

## 1 Mechanik

### 1.1 Kinematik des Massenpunktes

Ort:

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))^T$$

Geschwindigkeit:

$$\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{r}}(t) = (\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))^T = (v_x, v_y, v_z)^T$$

Beschleunigung:

$$\mathbf{a}(t) = \ddot{\mathbf{r}}(t) = (\ddot{x}(t), \ddot{y}(t), \ddot{z}(t))^T = (a_x, a_y, a_z)^T$$

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\mathbf{a}(t^2 - t_0^2)$$

#### 1.1.1 Schiefer Wurf

$$\mathbf{a}_0 = (0, 0, -g)^T, \mathbf{v}_0 = (v_{x,0}, 0, v_{z,0})^T, \mathbf{r}_0 = (0, 0, z_0)$$

$$\mathbf{r}(t) = (x_{z,0}t, 0, -\frac{1}{2}gt^2 + v_{z,0}t + z_0)$$

$$z(x) = -\frac{1}{2}(g/v_{x,0}^2)x^2 + (v_{z,0}/v_{x,0})x + z_0$$

Wurfweite:

$$x_w = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\varphi \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gz_0}{v_0^2 \sin^2 \varphi}}\right)$$

$$\text{Optimaler Winkel: } \sin \varphi_{opt} = (2 + 2gz_0/v_0^2)^{-\frac{1}{2}}$$

#### 1.1.2 Gleichförmige Kreisbewegung

$$\mathbf{r}(t) = (R \cos \varphi, R \sin \varphi)^T$$

$$\mathbf{v}(t) = (-R\dot{\varphi} \sin \varphi, R\dot{\varphi} \cos \varphi)^T$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit: } \omega = \dot{\varphi}$$

$$\mathbf{v} = \omega \times \mathbf{r}, \quad \omega = v/r$$

$$\omega = \text{const} \implies |\mathbf{r}(t)| = r = \text{const}, v = \text{const}$$

#### 1.1.3 Galilei-Transformation

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t, \quad \mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{u}, \quad \mathbf{a}' = \mathbf{a}$$

### 1.2 Newtonsche Dynamik

Impuls:  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$

$$\text{Kraft: } \mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)^T = \dot{\mathbf{p}}, \mathbf{F}_{ges} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

Trägheitsprinzip (Impulserhaltung):

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \text{const} \iff \mathbf{F} = 0$$

actio gleich reactio:  $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$

## 2 Kräfte und Kraftgesetze

### 2.1 Gravitation

Newtonsches Gravitationsgesetz:

$$\mathbf{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{e}_r, G = 6.67 \cdot 10^{-11}$$

träge Masse:  $\mathbf{F} = m\mathbf{T}\mathbf{a}$

schwere Masse:  $\mathbf{F} = m_s(GM_E/r_E^2)\mathbf{e}_r = m_s\mathbf{g}$

Äquivalenzprinzip:  $m_{schwer} \sim m_{trge}$  bzw.  $m_{schwer} = m_{trge}$  (bei dieser Wahl von  $\mathbf{g}$ )

### 2.2 Federkraft

Hook'sches Gesetz:  $F_x = F_x(\Delta x) = -k_F \Delta x$  (kleine Auslenkungen)

### 2.3 Normalkraft, Zwangskräfte

Schiefe Ebene:

Gewichtskraft:  $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$

Normalkraft:  $\mathbf{F}_N = mg \cos \alpha \mathbf{e}_y$

Hangabtriebskraft:  $\mathbf{F}_H = mg \sin \alpha \mathbf{e}_x$

### 2.4 Reibungskräfte

Gleitreibung:  $F_G = \mu_G F_N$

Haftreibung:  $F_H = \mu_H F_N, \mu_H > \mu_G$

### 2.5 Zentripetalkräfte

Zentripetalkraft:

$$\mathbf{F}_{zp} = m\omega \times (\omega \times \mathbf{r})$$

$$F_{zp} = m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

## 3 Arbeit, Energie, Leistung

Arbeit:  $\Delta W = \mathbf{F} \mathbf{x}$

$$W = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}(t) \frac{d\mathbf{r}}{dt} dt$$

Kinetische Energie:  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

Pot. Energie:  $E_{pot} = \frac{1}{2}mx^2$  (Verformung)

Pot. Energie:  $E_{pot} = mgh$  (Lageenergie)

