

Einführung in die Anwendungsorientierte Informatik (Köthe)

Robin Heinemann

12. Mai 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Was ist Informatik?	4
1.1	Teilgebiete	4
1.1.1	theoretische Informatik (ITH)	4
1.1.2	technische Informatik (ITE)	4
1.1.3	praktische Informatik	4
1.1.4	angewandte Informatik	5
2	Wie unterscheidet sich Informatik von anderen Disziplinen?	5
2.1	Mathematik	5
2.2	Informatik	5
2.2.1	Algorithmus	5
2.2.2	Daten	6
2.2.3	Einfachster Computer	7
3	Substitutionsmodell (funktionale Programmierung)	9
3.1	Substitutionsmodell	9
3.2	Bäume	10
3.3	Rekursion	10
3.4	Präfixnotation aus dem Baum rekonstruieren	10
3.5	Infixnotation aus dem Baum rekonstruieren	11
3.6	Berechnen des Wertes mit Substitutionsmodell	11
4	Maschinensprachen	12
4.1	Umwandlung in Maschinensprache	12
5	Funktionale Programmierung	12
5.1	Funktionale Programmierung in c++	13

6	Prozedurale Programmierung	16
6.1	Von der Funktionalen zur prozeduralen Programmierung	16
6.2	Kennzeichen	16
6.2.1	Prozeduren	16
6.2.2	Steuerung des Programmablaufs	17
6.2.3	Veränderung von Speicherzellen	18
6.2.4	Schleifen	18
6.2.5	prozedurale Wurzelberechnung	19
6.2.6	Newtonverfahren	19
6.2.7	for-Schleife	20
7	Datentypen	21
7.1	Basistypen	21
7.2	zusammengesetzte Typen	21
7.3	Zeichenketten-Strings:	22
8	Umgebungsmodell	24
9	Referenzen	26
10	Container-Datentypen	27
10.1	std::vector	29
10.1.1	Effizienz von push_back	30
11	Iteratoren	32
12	Insertion Sort	35
13	generische Programmierung	36
13.1	Funktionstemplates	38
14	Effizienz von Algorithmen und Datenstrukturen	40
14.1	Bestimmung der Effizienz	40
14.1.1	wall clock	40
14.1.2	algorithmische Komplexität	41
14.1.3	Anwendung	42
15	Zahlendarstellung im Computer	43
15.1	Natürliche Zahlen	43
15.1.1	Pitfalls	44
15.1.2	arithmetische Operationen	44
15.2	Ganze Zahlen	46
15.3	reelle Zahlen	47

16 Buchstabenzeichen	49
16.1 Geschichte	49
17 Eigene Datentypen	51
18 Objektorientierte Programmierung	52
18.1 Destruktoren	57
18.2 Kopier-Konstruktor	57
18.3 Standard-Konstruktor	58
18.4 rule of three	58
18.5 Vorteile der Kapselung:	58
18.6 Arithmetische Infix-Operationen	59
18.7 Objekte nachträglich verändern	60
18.8 Klasse Image	62
18.9 Verschiedene Konstruktoraufrufe	64
18.10 Fehlermeldungen mittels Exceptions („Ausnahmen“)	65
18.11 Template-Klassen	67
19 Adressen und Zeiger	69
19.1 Wozu verwendet man Zeiger?	71
19.2 Anwendungen der Zeiger	72
20 Vererbung	74
21 Anwendung von Vererbung	75
21.1 Spezialisierung	75
21.2 Implementationsvererbung, Ziel: Wiederverwenden von Funktionalität, SEHR UMSTRITTEN. 76	
21.3 Interface-Vererbung	77
21.3.1 Hauptanwendung von Interface-Vererbung	79
21.4 Kritik an Vererbung	79
22 Deklarative Programmierung	80
22.1 Data serialization languages	80
22.2 document description languages, markup languages	81
22.3 SQL	82
22.4 Logikprogrammierung mit PROLOG	83
22.5 formale Grammatiken	84
22.6 Reguläre Ausdrücke	84
23 Wiederholung	84
23.1 Pointer und Referenzen	84
23.2 Wiederholung Komplexität:	85
23.2.1 Sieb des Eratones	86

1 Was ist Informatik?

„Kunst“ Aufgaben mit Computerprogrammen zu lösen.

1.1 Teilgebiete

1.1.1 theoretische Informatik (ITH)

- Berechenbarkeit: Welche Probleme kann man mit Informatik lösen und welche prinzipiell nicht?
- Komplexität: Welche Probleme kann man effizient lösen?
- Korrektheit: Wie beweist man, dass das Ergebnis richtig ist?
Echtzeit: Dass das richtige Ergebnis rechtzeitig vorliegt.
- verteilte Systeme: Wie sichert man, dass verteilte Systeme korrekt kommunizieren?

1.1.2 technische Informatik (ITE)

- Auf welcher Hardware kann man Programme ausführen, wie baut man dies Hardware?
- CPU, GPU, RAM, HD, Display, Printer, Networks

1.1.3 praktische Informatik

- Wie entwickelt man Software?
- Programmiersprachen und Compiler: Wie kommuniziert der Programmierer mit der Hardware?
IPI, IPK
- Algorithmen und Datenstrukturen: Wie baut man komplexe Programme aus einfachen Grundbausteinen?
IAL
- Softwaretechnik: Wie organisiert man sehr große Projekte? **ISW**
- Kernanwendung der Informatik: Betriebssysteme, Netzwerke, Parallelisierung **IBN**
 - Datenbanksysteme **IDB1**
 - Graphik, Graphische Benutzerschnittstellen **ICG1**
 - Bild- und Datenanalyse
 - maschinelles Lernen
 - künstliche Intelligenz

1.1.4 angewandte Informatik

- Wie löst man Probleme aus einem anderem Gebiet mit Programmen?
- Informationstechnik
 - Buchhandlung, e-Kommerz, Logistik
- Web Programmierung
- scientific computing für Physik, Biologie
- Medizininformatik
 - bildgebende Verfahren
 - digitale Patientenakte
- Computer Linguistik
 - Sprachverstehen, automatische Übersetzung
- Unterhaltung: Spiele, special effects im Film

2 Wie unterscheidet sich Informatik von anderen Disziplinen?

2.1 Mathematik

Am Beispiel der Definition $a \leq b : \exists c \geq 0 : a + c = b$

Informatik:

Lösungsverfahren: $a - b \leq 0$, das kann man leicht ausrechnen, wenn man subtrahieren und mit 0 vergleichen kann.

Quadratwurzel: $y = \sqrt{x} \iff y \geq 0 \wedge y^2 = x (\implies x > 0)$

Informatik: Algorithmus aus der Antike: $y = \frac{x}{y}$ iteratives Verfahren:

Initial Guess $y^{(0)} = 1$ schrittweise Verbesserung $y^{(t+1)} = \frac{y^{(t)} + \frac{x}{y^{(t)}}}{2}$

2.2 Informatik

Lösungswege, genauer Algorithmen

2.2.1 Algorithmus

schematische Vorgehensweise mit der jedes Problem einer bestimmten **Klasse** mit **endliche** vielen **elementaren** Schritten / Operationen gelöst werden kann

- schematisch: man kann den Algorithmus ausführen, ohne ihn zu verstehen (\implies Computer)
- alle Probleme einer Klasse: zum Beispiel: die Wurzel aus jeder beliebigen nicht-negativen Zahl, und nicht nur $\sqrt{11}$

- endliche viele Schritte: man kommt nach endlicher Zeit zur Lösung
- elementare Schritte / Operationen: führen die Lösung auf Operationen oder Teilprobleme zurück, die wir schon gelöst haben

2.2.2 Daten

Daten sind Symbole,

- die Entitäten und Eigenschaften der realen Welt im Computer repräsentieren.
- die interne Zwischenergebnisse eines Algorithmus aufbewahren

⇒ Algorithmen transformieren nach bestimmten Regeln die Eingangsdaten (gegebene Symbole) in Ausgangsdaten (Symbole für das Ergebnis). Die Bedeutung / Interpretation der Symbole ist dem Algorithmus egal $\hat{=}$ „schematisch“

Beispiele für Symbole:

- Zahlen
- Buchstaben
- Icons
- Verkehrszeichen

aber: heutige Computer verstehen nur Binärzahlen ⇒ alles andere muss man übersetzen Eingangsdaten: „Ereignisse“:

- Symbol von Festplatte lesen oder per Netzwerk empfangen
- Benutzerinteraktion (Taste, Maus, ...)
- Sensor übermittelt Messergebnis, Stoppuhr läuft ab

Ausgangsdaten: „Aktionen“:

- Symbole auf Festplatte schreiben, per Netzwerk senden
- Benutzeranzeige (Display, Drucker, Ton)
- Stoppuhr starten
- Roboteraktion ausführen (zum Beispiel Bremsassistent)

Interne Daten:

- Symbole im Hauptspeicher oder auf Festplatte
- Stoppuhr starten / Timeout

2.2.3 Einfachster Computer

endliche Automaten (endliche Zustandsautomaten)

- befinden sich zu jedem Zeitpunkt in einem bestimmten Zustand aus einer vordefinierten endlichen Zustandsmenge
- äußere Ereignisse können Zustandsänderungen bewirken und Aktionen auslösen

Graphische Darstellung: Zustände = Kreise, Zustandsübergänge: Pfeile

Darstellung durch Übergangstabellen

Zeilen: Zustände, Spalten: Ereignisse, Felder: Aktion und Folgezustände

Zustände \ Ereignisse	Knopf drücken	Timeout	Timeout(Variante)
aus	(\Rightarrow {halb} \ {4 LEDs an})	%	(\Rightarrow {aus},{nichts})
halb	(\Rightarrow {voll},{8 LEDs an})	%	(\Rightarrow {aus},{nichts})
voll	(\Rightarrow {blinken an},{Timer starten})	%	(\Rightarrow {aus},{nichts})
blinken an	(\Rightarrow {aus},{Alle LEDs aus, Timer stoppen})	(\Rightarrow {blinken aus},{alle LEDs aus, Timer starten})	(\Rightarrow {blinken aus},{8 LEDs aus})
blinken aus	(\Rightarrow {aus},{Alle LEDs aus, Timer stoppen})	(\Rightarrow {blinken an},{alle LEDs an, Timer starten})	(\Rightarrow {blinken an},{8 LEDs an})

Variante: Timer läuft immer (Signal alle 0.3s) \Rightarrow Timeout ignorieren im Zustand „aus“, „halb“, „voll“

Beispiel 2.1 (Binäre Addition)

$$\begin{array}{rcl}
 1011010 & = 2 + 8 + 16 + 74 = 90_{\text{dez}} & (1) \\
 +0111001 & = 1 + 8 + 16 + 32 = 57_{\text{dez}} & (2) \\
 \hline
 10010011 & = 1 + 2 + 16 + 128 = 147_{\text{dez}} \checkmark & (3)
 \end{array}$$

Implementation mit Endlichen Automaten:

Prinzipien:

- wir lesen die Eingangsdaten von rechts nach links
- Beide Zahlen gleich lang (sonst mit 0en auffüllen)
- Ergebnis wird von rechts nach links ausgegeben

Zustand	Ereignis	Ausgeben
start	(0,1)	„1“
start	(1,0)	„1“
start	(0,0)	„0“
start	(1,1)	„0“
carry = 1	(1,1)	„1“
carry = 1	(0,1)	„0“
carry = 1	(1,0)	„0“
carry = 1	\emptyset	„1“

Wichtig: In jedem Zustand muss für **alle möglichen** Ereignisse eine Aktion und Folgezustand definiert werden. Vergisst man ein Ereignis zeigt der Automat undefiniertes Verhalten, also einen „Bug“. Falls keine sinnvolle Reaktion möglich ist: neuer Zustand: „Fehler“ \implies Übergang nach „Fehler“, Aktion: Ausgeben einer Fehlermeldung Ein endlicher Automat hat nur ein Speicherelement, das den aktuellen Zustand angibt. Folge:

- Automat kann sich nicht merken, wie er in den aktuellen Zustand gekommen ist („kein Gedächtnis“)
- Automat kann nicht beliebig weit zählen, sondern nur bis zu einer vorgegebenen Grenze



Insgesamt: Man kann mit endlichen Automaten nur relativ einfache Algorithmen implementieren. (nur reguläre Sprachen) Spondiert man zusätzlichen Speicher, geht mehr:

- Automat mit Stack-Speicher (Stapel oder Keller) \implies Kellerautomat (Kontextfreie Sprachen)
- Automat mit zwei Stacks oder äquivalent Turing-Maschine kann alles ausführen, was man intuitiv für berechenbar hält

Markov Modelle: endliche Automaten mit probabilistischen Übergängen. Bisher: Algorithmen für einen bestimmten Zweck (Problemklasse)

Frage: Gibt es einen universellen Algorithmus für alle berechenbare Probleme?

Betrachte formale Algorithmusbeschreibung als Teil der Eingabe des universellen Algorithmus.

3 Substitutionsmodell (funktionale Programmierung)

Einfaches Modell für arithmetische Berechnung „Taschenrechner“. Eingaben und Ausgaben sind Zahlen (ganze oder reelle Zahlen). Zahlenkonstanten heißen „Literele“ Elementare Funktionen: haben eine oder mehrere Zahlen als Argumente (Parameter) und liefern eine Zahl als Ergebnis (wie Mathematik): $\text{add}(1,2) \rightarrow 3$, $\text{mul}(2,3) \rightarrow 6$, analog $\text{sub}()$, $\text{div}()$, $\text{mod}()$ Funktionsaufrufe können verschachtelt werden, das heißt Argumente kann Ergebnis einer anderen Funktion sein.
 $\text{mul}(\text{add}(1,2), \text{sub}(5,3)) \rightarrow 6$

3.1 Substitutionsmodell

Man kann einen Funktionsaufruf, dessen Argument bekannt ist (das heißt Zahlen sind) durch den Wert des Ergebnisses ersetzen („substituieren“). Geschachtelte Ausdrücke lassen sich so von innen nach außen auswerten.

```
mul(add(1,2), sub(5,3))
  mul(3, sub(5,3))
    mul(3, 2)
      6
```

Die arithmetischen Operationen $\text{add}()$, $\text{sub}()$, $\text{mul}()$, $\text{div}()$, $\text{mod}()$ werden normalerweise von der Hardware implementiert. Die meisten Programmiersprachen bieten außerdem algebraische Funktionen wie: $\text{sqrt}()$, $\text{sin}()$, $\text{cos}()$, $\text{log}()$. Diese sind meist nicht in Hardware, aber vorgefertigte Algorithmen, werden mit Programmiersprachen geliefert, „Standardbibliothek“. In C++: mathematisches Modul des Standardbibliothek: „cmath“. Für Arithmetik gebräuchlicher ist „Infix-Notation“ mit Operator-Symbolen „+“, „-“, „*“, „/“, „%“

$\text{mul}(\text{add}(1,2), \text{sub}(5,3)) \iff ((1+2)*(5-3))$

Oft besser, unter anderem weil man Klammer weglassen darf.

