

基于几何基元的匹配方法 (Geometric primitive based matching method)

基于几何基元的匹配方法 (Geometric primitive based matching method)

一、提取轮廓 (contour)

二、轮廓分割

降噪

链码

差分链码

具体流程

拐点的提取

平滑连接的分段点

三、基元拟合

调整分段点

相似实验结果

四、基元匹配

步骤

1、提取轮廓

一个目标物体轮廓上所有点的点集 (坐标位置) $S=\{(x_i, y_i) \mid i=1, 2, 3 \dots m\}$

2、轮廓分割

将点集分割成线段、圆弧

3、基元拟合

用点集拟合出用几何参数表达的形状方程

4、基元匹配

利用几何方程参数进行匹配

一、提取轮廓 (contour)

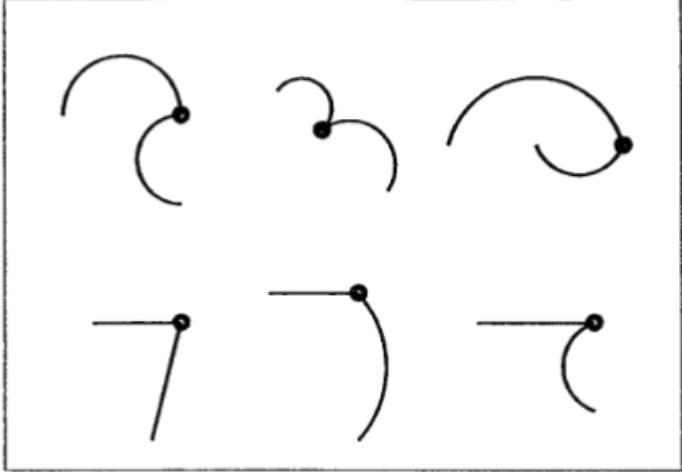
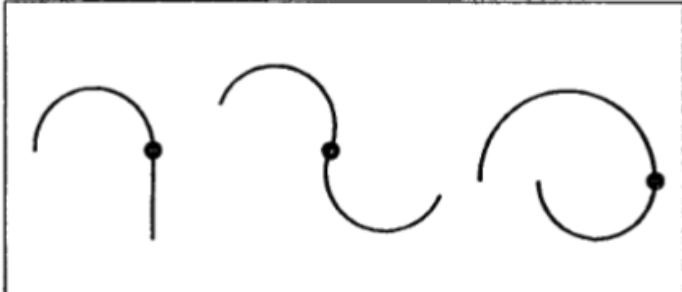
```
1 | contours, hierarchy = cv2.findContours(thresh, 0.5)
2 | #contours是图像中所有轮廓的Python列表。每个单独的轮廓是对象的边界点的(x, y)坐标的Numpy
  | 阵列。
```

Suzuki S , Be K . Topological structural analysis of digitized binary images by border following[J]. Computer Vision Graphics and Image Processing, 1985, 30(1):32-46.

二、轮廓分割

对于给定数量的基元 (n) , 可以是弧或线段, 目标是划分边界数据集 (按逆时针顺序排列) :

轮廓是几何基元的集合, 关键是找到分段点

| 分割点 | 图示 |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 拐点：轮廓的切线是不连续的 |  |
| 平滑连接：其切线是连续的，曲率不连续 |  |

降噪

链码表示中，代表切线方向的“代码”被分配给曲线上的每个点，因此差分链码是两个相邻点之间的切线方向的变化。8链码对噪声非常敏感，使用噪声过滤技术来平滑数据。

每个轮廓上点的坐标取其领域 h 点集的坐标均值。

$$\begin{aligned} x_j &= \frac{1}{2h+1} \sum_{j-h \leq l \leq j+h} x_l \\ y_j &= \frac{1}{2h+1} \sum_{j-h \leq l \leq j+h} y_l \end{aligned} \quad (19)$$

