1 Elektrostatik

Coulombsches Gesetz: $\mathbf{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$

Elektrisches Feld:

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) := \mathbf{F}_C(\mathbf{r})/q, \mathbf{F}(\mathbf{r}) = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$

Elekrische Feldstärke: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$

Superposition: $\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\mathbf{R}-\mathbf{r}}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|^3}\rho(\mathbf{r})\mathrm{d}V$

mit $Q=\int\rho(\mathbf{r})\mathrm{d}^3r$

diskrete Landungsverteilung:

$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$

Elektrischer Fluss $\phi_E := \int \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A}$:

$Q_{\text{innen}} = 0 \to \phi_E = 0$

$Q_{\text{innen}} > 0 \to \phi_E > 0$ (Quelle)

$Q_{\text{innen}} < 0 \to \phi_E < 0$ (Senke)

Gaußsches Gesetz: $\oint \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{innen}}}{\varepsilon_0}$

Feld einer Linienladung: $E(r) = \lambda/2\pi\varepsilon_0 r$

Feld einer Flächenladung: $E(r)=\Gamma/2\varepsilon_0$

Innerhalb von Leitern (auch in Hohlräumen): $\mathbf{E}=0, Q=0$

Gaußscher Satz: $\oint_A \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}\mathrm{d}V$

Gaußsches Gesetz (differentielle Form): $\nabla\mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$

Potentielle Energie: $E_{pot}(\mathbf{r}) = -\int_\infty^r \mathbf{F}_C\mathrm{d}\mathbf{s}$

Coulombpotential (Punktladung): $E_{pot}(\mathbf{r}) = Qq/4\pi\varepsilon_0 r$

Zirkulationsgesetz: $\oint\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s}=0$

Elektrisches Potential:

$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{E_{pot}(\mathbf{r})}{q} = -\int_\infty^{\mathbf{r}}\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s}$

$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\varphi(\mathbf{r})$

Allgemeine Ladungsverteilung:

$\varphi(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\rho(\mathbf{r})}{|\mathbf{R}-\mathbf{r}|}\mathrm{d}V$

Elektrische Spannug:

$U_{12} = \Delta\varphi_{12} = \varphi_2-\varphi_1 = -\int_1^2\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s}$

Poisson Gleichung: $\Delta\varphi = -\rho/\varepsilon_0$

Dipolmoment: $\mathbf{p}=q\cdot\mathbf{d}$

Dipol: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{|\mathbf{r}-\mathbf{d}/2|}+\frac{-q}{|\mathbf{r}+\mathbf{d}/2|}\right)$

$r\gg d$: $\varphi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

Feld für $r\gg d$: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}-r^2\mathbf{p}}{r^5}$

Homogenes Feld: $\mathbf{M}=\mathbf{D}\times\mathbf{F}=\mathbf{p}\times\mathbf{E}$

$E_{pot} = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$

Kugelkonduktoren:

$\Delta\varphi = -\int_\infty^R\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\to Q = 4\pi\varepsilon_0 RU$

Kapazität: $C:=Q/U$

Plattenkondensator: $E=\sigma/\varepsilon_0 = Q/A\varepsilon_0$

$C=Q/U=\varepsilon_0 A/d$

Kugelkondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 R_2R_1/(R_2-R_1)$

Parallelschaltung: $C_{\text{ges}}=\sum_{i=1}^n C_i$

Reihenschaltung: $1/C_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n(1/C_i)$

Energie gepeichert im Kondensator:

$E_C = \frac12 CU^2$

Plattenkondensator: $E_C = \frac12\varepsilon_0 VE^2$

Energiedichte: $\omega_C = \frac12\varepsilon_0E^2$

Permittivität ε_r: $C_{\text{Diel}} = \varepsilon_r C_{\text{Vakuum}} = \varepsilon_r C_0$

$E_{\text{Diel}} = \frac{E_{\text{Vak}}}{\varepsilon_r}$

Polarisation: $\mathbf{P} = (1/V)\sum_{i=1}^n\mathbf{p}_i$

$\mathbf{P}=\chi\varepsilon_0\mathbf{E}_{Diel}$

elektrische Suszeptibilität $\chi=\varepsilon_r-1$

Dielektrische Verschiebung:

$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Diel}}+\mathbf{P} = \varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Diel}} = \varepsilon_0\mathbf{E}_{\text{Vak}}$

1. Maxwellsche Gleichungen in Materie: $\oint\mathbf{D}\mathrm{d}\mathbf{A} = Q_{\text{frei}}$

$\oint \mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{frei}}}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$

Elektrische Feldenergie: $W_e = Q^2/2\varepsilon_r C_0$

Energiedichte: $\omega_e = \frac12\varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}^2 = \frac12\mathbf{ED}$

2 Elektrische Gleichströme

Elektrischer Strom: $I := \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$

Elektrische Stromdichte: $|\mathbf{j}| = I/A = \mathrm{d}Q/A\mathrm{d}t$

Technische Stromrichtung: Flußrichtung der positiven Ladungsträger!

