

1 Elektrostatik

Coulombsches Gesetz: $\mathbf{F}_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$

Elektrisches Feld:

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) := \mathbf{F}_C(\mathbf{r})/q, \mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$

Elektrische Feldstärke: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$

Superposition: $\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\mathbf{R} - \mathbf{r}}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^3} \rho(\mathbf{r}) dV$

mit $Q = \int \rho(\mathbf{r}) d^3r$

diskrete Ladungsverteilung:

$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$

Elektrischer Fluss $\phi_E := \int \mathbf{E} d\mathbf{A}$:

$Q_{\text{innen}} = 0 \rightarrow \phi_E = 0$

$Q_{\text{innen}} > 0 \rightarrow \phi_E > 0$ (Quelle)

$Q_{\text{innen}} < 0 \rightarrow \phi_E < 0$ (Senke)

Gaußsches Gesetz: $\oint \mathbf{E} d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innen}}}{\epsilon_0}$

Feld einer Linienladung: $E(r) = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$

Feld einer Flächenladung: $E(r) = \Gamma/2\epsilon_0$

Innerhalb von Leitern (auch in Hohlräumen):

$\mathbf{E} = 0, Q = 0$

Gaußscher Satz: $\oint_A \mathbf{E} d\mathbf{A} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV$

Gaußsches Gesetz (differentielle Form): $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$

Potentielle Energie: $E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = -\int_{\infty}^r \mathbf{F}_C d\mathbf{s}$

Coulombpotential (Punktladung): $E_{\text{pot}}(\mathbf{r}) = Qq/4\pi\epsilon_0 r$

Zirkulationsgesetz: $\oint \mathbf{E} d\mathbf{s} = 0$

Elektrisches Potential:

$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{E_{\text{pot}}(\mathbf{r})}{q} = -\int_{\infty}^r \mathbf{E} d\mathbf{s}$

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r})$

Allgemeine Ladungsverteilung:

$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|} dV$

Elektrische Spannung:

$U_{12} = \Delta\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1 = -\int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{s}$

Poisson Gleichung: $\Delta\varphi = -\rho/\epsilon_0$

Dipolmoment: $\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d}$

Dipol: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{d}/2|} + \frac{-q}{|\mathbf{r} + \mathbf{d}/2|} \right)$

$r \gg d$: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{r}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Feld für $r \gg d$: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - r^2 \mathbf{p}}{r^5}$

Homogenes Feld: $\mathbf{M} = \mathbf{D} \times \mathbf{F} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$

$E_{\text{pot}} = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$

Kugelkonduktoren:

$\Delta\varphi = -\int_{\infty}^R \mathbf{E} d\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \rightarrow Q = 4\pi\epsilon_0 R U$

Kapazität: $C := Q/U$

Plattenkondensator: $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/A\epsilon_0$

$C = Q/U = \epsilon_0 A/d$

Kugelkondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R_2 R_1 / (R_2 - R_1)$

Parallelschaltung: $C_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n C_i$

Reihenschaltung: $1/C_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n (1/C_i)$

Energie gespeichert im Kondensator:

$E_C = \frac{1}{2} C U^2$

Plattenkondensator: $E_C = \frac{1}{2} \epsilon_0 V E^2$

Energiedichte: $\omega_C = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Permittivität ϵ_r : $C_{\text{Diel}} = \epsilon_r C_{\text{Vakuum}} = \epsilon_r C_0$

$E_{\text{Diel}} = \frac{E_{\text{Vak}}}{\epsilon_r}$

Polarisation: $\mathbf{P} = (1/V) \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$

$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{Diel}}$

elektrische Suszeptibilität $\chi = \epsilon_r - 1$

Dielektrische Verschiebung:

$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{Diel}} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{Diel}} = \epsilon_0 \mathbf{E}_{\text{Vak}}$

1. Maxwellsche Gleichungen in Materie:

$\oint \mathbf{D} d\mathbf{A} = Q_{\text{frei}}$

$\oint \mathbf{E} d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{frei}}}{\epsilon_r \epsilon_0}$

Elektrische Feldenergie: $W_e = Q^2/2\epsilon_r C_0$

Energiedichte: $\omega_e = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}^2 = \frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D}$

2 Elektrische Gleichströme

Elektrischer Strom: $I := dQ/dt$

Elektrische Stromdichte: $|\mathbf{j}| = I/A = dQ/dt d\mathbf{r}$

Technische Stromrichtung: Flußrichtung der

positiven Ladungsträger!