其中 h 是点 p_i 处领域宽度，邻域平均的应用具有使边界率变化变弱。

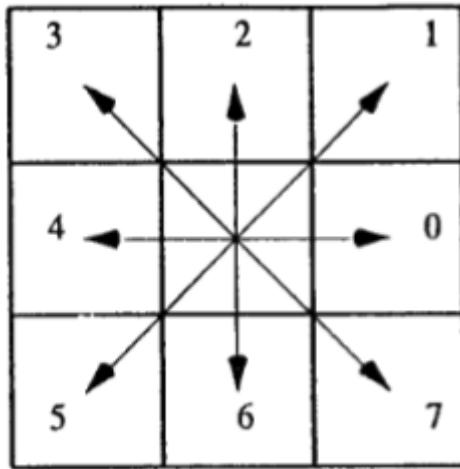
链码

从**边界**（曲线）起点 S 开始，按**顺时针**方向观察每一线段走向，并用相应的指向符表示，结果就形成表示该**边界**（曲线）的数码**序列**，称为原链码。

$$\zeta_{j,k} = \tan^{-1} \left[\frac{y_j - y_{j-k}}{x_j - x_{j-k}} \right], \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

m 个点的序列描述闭合轮廓。 S 的链码由以下序列组成， k 为支撑长度，下图为 $k=1$ 的情况。

k 越大噪声影响越小



差分链码

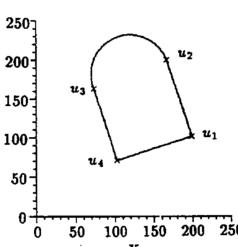
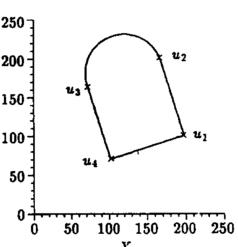
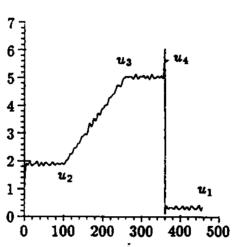
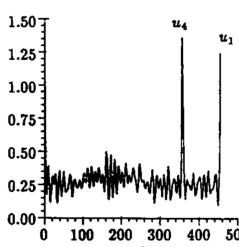
$$\delta_{j,k} = \tan^{-1} \left[\frac{y_{j+k} - y_j}{x_{j+k} - x_j} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{y_j - y_{j-k}}{x_j - x_{j-k}} \right]$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

其中 δ_j , k 是在点 p_j 处具有支撑长度 k 的切线角的变化。

差分链码可以反应切线方向的变化率。

具体流程

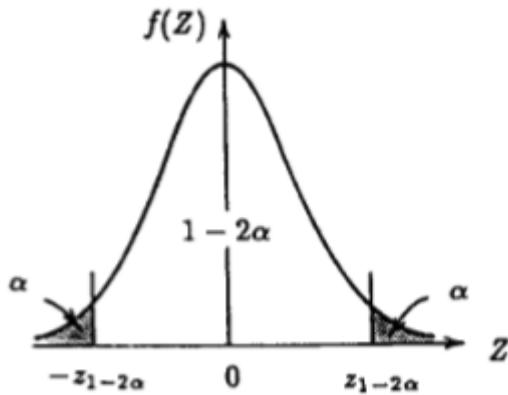
| 原始轮廓 | 均值滤波 | 链码 | 差分链码 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |
| 右下角为U1, 逆时针依次为U2、U3、U4 | | 平滑连接成为倾斜段的两个端点 | $\delta_{j,k}$ 序列中的两个尖峰表示拐点 |

拐点的提取

$$\bar{\delta}_{j,k} = |\delta_{j,k} - \mu_\delta|, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

差分链码减去均值 μ_δ 的绝对值、代表偏离平均值的绝对值，用绝对值建立高斯分布，在某个置信范围内选取阈值。将偏离均值最大的一部分点作为分段点。

$$T_b = z_{1-2\alpha} \sigma_b \quad (2)$$



阈值由标准差求得

非极大值抑制判断标准：大于阈值且为邻域最大值

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_{j,k} &\geq T_b \\ \text{and:} \\ \tilde{\delta}_{j,k} &> \tilde{\delta}_{l,k}, \quad \text{for } j-k \leq l \leq j+k, \quad \text{and } l \neq j \end{aligned} \tag{3}$$