Ladungsfluss: $U=\varphi_b-\varphi_a = E\Delta l$

Differentieller Widerstand: $r=\mathrm{d}U/\mathrm{d}I$

Differentielle Leitfähigkeit: $S=\mathrm{d}I/\mathrm{d}U$

Ohmscher Leiter $\to r=$ const.

Ohmsches Gesetz: $U=RI$

$\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}=nq_e\mathbf{v}_D$

$I=\mathbf{j}A$

Spezifische Leitfähigkeit: $\sigma = l/RA = S(l/A)$

Spezifische Widerstand: $\rho=1/\rho = R(A/l)$

ohmsche Leiter: $\mathbf{v}_D=\mu\mathbf{E}$

Elektronenbeweglichkeit $\mu=q\tau/m$

Mittlere Zeit zwischen zwei Wechselwirkungen: τ

Elektrische Leistung: $P=U\cdot I$

Ohmscher Leiter: $F=RI^2, F=U^2/R$

Kirchhoffsche Regeln:

Knotenregel: An jedem Konten gilt: $\sum I_k=0$

Maschenregel: Für jede Masche gilt: $\sum U_k = 0$

Reihenschaltung: $R=\sum_{i=1}^n R_i$

Parallelschaltung: $1/R = \sum_{i=1}^n(1/R_i)$

Spannungsquelle (R_i: Innewiderstand):

$U_{kl} = U_0 - IR_i \implies R_i\to 0$

Stromquelle: $R_i\to\infty$

3 Magnetostatik

H: magnetische Erregung

B: Magnetfeld und magnetische Flussdichte

Magnetischer Kraftfluss: $\phi_m = \int\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A}$

Lorentzkraft: $\mathbf{F}=q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})$

Leiter: $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$\mathbf{F}=I(\mathbf{l}\times\mathbf{B})$

Zyklotronfrequenz: $\omega=(q/w)B$

Leiterschleife: Magnetisches Moment:

$\mu = I\mathbf{A} = IA\mathbf{n}$

Drehmoment auf einen magnetischen Dipol: $\mathbf{M}=\mu\times\mathbf{B}$

Hallspannung:

$U_H = IB/nqd = R_H(IB/d)$

Leiter vekoriell: $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\hat{l}\times\hat{r})$

Quellfreiheit: $\oint_A\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A}=0$

Ampersches Durchflutungsgesetz:

$\oint\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0\sum_k I_k = \mu_0 I_{\text{innen}}$

Spule: $B=\mu_0 nI$

Biot-Savart-Gesetz:

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}')\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}\mathrm{d}V'$

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}\mathbf{s}'\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$

Z-Feld einer Leiterschleife:

$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2\pi R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}$

Leiterschleife ($r\gg R$):

$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(3\frac{\mu\cdot\mathbf{r}}{r^5}\mathbf{r}-\frac{1}{r^5}\mu\right)$

Magnetisierung: $\mathbf{M}=(1/V)\sum_i\mu_i$

Magnetfeld aufgrund der Magnetisierung M:

$\mathbf{B}_{mag} = \mu_0(I_m/l)\hat{n} = \mu_0\mathbf{M}$

$\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}_{mag} = \mathbf{B}_0+\mu_0\mathbf{M}$

Magnetische Erregung: $\mathbf{H}:=(1/\mu_0)\mathbf{B}-\mathbf{M}$

$\mathbf{B}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$

$\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = I_{\text{frei}}$

Magnetische Suszeptibililät: χ_m

Magnetisierung: $\mathbf{M}=\chi_m\mathbf{H}$

$\mu_0\mathbf{H} = \mathbf{B}-\mu_0\mathbf{M}$

Relative Permeabilität: $\mu=\chi_m+1$

$\mathbf{B}=\mu_0\mu\mathbf{H}$

$\chi_m>0,\mu>1$: Paramagnetismus

$\chi_m<0,\mu<1$: Diamagnetismus

$\chi_m\gg0,\mu\gg1$: Ferromagnetismus

Sättigungsmagnetisierung: $\mathbf{M}_s$

Curie-Gesetz: $\mathbf{M}=\frac13\frac{\mu B_{ext}}{k_BT}\mathbf{M}_s\sim\frac1T$