1. „Punkt vor Strichrechnung“ $3+4*5 \iff 3+(4*5)$, mul , div , mod binden stärker als add , sub
2. Operatoren gleicher Präzedenz werden von links nach rechts ausgeführt (links-assoziativ)
 $1+2+3-4+5 \iff (((1+2)+3)-4)+5$
3. äußere Klammer kann man weglassen $(1+2) \iff 1+2$

Computer wandeln Infix zuerst in Präfix Notation um

1. weggelassene Klammer wieder einfügen
2. Operatorensymbol durch Funktionsnamen ersetzen und an Präfix-Position verschieben

```
1 + 2 + 3 * 4 / (1 + 5) - 2
(((1 + 2) + ((3 * 4) / (1 + 5))) - 2)
sub(add(add(1,2), div(mul(3,4), add(1,5))), 2)
```

```

sub(add(3,div(12,6)), 2)
  sub(add(3,2), 2)
    sub(5, 2)
      2

```

3.2 Bäume

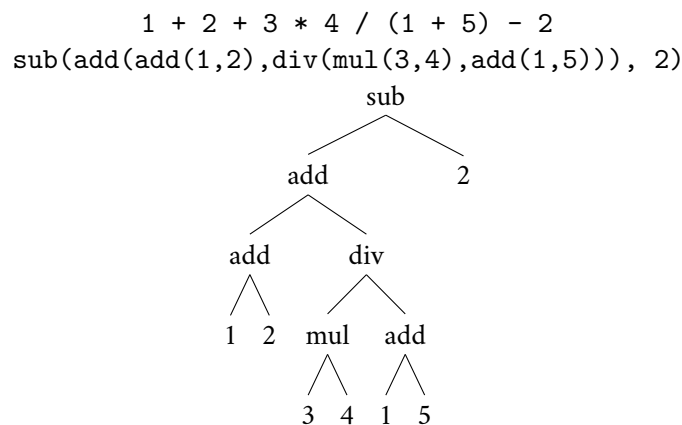
Bestehen aus Knoten und Kanten (Kreise und Pfeile). Kanten verbinden Knoten mit ihren Kindknoten. Jeder Knoten (außer der Wurzel) hat genau ein Elternteil („parent node“). Knoten ohne Kinder heißen Blätter („leaves / leaf node“). Teilbaum:

- wähle beliebigen Knoten
- entferne temporär dessen Elternkante, dadurch wird der Knoten temporär zu einer Wurzel, dieser Knoten mit allen Nachkommen bildet wieder einen Baum (Teilbaum des Originalbaumes)
- trivialer Teilbaum hat nur einen Knoten

Tiefe: Abstand eines Knotens von der Wurzel (Anzahl der Kanten zwischen Knoten und Wurzel)

- Tiefe des Baums: maximale Tiefe eines Knoten

Beispiel 3.1



3.3 Rekursion

Rekursiv \triangleq Algorithmus für Teilproblem von vorn.

3.4 Präfixnotation aus dem Baum rekonstruieren

1. Wenn die Wurzel ein Blatt ist: Drucke die Zahl
2. sonst:
 - Drucke Funktionsnamen

- Drucke „(“
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das linke Kind (Teilbaum mit Wurzel = linkes Kind)
 - Drucke „“
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das rechte Kind (Teilbaum mit Wurzel = rechtes Kind)
 - Drucke „)“
- ⇒ `sub(add(add(1,2),div(mul(3,4),add(1,5))), 2)`

3.5 Infixnotation aus dem Baum rekonstruieren

1. Wenn die Wurzel ein Blatt ist: Drucke die Zahl
 2. sonst:
 - Drucke Funktionsnamen
 - Drucke „(“
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das linke Kind (Teilbaum mit Wurzel = linkes Kind)
 - Drucke Operatorsymbol
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das rechte Kind (Teilbaum mit Wurzel = rechtes Kind)
 - Drucke „)“
- ⇒ `sub(add(add(1,2),div(mul(3,4),add(1,5))), 2)`

⇒ **inorder**

3.6 Berechnen des Wertes mit Substitutionsmodell

1. Wenn Wurzel dein Blatt gib Zahl zurück
2. sonst:
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das linke Kind (Teilbaum mit Wurzel = rechtes Kind), speichere Ergebnis als „lhs“
 - Wiederhole den Algorithmus ab 1 für das rechte Kind (Teilbaum mit Wurzel = rechtes Kind), speichere Ergebnis als „rhs“
 - berechne `funktionsname(lhs,rhs)` und gebe das Ergebnis zurück

⇒ **post-order**

4 Maschinensprachen

- optimiert für die Hardware
- Gegensatz: höhere Programmiersprachen (c++)
 - optimiert für Programmierer
- Compiler oder Interpreter übersetzen Hoch- in Maschinensprache

4.1 Umwandlung in Maschinensprache

1. Eingaben und (Zwischen)-Ergebnisse werden in Speicherzellen abgespeichert \implies jeder Knoten im Baum bekommt eine Speicherzelle
2. Speicherzellen für Eingaben initialisieren
 - Notation: SpZ \leftarrow Wert
3. Rechenoperationen in Reihenfolge des Substitutionsmodell ausführen und in der jeweiligen Speicherzelle speichern
 - Notation: SpZ-Ergebnis \leftarrow fname SpZArg1 SpZArg2
4. alles in Zahlencode umwandeln
 - Funktionsnamen:

Opcode	Wert
init	1
add	2
sub	3
mul	4
div	5

5 Funktionale Programmierung

Bei Maschinensprache werden Zwischenergebnisse in Speicherzellen abgelegt. Das ist auch in der funktionalen Programmierung eine gute Idee. Speicherzellen werden durch Namen (vom Programmierer vergeben) unterschieden.

Beispiel 5.1 Lösen einer quadratischen Gleichung:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 - 2px + q = 0, p = -\frac{b}{2a}, q = \frac{c}{a}$$

$$x_1 = p + \sqrt{p^2 - q}, x_2 = p - \sqrt{p^2 - q}$$

ohne Zwischenergebnisse:

$x_1 \leftarrow \text{add}(\text{div}(\text{div}(b,a), -2), \text{sqrt}(\text{sub}(\text{mul}(\text{div}(b,a), -2), \text{div}(\text{div}(b,a), -1)), \text{div}(c,a)))$

mit Zwischenergebnis und Infix Notation

```
p ← b / c / -2 oder p ← -0.5 * b / a
a ← c / a
d ← sqrt(p*p - q)
x1 ← p + d
x2 ← p - d
```

Vorteile von Zwischenergebnissen:

1. lesbarer
2. redundante Berechnung vermieden. Beachte: In der funktionalen Programmierung können die Speicherzellen nach der Initialisierung nicht mehr verändert werden
3. Speicherzellen und Namen sind nützlich um Argumente an Funktionen zu übergeben \Rightarrow Definition eigener Funktionen

```
1 function sq(x) {
2     return x * x
3 }
```

$\Rightarrow d \leftarrow \text{sqrt}(\text{sq}(p) - q)$ Speicherzelle mit Namen „x“ für das Argument von *sq*

5.1 Funktionale Programmierung in c++

In c++ hat jede Speicherzelle einen Typ (legt Größe und Bedeutung der Speicherzelle fest). Wichtige Typen:

int	ganze Zahlen
double	reelle Zahlen
std::string	Text

int: 12, -3

double: $-1.02, 1.2e-4 = 1.2 * 10^{-4}$

std::string: „text“

Initialisierung wird geschrieben als `typename spzname = Wert;`

```
1 double a = ...;
2 double b = ...;
3 double c = ...;
4 double p = -0.5 b / a;
5 double q = c / a;
6 double d = std::sqrt(p*p - q);
```

```
7 double x1 = p + d;
8 double x2 = p - d;
9 std::cout << "x1: " << x1 << ", x2: " << x2 << std::endl;
```

Eigene Funktionen in C++:

```
1 // Kommentar (auch /* */)
2 type_ergebnis fname(type_arg1 name1, ...) {
3     // Signatur / Funktionskopf / Deklaration
4     return ergebnis;
5     /* Funktionskörper / Definition / Implementation */
6 }
```

Ganze Zahl quadrieren:

```
1 int sq(int x) {
2     return x*x;
3 }
```

reelle Zahl quadrieren:

```
1 double sq(double x) {
2     return x*x;
3 }
```

beide Varianten dürfen in c++ gleichzeitig definiert sein \Rightarrow „function overloading“ \Rightarrow c++ wählt automatisch die richtige Variable anhand des Argumenttyps („overload resolution“)

```
1 int x = 2;
2 double y = 1.1
3 int x2 = sq(x) // int Variante
4 double y2 = sq(y) // double Variante
```

jedes c++-Programm muss genau eine Funktion namens main haben. Dort beginnt die Programmausführung.

```
1 int main() {
2     Code;
3     return 0;
4 }
```

Return aus der „main“ Funktion ist optional. Regel von c++ für erlaubte Name:

- erstes Zeichen: Klein- oder Großbuchstaben des englischen Alphabets, oder „_“
- optional: weitere Zeichen oder, „_“ oder Ziffer 0-9

vordefinierte Funktionen:

Eingebaute $\hat{=}$ immer vorhanden:

- Infix-Operatoren $+$, $-$, $*$, $/$, $\%$
- Präfix-Operatoren $operator+$, $operator-$, \dots

Funktion der Standardbibliothek $\hat{=}$ müssen „angefordert“ werden.

- Namen beginnen mit „std::“, „std::sin, ...“
- sind in Module geordnet, zum Beispiel
 - `cmath` \implies algebraische Funktion
 - `complex` \implies komplexe Zahlen
 - `string` \implies Zeichenkettenverarbeitung

Um ein Modul zu benutzen muss man zuerst (am Anfang des Programms) sein Inhaltsverzeichnis importieren (Header inkludieren) \rightarrow `include <name>`

```

1  #include <iostream>
2  #include <string>
3  int main() {
4      std::cout << "Hello, world!" << std::endl;
5      std::string out = "mein erstes Programm\n";
6      std::cout << out;
7      return 0;
8  }
```

Overloading der arithmetischen Operationen: overloading genau wie bei sq

- $3 * 4 \implies$ int Variante
- $3.0 * 4.0 \implies$ double Variante
- $3 * 4.0 \implies$ automatische Umwandlung in höheren Typ, hier `double` \implies wird als $3.0 * 4.0$ ausgeführt

\implies Division unterscheidet sich

- Integer-Division: $12 / 5 = 2$ (wird abgerundet)
- Double-Division: $12.0 / 5.0 = 2.4$
- $-12 / 5 = 2$ (\implies truncated Division)

- $12.0 / 5.0 = 2.4$
- Gegensatz (zum Beispiel in Python):
 - floor division \implies wird immer abgerundet $\implies -12 / 4 = -2$

6 Prozedurale Programmierung

6.1 Von der Funktionalen zur prozeduralen Programmierung

Eigenschaften der Funktionalen Programmierung:

- alle Berechnungen durch Funktionsaufruf, Ergebnis ist Rückgabe
- Ergebnis hängt nur von den Werten der Funktionsargumente ab, nicht von externen Faktoren „referentielle Integrität“
- Speicherzellen für Zwischenergebnisse und Argumente können nach Initialisierung nicht geändert werden „write once“
- Möglichkeit rekursiver Funktionsaufrufe (jeder Aufruf bekommt eigene Speicherzellen)
 - Vorteile
 - natürliche Ausdrucksweise für arithmetische und algebraische Funktionalität („Taschenrechner“)
 - einfache Auswertung durch Substitutionsmodell \rightarrow Auswertungsreihenfolge nach Post-Order
 - mathematisch gut formalisierbar \implies Korrektheitsbeweise, besonders bei Parallelverarbeitung
 - Rekursion ist mächtig und natürliche für bestimmte Probleme (Fakultät, Baum-Traversierung)
 - Nachteile
 - viele Probleme lassen sich anders natürlicher ausdrücken (z.B. Rekursion vs. Iteration)
 - setzt unendlich viel Speicher voraus (\implies Memory Management notwendig \implies später)
 - Entitäten, die sich zeitlich verändern sind schwer zu modellieren

Korollar: kann keine externen Ressourcen (z.B. Konsole, Drucker, ..., Bildschirm) ansprechen „keine Seiteneffekte“ \implies Multi-Paradigmen-Sprachen, zum Beispiel Kombination von Funktionaler Programmierung und prozeduraler Programmierung

6.2 Kennzeichen

6.2.1 Prozeduren

Prozeduren: Funktionen, die nichts zurückgeben, haben nur Seiteneffekte

```

1 Beispiel int << "Hello\n"; // Infix
2 operator<<(std::cout, "Hello\n"; // Präfix

```

Prozeduren in c++

1. Funktion die „void“ zurück gibt (Pseudotyp für „nichts“)

```

1 void foo(int x) {
2     return;
3 }

```

2. Returnwert ignorieren

6.2.2 Steuerung des Programmablaufs

Anweisungen zur Steuerung des Programmablaufs

```

1 if(), else, while(), for()

```

Funktional

```

1 int abs(int x) {
2     return (x >= 0) ? x : -x;
3 }

```

Prozedural

```

1 int abs(int x) {
2     if(x >= 0) {
3         return x;
4     } else {
5         return -x;
6     }
7
8     // oder
9     if(x >= 0) return x;
10    return -x;
11 }

```

6.2.3 Veränderung von Speicherzellen

Zuweisung: Speicherzellen können nachträglich verändert werden („read-write“)
prozedural:

```

1  int foo(int x) {      // x = 3
2      int y = 2;
3      int z1 = x * y;   // z1 = 6
4      y = 5;
5      int z2 = z * y;   // z2 = 15
6      return z1 + z2;   // 21
7  }
```

funktional:

```

1  int foo(int x) {      // x = 3
2      int y1 = 2;
3      int z1 = x * y1;   // z1 = 6
4      int y2 = 5;
5      int z2 = z1 * y2;  // z2 = 15
6      return z1 + z2;   // 21
7  }
```

Syntax

```

1  name = neuer_wert;      // Zuweisung
2  typ name = neuer_wert;  // Initialisierung
3  typ const name = neuer_wert; // write once
```

Folgen: mächtiger, aber ermöglicht völlig neue Bugs \implies erhöhte Aufmerksamkeit beim Programmieren

- die Reihenfolge der Ausführung ist viel kritischer als beim Substitutionsmodell
- Programmierer muss immer ein mentales Bild des aktuellen Systemzustands haben

6.2.4 Schleifen

Der gleiche Code soll oft wiederholt werden

```

1  while(Bedingung) {
2      // Code, wird ausgeführt solange Bedingung "true"
3  }
```

```

1  int counter = 0;
2  while(counter < 3) {
3      std::cout << counter << std::endl;
4      counter++; // Kurzform für counter = counter + 1
5  }

```

counter	Bedingung	Ausgabe
0	true	0
1	true	1
2	true	2
3	false	∅

In c++ beginnt Zählung meist mit 0 („zero based“). Vergisst man Inkrementieren \implies Bedingung immer „true“ \implies Endlosschleife \implies Bug. Drei äquivalente Schreibweisen für Inkrementieren:

- counter = counter + 1; // assignment $\hat{=}$ Zuweisung
- counter += 1; // add-assignment $\hat{=}$ Abkürzung
- ++counter; // pre-increment

6.2.5 prozedurale Wurzelberechnung

Ziel:

```

1  double sqrt(double y);

```

Methode: iterative Verbesserung mittels Newtonverfahren.

initial_guess $x^{(0)}$ („geraten“), $t = 0$

while not_good_enough($x^{(t)}$):

update $x^{(t+1)}$ from $x^{(t)}$ (zum Beispiel $x^{(t+1)} = x^{(t)} + \Delta^{(t)}$ additives update, $x^{(t+1)} = x^{(t)} \Delta^{(t)}$ multiplikatives update)