符合条件的点视为拐点。

平滑连接的分段点

为了稳定后续操作，首先通过将比例因子乘以切线\$，k来标准X和Y方向上的比例。

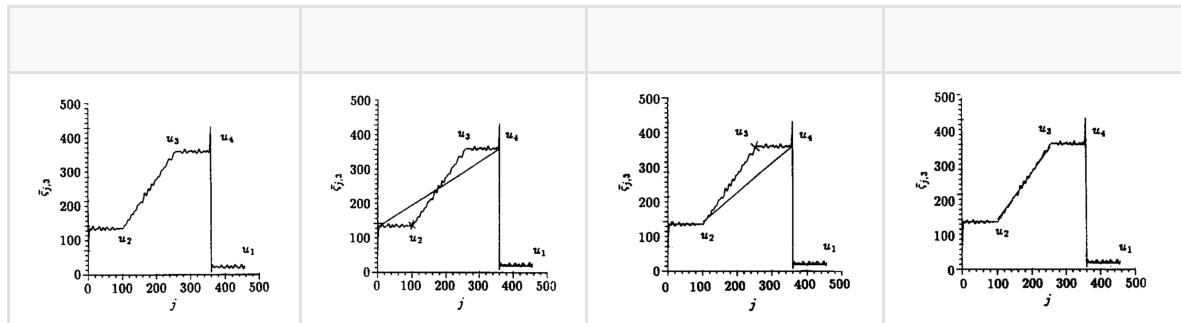
$$\bar{\zeta}_{j,k} = \frac{m}{2\pi} \zeta_{j,k}, \quad j = 1, 2, \dots, m \tag{4}$$

分段线性逼近，得到平滑连接点。数据和近似函数之间的最大误差是检测分裂点的标准。

$$E_\infty(u_1, u_{i+1}) = \max_j \epsilon_{i,j} \tag{5}$$

逼近误差，其中 $\epsilon_{i,j}$ 是区间*i*的第*j*个点与其近似函数之间的欧几里德距离，并且 (u_1, u_{i+1}) 是区间的两个端点。

达到分段数量或者误差低于某一个值时停止分裂。



三、基元拟合

圆弧：近似段不平行于X轴

线段：近似段与X轴平行（斜率为零）。

$$\begin{aligned} e_j^2 &= (f(x_j, y_j))^2 \\ \text{where:} \\ f(x, y) &= Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

直线的误差

$$\epsilon_{i,j}^2 = (x_{i,j} \cos \theta_i + y_{i,j} \sin \theta_i - d_i)^2, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, m_i, \quad \text{and } i \in \mathcal{I}_l$$

圆弧的误差

$$\epsilon_{i,j}^2 = \left(\left((x_{i,j} - a_i)^2 + (y_{i,j} - b_i)^2 \right)^{1/2} - r_i \right)^2, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, m_i, \quad \text{and } i \in \mathcal{I}_c$$

调整分段点

BA-1

□

Step 0. Set the step-size $D = 1$.

Step 1. For $i = 1$ to n , do:

1.1. Compute

$$\epsilon'_0 = (E_2(u_{i-1}, u_i - 1) + E_2(u_i, u_{i+1} - 1)),$$

$$\epsilon'_1 = (E_2(u_{i-1}, u_i - 1 - D)$$

$$+ E_2(u_i - D, u_{i+1} - 1)), \text{ and}$$

$$\epsilon'_2 = (E_2(u_{i-1}, u_i - 1 + D)$$

$$+ E_2(u_i + D, u_{i+1} - 1)).$$

1.2. If $\min\{\epsilon'_1, \epsilon'_2\} < \epsilon'_0$, then:

if $\epsilon'_2 > \epsilon'_1$, set $u_i = u_i - D$, and go to Step 1.1;

else set $u_i = u_i + D$, and go to Step 1.1.