Umwandlung von Energie:

$$dE_{kin} = \mathbf{F} d\mathbf{r} = -dE_{pot}$$

$$W = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = E_{kin}(\mathbf{r}_2) - E_{kin}(\mathbf{r}_1) = \Delta E_{kin}$$

$$W = \int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F} d\mathbf{r} = E_{pot}(\mathbf{r}_1) - E_{pot}(\mathbf{r}_2) = -\Delta E_{pot}$$

$$\text{Leistung: } P = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \mathbf{v}$$

Konservative Kraft:

$$\mathbf{F} \text{ konservativ} \iff \oint \mathbf{F} d\mathbf{r} = 0$$

$$\implies W_{12} = \int_1^2 \mathbf{F} d\mathbf{r} = E_{pot}(1) - E_{pot}(2)$$

Kraftfeld:  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r})$

Gravitationskraft:  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -G \frac{mM}{r^2} \mathbf{e}_r = f(r)\mathbf{e}_r$

Hom. Kraftfeld:  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = (0, 0, F_z)^T$  ist konservativ

Zentralkraftfeld:  $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = f(r)\mathbf{e}_r$  ist konservativ

Potentielle Energie des Gravitationsfeldes:

$$E_{pot}^{grav} = -G \frac{mM}{r}$$

Im konservativem Kraftfeld:

$$\mathbf{F} = -\nabla E_{pot} = -\text{grad} E_{pot}$$

$$= -\left(\frac{\partial E_{pot}}{\partial x}, \frac{\partial E_{pot}}{\partial y}, \frac{\partial E_{pot}}{\partial z}\right)$$

$$\text{Potential: } \Phi(\mathbf{r}) = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{E_{pot}(\mathbf{r})}{m}$$

$$E_{pot}(\mathbf{r}) = m\Phi(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla E_{pot}(\mathbf{r}) = -m\nabla\Phi(\mathbf{r})$$

$$\text{Gravitationspotential: } \Phi = -G \frac{M}{r}$$

$$\text{Gravitationsfeld: } \mathbf{G} = -G \frac{M}{r^2} \mathbf{e}_r$$

Energieerhaltung (konservative Kraftfelder):

$$E_{pot} + E_{kin} = E_{ges} = \text{const}$$

## 4 Systeme von Massenpunkten

$$\text{Gesamtmasse: } M = \sum_{i=1}^n m_i$$

Schwerpunkt:

$$\mathbf{r}_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i$$

$$\mathbf{r}_s = \frac{1}{M} \int_V \mathbf{r} dm = \frac{1}{M} \int_V \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) dV$$

### 4.1 Bewegung des Schwerpunkts

Geschwindigkeit:

$$\mathbf{v}_s = \frac{d\mathbf{r}_s}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$$

Schwerpunktimpuls:

$$\mathbf{p}_s = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = M \mathbf{v}_s$$

$$\text{Allgemeiner Impulssatz: } \dot{\mathbf{p}}_s = M \mathbf{a}_s = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

$$\text{System abgeschlossen} \iff \sum F_i = 0$$

$$\implies \mathbf{p}_s = \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i = \text{const}$$

### 4.2 Raketengleichung

Kräftefreie Rakete:

$$v(t) = v_B \ln \frac{m_0}{m(t)}$$

Allgemeine Raketengleichung:

$$m(t) \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = -\frac{dm(t)}{dt} \mathbf{v}_B + \mathbf{F}$$

## 5 Stöße

Kollinearer, elastischer Stoß:

$$v'_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v'_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Geschwindigkeit im Schwerpunktsystem:

$$v_s = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_1^* = v_1 - v_s = \frac{m_2 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2^* = v_2 - v_s = \frac{m_1 v_2 - m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

$$p_1^* = m_1 v_1^* = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)$$

$$p_2^* = m_2 v_2^* = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_2 - v_1)$$

$$p_1^* = -p_2^*$$

$$p_1^{*'} = -p_1^*$$

$$p_2^{*'} = -p_2^*$$

Nicht-zentraler, elastischer Stoß im Schwer-

punktsystem:

$$\mathbf{p}_s^* = 0, \mathbf{p}_1^* = -\mathbf{p}_2^*$$

$$\mathbf{p}_1^{*'} = -\mathbf{p}_2^{*'}, |\mathbf{p}_1^{*'}| = |\mathbf{p}_2^{*'}|$$

Inelastische Stöße: Umwandlung der kinetischen Energie.