$t = t + 1$

6.2.6 Newtonverfahren

Finde Nullstellen einer gegebenen Funktion $f(x)$, das heißt suche x^* sodass $f(x^*) = 0$ oder $|f(x^*)| < \varepsilon$ Taylorreihe von $f(x)$; $f(x + \Delta) \approx f(x) + f'(x)\Delta$ setze $x^* = x + \Delta$

$$0 \stackrel{!}{=} f(x^*) \approx f(x) + f'(x)\Delta = 0 \implies \Delta = -\frac{f(x)}{f'(x)}$$

Iterationsvorschrift:

$$x^{(t+1)} = x^{(t)} - \frac{f(x^{(*)})}{f'(x^{(*)})}$$

Anwendung auf Wurzel: setze $f(x) = x^2 - y \implies$ mit $f(x^*) = 0$ gilt

$$(x^*)^2 - y = 0 \quad (x^*)^2 = y \quad x^* = \sqrt{y} \quad f'(x) = 2x$$

Iterationsvorschrift:

$$x^{(t+1)} = x^{(t)} - \frac{(x^{(t)})^2 - y}{2x^{(t)}} = \frac{x^{(t)^2} + y}{2x^{(t)}}$$

```

1 double sqrt(double y) {
2     if(y < 0.0) {
3         std::cout << "Wurzel aus negativer Zahl\n";
4         return -1.0;
5     }
6     if(y == 0.0) return 0.0;
7
8     double x = y; // initial guess
9     double epsilon = 1e-15 * y;
10
11     while(abs(x * x - y) > epsilon) {
12         x = 0.5*(x + y / x);
13     }
14 }
```

6.2.7 for-Schleife

```

1 int c = 0;
2 while(c < 3) {
3     // unser Code
4     c++; // vergisst man leicht
5 }
```

Bei der while Schleife kann man leicht vergessen c zu inkrementieren, die for Schleife ist idiotensicher Äquivalent zu der while Schleife oben ist:

```

1 for(int c = 0; c < 3; c++) {
2     // unser Code
3 }
```

Allgemeine Form:

```

1 for(init; Bedingung; Inkrement) {
2     // unser Code
3 }
```

Befehle, um Schleifen vorzeitig abubrechen

- `continue`: Bricht aktuelle Iteration ab und springt zum Schleifenkörper
- `break`: bricht die ganze Schleife ab und springt hinter das Schleifenende
- `return`: beendet Funktion und auch die Schleife

Beispiel: nur gerade Zahlen ausgeben

```
1 for(int i = 0; i < 10; i++) if(c % 2 == 0) std::cout << c << std::endl;
```

Variante mit `continue`:

```
1 for(int i = 0; i < 10; i++) {
2     if(c % 2 != 0) continue;
3     std::cout << c << std::endl;
4 }
5
6 for(int i = 0; i < 10; i += 2) {
7     std::cout << c << std::endl;
8 }
9
10 double sqrt(double y) {
11     while(true) {
12         x = (x + y / x) / 2.0;
13         if(abs(x * x - y) < epsilon) {
14             return x;
15         }
16     }
17 }
```

7 Datentypen

7.1 Basistypen

Bestandteil der Sprachsyntax und normalerweise direkt von der Hardware unterstützt (CPU)

- `int`, `double`, `bool` (\Rightarrow später mehr)

7.2 zusammengesetzte Typen

Mit Hilfe von `struct` oder `class` aus einfachen Typen zusammengesetzt. Wie das geht \Rightarrow später.

Standardtypen: in der C++ Standardbibliothek definiert, aktivieren durch `#include <module_name>`.

- `std::string`, `std::complex`, etc.

externe Typen: aus anderer Bibliothek, die man zuvor herunterladen und installieren muss

eigene Typen: vom Programmierer selbst implementiert \Rightarrow später

Durch „objekt-orientierte Programmierung“ (\Rightarrow später) erreicht man, dass zusammengesetzte Typen genauso einfach und bequem und effizient sind wie Basistypen (nur c++, nicht c)

- „Kapselung“: die interne Struktur und Implementation ist für Benutzer unsichtbar
- Benutzer manipuliert Speicher über Funktionen („member functions“) $\hat{=}$ Schnittstelle des Typs, „Interface“, API

\Rightarrow Punktsyntax: `type_name t = init; t.foo(a1, a2);` $\hat{=}$ `foo(t, a1, a2);`

7.3 Zeichenketten-Strings:

zwei Datentypen in c++ klassischer c-string: `char[]` („Charakter Array“) \Rightarrow nicht gekapselt, umständlich c++ string: `std::string` gekapselt und bequem (nur dieser in der Vorlesung) string Literale: „Zeichenkette“, einzelnes Zeichen: `'z'` („z“ = Kette der Länge 1)

Vorsicht: die String-Literale sind c-strings (gibt keine c++ string-Literale), müssen erst in c++ strings umgewandelt werden, das passiert meist automatisch. `#include <string>` Initialisierung:

```

1  std::string s = "abcde";
2  std::string s2 = s1;
3  std::string leer = "";
4  std::string leer(); // Abkürzung, default Konstruktor

```

Länge

```

1  s.size();
2  assert(s.size() == 5);
3  assert(leer.size() == 0);
4  s.empty() // Abkürzung für s.size() == 0

```

Zuweisung

```

1  s = "xy";
2  s2 = leer;

```

Addition: Aneinanderreihung von String („concatenate“)

```

1  std::string s3 = s + "ijh"; // "xyijh"
2  s3 = "ghi" + s; // "ghi xy"
3  s3 = s + s; // "xyxy"

```

```

4 // aber nicht!!
5 s3 = "abc" + "def"; // Bug Literale unterstützen + mit ganz anderer
   ↳ Bedeutung
6 s3 = std::string("abc") + "def"; // OK

```

Add-Assignment: Abkürzung für Addition gefolgt von Zuweisung

```

1 s += "nmk"; // s = s + "nmk" => "xynmk"

```

die Zeichen werden intern in einem C-Array gespeichert (Array = „Feld“)

Array: zusammenhängende Folge von Speicherzellen des gleichen Typs, hier char (für einzelne Zeichen), Die Länge wird (bei std::string) automatisch angepasst, die einzelnen Speicherzellen sind durchnummeriert in c++: von 0 beginnend $\hat{=}$ Index

Indexoperator:

```

1 s[index]; // gibt das Zeichen an Position "index" zurück

```

Anwendung: jedes Zeichen einzeln ausgeben

```

1 std::string s = "abcde";
2
3 for(int i = 0; i < s.size(); i++) {
4     std::cout << s[i] << std::endl;
5 }

```

String umkehren

```

1 int i = 0; // Anfang des Strings
2 int k = s.size() - 1; // Ende des String
3 while(i < k) {
4     char tmp = s[i];
5     s[i] = s[k];
6     s[k] = tmp;
7     i++; k--;
8 }

```

Variante 2: neuen String erzeugen

```

1 std::string s = "abcde";
2 std::string r = "";
3 for(int i = s.size() - 1; i >= 0; i--) {
4     r += s[i];
5 }

```

8 Umgebungsmodell

Gegenstück zum Substitutionsmodell (in der funktionalen Programmierung) für die prozedurale Programmierung. Regeln für Auswertung von Ausdrücken, Regeln für automatische Speicherverwaltung

- Freigeben nicht mehr benötigter Speicherzellen, \implies bessere Approximation von „unendlich viel Speicher“

Umgebung beginnt normalerweise bei „{“ und endet bei „}“. Ausnahmen:

- *for*: Umgebung beginnt schon bei „for“ \implies Laufvariable ist Teil der Umgebung
- Funktionsdefinitionen: Umgebung beginnt beim Funktionskopf \implies Speicherzellen für Argumente und Ergebnis gehören zur Umgebung
- globale Umgebung außerhalb aller „{ }“ Klammern

automatische Speicherverwaltung

- Speicherzellen, die in einer Umgebung angelegt werden (initialisiert, deklariert) werden, am Ende der Umgebung in umgekehrter Reihenfolge freigegeben
- Computer fügt vor „{“ automatisch die Notwendigen Befehle ein
- Speicherzellen in der globalen Umgebung werden am Programmende freigegeben

```

1  int global = 1;
2  int main() {
3      int l = 2;
4      {
5          int m = 3
6      } // <- m wird freigegeben
7  } // <- l wird freigegeben
8  // <- global wird freigegeben

```

Umgebungen können beliebig geschachtelt werden \implies alle Umgebungen bilden einen Baum, mit der globalen Umgebung als Wurzel. Funktionen sind in der globalen Umgebung definiert. Umgebung jeder Funktion sind Kindknoten der globalen Umgebung (Ausnahme: Namensräume \implies siehe unten)

\implies Funktions Umgebung ist **nicht** in der Umgebung, wo die Funktion aufgerufen wird Jede Umgebung besitzt eine **Zuordnungstabelle** für alle Speicherzellen, die in der Umgebung definiert wurden

Name	Typ	aktueller Wert
l	int	2

Jeder Name kann pro Umgebung nur einmal vorkommen. Ausnahme: Funktionsnamen können mehrmals vorkommen bei function overloading (nur c++). Alle Befehle werden relativ zur aktuellen Umgebung ausgeführt.

aktuell: Zuordnungstabelle der gleichen Umgebung und aktueller Wert zum Zeitpunkt des Aufrufs

Beispiel: $c = a * b$;

Regeln:

- wird der Name (nur a, b, c) in der aktuellen Zuordnungstabelle gefunden
 1. Typprüfung \implies Fehlermeldung, wenn Typ und Operation nicht zusammenpassen
 2. andernfalls, setze aktuellen Wert aus Tabelle in Ausdruck ein (ähnlich Substitutionsmodell)
 - wird Name nicht gefunden: suche in der Elternumgebung weiter
 - wird der Name bis zur Wurzel (globale Umgebung) nicht gefunden \implies Fehlermeldung
 - \implies ist der Name in mehreren Umgebungen vorhanden gilt der zuerst gefundene (Typ, Wert)
 - \implies Programmierer muss selbst darauf achten, dass
 1. bei der Suche die gewünschte Speicherzelle gefunden wird \implies benutze „sprechende Namen“
 2. der aktuelle Wert der richtig ist \implies beachte Reihenfolge der Befehle!
 - Namensraum: spezielle Umgebungen in der globalen Umgebung (auch geschachtelt) mit einem Namen
- Ziele:
- Gruppieren von Funktionalität in Module (zusätzlich zu Headern)
 - Verhinderung von Namenskollisionen

Beispiel: c++ Standardbibliothek:

```

1 namespace std {
2     double sqrt(double x);
3     namespace chrono {
4         class system_clock;
5     }
6 }
7
8 // Benutzung mit Namespace-Präfix:
9 std::sqrt(80);
10 std::chrono::system_clock clock;
```

Besonderheit: mehrere Blöcke mit selbem Namensraum werden verschmolzen.

```

1  int p = 2;
2  int q = 3;
3
4  int foo(int p) {
5      return p * q;
6  }
7
8  int main() {
9      int k = p * q; // beides global => 6 = 2 * 3
10     int p = 4; // lokales p verdeckt globales p
11     int r = p * q; // p lokal, q global => 12 = 4 * 3
12     int s = foo(p); // lokale p von main() wird zum lokalen p von foo()
        ↳ 12 = 4 * 3
13     int t = foo(q); // globales q wird zum lokalen p von foo() 9 = 3 * 3
14     int q = 5;
15     int n = foo(g); // lokales q wird zum lokalen p von foo() 15 = 5 * 3
16 }

```

9 Referenzen

Referenzen sind neue (zusätzliche) Namen für vorhandene Speicherzellen.

```

1  int x = 3; // neue Variable x mit neuer Speicherzelle
2  int &y = x; // Referenz: y ist neuer Name für x, beide haben die selbe
        ↳ Speicherzelle
3  y = 4; // Zuweisung an y, aber x ändert sich auch, das heißt x == 4
4  x = 5; // jetzt y == 5
5  int const &z = x; // read-only Referenz, das heißt z = 6 ist verboten
6  x = 6; // jetzt auch z == 6

```

Hauptanwendung:

- die Umgebung, in der eine Funktion aufgerufen wird und die Umgebung der Implementation sind unabhängig, das heißt Variablen der einen Umgebung sind in der anderen nicht sichtbar
- häufig möchte man Speicherzellen in beiden Umgebungen teilen \implies verwende Referenzen
- häufig will man vermeiden, dass eine Variable kopiert wird (pass-by-value)
 - Durch pass-by-reference braucht man keine Kopie \implies typisch „const &“, also read-only, keine Seiteneffekte

```

1  int foo(int x) { // pass-by-value
2      x += 3;

```

```

3     return x;
4 }
5
6 int bar(int & y) { // pass-by-reference
7     y += 3; // Seiteneffekt der Funktion
8     return y;
9 }
10
11 void baz(int & z) { // pass-by-reference
12     z += 3;
13 }
14
15 int main() {
16     int a = 3;
17     std::cout << foo(a) << std::endl; // 5
18     std::cout << a << std::endl; // 3
19     std::cout << bar(a) << std::endl; // 5
20     std::cout << a << std::endl; // 5
21     baz(a);
22     std::cout << a << std::endl; // 8
23 }

```

In der funktionalen Programmierung sind Seiteneffekte grundsätzlich verboten, mit Ausnahmen, zum Beispiel für Ein-/Ausgabe.

10 Container-Datentypen

Dienen dazu, andere Daten aufzubewahren.

