

HUPC 2020 D

解説

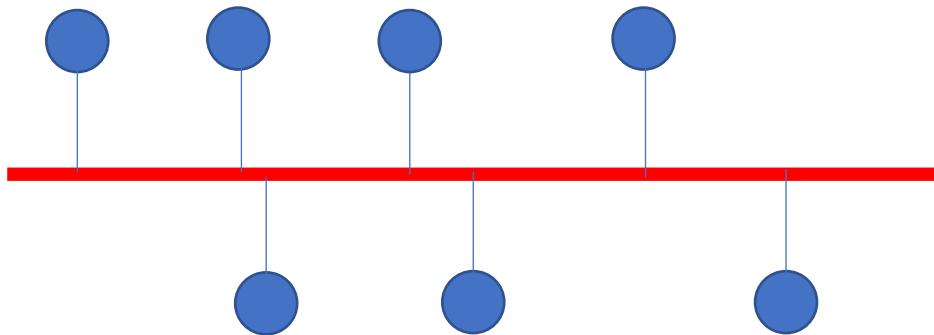
原案 TAB

解説 TAB

問題概要

- N 個の点を与えられる
- 全ての点からのユークリッド距離が等しいような直線は存在するか？

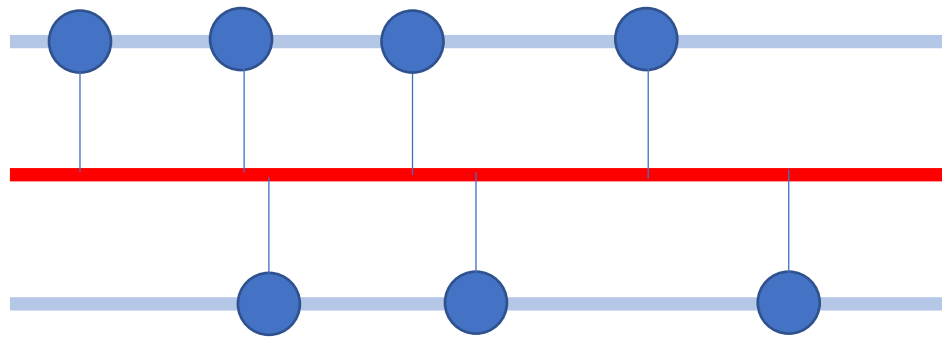
$$1 \leq N \leq 2 \times 10^4$$



Yes

考察

Yes の場合どのような状態なのかを考えてみます



全ての点は並行な
2本の直線に乗っている



方向ベクトルを決めた時, 2本の直線に全ての点に乗せることができるかを判定すれば良い

考察

方向ベクトル \vec{d} が求められた時の判定方法

1. 1点選び, 点 A とする
2. \vec{d} と \overrightarrow{AB} のなす角を θ とした時,
 $\theta \neq 0^\circ$ かつ $\theta \neq 180^\circ$ となるような点 B を求める
(そのような点がなければ1本の直線に全ての点に乗るので Yes)
3. 全ての点 P について以下が成り立つならば Yes
 - \vec{d} と \overrightarrow{AP} のなす角が 0° または 180°
 - \vec{d} と \overrightarrow{BP} のなす角が 0° または 180°

上の通りに判定することで $O(N)$ で判定可能

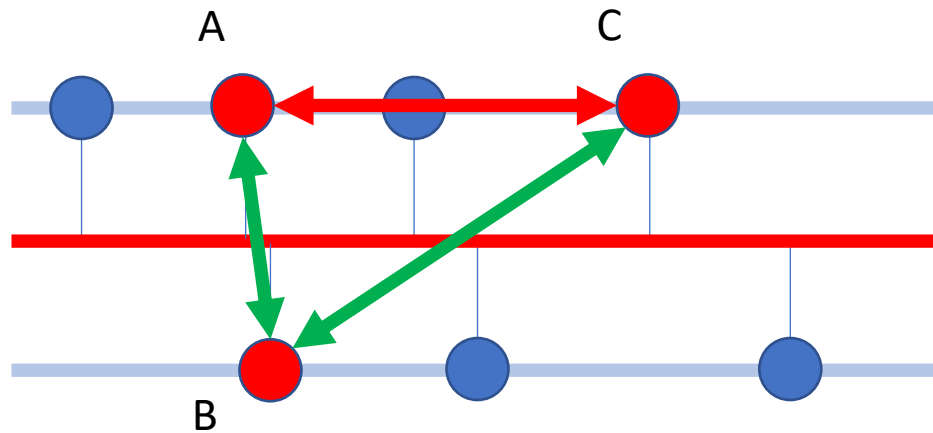
考察

方向ベクトル \vec{d} の求め方

全点对に対して判定する $\rightarrow O(N^3)$ かかるので TLE
始点を決め打って判定 $\rightarrow O(N^2)$ かかるので TLE