$$E_{kin,1} + E_{kin,2} = E'_{kin,1} + E'_{kin,2} + Q$$

$Q = 0$ : elastischer Stoß

$Q < 0$ : inelastischer Stoß

$Q > 0$ : superelastischer Stoß

## 6 Mechanik des starren Körpers

$$\text{Volumen: } V = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \sum \Delta V_i = \int dV$$

$$\text{Masse: } M = \lim_{\Delta M_i \rightarrow 0} \sum \Delta M_i = \int dm = \int \rho dV$$

$$\text{Schwerpunkt: } \mathbf{r}_s = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} dm = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) dV$$

Geschwindigkeit:  $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_s + (\omega(t) \times \mathbf{r}_{si})$

### 6.1 Drehmoment und Kräftepaare

Hebelgesetz:  $F_1 l_1 = F_2 l_2$

Drehmoment:  $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, M = r \cdot F$

Gesamter Drehmoment:

$$\sum \mathbf{M}_i = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i$$

Wirkung von  $n$  Kräften an den Punkten  $\mathbf{r}_i$ :

$$\text{Translation: } \mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i$$

$$\text{Rotation: } \mathbf{M} = \sum (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_s) \times \mathbf{F}_i$$

Statisches Gleichgewicht:

$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}_i = 0, \mathbf{M} = \sum \mathbf{M}_i = 0$$

Gleichgewicht im Schwerfeld:  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \times \mathbf{g} = 0$

### 6.2 Rotation und Trägheitsmoment

Kinetische Energie:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \mathbf{v}_s^2 + \frac{1}{2} \sum m_i \mathbf{v}_{si}^2$$

$$\text{Trägheitsmoment: } I = \int r_{\perp}^2 dm \int r_{\perp}^2 \rho(\mathbf{r}) dV = \Theta$$

$$\text{Rotationsenergie: } E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\text{Dünner Stab: } I = \frac{1}{12} m L^2$$

$$\text{Zylinder: } I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$\text{Dünner Hohlzylinder: } I = m R^2$$

$$\text{Kugel: } I = \frac{2}{5} m R^2$$

Zylinderkoordinaten:

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, z = z$$

$$dV = r d\varphi dr dz$$

Kugelkoordinaten:

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\varphi d\theta$$

Steinerscher Satz:  $I = I_s + r_{s\perp}^2 m$

Bewegungsgleichung (raumfeste Achse):

$$M = I \dot{\omega} = I \alpha$$

Drehimpuls:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

$$L = I \omega$$

$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{M}$   
 $\mathbf{L} = \int d\mathbf{L} = \int (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) dm$   
 Systeme von Massenpunkten:  
 $\mathbf{L} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i$   
 $\mathbf{M} = \sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i = \dot{\mathbf{L}}$   
 Ohne äußere Kraft:  $\mathbf{M} = 0 \iff \mathbf{L} = \text{const}$   
 Drehimpuls eines starren Körpers:

$$\mathbf{L} = \omega \int r^2 dm - \int \mathbf{r}(\omega \cdot \mathbf{r}) dm$$

Trägheitstensor:  $\mathbf{L} = \hat{I}\omega, \hat{I} = (I_{ij})$

$$I_{ii} = \int (r^2 - i^2) dm$$

$$I_{ij} = I_{ji} = - \int ij dm$$

### 6.3 Deformierbare Körper

Hookesches Gesetz:

$$\frac{F}{A} = \sigma = E \frac{\Delta L}{L} = E\varepsilon$$

$$\text{Querkontraktion: } \frac{\Delta D}{D} = -\mu \frac{\Delta L}{L}$$

Volumenänderung:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L} (1 - 2\mu) = \frac{\sigma}{E} (1 - 2\mu)$$

$$\text{Kompression: } \frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p$$

$$\text{Kompressibilität: } \chi = (3/E)(1 - 2\mu)$$

#### 6.3.1 Scherung und Torison

Normalspannung/Zugspannung:  $\sigma = F_N/A$

Tangentialspannung/Scherspannung:

$$\tau = F_T/A$$

Kleine Scherwinkel:  $\tau = G\alpha$

Torsion eines Drahtes:

$$M = (\pi G R^4 / 2L) \varphi = K_D \varphi$$

$$\text{Torsionsschwingung eines Drahtes: } M = I \ddot{\varphi} = -K_D \varphi$$

#### 6.3.2 Biegung

Flächenträgheitsmoment:  $J = \int \eta^2 dA$

$\eta$ : senkrechter Abstand der Punkte der Querschnittsfläche von neutraler Ebene.

$$\text{Quader: } J = \frac{1}{12} b h^3$$

$$\text{Krümmung: } \chi = 1/rho = M/EJ$$

### 6.4 Hydrostatik

Druck:  $p = F/A$  ist überall gleich!