Ladungsfluss: $U = \varphi_b - \varphi_a = E \Delta l$

Differentieller Widerstand: $r = dU/dI$

Differentielle Leitfähigkeit: $S = dI/dU$

Ohmscher Leiter $\rightarrow r = \text{const.}$

Ohmsches Gesetz: $U = RI$

$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = nq_e \mathbf{v}_D$

$I = \mathbf{j} A$

Spezifische Leitfähigkeit: $\sigma = l/RA = S(l/A)$

Spezifische Widerstand: $\rho = 1/\sigma = R(A/l)$

ohmsche Leiter: $\mathbf{v}_D = \mu \mathbf{E}$

Elektronenbeweglichkeit $\mu = q\tau/m$

Mittlere Zeit zwischen zwei Wechselwirkungen: τ

Elektrische Leistung: $P = U \cdot I$

Ohmscher Leiter: $F = RI^2, F = U^2/R$

Kirchhoffsche Regeln:

Knotenregel: An jedem Knoten gilt: $\sum I_k = 0$

Maschenregel: Für jede Masche gilt: $\sum U_k = 0$

Reihenschaltung: $R = \sum_{i=1}^n R_i$

Parallelschaltung: $1/R = \sum_{i=1}^n (1/R_i)$

Spannungsquelle (R_i : Innenwiderstand):

$U_{kl} = U_0 - IR_i \Rightarrow R_i \rightarrow 0$

Stromquelle: $R_i \rightarrow \infty$

3 Magnetostatik

H : magnetische Erregung

B : Magnetfeld und magnetische Flussdichte

Magnetischer Kraftfluss: $\phi_m = \int \mathbf{B} d\mathbf{A}$

Lorentzkraft: $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$

Leiter: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\mathbf{F} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$

Zyklotronfrequenz: $\omega = (q/w)B$

Leiterschleife: Magnetisches Moment:

$\mu = I \mathbf{A} = I \mathbf{A} \mathbf{n}$

Drehmoment auf einen magnetischen Dipol:

$\mathbf{M} = \mu \times \mathbf{B}$

Hallspannung:

$U_H = IB/nqd = R_H (IB/d)$

Leiter vekoriell: $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (\hat{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}})$

Quellfreiheit: $\oint_A \mathbf{B} d\mathbf{A} = 0$

Ampersches Durchflutungsgesetz:

$\oint \mathbf{B} d\mathbf{s} = \mu_0 \sum_k I_k = \mu_0 I_{\text{innen}}$

Spule: $B = \mu_0 n I$

Biot-Savart-Gesetz:

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'$

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{s}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$

Z-Feld einer Leiterschleife:

$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$

Leiterschleife ($r \gg R$):

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(3 \frac{\mu \cdot \mathbf{r}}{r^5} \mathbf{r} - \frac{1}{r^5} \mu \right)$

Magnetisierung: $\mathbf{M} = (1/V) \sum_i \mu_i$

Magnetfeld aufgrund der Magnetisierung M :

$\mathbf{B}_{\text{mag}} = \mu_0 (I_m/l) \hat{\mathbf{n}} = \mu_0 \mathbf{M}$

$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{\text{mag}} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{M}$

Magnetische Erregung: $\mathbf{H} := (1/\mu_0) \mathbf{B} - \mathbf{M}$

$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$

$\oint \mathbf{H} d\mathbf{s} = I_{\text{frei}}$

Magnetische Suszeptibilität: χ_m

Magnetisierung: $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$

$\mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}$

Relative Permeabilität: $\mu = \chi_m + 1$

$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$

$\chi_m > 0, \mu > 1$: Paramagnetismus

$\chi_m < 0, \mu < 1$: Diamagnetismus

$\chi_m \gg 0, \mu \gg 1$: Ferromagnetismus

Sättigungsmagnetisierung: \mathbf{M}_s

Curie-Gesetz: $\mathbf{M} = \frac{1}{3} \frac{\mu B_{\text{ext}}}{k_B T} \mathbf{M}_s \sim \frac{1}{T}$