鳩の巣原理 or 乱択 で候補を定数個にできる！

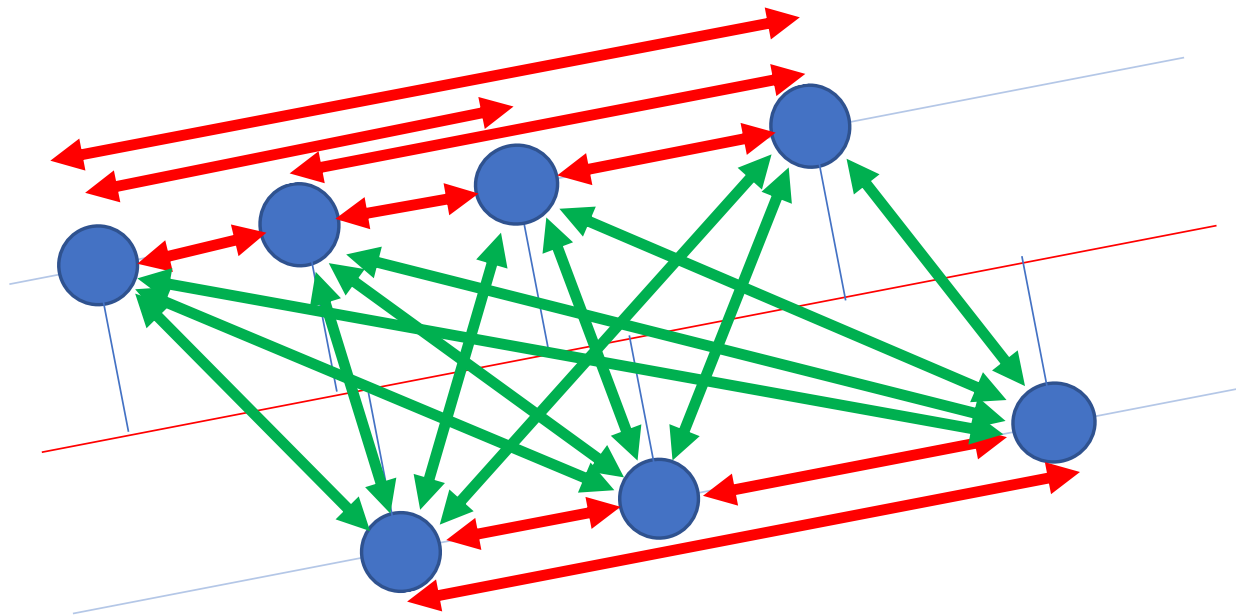
鳩の巣原理を利用した解法



\overrightarrow{AC} または \overrightarrow{CA} が目的の
方向ベクトル

Yes の場合、全ての点は高々2本の直線に乗っている
3点選んだ時、そのうちの
いずれかの2点は同一直線に乗っている
3点 A, B, C を選び、 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CA} のみを調べれば十分

乱択を利用した解法



ランダムにペアを選んだ時、**求めたい直線**の方向ベクトルが得られるを考える。
N 点中 k 点が一方の直線に乗っている時、**目的のベクトル**が得られる確率は

$$1 - \frac{k \times (N - k)}{\frac{N}{2} \times (N - 1)}$$

これは k が $\frac{N}{2}$ 付近で最小となるが、最小値は $\frac{1}{2}$ 程度であり、十分な回数
試すことで高い確率で正解することができる。

注意

`double` で実装すると誤差で落ちる場合があります

整数か`long double` を使って実装すると安全です

Writer 解 / 統計

- Writer 解
 - TAB (C++ 88 行)
 - Tsuta_j (C++ 80 行)
 - rsk_0315 (C++ 96 行)
 - 統計
 - AC 率 (58/271)
 - FA
- IOIOI (16 min 27 sec)