Flüssigkeit  $\implies \chi = 0, V = \text{const}$

Hydrostatischer Druck:  $p = p_0 + \rho gh$

Auftriebskraft:  $F_A = \rho g V = g m$

### 6.5 Gase

Boyle-Mariotte:  $T = \text{const} \implies p \cdot V = \text{const}$

Barometrische Höhenformel:

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g}{p_0} h\right)$$

### 6.6 Strömende Flüssigkeiten und Gase

Kontinuitätsgleichung:  $A_1 v_1 = A_2 v_2$

Bernoullische Gleichung:  $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{const}$

Newtonsches Reibungsgesetz:  $\tau = \frac{F_R}{A} = \eta \frac{dv_x}{dy}$

$$F_R = \eta A \frac{dv_x}{dy}$$

$\eta$ : dynamische Viskosität

Schubspannung an zylindrischer Oberfläche im Abstand  $r$ :

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{\Delta p \pi r^2}{2\pi r L} = -\eta \frac{dv}{dr}$$

$$\text{Geschwindigkeitsprofil: } v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$\text{Hagen-Poisouille: } \dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi \Delta p}{8\eta L} R^4$$

$$\text{Mittlere Geschwindigkeit: } \bar{v} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{R^2}{8\eta L} \Delta p$$

Reynold-Kriterium:

$Re < Re_{krit}$  laminar

$Re > Re_{krit}$  turbulent

$$\text{Rundes Rohr, Radius } R: Re = \frac{2\rho \bar{v} R}{\eta}$$

$$Re_{krit} = 2000 - 2300$$

#### 6.6.1 Strömungswiderstand von glatten Körpern

Laminare Strömung:  $F_W \sim v$

Gesetz von Stokes (Kugel):  $F_W = F_R = 6\pi\eta r v$

Trubulente Strömung:  $F_W \sim v^2$

$$F_W = c_W \frac{1}{2} \rho v^2 A$$

### 7 Wärmelehre

Gesetz von Gay-Lussac:  $V(T) = V_0(1 + \gamma T)$

Längenausdehnung:  $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$

Volumenausdehnung:  $\Delta V = \gamma V_0 \Delta T$

$\alpha$ : Längenausdehnungskoeffizient

$$\gamma \approx 3\alpha$$

#### 7.1 Zustandsgleichung idealer Gase

Bolye-Mariotte-Gay-Lussac:

$$p \cdot v \sim T, \frac{pV}{T} = \text{const}$$

Zustandsgleichung idealer Gase:

$$pV = n N_A k_B T$$

$$pV = nRT, R = k_B N_A$$

$n$ : Anzahl Mol

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$R = 8.31451 \text{ J/K mol}$$

#### 7.2 Kinetische Gastheorie

$$p = \frac{1}{3} N m \bar{v}^2$$

$$\bar{E}_{kin} = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\text{Äquipartitionsprinzip: } \bar{E}_{kin} = \frac{f}{2} k_B T$$

$$\text{Innere Energie } U = n N_A \frac{f}{2} k_B T$$

### 7.3 Wärme, Wärmekapazität, latente Wärme

Wärmemenge:  $Q = cm\Delta T$

$$Q = c_m n \Delta \bar{T}$$

$c$ : spezifische Wärmekapazität

$c_m$ : spezifische Molwärme

latente Wärme:  $Q = \lambda m$

$\lambda$ : (latente) Schmelz-/Verdampfungswärme

Mechanisches Wärmeäquivalent:  $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$

1. Hauptsatz:  $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

#### 7.4 Volumenarbeit

$$\text{Volumenarbeit: } W = - \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Isotherme Zustandsänderung:  $T = \text{const}$

$$\Delta U_{12} = 0$$

$$\Delta Q_{12} = nRT \ln V_2/V_1$$

$$\Delta W_{12} = -\Delta Q_{12}$$

Isobar Zustandsänderung:  $p = \text{const}$

$$\Delta W_{12} = -p(V_2 - V_1) = -nR(T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q_{12} = n c_p (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U_{12} = \Delta U - \Delta W = n(c_p - R)(T_2 - T_1)$$