Grenzflächen mit unterschiedlichen μ :

$H_{\parallel}^{(1)} = H_{\parallel}^{(2)} \quad \frac{B_{\parallel}^{(1)}}{\mu_1} = \frac{B_{\parallel}^{(2)}}{\mu_2}$

$B_{\perp}^{(1)} = B_{\perp}^{(2)} \quad \mu_1 H_{\perp}^{(1)} = \mu_2 H_{\perp}^{(2)}$

4 Induktion

Faradaysches Induktionsgesetz:

$U_{\text{ind}} = \oint \mathbf{E}_{\text{ind}} d\mathbf{s} = -\dot{\phi}_m$

Leiterschleife: $U_{\text{ind}} = vBl$

Induktionsgesetz: $\oint \mathbf{E} d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} d\mathbf{A}$

Lenzsche Regel: Induktion wirkt der Ursache stets

entgegen.

Rotierende Leiterschleife:

$\phi_m = \int \mathbf{B} d\mathbf{A} = BA \cos \omega t$

$U_{\text{ind}} = -\dot{\phi}_m(t) = \omega BA \sin \omega t$

Induktivität L : $\phi_m = L \cdot I$

Induktivitäten:

Spule: $L = \mu \mu_0 (N^2/l) A$

Drahtschleife: $L = \mu_0 R \ln(R/r)$

Doppelleitung: $L = (\mu_0 l/\pi) \ln(a/r)$

Koaxialkabel: $L = (\mu_0 l/2\pi) \ln(r_a/r_i)$

Selbstinduktion: $U_{\text{ind}} = -\dot{\phi}_m = -L \dot{I}$

Ampere-Maxwell-Gesetz:

$\oint \mathbf{B} d\mathbf{s} = \mu_0 \int \mathbf{j} d\mathbf{A} + \mu_0 \epsilon_0 \int \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} d\mathbf{A}$

In Materie: $\oint \mathbf{H} d\mathbf{s} = \mu_0 \int \mathbf{j} d\mathbf{A} + \mu_0 \epsilon_0 \int \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{A}$

5 Schaltungen

5.1 Gleichstrom

LR-Glied:

Einschalten: $I(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-tR/L})$

Ausschalten: $I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-tR/L}$

RC-Glied:

Einschalten: $I(t) = \frac{U_0}{R} e^{-t/RC}$

Ausschalten: $I(t) = -\frac{U_0}{R} e^{-t/RC}$

5.2 Wechselstrom

Wirkleistung:

$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = \frac{1}{2} U_0 = (1/T) \int_0^T P(t) dt$

Blindleistung: Q

Scheinleistung: $S^2 = P^2 + Q^2$

Induktiver Widerstand:

$U(t) = U_0 \cos \omega t$

$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \pi/2)$

$I_0 = U_0/\omega L$

Kapazitiver Widerstand:

$U(t) = U_0 \cos \omega t$

$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \pi/2)$

$I_0 = \omega C U_0$

Ohmscher Widerstand: $Z_R = R, \varphi = 0$

Induktiver Widerstand: $Z_L = \omega L, \varphi = -90$

Kapazitiver Widerstand: $Z_C = 1/\omega C, \varphi = 90$

5.3 Komplexe Darstellung

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$

$I(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)} = I_0 e^{i\varphi} e^{i\omega t}$

Ohmscher Widerstand:

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$

$I(t) = (U_0/R) e^{i\omega t} = \hat{I} e^{i\omega t}$

Induktiver Widerstand:

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$

$I(t) = (U_0/i\omega L) e^{i\omega t} = \hat{I} e^{i\omega t}$

Kapazitiver Widerstand:

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$

$I(t) = i\omega C U_0 e^{i\omega t} = \hat{I} e^{i\omega t}$

Impedanzen:

$\hat{Z}_R = R$

$\hat{Z}_L = i\omega L = \omega L e^{i(\pi/2)}$

$\hat{Z}_C = 1/i\omega C = (1/\omega C) e^{-i(\pi/2)}$

Ohmsches Gesetz: $\hat{U} = \hat{Z} \cdot \hat{I}$

RC-Serienschaltung:

$I(t) = I_0 e^{i\omega t}$

$U(t) = \hat{Z} I_0 e^{i\omega t}$

$\hat{Z} = (R + 1/i\omega C)$

RC-Parallelschaltung:

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$
 $I(t) = U_0 (1/\widehat{Z}) e^{i\omega t}$
 $1/\widehat{Z} = 1/R + i\omega C$
 Erweiterte Kirchhoffsche Regeln:
 Knotenregel: $\sum \widehat{I} = 0$
 Maschenregel: $\sum \widehat{U} = 0$
 Reihenschaltung: $\widehat{Z} = \sum \widehat{Z}_i$
 Parallelschaltung: $\widehat{Z}^{-1} = \sum \widehat{Z}_i^{-1}$
 RLC-Schwingkreis ohne Stromquelle:
 $I(t) = C_1 e^{-\gamma t} e^{i\omega_R t} + C_2 e^{-\gamma t} e^{-i\omega_R t}$
 $\omega_R = (\omega_0^2 - \gamma^2), \omega_0^2 = 1/LC, \gamma = R/2L$
 $\gamma < \omega_0$: Schwingfall
 $\gamma > \omega_0$: Kriechfall
 $\gamma = \omega_0$: aperiodischer Grenzfall
 Mit Stromquelle:
 $I(t) = U_0 \frac{1}{\widehat{Z}} e^{i\omega t} = e^{i\omega t}$.

$$\left(\frac{U_0 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - i \frac{U_0 \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)$$

 Unbelasteter (verlustfreier) Transformator:
 $U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1$
 $I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$
 Elektrische Leistung im RC-Glied / elektrische Feldenergie: $W_{el} = \frac{1}{2} C U(t)^2$
 Elektrische Leistung im LR-Glied / magnetische Feldenergie: $W_{el} = \frac{1}{2} L I(t)^2$
 Energiedichte des elektrischen Feldes:
 $w_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} E D$
 Energiedichte des magnetischen Feldes:
 $w_m = \frac{1}{2} \mu \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} B H$
 Allgemein: $w_{elektromag} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H})$
6 Elektromagnetische Wellen
 Transversale Wellen
 → Ausbreitung senkrecht zur Schwingungsrichtung
 Longitudinale Wellen
 → Ausbreitung entlang der Schwingungsrichtung
 Harmonische Ebene Welle:
 $y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t)$
 $y(\mathbf{x}, t) = A \sin(\mathbf{kx} \pm \omega t)$
 Wellenzahl: $k = 2\pi/\lambda$
 Wellenlänge: $\lambda = 2\pi/k$
 Phasengeschwindigkeit: $v_{ph} = \omega/k$
 Amplitude A
 Winkelgeschwindigkeit: $\omega = 2\pi v = 2\pi/T$
 Fourier-Reihe:
 $f(t) = f(t + T)$

$$\rightarrow f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$a_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(i\omega t) dt$$

