1 Elektrostatik

Coulombsches Gesetz: $\mathbf{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$

Elektrisches Feld:
$\mathbf{E}(\mathbf{r}) := \mathbf{F}_C(\mathbf{r})/q, \mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$

Elekrische Feldstärke: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

Superposition: $\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathbf{R}-\mathbf{r}}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|^3}\rho(\mathbf{r})\mathrm{d}V$

mit $Q = \int\rho(\mathbf{r})\mathrm{d}^3r$, diskrete Landungsverteilung:
$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$

Elektrischer Fluss $\phi_E := \int \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A}$:
$Q_{\text{innen}} = 0 \to \phi_E = 0$
$Q_{\text{innen}} > 0 \to \phi_E > 0$ (Quelle)
$Q_{\text{innen}} < 0 \to \phi_E < 0$ (Senke)

Gaußsches Gesetz: $\oint \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innen}}}{\varepsilon_0}$

Feld einer Linienladung: $E(r) = \lambda/2\pi\varepsilon_0 r$
Feld einer Flächenladung: $E(r) = \Gamma/2\varepsilon_0$
Innerhalb von Leitern (auch in Hohlräumen): $\mathbf{E} = 0, Q = 0$

Gaußscher Satz: $\oint_A \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}\mathrm{d}V$

Gaußsches Gesetz (differentielle Form): $\nabla\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$

Potentielle Energie: $E_{pot}(\mathbf{r}) = -\int_\infty^r \mathbf{F}_C\mathrm{d}\mathbf{s}$

Coulombpotential (Punktladung): $E_{pot}(\mathbf{r}) = Qq/4\pi\varepsilon_0 r$

Zirkulationsgesetz: $\oint \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s} = 0$

Elektrisches Potential: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{E_{pot}(\mathbf{r})}{q} = -\int_\infty^{\mathbf{r}}\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s}$

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r})$

Allgemeine Ladungsverteilung:
$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}\mathrm{d}V$

Elektrische Spannug: $U_{12} = \Delta\varphi_{12} = \varphi_2-\varphi_1 = -\int_1^2\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s}$

Poisson Gleichung: $\Delta\varphi = -\rho/\varepsilon_0$

Dipolmoment: $\mathbf{p} = q\cdot\mathbf{d}$

Dipol: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{|\mathbf{r}-\mathbf{d}/2|}+\frac{-q}{|\mathbf{r}+\mathbf{d}/2|}\right)$

$r \gg d$: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Feld für $r \gg d$: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}-r^2\mathbf{p}}{r^5}$

Homogenes Feld: $\mathbf{M} = \mathbf{D}\times\mathbf{F} = \mathbf{p}\times\mathbf{E}$
$E_{pot} = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$

Kugelkonduktoren: $\Delta\varphi = -\int_\infty^R \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \to$
$Q = 4\pi\varepsilon_0 RU$

Kapazität: $C := Q/U$
Plattenkondensator: $E = \sigma/\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$
$C = Q/U = \varepsilon_0 A/d$
Kugelkondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 R_2R_1/(R_2-R_1)$
Parallelschaltung: $C_{ges} = \sum_{i=1}^n C_i$
Reihenschaltung: $1/C_{ges} = \sum_{i=1}^n(1/C_i)$
Energie gepeichert im Kondensator: $E_C = \frac{1}{2}CU^2$
Plattenkondensator: $E_C = \frac{1}{2}\varepsilon_0 VE^2$
Energiedichte: $\omega_C = \frac{1}{2}\varepsilon_0E^2$
Permittivität ε_r: $C_{\text{Diel}} = \varepsilon_r C_{\text{Vakuum}} = \varepsilon_r C_0$

$E_{\text{Diel}} = \frac{E_{\text{Vak}}}{\varepsilon_r}$ Polarisation: $\mathbf{P} = (1/V)\sum_{i=1}^n\mathbf{p}_i$

$\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E}_{Diel}$ elektrische Suszeptibilität $\chi = \varepsilon_r - 1$

Dielektrische Verschiebung: $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Diel}} + \mathbf{P} = \varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Diel}} = \varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Vak}}$

1. Maxwellsche Gleichungen in Materie:
$\oint \mathbf{D}\mathrm{d}\mathbf{A} = Q_{\text{frei}}$
$\oint \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{frei}}}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$

Elektrische Feldenergie: $W_e = Q^2/2\varepsilon_r C_0$
Energiedichte: $\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}^2 = \frac{1}{2}\mathbf{E}\mathbf{E}$