Art der Elemente:

- homogene Container: alle Elemente haben gleichen Type (typisch für c++)
- heterogene Container: Elemente könne verschiedene Typen haben (z.B. Python)

Nach Größen:

- statische Container: feste Größe, zur Compilezeit bekannt
- dynamische Container: Größe zur Laufzeit veränderbar

Arrays sind die wichtigsten Container, weil effizient auf Hardware abgebildet und einfach zu benutzen. klassisch: Arrays sind statisch, zum Beispiel C-Arrays (hat c++ geerbt)

```

1 int a[20];

```

modern: dynamische Arrays

- Entdeckung einer effizienten Implementation
- Kapselung durch objekt-orientierte Programmierung (sonst zu kompliziert)
- wir kennen bereits ein dynamisches Array: `std::string` ist Abbildung `int (Index) → char (Zeichen)`, mit $0 \leq \text{index} < \text{s.size}()$
- wichtigste Funktion: `s.size()` (weil Größe dynamisch), `s[4]` Indexzugriff, `s+=` „mehr“ Zeichen anhängen
- wir wollen dasselbe Verhalten für beliebige Elementtypen:

```

1  #include <vector>
2
3  //      Elementtyp   Größe   Initialwert der Elemente
4  std::vector<double> v(20, 0.0);
5  // analog
6  std::vector<int>;
7  std::vector<std::string>;

```

Weitere Verallgemeinerung: Indextyp beliebig (man sagt dann „Schlüssel-Typ“) „assoziatives Array“. Typische Fälle:

- Index ist nicht im Bereich $(0, \text{size}]$, zum Beispiel Matrikelnummern
- Index ist string, zum Beispiel Name eines Studenten

```

1  #include <map>
2  #include <unordered_map>
3
4  // Binärer Suchbaum
5  std::map;
6
7  // Hashtabelle, siehe Algorithmen und Datenstrukturen
8  std::unordered_map;
9
10 //      Schlüsseltyp   Elementtyp
11 std::map<int, double> noten; noten[3121101] = 10;
12 std::map<std::string, double> noten; noten["krause"] = 10;

```

- Indexoperationen wie beim Array
- Elemente werden beim 1. Zugriff automatisch erzeugt (dynamisch)
- alle dynamischen und assoziativen Arrays unterstützen `a.size()` zum Abfragen der Größe

10.1 std::vector

Erzeugen:

```
1 std::vector<double> v(20, 1.0);
2 std::vector<double> v; // leeres Array
3 std::vector<double> v = {1.0, -3.0, 2.2}; // "initializer list": Element
   ↪ für Anfangszustand
```

Größe:

```
1 v.size();
2 v.empty(); // => v.size() == 0
```

Größe ändern

```
1 v.resize(neue_groesse, initialwert);
2 // Dann:
3 // Fall 1: neue_groesse < size(): Element ab Index "neue_groesse"
   ↪ gelöscht die andern bleiben
4 // Fall 2: neue_groesse > size(): neue Elemente mit Initialwert am Ende
   ↪ anhängen, die anderen bleiben
5 // Fall 3: neue_groesse == size(): nichts passiert
6
7 v.push_back(neues_element); // ein neues Element am Ende anhängen
   ↪ (ähnlich string += "mehr")
8 v.insert(v.begin() + index, neues_element); // neues element an Position
   ↪ "index" einfügen 0 <= index <= size()
9 // Falls index == size(): am Ende anhängen, sonst: alte Elemente ab
   ↪ Index werden eine Position nach hinten verschoben (teuer)
10
11 v.pop_back(); // letztes Element löschen (effizient)
12 v.erase(v.begin() + index); // Element an Position index löschen, alles
   ↪ dahinter eine Position verschieben (teuer)
13 v.clear(); // alles löschen
```

Zugriff

```
1 v[k]; // Element bei Index k
2 v.at(k); // wie v[k], aber Fehlermeldung, wenn nicht 0 <= k < size()
   ↪ (zum Debuggen)
```

Funktionen für Container benutzen in c++ immer Iteratoren, damit sie für verschiedene Container funktionieren.

Iterator-Range

```

1 // erstes Element
2 v.begin()
3
4 // hinter letztem Element
5 v.end()

```

im Header `<algorithm>` alle Elemente kopieren

```

1 std::vector<double> source = {1.0, 2, 3, 4, 5};
2 std::vector<double> target(source.size(), 0.0);
3 std::copy(source.begin(), source.end(), target.begin());
4 std::copy(source.begin() + 2, source.end() - 1, target.begin()); // nur
  ↳ index 2 .. size() - 1 kopieren

```

Elemente sortieren

```

1 std::sort(v.begin(), v.end()); // "in-place" sortieren

```

Elemente mischen:

```

1 std::random_shuffle(v.begin(), v.end()); // "in-place" mischen

```

10.1.1 Effizienz von `push_back`

Warum ist `push_back()` effizient? (bei `std::vector`).

Veraltete Lehrmeinung: Arrays sind nur effizient wenn statisch (das heißt Größe zur Compilezeit, oder spätestens bei Initialisierung, bekannt), sonst: andere Datenstruktur verwenden, zum Beispiel verkettete Liste (`std::list`)

modern: bei vielen Anwendungen genügt, wenn Array (meist) nur am Ende vergrößert wird (zum Beispiel `push_back()`). Dies kann sehr effizient unterstützt werden \Rightarrow dynamisches Array.

`std::vector` verwaltet intern ein statisches Array der Größe „capacity“, `v.capacity() >= c.size()`

Wird das interne Array zu klein \Rightarrow wird automatisch auf ein doppelt so großes umgeschaltet. Ist das interne Array zu groß, bleiben unbenutzte Speicherzellen als Reserve. Verhalten bei `push_back()`:

1. noch Reserve vorhanden: lege neues Element in eine unbenutzte Speicherzelle \Rightarrow billig
2. keine Reserve
 - a) alloziere neues statisches Array mit doppelt Kapazität

- b) kopiere die Daten aus dem alten in das neue Array
- c) gebe das alte Array frei
- d) gehe zum Anfang des Algorithmus, jetzt ist wieder Reserve vorhanden

Das Umkopieren ist nicht zu teuer, weil es nur selten notwendig ist.

```

1 Beispiel: vector<int> v;
2
3 for(int i = 0; i < 32; i++) v.push_back(k);

```

k	capacity vor push_back()	capacity nach push_back()	size()	Reserve	#Umkopieren
0	0	1	1	0	0
1	1	2	2	0	1
2	2	4	3	1	2
3	4	4	4	0	2
4	4	8	5	3	4
5-7	8	8	8	0	0
8	8	16	9	7	8
9-15	16	16	16	0	0
16	16	32	17	15	16
17-31	32	32	32	0	0

Was kostet das:

- 32 Elemente einfügen = 32 Kopien extern \implies intern
- aus allem Array ins neu kopieren $(1 + 2 + 4 + 8 + 16) = 31$ kopieren intern \implies intern
- \implies im Durchschnitt sind pro Einfügung 2 Kopien nötig
- \implies dynamisches Array ist doppelt so teuer wie das statische \implies immer noch sehr effizient

Relevante Funktionen von `std::vector`:

```

1 v.size() // aktuelle Zahl der Elemente
2 v.capacity() // aktuelle Zahl Speicherzellen
3 assert(v.capacity() - v.size() >= 0) // Reserve
4 v.resize(new_size) // ändert immer v.size(), aber v.capacity() nur wenn
   ↳ < new_size
5 v.reserve(new_capacity) // ändert v.size() nicht, aber v.capacity()
   ↳ falls new_capacity >= size
6 v.shrink_to_fit() // == v.reserve(v.size()) Reserve ist danach 0, wenn
   ↳ Endgröße erreicht

```

- wenn `Reserve > size`: capacity kann auch halbiert werden
- wichtige Container der c++ Standardbibliothek
- wir hatten dynamische Arrays `std::string`, `std::vector`, assoziative Arrays `std::map`, `std::unordered_map`
- `std::set`, `std::unordered_set`: Menge, jedes Element ist höchstens einmal enthalten
zum Beispiel Duplikate
- `std::stack` (Stapel, Keller): unterstützt `push()` und `pop()` mit Last in- First out Semantik (LIFO) äquivalent zu `push_back()` und `pop_back()` bei `std::vector`
- `std::queue` (Warteschlange) `push()` und `pop()` mit First in-first out Semantik (FIFO)
- `std::deque` („double-ended queue“) gleichzeitig `stack` und `queue`, `push()`, `pop_front()`, `pop_back()`
- `std::priority_queue`, `push()` und `pop()` - Element mit höchster/niedrigster Priorität (user defined)

11 Iteratoren

Für Arrays lautet die kanonische Schleife

```

1 for(int i = 0; i != v.size(); i++) {
2     int current = v[i]; // lesen
3     v[i] = new_value; // schreiben
4 }
```

Wir wollen eine so einfache Schleife für beliebige Container. Der Index-Zugriff `v[i]` ist bei den meisten Container nicht effizient. Iteratoren sind immer effizient \implies es gibt sie in allen modernen Programmiersprachen, aber Details sehr unterschiedlich. Analogie: Zeiger einer Uhr, Cursor in Textverarbeitung. \implies ein Iterator zeigt immer auf ein Element des Containers, oder auf Spezialwert „ungültiges Element“. In c++ unterstützt jeder Iterator 5 Grundoperationen

1. Iterator auf erstes Element erzeugen: `auto iter = v.begin();`
2. Iterator auf „ungültiges Element“ erzeugen: `auto end = v.end();`
3. Vergleich `iter1 == iter2` (Zeigen auf gleiches Element), `iter != end`: iter zeigt **nicht** auf ungültiges Element
4. zum nächsten weitergehen: `++iter`. Ergebnis ist `v.end()`, wenn man vorher beim letzten Element war
5. auf Daten zugreifen: `*iter` („Dereferenzierung“) analog `v[k]`

kanonische Schleife:

```

1  for(auto iter = v.begin(); iter != v.end(); ++iter) {
2      int current = *iter; // lesen
3      *iter = new_value; // schreiben
4  }
5
6  // Abkürzung: range-based for loop
7  for(auto & element : v) {
8      int current = element; // lesen
9      element = new_value; // schreiben
10 }

```

Iteratoren mit den 5 Grundoperationen heißen „forward iterator“ (wegen ++iter).

- „bidirectional iterators“: unterstützen auch --iter, zum vorigen Element ((fast) alle Iteratoren in std)
- „random access iterators“: beliebige Sprünge iter += 5; iter -= 3;

Besonderheit für assoziative Arrays (std::map, std::unordered_map): Schlüssel und Werte können beliebig gewählt werden. \Rightarrow das aktuelle Element ist ein Schlüssel / Wert -Paar, das heißt Iterator gibt Schlüssel und Wert zurück

```

1  (*iter).first; // Schlüssel
2  (*iter).second; // Wert
3  // Abkürzung
4  iter->first;
5  iter->second;

```

bei std::map liefern die Iteratoren die Elemente in aufsteigender Reihenfolge der Schlüssel.
Wir hatten: std::copy()

```

1  std::vector<double> source = {1, 2, 3, 4};
2  std::vector<double> target(source.size());
3  std::copy(source.begin(), source.end(), target.begin());

```

std::transform:

```

1  // nach Kleinbuchstaben konvertieren
2  std::string source = "aAbCdE";
3  std::string target = source;

```

```

4  std::transform(source.begin(), source.end(), target.begin(),
    ↪  std::tolower); // Name einer Funktion, die ein einzelnes Element
    ↪  transformiert, t="abcde"
5  // die Daten quadrieren
6  double sq(double x) { return x * x; }
7  std::transform(source.begin(), source.end(), target.begin(), sq); //
    ↪  target == {1, 4, 9, 16}
8  // das ist eine Abkürzung für eine Schleife
9  auto src_begin = source.begin();
10 auto src_end = source.end();
11 auto tgt_begin = target.begin();
12
13 for(; src_begin != src_end; src_begin++, tgt_begin++) {
14     *tgt_begin = sq(*src_begin);
15 }

```

Der Argumenttyp der Funktion muss mit dem source Elementtyp kompatibel sein. Der Returntyp der Funktion muss mit dem Target-Elementtyp kompatibel sein. Das letzte Argument von `std::transform()` muss ein Funktor sein (verhält sich wie eine Funktion), drei Varianten:

1. normale Funktion, z.B. `sq`. Aber: wenn Funktion für mehrere Argumenttypen überladen ist (overloading) (zum Beispiel, wenn es `sq(double)` und `sq(int)` gibt), muss der Programmierer dem Compiler sagen, welche Version gemeint ist \Rightarrow für Fortgeschrittene („functionpointer cast“)
2. Funktionsobjekt \Rightarrow objekt-orientierte Programmierung
3. Definiere eine namenlose Funktion \Rightarrow „Lambda-Funktion λ “
 - statt λ verwenden wir den Universalnamen `[]`

```

1  std::transform(source.begin(), source.end(), target.begin(),
    ↪  [](double x) { return x*x; }); // statt Funktionsname sq
    ↪  wie bei 1 steht hier die ganz Funktionsimplementation
2  // Returntyp setzt Computer automatisch ein, wenn es nur einen
    ↪  return-Befehl gibt.

```

- Lambda-Funktionen können noch viel mehr \Rightarrow für Fortgeschrittene
- `std::transform()` kann in-place arbeiten (das heißt source-Container überschreiben), wenn source und target gleich

```

1  std::transform(source.begin(), source.end(), source.begin(),
    ↪  sq);

```

Die Funktion `std::sort()` zum in-place sortieren eines Arrays:

```

1 std::vector<double> v = {4, 2, 3, 5, 1};
2 std::sort(v.begin(), v.end()); // v == {1, 2, 3, 4, 5}

```

`std::sort` ruft intern den `<`-Operator des Elementtyps auf, um Reihenfolge zu bestimmen. Die `<`-Operation muss eine totale Ordnung der Elemente definieren:

- $a < b$ muss für beliebige a, b ausführbar sein
- transitiv: $(a < b) \wedge (b < c) \implies (a < c)$
- anti-symmetrisch: $\neg(a < b) \wedge \neg(b < a) \implies a == b$

12 Insertion Sort

Schnellster Sortieralgorithmus für kleine Arrays ($n \leq 30$) hängt von Compiler und CPU ab. Idee von Insertion Sort:

- wie beim Aufnehmen und Ordnen eines Kartenblatts
- gegeben: bereits sortierte Teilmenge bis Position $k - 1$ Karten bereits in Fächer
- Einfügen des k -ten Elements an richtiger Stelle \rightarrow Erzeuge Lücke an richtiger Position durch verschieben von Elementen nach rechts
- Wiederholung für $k = 1, \dots, N$
- Beispiel:

4	2	3	5	1
4	_	3	5	1
_	4	3	5	1
2	4	3	5	1
2	4	_	5	1
2	_	4	5	1
2	3	4	5	1
2	3	4	_	1
2	3	4	5	1
2	3	4	5	_
_	2	3	4	5
1	2	3	4	5

```

1 void insertion_sort(std::vector<double> & v) {
2     for(int i = 0; i < v.size(); i++) {
3         double current = v[i];
4         int j = i; // Anfangsposition der Lücke
5         while(j > 0) {

```

```

6         if(v[j - 1] < current) { // -> if(cmp(a, b))
7             break; // j ist richtige Position der Lücke
8         }
9         v[j] = v[j - 1];
10        j--;
11    }
12    v[j] = current;
13 }
14 }

```

Andere Sortierung: definiere Funktor `cmp(a, b)`, der das gewünschte kleiner realisiert (gibt genau dann „true“ zurück, wenn a „kleiner“ b nach neuer Sortierung). Neue Sortierung am besten per Lambda-Funktion an `std::sort` übergeben

```

1 std::sort(v.begin(), v.end()); // Standardsort mit "<"
2 std::sort(v.begin(), v.end(), [](double a, double b) { return a < b; });
  ↳ // Standardsortierung aufsteigen
3 std::sort(v.begin(), v.end(), [](double a, double b) { return b < a; });
  ↳ // absteigende Sortierung
4 std::sort(v.begin(), v.end(), [](double a, double b) { return
  ↳ std::abs(a) < std::abs(b); }); // Normal nach Betrag; // Normal nach
  ↳ Betrag
5 std::sort(v.begin(), v.end(), [](std::string a, std::string b) {
6     std::transform(a.begin(), a.end(), a.begin(), std::tolower);
7     std::transform(b.begin(), b.end(), b.begin(), std::tolower);
8     return a < b;
9 });

```

13 generische Programmierung

`insertion_sort` soll für beliebige Elementtypen funktionieren.

```

1 template<typename T>
2 void insertion_sort(std::vector<T> & v) {
3     for(int i = 0; i < v.size(); i++) {
4         T current = v[i];
5         int j = i; // Anfangsposition der Lücke
6         while(j > 0) {
7             if(v[j - 1] < current) { // -> if(cmp(a, b))
8                 break; // j ist richtige Position der Lücke
9             }
10            v[j] = v[j - 1];

```

```

11         j--;
12     }
13     v[j] = current;
14 }
15 }

```

Ziel: benutze template-Mechanismus, damit **eine** Implementation für viele verschiedene Typen verwendbar ist

- erweitert funktionale und prozedurale und objekt-orientierte Programmierung

zwei Arten von Templates („Schablone“):

1. Klassen-templates für Datenstrukturen, zum Beispiel Container sollen beliebige Elementtypen unterstützen
 - Implementation \implies später
 - Benutzung: Datenstrukturname gefolgt vom Elementtyp in spitzen Klammern (`std::vector<double>`), oder mehrere Typen, zum Beispiel Schlüssel und Wert bei `std::map<std::string, double>`
2. Funktionen-Templates: es gab schon function overloading

```

1  int sq(int x) {
2      return x * x;
3  }
4
5  double sq(double x) {
6      return x * x;
7  }
8
9  // und so weiter für komplexe und rationale Zahlen...