$b_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(i\omega t) dt$
 Fourier-Integral:
 $f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (a(\omega) \cos(\omega t) + b(\omega) \sin(\omega t)) d\omega$
 $a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt$
 $b(\omega) = - \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt$
 Klassische Wellengleichung:
 $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$
 $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \Delta \psi$
 Wellenpaket:
 $\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) e^{i(kx - \omega t)} dk$
 $A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, 0) e^{-i(kx)} dx$
 Phasengeschwindigkeit: $v_{ph} = \omega/k$
 Dispersionsrelation:
 $\omega = \omega(k) = \omega(k_0) + \frac{d\omega}{dk}|_{k_0} (k - k_0) + \dots$
 Gruppengeschwindigkeit: $v_{gr} = d\omega/dk$
 Elektromagnetische Wellengleichungen:
 $\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \mathbf{E} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0} \Delta \mathbf{E}$
 $\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \Delta \mathbf{B} \quad \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0} \Delta \mathbf{B}$
 Linear polarisierte, ebene Wellen: $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \hat{e}_y E_0 \sin(kx - \omega t)$
 $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \hat{e}_z (E_0/c) \sin(kx - \omega t)$
 $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$
 \mathbf{E}, \mathbf{B} in Phase
 $|\mathbf{B}| = |\mathbf{E}|/c$
 $\mathbf{B} = (1/\omega)(\mathbf{k} \times \mathbf{E})$
 $c = \omega/k$
 Zirkular polarisierte, ebene Wellen:
 $E_{0,x} = E_0, y; \varphi = 90$
 Elliptisch polarisierte, ebene Wellen:
 $E_{0,x} \neq E_0, y; \varphi = 90$
 Kugelwellen: $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_0/r) \sin(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t), \mathbf{B} = (\mathbf{B}_0/r) \sin(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t), \mathbf{k} \parallel \mathbf{r}$
 Poynting-Vektor: $\mathbf{S} = (1/\mu_0)(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$
 Hertzner Dipol:
 Eigenfrequenz: $1/\sqrt{LC}$
 Nahfeld: $E \sim 1/r^3, B \sim 1/r^2, \varphi = 90$
 Fernfeld: $E \sim 1/r, B \sim 1/r, \mathbf{E} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$
 Drahtwelle:
 $I_0(z) = I_0 \cos(\pi x/e)$
 $U_0(z) = I_0 \sin(\pi x/e)$
 Strahlungsgleichung:
 $S(r, v) = \frac{p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} \sin^2(\omega t - kr)$
 $\lambda = c/\nu$

7 Optik
 Phasengeschwindigkeit:
 $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, c' = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0}}$
 Amplitude: $E = cB$
 Energiefluss: $\mathbf{S} = (1/\mu_0)(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$
 Intensität: $I = |\mathbf{S}| = \varepsilon_0 c E^2$
 Spalt, Nullstellen: $a \sin \theta = m\lambda, m \in \mathbb{N}$
 Intensitätsverteilung für Beugung am Einzelspalt:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta} \right)^2$$

 Doppelspalt mit unendlich dünne Spaltbreite:
 Interferenzmaxima: $d \sin \theta = m\lambda, m \in \mathbb{N}_0$
 Interferenzminima: $d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda, m \in \mathbb{N}_0$
 Intensitätsverteilung: $I = 4I_0 \cos^2 \frac{1}{2} \delta$
 $\delta = (2\pi/\lambda) d \sin \theta$
 Doppelspalt mit Spaltbreite a :

$$I = 4I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2} \phi}{\frac{1}{2} \phi} \right)^2 \cos^2 \frac{1}{2} \delta$$

 $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$
 Fraunhofer-Beugung:
 $E(\theta, t) \sim e^{i\omega t} \int A(x) e^{iKx} dx, K = k \sin \theta$
 Mehrfachspalt:

$$I(\theta) \sim \left(\frac{\sin\left(Mk \frac{d}{2}\right)}{\sin\left(k \frac{d}{2}\right)} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(k \frac{a}{2}\right)}{k \frac{a}{2}} \right)^2$$

 Hauptmaxima: $\sin \phi_n = n(\lambda/d), m \in \mathbb{N}_0$
 Auflösungsvermögen: $\lambda/\Delta\lambda \leq nm$
 Anzahl Spalte: m
 Ordnung: n
 Gesetz von Snellius: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
 Kritischer Winkel: $\sin \theta_k = n_1/n_2$
 Gesetz von Malus: $I = I_0 \cos^2 \theta$
 Fresnelsche Formeln:
 $R_{\perp}(\alpha, \beta) = \left(\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$
 $R_{\parallel}(\alpha, \beta) = \left(\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right)^2$
 $T_{\perp}(\alpha, \beta) = \left(\frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$
 $T_{\parallel}(\alpha, \beta) = \left(\frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$
 Gesetz von Brewster: $\tan \theta_{Br} = n_2/n_1$
 Reflexionskoeffizient bei senkrechten Einfall:

$$R_{\parallel} = R_{\perp} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

 Linsengleichung: $1/g + 1/b = 1/f$

$$\text{Brennweite: } f = \frac{r_1 r_2}{(n - 1)(r_1 + r_2)}$$

 $B/G = b/g$
 Parallelstrahl → Brennstrahl
 Zentralstrahl → Zentralstrahl
 Brennstrahl → Parallelstrahl

