



D-Two colors sort Editorial

idsigma



情報

- 原案:idsigma
- 計算量改善:tempura0224
- 問題文:tubuann
- Write解:idsigma,tubuann,tsutaj

問題概要

- umgくんは長さ N の順列 $\{p_i\}$ を持っている
- R 個の数を**赤く**塗り、 $N - R$ 個の数を**青く**塗る。
- 同じ色の数字ごとに昇順に並び替えたとき、順列全体で昇順に並ぶようにすることができるか？
- $N \leq 300000$

考察

- 目的を達成するためには、数 p_i は最終的に p_i 番目にある必要がある
- つまりすべての i について、 i と p_i は同じ色で塗らないとだめ
- $1, 2, \dots, N$ という数を頂点とし、 i と p_i の間に辺を張ると、いくつかの連結成分に分かれる
- 同じ連結成分に属する数は、同じ色で塗らないとだめ

考察

- 逆に、各連結成分を同じ色で塗れば、目的を達成できる
- つまり、連結成分が n 個あって、その大きさをそれぞれ a_1, a_2, \dots, a_n とすると、このうちいくつかを選んで和を R にすることができるかが判定できればよい
- 有名問題に言い換えることができた！
- このままDPすると $O(RN)$ でまずい

計算量を落とす

- a_i の値として考えられる値は何種類か？
- $1 + 2 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n + 1) \leq N$ という不等式を考えると、 $O(\sqrt{N})$ 種類であることがわかる
- 「互いに異なる n 個の数 a_1, a_2, \dots, a_n がそれぞれ m_1, m_2, \dots, m_n 個あるとき、いくつかの数を選んで総和を R にすることができるか？」という問題を考えると...



DP

- ここで蟻本を開きます
- $dp[i + 1][j]$: i 番目の数までを使って j を作るときに余る最大の i 番目の数の個数 というDPで解ける
- $n = O(\sqrt{N})$ なので計算量は $O(N\sqrt{N})$
- $N \leq 300000$ でも間に合う(!)

まとめ

- $1, 2, \dots, N$ を頂点としたグラフを考える
- i と p_i の間に辺を張って、連結成分の大きさを数え、大きさが同じ連結成分についてはそれぞれいくつあるか数えておく (Union-Find, dfsなど)
- さっきのdpをして、 R が作れるならばYesで、そうでなければNo

補足

- $N \leq 300000$ で想定 $O(N\sqrt{N})$ はすこしばかりするかもしれませんが(本当?)
- Python勢の人はつらかったかもしれません
- なんでこの制約? → C++のbitset解 $O\left(\frac{N^2}{64}\right)$ が割と早い
- 何も考えずにbitset解を書くと連結成分の数が多いケースで間に合いませんが、 $\min(R, N - R)$ するとかそういうケースを適当に対処すると間に合います(許容しました)(落とせなかった)

Writer解情報・統計

■ Writer解

- idsigma(C++,72行,1544byte)
- tsutaj(C++,53行,1349byte)
- tubuann(C++,77行,2134byte)

■ AC/tried:42/187

■ FA-onsite:hupc_syl_nyan_nyan(30:49)

■ FA-online:ushitapunichiakun(16:05)