```

Nachteil:

- wenn die Implementationen gleich sind \rightarrow nutzlose Arbeit
- Redundanz ist gefährlich: korrigiert man einen Bug wird leicht eine Variante vergessen

Mit templates reicht eine Implementation:

```

1  template<typename T> // T: Platzhalter für beliebigen Typ, wird
   ↪ später durch einen tatsächlichen Typ ersetzt
2  T sq(T x) {
3      return x * x; // implizierte Anforderung an den Typ T, er muss
   ↪ Multiplikation unterstützen, sonst: Fehlermeldung
4  }

```

13.1 Funktionstemplates

Wie bei Substituieren von Variablen mit Werten, aber jetzt mit Typen. Benutzung: Typen für die Platzhalter hinter dem Funktionsnamen in spitzen Klammern

```
1 sq<int>(2) == 4;
2 sq<double>(3.0) == 9.0,
```

Meist kann man die Typenangabe <type> weglassen, weil der Computer sie anhand des Argumenttyps automatisch einsetzt:

```
1 sq(2); // == sq<int>(2) == 4
2 sq(3.0); // == sq<double>(3.0) == 9
```

Kombiniert man templates mit Overloading, wird die ausprogrammierte Variante vom Compiler bevorzugt. Komplizierte Fälle (Argument teilweise Template, teilweise hard_coded) \implies für Fortgeschrittene. Funktion, die ein Array auf Konsole ausgibt, für beliebige Elementtypen:

```
1 template<typename ElementType>
2 void print_vector(std::vector<ElementType> const & v) {
3     std::cout << "{";
4     if(v.size() > 0) {
5         std::cout << " " << v[0];
6         for(int i = 1; i < v.size(); i++) {
7             std::cout << ", " << v[i];
8         }
9     }
10    std::cout << " }";
11 }
```

Verallgemeinerung für beliebige Container mittels Iteratoren:

```
1 std::list<int> l = {1, 2, 3};
2 print_container(l.begin(), l.end()); // "{1,2,3}"
```

es genügen forward_iterators

```
1 Iterator iter2 = iter1; // Kopie erzeugen
2 iter1++; // zum nächsten Element
3 iter1 == iter2; // Zeigen sie auf das selbe Element?
4 iter1 != end;
5 *iter1; // Zugriff auf aktuelles Element
```

```

6
7 template<typename Iterator>
8 void print_container(Iterator begin, Iterator end) {
9     std::cout << "{}";
10    if(begin != end) { // Container nicht leer?
11        std::cout << " " << *begin++;
12        for(;begin != end; begin++) {
13            std::cout << ", " << *begin;
14        }
15        std::cout << "}";
16    }

```

Überprüfen, ob Container sortiert ist:

```

1 template<typename E, typename CMP>
2 bool check_sorted(std::vector<E> const & v, CMP less_than) {
3     for(int i = 1; i < v.size(); i++) {
4         if(less_than(v[i], v[i - 1])) { // statt v[k] < v[k - 1],
5             ↪ ausnutzen der Transitivität
6             return false;
7         }
8     }
9     return true;
10 }
11
12 // Aufruf:
13 std::vector<double> v = {1.0, 2.0, 3.0};
14 check_sorted(v, [](double a, double b) { return a < b; }); // == true
15 check_sorted(v, [](double a, double b) { return a > b; }); // == false
16
17 // Implementation für Iteratoren
18 template<typename Iterator, typename CMP>
19 bool check_sorted(Iterator begin, Iterator end, CMP less_than) {
20     if(begin == end) {
21         return true;
22     }
23     Iterator next = begin;
24     ++next;
25     for(; next != end; ++begin, ++next) {
26         if(less_than(*next, *begin)) {
27             return false;
28         }

```

```

29     }
30     return true;
31 }
32 // == std::is_sorted

```

Bemerkung: Compiler-Fehlermeldungen bei Template-Code sind oft schwer zu interpretieren, \implies Erfahrung nötig aber: Compiler werden darin immer besser, besonders clang-Compiler. Mit Templates kann man noch viel raffinierter Dinge machen, zum Beispiel Traits-Klassen, intelligent libraries template meta programming \implies nur für Fortgeschrittene.

14 Effizienz von Algorithmen und Datenstrukturen

14.1 Bestimmung der Effizienz

2 Möglichkeiten:

1. Messe die „wall clock time“ - wie lange muss man auf das Ergebnis warten
2. unabhängig von Hardware benutzt man das Konzept der algorithmischen Komplexität

14.1.1 wall clock

wall clock time misst man zum Beispiel mit dem Modul <chrono>

```

1  #include <chrono>
2  #include <iostream>
3
4  int main() {
5      // alles zur Zeitmessung vorbereiten
6
7      auto start = std::chrono::high_resolution_clock::now(); // Startzeit
8      // code der gemessen werden soll
9      auto stop = std::chrono::high_resolution_clock::now();
10     std::chrono::duration<double> diff = stop - start; // Zeitdifferenz
11     std::cout << "Zeitdauer: " << diff.count() << " Sekunden\n" <<
        ↪ std::endl; // ausgeben
12 }

```

Pitfalls:

- moderne Compiler optimieren oft zu gut, das heißt komplexe Berechnungen werden zur Compilezeit ausgeführt und ersetzt \implies gemessene Zeit ist viel zu kurz. Abhilfen:
 - Daten nicht „hard-wired“, sondern zum Beispiel von Platte lesen
 - „volatile“ Schlüsselwort „volatile int k = 3;“

- der Algorithmus ist schneller als die clock \implies rufe den Algorithmus mehrmals in einer Schleife auf
- die Ausführung ihres Programms kann vom Betriebssystem jederzeit für etwas wichtigeres unterbrochen werden (zum Beispiel Mail checken) \implies gemessene Zeit zu lang \implies messe mehrmals und nimm die kürzeste Zeit (meist reicht 3 bis 10 fach)
- Faustregel: Messung zwischen 0.02 s und 3 s

Nachteil: Zeit hängt von der Qualität der Implementation, den Daten (insbesondere der Menge) und der Hardware ab

14.1.2 algorithmische Komplexität

Algorithmische Komplexität ist davon unabhängig, ist eine Art theoretisches Effizienzmaß. Sie beschreibt, wie sich die Laufzeit verlängert, wenn man mehr Daten hat.

Beispiel 14.1 Algorithmus braucht für n Elemente x Sekunden, wie lange dauert es für $2n$, $10n$ für große n

Bei effiziente Algorithmen steigt der Aufwand mit n nur langsam (oder bestenfalls gar nicht)
Grundidee:

1. berechne, wie viele elementare Schritte der Algorithmus in Abhängigkeit von n benötigt \implies komplizierte Formel $f(n)$
2. vereinfache $f(n)$ in eine einfache Formel $g(n)$, die dasselbe wesentliche Verhalten hat. Die Vereinfachung erfolgt mittels **O -Notation** und ihren Verwandten Gegeben: $f(n)$ und $g(n)$
 - a) $g(n)$ ist eine asymptotische (für große n) obere Schranke für $f(n)$ („ $f(n) \leq g(n)$ “), $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$ „ $f(n)$ ist in der Komplexitätsklasse $g(n)$ “, wenn es ein n_0 (Mindestgröße) gibt und C (Konstante) gibt, sodass $\forall n > n_0 : f(n) \leq Cg(n) \iff f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$
 - b) $g(n)$ ist asymptotische untere Schranke für $f(n)$ ($f(n) \geq g(n)$)

$$f(n) \in \Omega(g(n)) \iff \exists n_0, C : \forall n > n_0 f(n) \geq Cg(n)$$

- c) $g(n)$ ist asymptotisch scharfe Schranke für $f(n)$ ($f(n) = g(n)$)

$$f(n) \in \Theta(g(n)) \iff f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \wedge f(n) \in \Omega(g(n))$$

Regeln:

1. $f(n) \in \Theta(f(n)) \implies f(n) \in \mathcal{O}(f(n)), f(n) \in \Omega(f(n))$
2. $c'f(n) \in \Theta(f(n))$
3. $\mathcal{O}(f(n)) \cdot \mathcal{O}(g(n)) \in \mathcal{O}(f(n)g(n))$

Multiplikationsregel

4. $\mathcal{O}(f(n)) + \mathcal{O}(g(n)) \in \mathcal{O}(\text{„max“}(f(n), g(n)))$ Additionsregel
 formal: wenn $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \implies \mathcal{O}(f(n)) + \mathcal{O}(g(n)) \in \mathcal{O}(g(n))$
 $g(n) \in \mathcal{O}(f(n)) \implies \mathcal{O}(f(n)) + \mathcal{O}(g(n)) \in \mathcal{O}(f(n))$

5. $n^p \in \mathcal{O}(n^q)$ wenn $p \leq q$

Beliebte Wahl für $g(n)$

- $\mathcal{O}(1)$ „konstante Komplexität“
elementare Operation „+“, „-“, „*“, „/“, Array-Zugriff $v[k]$ (v : `std::vector`)
- $\mathcal{O}(\log(n))$ „logarithmische Komplexität“
zum Beispiel: auf Element von `std::map` zugreifen $m[k]$ (m : `std::map`)
- $\mathcal{O}(n)$ „lineare Komplexität“
zum Beispiel `std::transform()` (n = Anzahl der transformierten Elemente)
- $\mathcal{O}(n \log(n))$ „n log n“, „log linear“, „linearithmisch“
Beispiel: `std::sort`
- $\mathcal{O}(n^2)$ „quadratische Komplexität“
- $\mathcal{O}(n^p)$ „polynomielle Komplexität“
- $\mathcal{O}(2^n)$ „exponentielle Komplexität“

Beispiel 14.2

$$f(n) = 1 + 15n + 4n^2 + 7n^3 \in \mathcal{O}(n^3)$$

14.1.3 Anwendung

1. Fibonacci-Zahlen: $f_k = f_{k-2} + f_{k-1}$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f_k	0	1	1	2	3	5	8	13	21

```

1  int fib1(int k) {
2      if(k < 2) { // \mathcal{O}(1)
3          return k; // \mathcal{O}(1)
4      }
5      // \mathcal{O}(1)
6      int f1 = 0; // letzten beiden Fibonacci Zahlen, anfangs die
           ↪ ersten beiden
7      int f2 = 1;
8      for(int i = 2; i <= k; i++) { // f(k) = k - 1 e \mathcal{O}(k)
9          int f = f1 + f2; // \mathcal{O}(1)
10         f1 = f2; // \mathcal{O}(1)
11         f2 = f; // \mathcal{O}(1)

```

```

12     } // gesamte Schleife:  $\mathcal{O}(1) * \mathcal{O}(k) =$ 
        ↪  $\mathcal{O}(k)$ 
13     return f2;
14 } // gesamte Funktion: teuerstes gewinnt:  $\mathcal{O}(k)$ 
15
16 // rekursive Variante:
17 int fib2(int k) {
18     if(k < 2) { //  $\mathcal{O}(1)$ 
19         return k; //  $\mathcal{O}(1)$ 
20     }
21     return fib2(k - 2) + fib2(k - 1);
22 }

```

- sehr ineffizient, weil alle Fibonacci-Zahlen $< k$ mehrmals berechnet werden

Sei $f(k)$ die Anzahl der Schritte, $f'(k)$ die Schritte oberhalb, Annahme: jeder Knoten ist $\mathcal{O}(1) \implies f(k) \in \mathcal{O}(\text{Anzahl Knoten})$. Oberhalb ist der Baum vollständig (jeder innere Knoten hat zwei Kinder), Anzahl der Knoten im vollständigen Baum der Tiefe l :

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^l = 2^{l+1} - 1$$

15 Zahlendarstellung im Computer

Problem: es gibt ∞ viele Zahlen, aber der Computer ist endlich.

15.1 Natürliche Zahlen

Natürliche Zahlen $\implies x \geq 0$. c++ bietet Typen verschiedene Größe.

klassisch	mit Größe	Anzahl Bits	Bereich	Literale
unsigned char	uint8_t	(\geq) 8	0 - 255	
unsigned short	uint16_t	(\geq) 16	0 - 65535	
unsigned int	uint32_t	(\geq) 32	0 - 4×10^9	
unsigned long		32 oder 64		
unsigned long long	uint64_t	64	0 - 2×10^{19}	L

was passiert bei zu großen Zahlen?

- alle Operationen werden Modulo 2^m ausgeführt, wenn der Typ m Bits hat

```

1  uint8_t x = 250, y = 100;
2  uint8_t s = x + y; // 350 % 256 = 94
3  uint8_t p = x * y; // 25000 % 256 = 168

```

„integer overflow“: einfach Bits oberhalb von m wegwerfen

15.1.1 Pitfalls

```

1  std::vector<uint8_t> v = { ... };
2  uint8_t sum = 0; // FALSCH, da es zu overflow kommen kann
3  // verwende uint32_t, uint64_t, verhindern overflow mit hoher
   ↪ Wahrscheinlichkeit
4  for(int k = 0; k < v.size(); k++) {
5      sum += v[k];
6  }
7
8  // Endlosschleife, da i nie < 0, da unsigned
9  // Abhilfe: int verwenden
10 for(uint8_t i = v.size(); i >= 0; i++) {
11     // auf v[k] zugreifen
12 }

```

15.1.2 arithmetische Operationen

- Addition in Kapitel Automaten

Subtraktion Subtraktion kann auf Addition zurückgeführt werden Erinnerung: Restklassenarithmetik: (Modulo)

alle Zahlen mit dem gleichen Rest modulo k bilden „Äquivalenzklasse“, zum Beispiel $k = 4$

0	mod 4 = 0	$\equiv 4$	mod 4 $\equiv 8$	mod 4 $\equiv 12$	mod 4 ...
1	mod 4 = 1	$\equiv 5$	mod 4 $\equiv 9$	mod 4 $\equiv 13$	mod 4 ...
2	mod 4 = 2	$\equiv 6$	mod 4 $\equiv 10$	mod 4 $\equiv 14$	mod 4 ...
3	mod 4 = 3	$\equiv 7$	mod 4 $\equiv 11$	mod 4 $\equiv 15$	mod 4 ...

Ein Mitglied jeder Äquivalenzklasse wird Repräsentant.