Grenzflächen mit unterschiedlichen μ:

$H_\parallel^{(1)} = H_\parallel^2 \quad \frac{B_\parallel^{(1)}}{\mu_1} = \frac{B_\parallel^{(2)}}{\mu_2}$

$B_\perp^{(1)} = B_\perp^2 \quad \mu_1H_\perp^{(1)} = \mu_2H_\perp^{(2)}$

4 Induktion

Farardaysches Induktionsgesetz:

$U_{ind} = \oint\mathbf{E}_{ind}\mathrm{d}\mathbf{s} = -\dot\phi_m$

Leiterschleife: $U_{ind}=vBl$

Induktionsgesetz: $\oint\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A}$

Lenzsche Regel: Induktion wirkt der Ursache stets entgegen.

Rotierende Leiterschleife:

$\phi_m = \int\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A} = BA\cos\omega t$

$U_{ind} = -\dot\phi_m(t) = \omega BA\sin\omega t$

Induktivität L: $\phi_m = L\cdot I$

Induktivitäten:

Spule: $L=\mu\mu_0(N^2/l)A$

Drahtschleife: $L=\mu_0R\ln(R/r)$

Doppelleitung: $L=(\mu_0 l/\pi)\ln(a/r)$

Koaxialkabel: $L=(\mu_0 l/2\pi)\ln(r_a/r_i)$

Selbstinduktion: $U_{ind} = -\phi_m = -L\dot I$

Ampere-Maxwell-Gesetz:

$\oint\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0\int\mathbf{j}\mathrm{d}\mathbf{A}+\mu_0\varepsilon_0\int\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}\mathrm{d}\mathbf{A}$

In Materie: $\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = \mu_0\int\mathbf{j}\mathrm{d}\mathbf{A}+\mu_0\varepsilon_0\int\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\mathrm{d}\mathbf{A}$

5 Schaltungen

5.1 Gleichstrom

LR-Glied:

Einschalten: $I(t)=\frac{U_0}{R}(1-e^{-tR/L})$

Auschalten: $I(t) = \frac{U_0}{R}e^{-tR/L}$

RC-Glied:

Einschalten: $I(t)=\frac{U_0}{R}e^{-t/RC}$

Ausschalten: $I(t) = -\frac{U_0}{R}e^{-t/RC}$

5.2 Wechselstrom

Wirkleistung:

$P=U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} = \frac12 U_0 = (1/T)\int_0^T P(t)\mathrm{d}t$

Blindleistung: Q

Scheinleistung: $S^2=P^2+Q^2$

Induktiver Widerstand:

$U(t)=U_0\cos\omega t$

$I(t)=I_0\cos(\omega t-\pi/2)$

$I_0 = U_0/\omega L$

Kapazitiver Widerstand:

$U(t)=U_0\cos\omega t$

$I(t)=I_0\cos(\omega t+\pi/2)$

$I_0=\omega CU_0$

Ohmscher Widerstand: $Z_R=R,\varphi=0$

Induktiver Widerstand: $Z_L=\omega L,\varphi=-90$

Kapazitiver Widerstand: $Z_C = 1/\omega C,\varphi=90$

5.3 Komplexe Darstellung

$U(t)=U_0e^{i\omega t}$

$I(t)=I_0e^{i(\omega t+\varphi)} = I_0e^{i\varphi}e^{i\omega t}$

Ohmscher Widerstand:

$U(t)=U_0e^{i\omega t}$

$I(t)=(U_0/R)e^{i\omega t} = \hat I e^{i\omega t}$

Induktiver Widerstand:

$U(t)=U_0e^{i\omega t}$

$I(t)=(U_0/i\omega L)e^{i\omega t} = \hat Ie^{i\omega t}$

Kapazitiver Widerstand:

$U(t)=U_0e^{i\omega t}$

$I(t)=i\omega CU_0e^{i\omega t} = \hat Ie^{i\omega t}$

Impedanzen:

$\widehat Z_R = R$

$\widehat Z_L = i\omega L = \omega Le^{i(\pi/2)}$

$\widehat Z_C = 1/i\omega C = (1/\omega C)e^{-i(\pi/2)}$

Ohmsches Gesetz: $\widehat U = \widehat Z\cdot\hat I$

RC-Serienschaltung:

$I(t)=I_0e^{i\omega t}$

$U(t)=\widehat ZI_0e^{i\omega t}$

$\widehat Z = (R+1/i\omega C)$

RC-Parallelschaltung:

$U(t) = U_0 e^{i\omega t}$
$I(t) = U_0(1/\widehat{Z})e^{i\omega t}$
$1/\widehat{Z} = 1/R + i\omega C$
Erweiterte Kirchhoffsche Regeln:
Knotenregel: $\sum \hat{I} = 0$
Maschenregel: $\sum \widehat{U} = 0$
Reihenschaltung: $\widehat{Z} = \sum \widehat{Z}_i$
Parallelschaltung: $\widehat{Z}^{-1} = \sum \widehat{Z}_i^{-1}$
RLC-Schwingkreis ohne Stromquelle:
$I(t) = C_1 e^{-\gamma t} e^{i\omega_R t} + C_2 e^{-\gamma t} e^{-i\omega_R t}$
$\omega_R = (\omega_0^2 - \gamma^2), \omega_0^2 = 1/LC, \gamma = R/2L$
$\gamma < \omega_0$: Schwingfall
$\gamma > \omega_0$: Kriechfall
$\gamma = \omega_0$: aperiodischer Grenzfall
Mit Stromquelle:
$I(t) = U_0 \frac{1}{\widehat{Z}} e^{i\omega t} = e^{i\omega t}.$

$$\left(\frac{U_0 R}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} - i \frac{U_0\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \right)$$

Unbelasteter (verlustfreier) Transformator:
$U_2 = \frac{N_2}{N_1} U_1$
$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$
Elektrische Leistung im RC-Glied / elektrische Feldenergie: $W_{\text{el}} = \frac{1}{2} C U(t)^2$
Elektrische Leistung im LR-Glied / magnetische Feldenergie: $W_{\text{el}} = \frac{1}{2} L I(t)^2$
Energiedichte des elektrischen Feldes:
$\omega_{\text{el}} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} ED$
Energiedichte des magnetischen Feldes:
$\omega_{\text{m}} = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 = \frac{1}{2} BH$
Allgemein: $\omega_{\text{elektromag}} = \frac{1}{2}(\mathbf{E}\cdot\mathbf{E} + \mathbf{B}\cdot\mathbf{H})$

6 Elektromagnetische Wellen

Transversale Wellen
$\rightarrow$ Ausbreitung senkrecht zur Schwingungsrichtung
Longitudianle Wellen
$\rightarrow$ Ausbreitung entlang der Schwhingungsrichtung
Harmonische Ebene Welle:
$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t)$
$y(\mathbf{x},t) = A\sin(\mathbf{kx} \pm \omega t)$
Wellenzahl: $k = 2\pi/\lambda$
Wellenlänge: $\lambda = 2\pi/k$
Phasengeschwindigkeit: $v_{ph} = \omega/k$
Amplitude A
Winkelgeschwindigkeit: $\omega = 2\pi v = 2\pi/T$
Fourier-Reihe:
$f(t) = f(t+T)$

$$\rightarrow f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$a_i = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(i\omega t)\mathrm{d}t$$

$$b_i = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\sin(i\omega t)\mathrm{d}t$$

Fourier-Integral:

$$f(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}(a(\omega)\cos(\omega t) + b(\omega)\sin(\omega t))\mathrm{d}\omega$$

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cos(\omega t)\mathrm{d}t$$

$$b(\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\sin(\omega t)\mathrm{d}t$$

Klassische Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = v^2\Delta\psi$$

Wellenpaket:

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} A(k)e^{i(kx-\omega t)}\mathrm{d}k$$

$$A(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\psi(x,0)e^{-i(kx)}\mathrm{d}x$$

Phasengeschwindigkeit: $v_{ph} = \omega/k$
Dispersionsrelation:

$$\omega = \omega(k) = \omega(k_0) + \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}|_{k_0}(k-k_0) + \cdots$$

Gruppengeschwindigkeit: $v_{\text{gr}} = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$
Elektromagnetische Wellengleichungen:

$$\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Delta\mathbf{E} \qquad \frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}\Delta\mathbf{E}$$

$$\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Delta\mathbf{B} \qquad \frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}\Delta\mathbf{B}$$