Step 2. If any break points have been adjusted, repeat

Step 1;

. else stop.

选择最小的步长， $D = 1$ 。在步骤1中，断点向左或向右逐点移动，直到每对相邻间隔的误差范数最小化。步骤2检查在前一次迭代中是否有任何改进。如果误差范数已经减小，则再执行一次迭代；否则，算法终止。由于这是严格减少的过程，因此算法无法循环。

BA-2

改进算法先用大步长 **Step 0.** For $D = D_{\max}$ down to 1, do

BA-1.

相似实验结果

1. 提取轮廓

2. 多边形近似

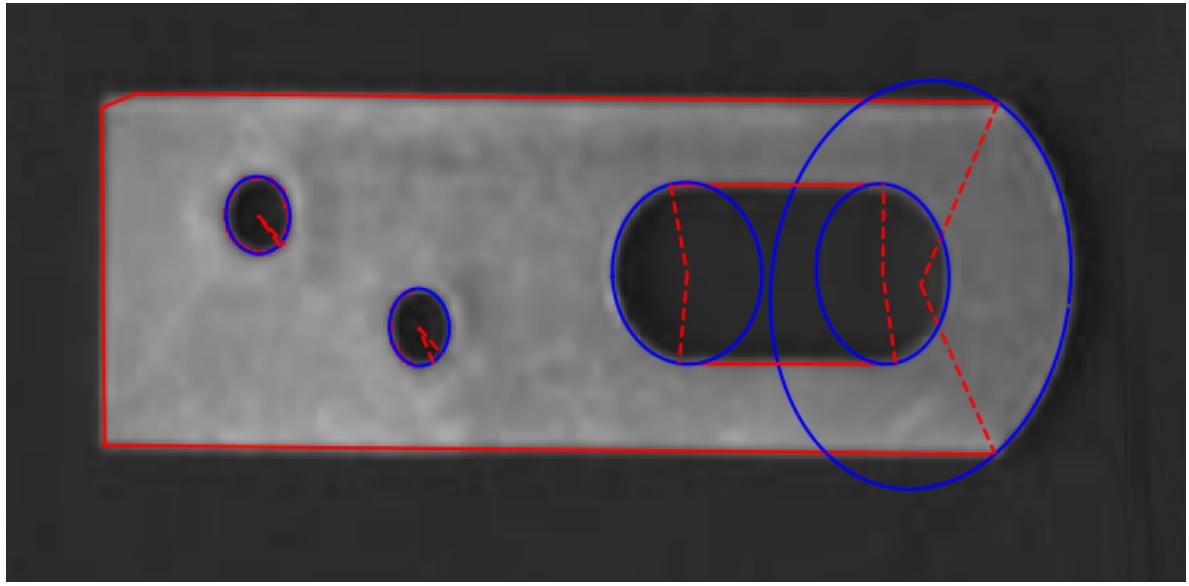
```
1 | epsilon = elength * cv2.arcLength(cnt, True) # 多边形拟合偏差 epsilon = 0.05 * 周长
```

3. 轮廓分割

阈值 $T = \text{mean_disten}$ 点集平均距离

当两点之间距离大于 mean_disten 时视为线段，点集数量大于 6 的时候拟合为椭圆

4. 基元拟合用最小二乘法



结果为几何基元

$$CP = \{GF_i | i = 1, 2, \dots, n\} \quad (7)$$

$$GF_i = \begin{cases} L_i, & i \in I_1 \\ C_i, & i \in I_c \end{cases} \quad (8)$$