Hier: kleinste Repräsentanten $0, \dots, (k - 1)$, mit $k = 2^m$ sind das gerade die uint-Werte

Eigenschaft: man kann Vielfache nk addieren, ohne Äquivalenzklasse zu ändern:

$$(a - b) \mod 2^m = \left(a + \underbrace{2^m - b}_{z: \text{Zweierkomplement}} \right) \mod 2^m = (a + z) \mod 2^m$$

$z = (2^m - b) \mod 2^m$ lässt sich billig berechnen als $(\sim b + 1) \mod 2^m$ Dabei ist \sim bitweise Negation (dreht alle Bits um)

- $m = 4, \sim(1001) = 0110$

Satz 15.1

$$(2^m - b) \bmod 2^m = (\sim b + 1) \bmod 2^m$$

Beweis

$$\begin{aligned} b + \sim b &= 1111 \dots 1 = 2^m - 1 \\ \sim b + 1 &= 2^m - b \end{aligned}$$

Fall 1: $b > 0$

$$\begin{aligned} &\implies \sim b < 2^m - 1 \implies \sim b + 1 < 2^m \implies (\sim b + 1) \bmod 2^m = \sim b + 1 \\ &\implies (\sim b + 1) \bmod 2^m = (2^m - b) \bmod 2^m \end{aligned}$$

Fall 2: $b = 0$

$$\begin{aligned} &\implies \sim b = 2^m - 1 \\ &\sim b + 1 = 2^m \\ (\sim b + 1) \bmod 2^m &= 0 \\ 2^m - b &= 2^m \\ z = (2^m - b) \bmod 2^m &= (\sim b + 1) \bmod 2^m = 0 \quad \square \end{aligned}$$

Multiplikation Neue Operationen: \ll und \gg (left und right shift). Verschiebt die Bits um k Positionen nach links oder rechts. Die herausgeschobenen Bits werden vergessen und auf der anderen Seite durch 0 -Bits ersetzt.

```

1 // m = 8
2 assert(11011101b << 3 == 11101000b)
3 assert(11011101b >> 3 == 00011011b)

```

Satz 15.2

$$\begin{aligned} x \ll k &\equiv (x \cdot 2^k) \bmod 2^m \\ x \gg k &\equiv \left(\frac{x}{2^k}\right) \end{aligned}$$

Operation $\&$ und $|$: bitweise und beziehungsweise oder-Verknüpfung (nicht verwechseln mit $\&\&$ und $||$ für logische Operationen) $m = 8$:

$\$10110011 \& 1 = \$$

1	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1

(testet, ob in linker Zahl Bit 0 gesetzt ist)

10110011 | 1 =

1	0	1	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1

kombiniere & mit \ll :

$$x \& (1 \ll k)$$

testet, ob in x Bit k gesetzt ist.

```

1 uint8_t mul(uint8_t x, uint8_t y) {
2     uint8_t res = 0;
3     for(int i = 0; i < 8; i++) {
4         if(y & (1 << i)) {
5             res += x;
6         }
7         x = x << 1; // x * 2
8     }
9 }
```

15.2 Ganze Zahlen

klassisch	mit Größe	Anzahl Bits	Bereich
signed char	int8_t	8	-128 ... 127
signed short	int16_t	16	-215 ... 215 - 1
signed int	int32_t	32	-231 ... 231 - 2
signed long		32 oder 64	
signed long long	int64_t	64	-263 ... 263 - 1

Wird der erlaubte Bereich überschritten, ist Verhalten Compiler abhängig. In der Praxis: auch Modulo 2^m , aber mit anderen Repräsentanten.

für Restklassen:

statt $0 \dots 2^m$ bei unsigned jetzt $-2^{m-1} \dots 2^{m-2} - 1$

das heißt:

- $x < 2^{m-1}$: Repräsentant bleibt
- $x \geq 2^{m-1}$: neuer Repräsentant $x - 2^m$ ist gleiche Restklasse

Vorteil: $x, -, *$ kann von unsigned übernommen werden

a, b signed: $a \text{ OP } b \rightarrow c$ signed (interpretiere Bitmuster von a und b als unsigned und Interpretiere das Ergebnis dann als signed) Konsequenzen:

- bei negativer Zahl ist höchstes Bit 1, weil $x \rightarrow x - 2^m$ falls $x \geq 2^{m-1}$

- unäre Negation $-x$ durch Zweierkomplement

$$\begin{aligned}
 -x &= (\sim x + 1) \mod 2^m \\
 -0 &= (\sim 00000000 + 1) \mod 2^8 \\
 &= (11111111 + 1) \mod 2^8 \\
 &= \underbrace{(100000000)}_{2^8} \mod 2^8 = 0 - 1 = (\sim 00000001 + 1) \mod 2^8 \\
 &= (11111110 + 1) \mod 2^8 \\
 &= \underbrace{(11111111)}_{2^8-1 < 2^8} \mod 2^8 \\
 &= 11111111
 \end{aligned}$$

Ausnahmeregel für \gg bei negativen Zahlen: Compilerabhängig, meist wird links ein 1-Bit reingeschoben, damit Zahl negativ bleibt \implies es gilt immer noch $x \gg k = (x/2^k)$ Reichen 64 Bit nicht aus (zum Beispiel bei moderner Verschlüsselung) verwende BigInt: Datentyp variabler Größe. Zum Beispiel GNU Multi-Precision Library

15.3 reelle Zahlen

c++ bietet Typen

Name	Größe	Bereich	kleinste Zahl	Literale
float	32bit	$-1 \times 10^{38} - 1 \times 10^{38}$	$10e-38$	4.0f
double	64bit	$-1 \times 10^{308} - 1 \times 10^{308}$	1×10^{-308}	4.0, 1e-2
long double	plattformabhängig, ≥ 64 bit			

Der c++ Standard legt die Größe nicht fest, aber praktisch alle gängigen CPUs benutzen Standard IEEE 754, c++ übernimmt HW-Implementation. Ziele der Definition von reellwertigen Typen:

- hohe Genauigkeit (viele gültige Nachkommastellen)
- Zahlen sehr unterschiedlicher Größenskalen (zum Beispiel Durchmesser eines Proton $= 2 \times 10^{-15}$ m vs. Durchmesser des sichtbaren Universum 1×10^{27} m) mit natürlichen Zahlen bräuchte man > 150 bit

elegante Lösung: halb-logarithmische Darstellung („floating point“). Datentyp ist aus 3 natürlichen Zahlen zusammengesetzt (aber alles von der CPU gekapselt)

- S (1-bit): Vorzeichen, 0 = „+“, 1 = „-“
- M (m-bit): Mantisse: Nachkommastellen
- E : (e-bit, Bias b): Exponent: Größenordnung

die eigentliche Zahl wird durch

$$x = (-1)^s \cdot (1 + M \cdot 2^{-m}) \cdot 2^{E-b}$$

- $M \cdot 2^{-m} \in [0, \frac{2^m-1}{2^m}) \in [0, 1)$
- $M \in [0, 2^m - 1]$
- $1 + M \cdot 2^{-m} \in [1, 2)$

Beispiel: natürliche Zahlen

x	$M \cdot 2^{-m}$	$E - b$	effektive Darstellung
1	0	0	$1 \cdot 2^0$
2	0	1	$1 \cdot 2^1$
3	0.5	1	$1.5 \cdot 2^1$
4	0	2	$1 \cdot 2^2$
5	0.25	2	$1.25 \cdot 2^2$

Konsequenz: alle ganzen Zahlen zwischen $-2^m, \dots, 2^m$ könne exakt dargestellt werden und haben exakte Arithmetik. (IEEE 754) Werte für m, e, b

- float
 - $m = 23$
 - $e = 8$
 - $b = 127$
 - $2^{E-b} \in [2^{-126}, 2^{127}] \approx [10^{-38}, 10^{38}]$
- double
 - $m = 52$
 - $e = 11$
 - $b = 1024$
 - $2^{E-b} \in [2^{-1022}, 2^{1023}] \approx [10^{-308}, 10^{308}]$

Anzahl der Nachkommastellen: $\varepsilon = 2^{-m}$ (machine epsilon, unit last place (ULP))

- float $2^{-23} \approx 1 \times 10^{-7}$
- double $2^{-52} \approx 1 \times 10^{-16}$

ε ist die kleinste Zahl, sodass

$$(1.0 + \varepsilon) \neq 1.0$$

weil Nachkommastellen außerhalb der Mantisse (rechts von 2^{-m}) ignoriert werden. \implies Problem der Auslöschung von signifikanten Stellen. Wenn man zwei fast gleich große Zahlen subtrahiert, löschen sich fast alle Bits der Mantisse \implies nur wenige gültige Nachkommastellen überleben. Zum Beispiel:

$$0.1234567 - 0.1234566 = 0.000001 \text{ (nur eine gültige Nachkommastelle!)}$$

$$1.0 - \cos x, x \rightarrow 0, x \approx 0 \implies \cos x \approx 1 \implies \text{Auslöschung}$$

x	Anzahl der gültigen Stellen	Additionstheorem $1 - \cos(x) = 2(\sin(x/2))^2$
0.001	9	15
1×10^{-8}	$0(\cos(1 \times 10^{-8}))$	15

Quadratische Gleichung:

$$ax^2 + bx + c = 0, b > 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2a}(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})$$

falls $a \cdot c \wedge b^2 \gg 4ac \implies \sqrt{b^2 - 4ac} \approx b \implies x_1 \approx -b + b + (\varepsilon') \approx 0 \implies$ Auslöschung, wenig gültige Stellen. Also umstellen:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2a} \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}} \\ &= \frac{2c}{\underbrace{-b - \underbrace{\sqrt{b^2 - 4ac}}_{\approx b}}_{\approx -2b}} \end{aligned}$$

\implies keine Auslöschung

Dies tritt auch bei Aufgabe 8.3 der Übungszettel auf

Ausnahmeregeln (spezielle Werte)

- normal: $E \in [1, 2^e - 2]$

$$\bullet E = 2^e - 1 \text{ (größtmöglicher Wert): } \begin{cases} x = -\infty & M = 0 \wedge S = 1 \\ x = \infty & M = 0 \wedge S = 0 \\ x = \text{NaN} & M = 0 \end{cases}$$

$$- \pm\infty : \frac{1.0}{0.0}, \frac{-1.0}{0.0}, \dots$$

$$- \text{NaN}: \frac{0.0}{0.0}, \sqrt{-1.0}, \infty \cdot 0$$

$$\bullet E = 0 \text{ (kleinstmöglicher Wert): } \begin{cases} -0 & M = 0 \wedge S = 1 \\ 0 & M = 0 \wedge S = 0 \\ \text{denormalisierte Zahlen (für sehr kleine Werte)} & M > 0 \end{cases}$$

16 Buchstabenzeichen

Buchstabenzeichen: „glyphs“ müssen durch Zahlen repräsentiert werden „Zeichencode“

16.1 Geschichte

1963	ASCII	7-bit	Zeichen der englischen Schreibmaschine (keine Umlaute)
1964 ... 2000		8-bit Codes	mit Umlauten, Akzenten, kyrillische Zeichen, aber 8-bit sind zu wenig, um alles abzudecken ⇒ viele verschiedene 8-bit Codes: DOS Codepage 437, Codepage 850 (Konsole im deutschen Windows), Windows-1252 („ANSI“) ≈ ISO 8859-1 ≈ ISO 8859.15 (Westeuropäische Sprachen)
1991 ... heute	Unicode	anfangs 16-bit, jetzt ≈ 21-bit	alles (chinesisch, Hieroglyphen, Emojis, ...)

3 Codierungen für Unicode:

- UTF-8: variable length code: pro glyph 1 ... 4 uint8
- UTF-16: variable length code: pro glyph 1 ... 2 uint16
- UTF-32: fixed length code: pro glyph 1 uint32 pro glyph

In c++:

- char: 8-bit Codes
- wchar_t: 16-bit (Windows), 32-bit (Linux)
- u16char_t, u32char_t:

leider sehr Plattformabhängig

Symbol	DOS	ANSI	UTF-8
ö	148	246	195 182
€	221	128	226 130 172

⇒ ICU Library.

hat man alle Zeichen korrekt, ist Problem noch nicht gelöst: alphabetische Sortierung:

- Kontext abhängig
- sprach abhängig
- :
 - deutschen Wörterbuch: wie a
 - deutsches Telefonbuch: wie ae
 - schwedisch: hinter Zeichen $\overset{\circ}{a}$

```

1 #include <locale>
2 #include <codecvt>
3 std::sort(v.begin(), v.end(), std::locale("se_SE.UTF-8")); // für
  ↪ schwedisch (falls se_SE.UTF-8 installiert)

```

17 Eigene Datentypen

3 Möglichkeiten

- enum: Aufzählungstypen \implies Selbststudium
- struct: strukturierte Daten, zusammengesetzte Typen
- class: wie struct, auf objekt-orientiert

struct und enum schon in C, struct und class fast gleich

```
1 struct TypeName { // Neuer Typ
2     type_name1 var_name1; // existierende Typen
3     type_name2 var_name2;
4     // ...
5 }; // Semikolon WICHTIG, falls vergessen: Fehlermeldung
6
7 // Beispiel:
8 struct Date {
9     // Datenmember, Membervariables
10    int day;
11    int month;
12    int year;
13 };
14
15 Date easter(int year) {
16     // Datum ausrechnen
17
18     // Datum zurückgeben
19     Date d;
20     d.day = day; // Punktsyntax kennen wir schon
21     d.month = month;
22     d.year = year;
23     return d;
24 }
25
26 struct Character {
27     wchar_t clear;
28     wchar_t encrypted;
29     int count;
30 };
31
32 Character c;
33 c.count = 0;
34 c.count += 1;
```

18 Objektorientierte Programmierung

Eigene Datentypen mit Kapselung. Eigene Datentypen sind zusammengesetzt aus einfachen existierenden Datentypen (Ausnahme: enum), zwei Arten:

- offene Typen: Benutzer kann auf interne Daten zugreifen, „C-style types“ wenige Beispiele in der Standardbibliothek:
 - `std::pair`
 - `std::tm` (von C übernommen)
 - `std::div_t` (Resultat von `div()`, zwei Returnwerte: Quotient und Rest)
- gekapselte Typen: Benutzer kann nicht auf interne Daten zugreifen „private“. Alle Benutzerzugriffe über öffentliches Interface „public“. Vorteile:
 - komplexe Details zur Verwaltung bleiben verborgen
 - öffentliches Interface (hoffentlich) einfach, zum Beispiel `std::vector`
 - interne Details können bei Bedarf geändert werden, ohne dass sich das öffentliche Interface ändert \implies Benutzer muss Code nicht ändern, aber plötzlich geht Programm schneller, „Rückwärts-Kompatibilität“

Wie erreicht man Kapselung?

Zwei Schlüsselwörter für eigene Typen „class“ (Konvention OOP), „struct“ (von C übernommen)

Zwei Schlüsselwörter für Kapselung: „public“ (öffentlicher Teil), „private“ (gekapselter Teil). class ist standardmäßig „private“, struct standardmäßig „public“

```

1  class MyType {
2      // private by default
3      public:
4      // jetzt öffentlich
5      private:
6      // wieder private
7      public:
8      // etc.
9  }; // <--- Semikolon wichtig
10 struct MyType {
11     // öffentlich by default
12     private:
13     // jetzt privat
14     public:
15     // etc
16 };

```

Benutzer können nur auf Funktionalität in public-Teil zugreifen.