Linear polarisierte, ebene Wellen: $\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = \hat{e}_y E_0\sin(kx-\omega t)$
$\mathbf{B}(\mathbf{x},t) = \hat{e}_z(E_0/c)\sin(kx-\omega t)$
$\mathbf{E}\perp\mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{B}\perp\mathbf{k}$
$\mathbf{E}, \mathbf{B}$ in Phase
$|\mathbf{B}| = |\mathbf{E}|/c$
$\mathbf{B} = (1/\omega)(\mathbf{k}\times\mathbf{E})$
$c = \omega/k$
Zirkular polarisierte, ebene Wellen:
$E_{0,x} = E_{0,y}; \varphi = 90$
Elliptisch polarisierte, ebene Wellen:
$E_{0,x} \neq E_{0,y}; \varphi = 90$
Kugelwellen: $\mathbf{E} = (\mathbf{E}_0/r)\sin(\mathbf{kr} - \omega t), \mathbf{B} = (\mathbf{B}_0/r)\sin(\mathbf{kr} - \omega t), \mathbf{k} \parallel \mathbf{r}$
Poynting-Vektor: $\mathbf{S} = (1/\mu_0)(\mathbf{E}\times\mathbf{B}) = \mathbf{E}\times\mathbf{H}$
Hertzer Dipol:
Eigenfrequenz: $1/\sqrt{LC}$
Nahfeld: $E \sim 1/r^3, B \sim 1/r^2, \varphi = 90$
Fernfeld: $E \sim 1/r, B \sim 1/r, \mathbf{E}\perp\mathbf{B}\perp\mathbf{k}$
Drahtwelle:
$I_0(z) = I_0\cos(\pi x/e)$
$U_0(z) = I_0\sin(\pi x/e)$
Strahlungsgleichung:

$$S(r,v) = \frac{p_0^2\omega^4\sin^2\theta}{16\pi^2 e_0 c^3 r^2}\sin^2(\omega t - kr)$$

$\lambda = c/\nu$

7 Optik

Phasengeschwindigkeit:
$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}, c' = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}}$
Amplitude: $E = cB$
Energiefluss: $\mathbf{S} = (1/\mu_0)(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$
Intensität: $I = |\mathbf{S}| = \varepsilon_0 c E^2$
Spalt, Nullstellen: $a\sin\theta = m\lambda, m\in\mathbb{N}$
Intensitätsverteilung für Beugung am Einzelspalt:

$$I = I_0\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta}\right)^2$$

Doppelspalt mit unendlich dünne Spaltbreite:
Interferenzmaxima: $d\sin\theta = m\lambda, m\in\mathbb{N}_0$
Interferenzminima: $d\sin\theta = (m+\frac{1}{2})\lambda, m\in\mathbb{N}_0$
Intensitätsverteilung: $I = 4I_0\cos^2\frac{1}{2}\delta$
$\delta = (2\pi/\lambda)d\sin\theta$
Doppelspalt mit Spaltbreite a:

$$I = 4I_0\left(\frac{\sin\frac{1}{2}\phi}{\frac{1}{2}\phi}\right)^2\cos^2\frac{1}{2}\delta$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}a\sin\theta$$

Fraunhofer-Beugung:

$$E(\theta,t) \sim e^{i\omega t}\int A(x)e^{iKx}\mathrm{d}x, K = k\sin\theta$$

Mehrfachspalt:

$$I(\theta) \sim \left(\frac{\sin\left(Mk\frac{d}{2}\right)}{\sin\left(k\frac{d}{2}\right)}\right)^2\left(\frac{\sin\left(k\frac{a}{2}\right)}{k\frac{a}{2}}\right)^2$$

Hauptmaxima: $\sin\phi_n = n(\lambda/d), m\in\mathbb{N}_0$
Auflösungsvermögen: $\lambda/\Delta\lambda \leq nm$
Anzahl Spalte: m
Ordnung: n
Gesetz von Snellius: $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$
Kritischer Winkel: $\sin\theta_k = n_1/n_2$
Gesetz von Malus: $I = I_0\cos^2\theta$
Fresnelsche Formeln:

$$R_\perp(\alpha,\beta) = \left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2$$

$$R_\parallel(\alpha,\beta) = \left(\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}\right)^2$$

$$T_\perp(\alpha,\beta) = \left(\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2$$

$$T_\parallel(\alpha,\beta) = \left(\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2$$

Gesetz von Brewster: $\tan\theta_{Br} = n_2/n_1$
Reflexionskoeffizient bei senkrechten Einfall:

$$R_\parallel = R_\perp = \left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2$$