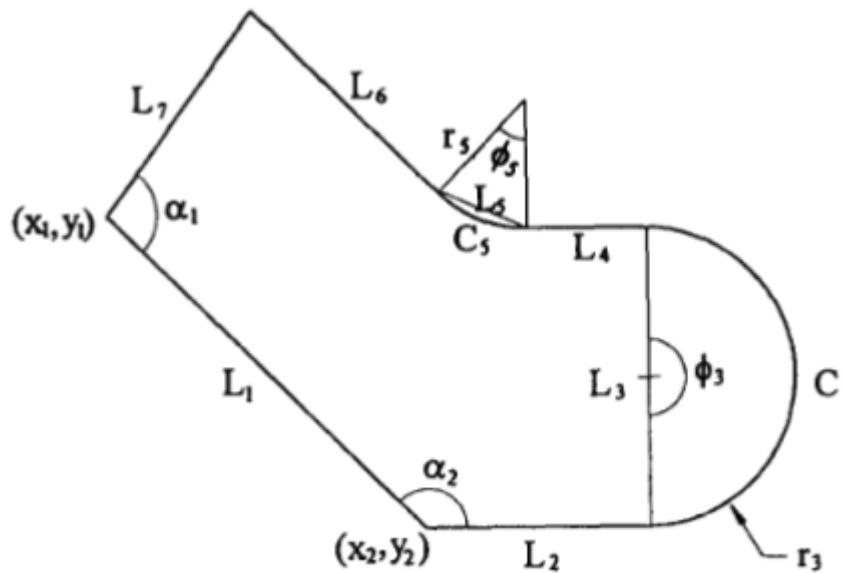
四、基元匹配

The shape model

描述CP

$$L_i = \{k_i, \alpha_i\}, i \in I_1 (k_i = l_i/l_1) \quad (9)$$

$$C_i = \{\lambda_i, \alpha_i, \pm\phi_i\}, i \in I_c (\lambda_i = r_i/l_1) \quad (10)$$



圆弧弦长

$$k_i = 2 \times \lambda_i \times \sin(\phi_i/2), i \in I_c \quad (11)$$

法线式: $x \cdot \cos\alpha + y \sin\alpha - p = 0$ 【适用于不平行于坐标轴的直线】

过原点向直线做一条的垂线段, 该垂线段所在直线的倾斜角为 α , p 是该线段的长度

$$L_i : X \cos \omega_i + Y \sin \omega_i = \delta_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$C_i : (X - u_i)^2 + (Y - v_i)^2 = \lambda_i^2, i \in I_c \quad (13)$$

假设 L_1 为单位线段

$$\begin{pmatrix} X^s \\ Y^s \end{pmatrix} = l_1 \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} L_i : (X^s - x_1) \cos(\omega_i + \theta_1) + (Y^s - y_1) \sin(\omega_i + \theta_1) \\ = \delta_i l_1, i \in I_c \end{aligned} \quad (15)$$

$$C_i : (X^s - \bar{u}_i l_1 - x_1)^2 + (Y^s - \bar{v}_i l_1 - y_1)^2 = (\lambda_i l_1)^2, i \in I_c \quad (16)$$

形状仿射变换变换后线方程 与 (比例) (角度) (位移) 参数有关

$$E_{i,j} = \begin{cases} |(x_{i,j} - x_1) \cos(\theta_1 + \omega_i) + (y_{i,j} - y_1) \sin(\theta_1 + \omega_i) - \delta_i l_1|, & j = 1, 2, \dots, m_i \quad i \in I_i \\ |(x_{i,j} - \bar{u}_i l_1 - x_1) \cos(\psi_{i,j}) + (y_{i,j} - \bar{v}_i l_1 - y_1) \sin(\psi_{i,j}) - \lambda_i l_1|, & j = 1, 2, \dots, m_i \quad i \in I_c \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \min_{x_1, y_1, t_1, E_m \geq 0, \theta_1} E_{\max} \\ & \text{subject to } E_{i,j} \leq E_{\max}, j = 1, 2, \dots, m_i; i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (18)$$

最小化误差。得到匹配形状的位置、比例、角度

[1] Ventura J A , Wan W . Accurate matching of two-dimensional shapes using the minimal tolerance zone error[J]. Image and Vision Computing, 1997, 15(12):889-899.

[2] Chen J M , Ventura J A , Wu C H . Segmentation of planar curves into circular arcs and line segments[J]. Image and Vision Computing, 1996, 14(1):71-83.