は $k = 1$ のみ調べれば良いです)
- 従って $O(A)$ で解くことができます
($O(1)$ で解くこともできます)

Writer 解 / 統計

- Writer 解
 - TAB (C++ 20 行)
 - Tsuta_j (C++ 30 行)
- 統計
 - AC 率 (75/209)
 - FA
 - On-line
polyomino (17:43)
 - On-site
hupc_asakoroooooll (25:19)