$$c_v = (f/2)R$$

Isochore Zustandsänderung:  $V = \text{const}$

$$\Delta W_{12} = 0$$

$$\Delta Q_{12} = n c_V (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U_{12} = \Delta Q_{12} = n c_V (T_2 - T_1)$$

$$c_p = ((f+2)/2)R, c_p = c_V + R$$

Adiabatische Zustandsänderung:  $Q = \text{const}$

$$dU = dW$$

$$dU = n c_V dT$$

$$dW = -nRT(dV/V)$$

Adiabatengleichungen:

$$pV^\gamma = \text{const}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}$$

$$\gamma = c_p/c_V = (f+2)/f$$

#### 7.5 Kreisprozesse

$$\text{Wirkungsgrad: } \eta = (|\Delta W|/Q_w)(=)1 - |Q_K|/Q_w$$

$$\text{Leistungszahl: } \varepsilon_{warme} = |Q_W|/\Delta W = 1/\eta$$

$$\varepsilon_{kltte} = Q_K/\Delta W = 1/\eta - 1$$

Carnot-Prozess:

Isotherm  $\rightarrow$  Adiabatisch  $\rightarrow$  Isotherm  $\rightarrow$  Adiabatisch

$$\eta_c = 1 - T_2/T_1 < 1 \text{ (maximal)}$$

$$\text{Ottomotor: } \eta_O = 1 - T_2/T_1 < \eta_c$$

#### 7.6 Entropie

$$\text{Reversible Proz.: } \sum \frac{\Delta Q_{i,rev}}{T} = 0, \oint \frac{dQ_{rec}}{T} = 0$$

$$\text{Irreversible Proz.: } \sum \frac{\Delta Q_{i,irr}}{T_i} < 0, \oint \frac{dQ_{irr}}{T} < 0$$

$$\oint \frac{dQ_{irr}}{T} = \oint \frac{dQ_{rec}}{T} + \oint \frac{dQ_{extra}}{T} < 0$$

$$\text{Entropie: } dS = \frac{dQ_{rec}}{T}, \Delta S = \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$S(2) = S(1) + \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$\text{Wärmeleitung: } \Delta S = cm \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4T_1 T_2} > 0$$

$$S = k_B \ln \Omega$$

$\Omega$ : Anzahl der Realisierungsmöglichkeiten.

3. Hauptsatz:  $S(T = 0K) = 0$

### 8 Thermodynamik realer Gase und Flüssigkeiten

$$\text{Kovolumen: } V_K = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 = 8V_a$$

$V_a$ : Volumen der Gasteilchen

Gesamtes Kovolumen:  $V_N = 4(nN_A)V_a \equiv nb$

Van-der-Walls-Gleichung:

$$\left(p + \frac{an^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT, a, b > 0$$

### 9 Transportprozesse

Energiefluß:  $J_E = (dE/dt) j_E = dE/Adt$

Massenfluß:  $J_M = (dM/dt) j_M = dM/Adt$

Ladungsfluß:  $J_Q = (dQ/dt) j_Q = dQ/Adt$

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{dj}{dz} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

$\mathbf{j}$ : Stromdichte

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$$

#### 9.1 Wärmeleitung

Wärmeleitung (Fouriersches Gesetz):

$$j_Q = -\lambda (dT/dx)$$

$$j_Q = -\lambda \nabla T$$

#### 9.2 Diffusion

Diffusion: (Ficksches Gesetz):

$$j_D = -D(dn/dx)$$

$$\mathbf{j}_D = -D \nabla n$$

$$D = \lambda v / 3 = \lambda^2 / 3\tau$$

$\lambda$ : mittlere freie Weglänge

$\tau$ : mittlere Zeit zwischen 2 Stößen

$v = \lambda/\tau$ : mittlere Geschwindigkeit

#### 9.3 Wärmestrahlung

Solarkonstante  $I_{solar} = 1.37 \text{ kW/m}^2 \approx 1 \text{ kN/m}^2$

Kirchhoffsches Strahlungsgesetz:

$$\frac{E_\lambda(T)}{A_\lambda(T)} = E_\lambda^S(T) \text{ mit } A_\lambda^S(T) = 1$$

Stefan-Boltzmannsches Strahlungsgesetz:

$$E^{sp}(T) = \sigma T^4 \quad E(T) = \varepsilon \sigma T^4$$

Plancksches Strahlungsgesetz:

$$E_\lambda^{sp} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{(hc/\lambda k)T} - 1}$$

$$E_V^{sp} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{(h\nu/\lambda k)T} - 1}$$