2 Elektrische Gleichströme

Elektrischer Strom: $I := \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$
Elektrische Stromdichte: $|\mathbf{j}| = I/A = \mathrm{d}Q/A\mathrm{d}t$
Technische Stromrichtung: Flußrichtung der positiven Ladungsträger!
Ladungsfluss: $U = \varphi_b - \varphi_a = E\Delta l$
Differentieller Widerstand: $r = \mathrm{d}U/\mathrm{d}I$
Differentielle Leitfähigkeit: $S = \mathrm{d}I/\mathrm{d}U$
Ohmscher Leiter $\to r =$const.
Ohmsches Gesetz: $U = RI$
$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} = nq_e\mathbf{v}_D$
Spezifische Leitfähigkeit: $\sigma = l/RA = S(l/A)$
Spezifische Widerstand: $\rho = 1/\rho = R(A/l)$
ohmsche Leiter: $\mathbf{v}_D = \mu\mathbf{E}$
Elektronenbeweglichkeit $\mu = q\tau/m$
Mittlere Zeit zwischen zwei Wechselwirkungen: τ
Elektrische Leistung: $P = U\cdot I$
Ohmscher Leiter: $F = RI^2, F = U^2/R$
Kirchhoffsche Regeln:
Knotenregel: An jedem Konten gilt: $\sum I_k = 0$
Maschenregel: Für jede Masche gilt: $\sum U_k = 0$
Reihenschaltung: $R = \sum_{i=1}^n R_i$
Parallelschaltung: $1/R = \sum_{i=1}^n(1/R_i)$
Spannungsquelle (R_i: Innewiderstand): $U_{kl} = U_0 - IR_i$
Stromquelle: $R_i \to \infty$

3 Magnetostatik

H: magnetische Erregung
B: Magnetfeld und magnetische Flussdichte
Magnetischer Kraftfluss: $\phi_m = \int\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A}$
Lorentzkraft: $\mathbf{F} = q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})$

Leiter: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\mathbf{F} = I(\mathbf{l}\times\mathbf{B})$
Zyklotronfrequenz: $\omega = (q/w)B$
Leiterschleife: Magnetisches Moment: $\mu = I\mathbf{A} = IA\mathbf{n}$
Drehmoment auf einen magnetischen Dipol: $\mathbf{M} = \mu\times\mathbf{B}$
Hallspannung: $U_H = (1/nq)(I/d)B = R_H(I/d)B$

Leiter vekoriell: $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\hat{l}\times\hat{r})$

Quellfreiheit: $\oint_A \mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A} = 0$
Ampersches Durchflutungsgesetz: $\oint \mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0\sum_k I_k = \mu_0 I_{\text{innen}}$
Spule: $B = \mu_0 nI$
Biot-Savart-Gesetz:
$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}')\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\mathrm{d}V'$
$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{s}'\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$

Z-Feld einer Stromschleife: $B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}$

Leiterschleife ($r \gg R$): $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{\mu\cdot\mathbf{r}}{r^5}\mathbf{r} - \frac{1}{r^5}\mu\right)$

Magnetisierung: $\mathbf{M} = (1/V)\sum_i \mu_i$
Magnetfeld aufgrund der Magnetisierung M:
$\mathbf{B}_{mag} = \mu_0(I_m/l)\hat{n} = \mu_0\mathbf{M}$
$\mathbf{b} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_{mag} = \mathbf{B}_0 + \mu_0\mathbf{M}$
Magnetische Erregung: $\mathbf{H} := (1/\mu_0)\mathbf{B} - \mathbf{M}$
$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$
$\oint \mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = I_{\text{frei}}$
Magnetische Suszeptibililät: χ_m
Magnetisierung: $\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H}$
$\mu_0\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mu_0\mathbf{M}$
Relative Permeabilität: $\mu = \chi_m + 1$
$\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H}$
$\chi_m > 0, \mu > 1$: Paramagnetismus
$\chi_m < 0, \mu < 1$: Diamagnetismus
$\chi_m \gg 0, \mu \gg 1$: Ferromagnetismus
Sättigungsmagnetisierung: $\mathbf{M}_s$

Curie-Gesetz: $\mathbf{M} = \frac{1}{3}\frac{\mu B_{ext}}{k_BT}\mathbf{M}_s \sim \frac{1}{T}$

Grenzflächen mit unterschiedlichen μ:

$$H_\parallel^{(1)} = H_\parallel^2 \qquad \frac{B_\parallel^{(1)}}{\mu_1} = \frac{B_\parallel^{(2)}}{\mu_2}$$
$$B_\perp^{(1)} = B_\perp^2 \qquad \mu_1H_\perp^{(1)} = \mu_2H_\perp^{(2)}$$

4 Werte

$\varepsilon_0 = 8.854\,16\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2}$
$\mu_0 = \pi\cdot4\times10^{-7}\,\mathrm{Vs/Am}$