Die im zusammengesetzten Typ enthaltenen Daten heißen „Daten-Members“, „member variables“ sind normalerweise „private“ \implies

- kann nachträglich geändert werden, zum Beispiel complex real/imaginär vs. Betrag/Phase
- Benutzer kann nicht unbeabsichtigt die Konsistenz verletzen (zum Beispiel versehentlich negativer Betrag bei complex)

Running example: Punkt-Klasse für 2-dimensionalen Punkt

```

1 class Point {
2     double x_; // Koordinaten als private
3     double y_; // Datenmember (Konvention "_" am Ende)
4 };

```

dieser Typ ist unbenutzbar, weil alle privat.

unverzichtbar: öffentliche Funktion zum Initialisieren des Speichers = „Konstruktoren“

- Prozeduren innerhalb der Klasse, Name gleich Klassennamen, Returntyp muss weggelassen werden (fügt Compiler automatisch ein) \implies nur Seiteneffekt: neues Objekt initialisieren, also die Konstruktoren der Datenmember aufrufen.
- zur Erinnerung: zwei Möglichkeiten für normale Variableninitialisierung

```

1 double z = 1.0;
2 double z(1.0); // nur diese Syntax im Konstruktor erlaubt.
3 double z{1,0}; // seit c++11
4
5 class Point {
6     double x_;
7     double y_;
8 public:
9     Point(double x, double y) :x_(x), // Member x_ auf Initialwert x
        ↪ vom Prozedurargument setzen
10    y_(y) // Member y_ auf Initialwert y vom Prozedurargument
        ↪ setzen
11    {
12        // normaler Rumpf der Prozedur, hier leer, weil nichts zu tun
13        // Datenmember hier schon fertig initialisiert und können
        ↪ benutzt werden
14    }
15 };
16 Point p(1.0, 2.0);
17 Point q = {3.0, 4.0}

```

Spezieller Konstruktor: ohne Argument = Standardkonstruktor, „default constructor“, initialisiert Objekt in Standardzustand. Zum Beispiel bei Zahlen auf 0 setzen, hier au Koordinatenursprung
 Point origin; \iff Point origin(0.0, 0.0);

```

1  class Point {
2  // ... wie zuvor
3  Point() : x_(0.0), y_(0.0) {} // Standardkonstruktor
4  };

```

um mit Punkt-Objekten zu arbeiten, brauchen wir weitere Funktionen: zwei Möglichkeiten

- Member-Funktionen: innerhalb der Klasse definiert (wie Konstruktor), dürfen auf alles private zugreifen, können als private oder public definiert sein
- freie Funktionen: normale Funktionen außerhalb der Klasse, die ein Argument des neuen Typs haben, können nur auf Öffentliches Interface zugreifen

wichtigste Vertreter der Member-Funktionen: Zugriffsfunktionen „Getter“: erlauben Benutzer, aktuellen Zustand abzufragen:

```

1  std::vector<int> v = {1, 2, 3};
2  v.size(); // getter für Arraygröße
3  Point p(1,0, 2.0);
4  p.x() // -> 1.0 x-Koordinate abfragen
5  p.y() // -> 2.0 y-Koordinate abfragen

```

Member-Funktionen werden mit Punkt-Syntax aufgerufen: `p.x()`, das Objekt für den Punkt ist das „nullte“ Argument der Funktion, Compiler macht daraus `x(p)`. Bei Implementation der Member Funktion schreibt man das nullte Argument nicht hin. Der Compiler stellt es automatisch unter dem Namen „(*this)“ zur Verfügung.

```

1  class Point {
2  // ... wie zuvor
3  double x() const {
4      return (*this).x_;
5  }
6
7  double y() const {
8      return (*this).y_;
9  }
10 };

```

Meist kann man `(*this)` weglassen, wenn eindeutig ist, welchen Member man meint, fügt es der Compiler es automatisch ein. Getter-Funktionen sind read-only (ändern die Member-Variablen nicht), man sollte sie deshalb mittels „const“ explizit als read-only markieren. Vorteile:

- Programmierer kann Member-Variablen nicht irrtümlich ändern

- Funktion kann in Kontexten benutzt werden, wo das Objekt (nulltes Argument) explizit als read-only markiert ist.

```

1 Point const cp(1.0, 2.0); // write-once
2 cp.x();

```

Point auf Konsole ausgeben: nach String wandeln und String ausgeben

- zwei Möglichkeiten:

```

1 // Member Funktion:
2 std::cout << p.to_string() << endl;
3 class Point {
4     // ... wie zuvor
5     std::string to_string() const {
6         std::string res;
7         res += "[" + std::to_string((*this).x()) + "," +
8             ↪ std::to_string((*this).y()) + "]"
9         return res;
10    }
11 };
12
13 // freie Funktion:
14 std::cout << to_string(p) << endl;
15 std::string to_string(Point p) const {
16     std::string res;
17     res += "[" + std::to_string((*this).x()) + "," +
18     ↪ std::to_string((*this).y()) + "]"
19     return res;
20 }

```

Was man wählt ist Geschmackssache (freie Funktion ist kompatibel zu std::to_string, kleiner Vorteil). Punkte vergleichen:

```

1 class Point {
2     // ... wie zuvor
3     bool equals(Point other) const {
4         return (*this).x() == other.x() && (*this).y() == other.y();
5     }
6     bool operator==(Point other) const {
7         return (*this).x() == other.x() && (*this).y() == other.y();
8     }
9     bool operator!=(Point other) const {

```

```

10         return (*this).x() != other.x() || (*this).y() != other.y();
11     }
12 }
13
14 Point p(1.0, 2.0);
15 Point origin;
16 assert(p.equals(p));
17 assert(!p.equals(origin));
18 // üblicher: Infix-Notation
19 assert(p == p);
20 assert(!(p == origin));
21 assert(p != origin);

```

Für Infix-Notation muss Präfix-Variante operator== und operator!= implementiert werden.

```

1 p == origin; // -> p.operator==(origin) -> operator==(point, origin)

```

zwei weitere Funktionen:

- neuen Punkt erzeugen, transponiert, das heißt x- und y-Koordinate vertauscht.
- verschoben um Punkt

```

1 class Point {
2     // ... wie zuvor
3     Point transpose() const {
4         Point res((*this).y(), (*this).x());
5         return res;
6     }
7     Point translate(Point v) const {
8         Point res((*this).x() + v.x(), (*this).y() + v.y());
9         return res;
10    }
11 }

```

Jede Klasse hat bestimmte spezielle Member-Funktionen:

- Konstruktoren bringen Objekt in wohldefinierten Anfangszustand
- Destruktoren: Entsorgt ein nicht mehr benötigtes Objekt (meist am Ende der Umgebung)
- Zuweisungsoperatoren: um Objekt per Zuweisung („=") zu überschreiben \implies später

18.1 Destruktoren

jede Klasse muss genau einen Destruktor haben, wenn der Programmierer das nicht explizit implementiert, fügt Compiler ihn automatisch ein. Syntax:

```
1 class klassenName {  
2 public:  
3     ~klassenName() {  
4         // Implementation  
5     }  
6 };
```

Der automatische Destruktor ruft einfach die Destruktoren aller Member-Variablen auf. Meist ist das ausreichend, aber in bestimmten Situationen muss der Programmierer zusätzliche Aktionen implementieren. Beispiele dafür:

1. manuelle Speicherverwaltung: Destruktor muss nicht mehr benötigten Speicher an Betriebssystem zurückgeben (\implies später), zum Beispiel Destruktor von `std::vector`, `std::string` (Kapselung: Benutzer merken davon nichts)
2. manuelles Dateimanagement: Destruktor muss Datei schließen, also Dateien aus dem Festplattencache auf Platte übertragen und Metadaten für Datei schreiben, zum Beispiel `std::ofstream`, `std::ifstream`
3. Abmelden von einem Service (ausloggen, Verbindung beenden)

18.2 Kopier-Konstruktor

Spezieller Konstruktor: Kopier-Konstruktor zum Erzeugen einer Kopie eines vorhandenen Objekts, das heißt neue Speicherzelle mit gleichem Inhalt.

```
1 Point p(1.0, 2.0); // Konstruktor mit Initialwert  
2 Point q = p;       // Kopierkonstruktor  
3 Point r(p);        // Kopierkonstruktor  
4  
5 int foo(Point q) {  
6     // ...  
7 }  
8 int bar(Point const & g) {  
9     // ...  
10 }  
11 int main() {  
12     Point p(1.0, 2.0);  
13     foo(p) // Kopierkonstruktor, um lokales q in foo aus p zu erzeugen,  
           ↪ "pass-by-value"
```

```

14     bar(p) // g ist neuer Name für p, keine neue Speicherzelle, kein
        ↪ Kopierkonstruktor, "pass-by-reference"
15 }
16
17 // Syntax:
18 class KlassenName {
19 public:
20     klassenName(klassenName const & existing) {
21         // ...
22     }
23 };

```

Der Compiler erzeugt Kopier-Konstruktor automatisch, falls nicht explizit programmiert = ruft Kopier-Konstruktor aller Member-Variablen auf, meistens richtig, Ausnahmen wie oben.

18.3 Standard-Konstruktor

Spezieller Konstruktor: Standard-Konstruktor („default constructor“): ohne Argumente, bringt Objekt in Standard-Zustand, zum Beispiel „0“ bei Zahlen, „“ bei (Leerstring) bei std::string, leeres Array std::vector, (0, 0) bei Point. Syntax:

```

1 class klassenName {
2 public:
3     klassenName() {}
4     klassenName() : Initialisierungswerte der Member-Variablen {}
5 };

```

Compiler erzeugt Standard-Konstruktor automatisch, falls es **keinen** benutzerdefinierten Konstruktor gibt.

18.4 rule of three

„rule of three“: Faustregel: wenn es notwendig ist, eine der drei Funktionen Destruktor, Kopierkonstruktor, Kopier-Zuweisung (\implies später) explizit zu implementieren, müssen alle drei explizit implementiert werden

18.5 Vorteile der Kapselung:

1. Benutzung der Klasse ist viel einfacher, weil unwichtige Details verborgen sind
2. interne Implementation kann geändert werden, ohne den Benutzer zu Folgeänderungen zu zwingen, weil externe Schnittstelle erhalten bleibt.

18.6 Arithmetische Infix-Operationen

Ziel der OO-Programmierung: Arbeiten mit Nutzer-definierten Datenstrukturen möglichst einfach, wie mit eingebauten. Zum Beispiel arithmetische Infix-Operationen

```

1 Point p(2.0, 3.0), q(4.0, 5.0);
2 Point r = 2.5 * p + q;
3 assert(r == Point(9.0, 12.5));

```

dazu muss man die entsprechenden Präfix-Funktionen implementieren

- Addition:

```

1 Point operator+(Point p1, Point p2) {
2     Point res(p1.x() + p2.x(), p1.y() + p2.y());
3     return res;
4 }
5
6 Point operator+(Point & p1, Point & p2) {
7     Point res(p1.x() + p2.x(), p1.y() + p2.y());
8     return res;
9 }

```

- Subtraktion, elementweise Multiplikation und Division genauso („+“ überall durch „-“, „*“, „/“ ersetzen)
- Skalierungsoperation: Multiplikation von Punkt mit Zahl, das heißt zwei verschiedene Argumenttypen
 \implies zwei Versionen: $2.5 * p$ und $p * 2.5$

```

1 Point operator*(double s, Point p) {
2     Point res(s * p.x(), s * p.y());
3     return res;
4 }
5
6 Point operator*(Point p, double s) {
7     Point res(p.x() * s, p.y() * s);
8     return res;
9 }

```

alle diese Versionen können dank „function overloading“ gleichzeitig implementiert sein

Bisher: freie Funktionen. Falls das erste Argument vom Typ Point oder Point const & ist, kann man die Funktionen alternativ als Member-Funktion implementieren:

```

1 class Point {
2     // ... wie bisher
3     Point operator+(Point const & other) const {
4         Point res(x_ * other.x_, y_ * other.y_);
5         return res;
6     }
7 };

```

Vorteil von Member Funktionen: Zugriff auf private Member der Klasse (hier nicht notwendig).
 Nachteil:

- nur möglich, wenn das linke Argument vom Klassentyp ist $p * 2.5$ kann Member Funktion sein, $2.5 * p$ nicht
- nur möglich, wenn man die Klassendefinition ändern darf

18.7 Objekte nachträglich verändern

Bisher: Alle Objekte waren write-once, das heißt Speicher wurde im Konstruktor initialisiert und war dann unveränderlich. \Rightarrow Paradigma der funktionalen Programmierung - „referentielle Integrität“
 Prozedurale Programmierung erfordert Möglichkeit, Objekte zu ändern, zum Beispiel um entsprechende Änderungen in der realen Welt widerzuspiegeln (zum Beispiel Student besteht Prüfung). Möglichkeit 1: Setter-Funktionen

```

1 class Point {
2     // ... wie bisher
3
4     void setX(double new_x) {
5         x_ = new_x;
6     }
7
8     void setY(double new_y) {
9         y_ = new_y;
10    }
11 };

```

Möglichkeit 2: Index-Zugriff, wie bei `std::vector`

```

1 Point p(2, 3);
2 assert(p[0] == 2 && p[1] == 3);
3 p[0] = 4;
4 p[1] = 5;
5 assert(p[0] == 4 && p[1] == 5);

```

```

6
7 // dazu muss die Member-Funktion operator[] implementiert werden
8 class Point {
9     // ... wie bisher
10
11     double operator[](int index) const {
12         if(index == 0) { return x_; }
13         if(index == 1) { return y_; }
14         // andernfalls Fehlermeldung (Exception -> später)
15     }
16
17     double operator[](int index) {
18         // Implementation identisch / gleicher Quellcode, aber
19         // unterschiedlicher Maschinencode
20     }
21 }
22
23 // Verwendung (Langform):
24 Point p(2.0, 3.0);
25 double & x = p[0]; // neue Namen x, y für Variablen p.x_ und p.y_
26 double & y = p[1];
27 x = 4.0; // ändert indirekt auch p.x_
28 y = 5.0; // ändert indirekt auch p.y_

```

Möglichkeit 3 : Zuweisungsoperatoren

```

1 Point p(2, 3), q(4, 5);
2 p = 1.0; // beide Koordinaten mit 1.0 überschreiben
3 assert(p == Point(1.0, 1.0)) p = q; // Speicherzelle p werden die
   ↪ gleichen
4                               // Werte zugewiesen wie Speicherzelle q
5 assert(p == Point(4.0, 5.0)) Point & r =
6     q; // Gegensatz r und q sind Namen für gleiche Speicherzelle
7
8 class Point {
9     // ... wie bisher
10
11     void operator=(double v) {
12         x_ = v;
13         y_ = v;
14     }
15
16     // copy assignment operator (analog zu copy constructor)

```

```

17     operator=(Point const & other) {
18         x_ = other.x_;
19         y_ = other.y_;
20     }
21 }

```

Bemerkung:

1. implementiert der Programmierer keinen copy assignment Operator, implementiert Compiler ihn automatisch (wie Kopierkonstruktor): ruft copy assignment für alle Member-Variablen auf
2. man implementiert meist

```

1 Point & operator=(...) {
2     // ... wie bisher
3     return *this;
4 }

```

Vorteil: man kann Zuweisung verketteten:

```

1 r = p = q; // -> r = (p = q)

```

arithmetische Zuweisung:

```

1 Point p(2, 3),
2 q(4, 5);
3 p += q; // add -assign: Abkürzung für p = p + q
4 assert(p == Point(6, 8));
5
6 class Point {
7     // ... wie bisher
8     Point & operator+=(Point const & other) {
9         x_ += other.x_;
10        y_ += other.y_;
11        return *this;
12    }
13 };