Linsengleichung: $1/g + 1/b = 1/f$
Brennweite: $f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_1+r_2)}$
$B/G = b/g$
Parallelstrahl $\rightarrow$ Brennstrahl
Zentralstrahl $\rightarrow$ Zentralstrahl
Brennstrahl $\rightarrow$ Parallelstrahl

8 Werte

$\varepsilon_0 = 8.854\,16\times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/Nm^2}$
$\mu_0 = 1.2566\times 10^{-6}\,\mathrm{Vs/Am}$
$h = 6.626\times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
$e = 1.602\,\mathrm{C}$

9 Extras

$\mu_0\varepsilon_0 = 1/c^2$
$\widehat{Z} = |\widehat{Z}|\cdot e^{i\varphi}\ |\widehat{Z}| = \sqrt{(\Re\widehat{Z})^2 + (\Im\widehat{Z})^2}$
$\varphi = \arctan\Im\widehat{Z}/\Re\widehat{Z}$ Maxwell-Gleichungen:
$\nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$
$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$
$\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{j} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$
Makroskopische:
$\nabla\cdot\mathbf{D} = \rho_{\text{frei}}$
$\nabla\cdot\mathbf{B} = 0$
$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$
$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$
$\rho_{frei} = \rho - \rho_{pol} = \rho + \div\mathbf{P}$
Integrale Form:

$$\oint_{\partial V}\mathbf{D}\mathrm{d}\mathbf{A} = \int_V\rho\mathrm{d}V = Q(V)$$

$$\oint_{\partial V}\mathbf{B}\mathrm{d}\mathbf{A} = 0$$

$$U_{\text{ind}} = \oint_{\partial A}\mathbf{E}\mathrm{d}\mathbf{s} = -\int_A\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}\mathrm{d}\mathbf{A}$$

$$\oint_{\partial A}\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = \int_A\mathbf{j}\mathrm{d}\mathbf{A} + \int_A\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}\mathrm{d}\mathbf{A}$$

Tiefpass:
$\widehat{U}_e = \widehat{U}_R + \widehat{U}_C, \widehat{U}_C = \widehat{U}_a, \hat{I}_R = \hat{I}_C = \hat{I}_0$
$\rightarrow \widehat{U}_e = \widehat{Z}_R\hat{I}_0 + \widehat{Z}_C\hat{I}_0$
$\rightarrow \hat{I}_0 = \widehat{U}_e/(\widehat{Z}_R + \widehat{Z}_C)$
$\rightarrow \widehat{U}_C = \widehat{U}_a = \widehat{U}_e(\widehat{Z}_C/(\widehat{Z}_R + \widehat{Z}_C))$
Ringspule mit Lücke:
$\mu_1 H_\perp^{(1)} = \mu_2 H_\perp^{(2)} \rightarrow \mu_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}} = H_{\text{Luft}}$
$\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = I_i = NI$
$\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = \int_{\text{Luft}}H_{\text{Luft}}\mathrm{d}\mathbf{s} + \int_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}}\mathrm{d}\mathbf{s}$
$\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = \int_{\text{Luft}}H_{\text{Luft}}\mathrm{d}\mathbf{s} + \int_{\text{Fe}}(H_{\text{Luft}}/\mu_{\text{Fe}})\mathrm{d}\mathbf{s}$
$NI = H_{\text{Luft}}d + (H_{\text{Luft}}/\mu_{\text{Fe}})(2\pi R - d)$
$\rightarrow H_{\text{Luft}} = \frac{\mu_{\text{Fe}}NI}{2\pi R + (\mu_{\text{Fe}} - 1)d}$
$B_{\text{Luft}} = \mu_0 H_{\text{Luft}} = B_{\text{Fe}}$
Ring mit Paramagnet:
$B_{\text{Fe}} = \mu_0\mu_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}} = B_{\text{Para}}$
$H_{\text{Para}} = B_{\text{Para}}/\mu_0 - M$ $\oint\mathbf{H}\mathrm{d}\mathbf{s} = 0 = \int_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}}\mathrm{d}\mathbf{s} + \int_{\text{Para}}H_{\text{Para}}\mathrm{d}\mathbf{s}$
$0 = H_{\text{Fe}}(2\pi R - d) + (B_{\text{Para}}/\mu_0 - M)d$
$0 = H_{\text{Fe}}(2\pi R - d) + (\mu_{\text{Fe}}H_{\text{Fe}} - M)d$
$\rightarrow H_{\text{Fe}} = \frac{dM}{2\pi R + (\mu_{\text{Fe}} - 1)d}$