8 Werte
 $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$
 $\mu_0 = 1.2566 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
 $e = 1.602 \text{ C}$
9 Extras
 $\mu_0 \varepsilon_0 = 1/c^2$
 $\widehat{Z} = |\widehat{Z}| \cdot e^{i\varphi} \quad |\widehat{Z}| = \sqrt{(\Re \widehat{Z})^2 + (\Im \widehat{Z})^2}$
 $\varphi = \arctan \Im \widehat{Z} / \Re \widehat{Z}$ Maxwell-Gleichungen:
 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 $\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
 Makroskopische:
 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{frei}}$
 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 $\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
 $\rho_{\text{frei}} = \rho - \rho_{\text{pol}} = \rho + \div \mathbf{P}$
 Integrale Form:
 $\oint_{\partial V} \mathbf{D} d\mathbf{A} = \int_V \rho dV = Q(V)$
 $\oint_{\partial V} \mathbf{B} d\mathbf{A} = 0$
 $U_{\text{ind}} = \oint_{\partial A} \mathbf{E} ds = - \int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{A}$
 $\oint_{\partial A} \mathbf{H} ds = \int_A \mathbf{j} d\mathbf{A} + \int_A \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{A}$
 Tiefpass:
 $\widehat{U}_e = \widehat{U}_R + \widehat{U}_C, \widehat{U}_C = \widehat{U}_a, \widehat{I}_R = \widehat{I}_C = \widehat{I}_0$
 $\rightarrow \widehat{U}_e = \widehat{Z}_R \widehat{I}_0 + \widehat{Z}_C \widehat{I}_0$
 $\rightarrow \widehat{I}_0 = \widehat{U}_e / (\widehat{Z}_R + \widehat{Z}_C)$
 $\rightarrow \widehat{U}_C = \widehat{U}_a = \widehat{U}_e (\widehat{Z}_C / (\widehat{Z}_R + \widehat{Z}_C))$
 Ringspule mit Lücke:
 $\mu_1 H_{\perp}^{(1)} = \mu_2 H_{\perp}^{(2)} \rightarrow \mu_{\text{Fe}} H_{\text{Fe}} = H_{\text{Luft}}$
 $\oint \mathbf{H} ds = I_i = NI$
 $\oint \mathbf{H} ds = \int_{\text{Luft}} H_{\text{Luft}} ds + \int_{\text{Fe}} H_{\text{Fe}} ds$
 $\oint \mathbf{H} ds = \int_{\text{Luft}} H_{\text{Luft}} ds + \int_{\text{Fe}} (H_{\text{Luft}}/\mu_{\text{Fe}}) ds$
 $NI = H_{\text{Luft}} d + (H_{\text{Luft}}/\mu_{\text{Fe}})(2\pi R - d)$

$$\rightarrow H_{\text{Luft}} = \frac{\mu_{\text{Fe}} NI}{2\pi R + (\mu_{\text{Fe}} - 1)d}$$

 $B_{\text{Luft}} = \mu_0 H_{\text{Luft}} = B_{\text{Fe}}$
 Ring mit Paramagnet:
 $B_{\text{Fe}} = \mu_0 \mu_{\text{Fe}} H_{\text{Fe}} = B_{\text{Para}}$
 $H_{\text{Para}} = B_{\text{Para}}/\mu_0 - M \quad \oint \mathbf{H} ds = 0 = \int_{\text{Fe}} H_{\text{Fe}} ds + \int_{\text{Para}} H_{\text{Para}} ds$
 $0 = H_{\text{Fe}}(2\pi R - d) + (B_{\text{Para}}/\mu_0 - M)d$
 $0 = H_{\text{Fe}}(2\pi R - d) + (\mu_{\text{Fe}} H_{\text{Fe}} - M)d$

$$\rightarrow H_{\text{Fe}} = \frac{dM}{2\pi R + (\mu_{\text{Fe}} - 1)d}$$