```

18.8 Klasse Image

Speichert 2D Bild (analog: Matrix) zunächst nur Graubilder, später: Farbbilder. Beispiel für dynamische Datenstruktur, Größe erst zu Laufzeit bekannt und änderbar. Besteht aus Pixeln („picture elements“),

die mit 2 Indizes x und y angesprochen werden Problem: Speicher ist 1-dimensional, Lösung: Lege Zeilen hintereinander ab. \implies Übergangsformeln:

$$i = x + y \cdot \text{width}$$

$$x = 1y \qquad \qquad \qquad = \frac{1}{\text{width}}$$

```

1  class Image {
2      int width_, height_;
3      std::vector<uint16_t> data_;
4
5  public:
6      Image() : width_(0), height_(0) {}
7      Image(unsigned int w, unsigned int h)
8          : width_(w), height_(h), data_(w * h, 0) {}
9      int width() const { return width_; }
10     int height() const { return height_; }
11     int size() const { return width_ * height_; }
12     void resize(unsigned int w, unsigned int h) {
13         width_ = w;
14         height_ = h;
15         data_.resize(w * h);
16     }
17     uint16_t get(int x, int y) const { return data_[x + y * width_]; }
18     void set(int x, int y, uint16_t v) { data_[x + y * width_] = v; }
19
20     // Zugriff bequemer: wünschenswert:
21     // uint16_t v = image[1, 2];
22     // image[1, 2] = 255;
23     // geht nicht, weil im Indexoperator nur 1 Argument sein darf
24     // -> verwende Stattdessen runde Klammern
25     uint16_t operator()(int x, int y) const {
26         return get(x, y); // return data_[x + y * width_];
27     }
28     uint16_t operator()(int x, int y) {
29         return return data_[x + y * width_];
30     }
31     // damit: uint16_t = image(1, 2); image(1, 2) = 255;
32 };
33
34
35 std::string to_string(Image const & im) {
36     std::string res;
37     for(int x = 0; x < im.width(); x++) {

```

```

38     for(int y = 0; y < im.height(); y++) {
39         res += std::to_string(im(x, y)) + " ";
40     }
41     res.pop_back();
42     res += "\n";
43 }
44
45 return res;
46 }

```

PGM-Format („Portable GrayMap“): reines Textformat: my_image.pgm:

```

P2
# Kommentar
<width> <height>
255
Ausgabe von to_string

```

18.9 Verschiedene Konstruktoraufrufe

Vor c++11 gab es nur () oder gar keine Klammern (Standardkonstruktor).

```

1 std::vector<int> v0; // leeres Array
2 std::vector<int> v1(10, 1); // 10 Elemente mit Initialwert 1
3 std::vector<int> v2(v1); // Kopierkonstruktor
4 std::vector<int> v3(v1.begin(), v1.end()); // Kopie mittels Iteratorpaar

```

Nachteil: Initialisierung mit Array-Literal wurde nicht unterstützt: c++11 schließt Lücke mittels \

```

1 std::vector<int> v4{1, 2, 3, 4}; // vier Elemente

```

Problem: neue Syntax \ muss rückwärtskompatibel zu allen () sein \Rightarrow komplizierte Regeln

1. gibt es einen Konstruktor mit k Argumenten und einen Array-Konstruktor (mit beliebig vielen Argumenten) rufen () den k -Argument-Konstruktor auf, \ den Array-Konstruktor:

```

1 std::vector<int> v1(10, 1); // Konstruktor mit 2 Argumenten, 10
  ↪ Elemente mit Wert 1
2 std::vector<int> v5{10, 1}; // Array-Konstruktor: 2 Elemente mit
  ↪ Wert 10 und 1

```

Der Array-Konstruktor hat als Argument den Typ `std::initializer_list<ElementType>`. Beispiel(Hausaufgaben): verhält sich ähnlich zu `std::vector` (Indexschleifen, Kopieren, Iteratoren)

```

1  class Polynomial {
2      std::vector<int> a_;
3
4  public:
5      Polynomial(std::initializer_list<int> l) : a_{l} {} // kopiere
        ↳ das Initialarray l
6
7      Polynomial(std::initializer_list<int> l) : a_{l.size()} {
8          for(int i = 0; i < l.size(); i++) {
9              a_[i] = l[i];
10             }
11         }
12     };
13
14     Polynomial p{1, 2, 3}; // \((1 + 2x + 3x^2)\)

```

2. gibt es keinen Array-Konstruktor (kein Argument `std::initializer_list`) sind `()` und `{} #äquivalent`

```

1  Point p1(2, 3); // \((x \equiv 2, y \equiv 3)\)
2  Point p2{2, 3}; // \((x \equiv 2, y \equiv 3)\)

```

weitere Regeln: googeln nach „universal construction c++“ \Rightarrow für Fortgeschrittene

18.10 Fehlermeldungen mittels Exceptions („Ausnahmen“)

Normalerweise werden Funktionen mit „return“ beendet. Tritt in der Funktion ein Fehler auf, kann man den Rückgabewert nicht ausrechnen \Rightarrow müssen Funktion anders verlassen. Exceptions verlassen Funktion mittels „throw“ (werfen)

- Argument von throw (Rückgabewert) ist ein Exception-Objekt, das den Fehler beschreibt (zum Beispiel Fehlermeldung)
- vordefinierte Exceptionsklassen im Header `<stdexcept>`, kann auch eigene definieren. Zum Beispiel `std::runtime_error` „Universalfehler“

```

1  class Point {
2      // ... wie zuvor
3
4      double operator[] (int index) const {
5          if(index == 0) {
6              return x_;
7          }
8          if(index == 1) {

```

```

9         return y_;
10    }
11    throw std::runtime_error("Point::operator[]: index out of bound");
12    }
13 };

```

In der aufrufenden Funktion: wirft ein Funktionsaufruf eine Exception, wird standardmäßig die aufrufende Funktion ebenfalls mit „throw“ beendet, wobei das Exception-Objekt weitergegeben wird.

```

1 void foo() {
2     Point p(2, 3);
3     p[2] = 5; // Exception: index 2 verboten => foo wird auch beendet
               ↳ foo wird auch beendet
4 }
5
6 int main() {
7     foo(); // Exception => main wird auch beendet und damit das
             ↳ Programm. Alte Compiler geben dann einfach "abort" aus =>
             ↳ vermeiden durch try/catch, neue Compiler geben die Fehlermeldung
             ↳ aus
8 }

```

Um die Exception zu „fangen“ und zu behandeln (zum Beispiel Fehler reparieren und retry) braucht man eine try/catch-Umgebung

```

1 try {
2     foo(); // Aufruf, der Exceptions werfen könnte
3     // ... weiterer Code, wenn foo() geklappt hat
4 } catch(std::runtime_exception & e) { // Alternativumgebung, wenn foo()
    ↳ Exception wirft
5     std::cerr << "Exception aufgetreten: " << e.what() << std::endl;
6 }

```

Prinzip:

- tritt im try-Block eine Exception auf, wird der Block verlassen \Rightarrow die Anweisungen im try-Block **hinter** dem fehlerhaften Aufruf werden nicht mehr ausgeführt
- folgt ein catch mit passendem Exception-Typ, springt die Ausführung in diesen catch-Block \Rightarrow es kann beliebig viel catch-Blöcke für verschiedene Exceptions geben
- Universal-Catch-Block: catch(std::exception & e) fängt alles auf (genauer: alle von std::exception abgeleiteten Exceptions-Vererbung \Rightarrow später)

Beispiel: warten auf korrekte Benutzereingabe

```

1 void process_user_input() {
2     double input = 0.0;
3     bool input_valid = false;
4     while(!input_valid) {
5         try {
6             input = get_user_input(); // wirft runtime_error, wenn
              ↳ falscher Input
7             input_valid = true;
8         } catch(std::exception & e) {
9             std::cerr << "falsche Eingabe: " << e.what() << "\n versuche
              ↳ es nochmal!\n";
10        }
11    }
12
13    // verarbeite Input
14 }

```

18.11 Template-Klassen

Wir hatten: Template-Funktionen

```

1 template<typename T>
2 T sq(T x) { return x * x; }

```

Beispiel: Image-Klasse soll beliebige Pixeltypen unterstützen, bisher uint16_t, danach auch uint8_t (Speicher sparen), float(Genauigkeit bei Bildanalyse), RGB-Typ (Farbbilder). Vorgehen bei der Templatisierung

1. Implementiere Klasse und Tests **ohne** Template (hier: fest definierter Pixeltyp uint16_t) \implies können nach und nach Templatisieren und jeden Schritt durch Test prüfen (gehen die Tests nicht mehr, haben wir einen Fehler gemacht und müssen den letzten Schritt rückgängig machen und anders versuchen)
2. Neue Typnamen einführen mit typedef OldType NewType
 - a) in der Testfunktion

```

1 void test_image_uint16_t() {
2     typedef Image Img; // wird später zu typedef Image<uint16_t> Img
3     Img img(10, 20); // Breite 10, Höhe 20
4     assert(img.width() == 10);
5     assert(img.height() == 20);
6     assert(img(0, 0) == 0);

```

```

7     img(0, 0) = 255;
8     assert(img(0, 0) == 255);
9 }

```

- a) in der Klasse für den Pixeltyp alle Vorkommen von `uint16_t` (als Pixeltyp) durch „`PixelType`“ ersetzen \Rightarrow alle Tests müssen weiterhin funktionieren, weil nur neue Typnamen, gleiche Funktionalität

```

1  class Image {
2      int width_, height;
3      std::vector<uint16_t> data_;
4  public:
5      uint16_t operator()(int x, int y) {
6          return data[x + y * width_];
7      }
8
9      // ...
10 };

```

\rightarrow

```

1  class Image {
2  public:
3      typedef uint16_t PixelType;
4  private:
5      int width_, height;
6      std::vector<PixelType> data_;
7  public:
8      PixelType operator()(int x, int y) {
9          return data[x + y * width_];
10     }
11
12     // ...
13 };

```

3. Klasse templatisieren: typedef aus 1. durch Template-Deklaration ersetzen

```

1  template<typename PixelType>
2  class Image {
3      // wie zuvor, nur ohne typedef
4  };

```

4. Tests anpassen:

a) typedef aktualisieren

```

1 void test_image_uint16_t() {
2     typedef Image<uint16_t> Img; // überall, wo Img verwendet wird,
    ↪ hat sich jetzt automatisch der Typ von Image nach
    ↪ Image<uint16_t> geändert
3 }
```

a) freie Funktionen sind noch nicht templatisiert \implies vorübergehend auskommentieren, ebenso die zugehörigen Tests (zum Beispiel to_string(), readPGM(), writePGM())

b) verbleibende Tests ausführen, müssen immer noch funktionieren

(die Typdeklaration Image<uint16_t> wird vom Compiler so implementiert, dass in der Templateklasse Image alle Vorkommen des Typ-Platzhalters „PixelType“ durch den Type „uint16_t“ ersetzt werden. Das ist „Template Instanziierung“, das heißt erzeugen einer echten Klasse aus einer Template-Klasse)

5. **eine** freie Funktion auswählen, wieder einkommentieren (zusammen mit ihren Tests) und templatisieren, zum Beispiel

```

1 std::string to_string(Image const & img);
2 // wird zu
3 template<typename PixelType>
4 std::string to_string(Image<PixelType> const & img);
5 // Implementation bleibt zufällig gleich in diesem Fall
```

6. Test ausführen, müssen wieder funktionieren, zurück zu Schritt 5, bis alle freien Funktionen templatisiert sind

7. weitere Testfunktion für einen anderen Pixeltyp schreiben

```

1 void test_image_float() {
2     typedef Image<float> Img;
3     // ähnliche Tests wie in test_image_uint16_t(), aber *auch* mit
    ↪ krummen Zahlen (ging vorher nicht), klappt das *nicht*, hat man
    ↪ oft uint16_t irgendwo nicht durch PixelType ersetzt
4 }
```

\implies erst, wenn beide Testfunktionen laufen, kann man relativ sicher sein, dass Templatisierung erfolgreich

19 Adressen und Zeiger

Bisher: Speicherzellen werden über Variablennamen angesprochen (oder mehrere Namen für gleiche Speicherzelle, falls Referenzen). Adressen sind Alternative, um Speicherzelle zu identifizieren. Betrachte

den gesamten Speicher des Computers als **ein** riesiges Array vom Type „byte“ (globaler Index vom Betriebssystem festgelegt). Der globale Index heißt Adresse des bytes. Die Adresse des ersten Bytes einer Speicherzelle heißt Adresse der Speicherzelle. \Rightarrow kennt man die Adresse einer Speicherzelle und ihren Typ, kann man den Speicher genauso identifizieren wie mit Variablenklammern. Konvention: die Adresse 0 wird nicht verwendet \Rightarrow interpretiert als „ungültige Adresse“. Die Adresse einer Speicherzelle kann von einer Variable mit dem Adressoperator erfragt werden. (unäre &-Operator)

```

1  int i = 3;
2  std::cout << "Adresse von i: " << &i << std::endl; // Nicht mit binärem
   ↪ und-Operator verwechseln

```

Adressen werden Standardmäßig im Hexadezimalformat angezeigt. Hex: zur Basis 16, Ziffer 0-9,a-f, Prefix: 0x. Zum Beispiel

0x1	1
0xa	10
0xe	14
0x10	16
0x11	17
0x1a	26
0xbeaf	48815

„Zeiger“ sind spezielle Variablen, mit denen man Adressen speichern kann. (englisch Pointer)

```

1  int i = 3;
2  int * ptr_i = &i; // Initialisierung
3  int * ptr2 = ptr_i; // Kopierkonstruktor: weiterer Zeiger mit der selben
   ↪ Adresse wie ptr_i
4  int * ptr3 = 0; // ungültige Adresse
5
6  if(!ptr3) {
7  // ungültige Adresse
8  } else {
9  // gültige Adresse
10 }

```

Um vom Zeiger zur Variablen zurückzukommen, benutzt man den Dereferenzierungsoperator * (von Iteratoren bereits bekannt) \Rightarrow Ergebnis: Referenz auf die Speicherzelle, die bei der Adresse beginnt

```

1  int i = 3;
2  int * ptr_i = &i;
3  int &j = *ptr_i; // j ist neuer Name für i, äquivalent zu int &j = i;

```

```

4  j = 5; // i ändert sich auch
5  *ptr_i = 7; // i und j ändern sich, Schreibender Zugriff über den Zeiger,
    ↳ Compiler legt intern eine temporäre Referenz an
6  int k = *ptr_i; // eine neue Variable mit dem selben Wert wie *ptr_i (=
    ↳ 7

```

Adressoperator und Dereferenzierungsoperator sind invers: für alle Variablen gilt:

```

1  assert(i == *(&i));

```

Nulltes Argument von Member-Funktionen ist eigentlich ein **Zeiger** auf die Adresse des aktuellen Objekts this: Zeiger, wir haben daraus Referenz erzeugt (*this)

19.1 Wozu verwendet man Zeiger?

Heute versucht man, Zeiger so weit wie möglich in Objekte zu kapseln \implies einfacher, weniger Fehler zum Beispiel std::vector versus old-type C-Arrays. In C gibt es noch keine Referenzen \implies benutze Zeiger um Referenzen zu simulieren: C++:

```

1  void foo(int & i) {
2      i = 5;
3  }
4
5  int j = 3;
6  foo(j);
7  assert(j == 5);

```

C:

```

1  void foo(int * i) {
2      *i = 5;
3  }
4
5  int j = 3;
6  foo(&j);
7  assert(j == 5);

```

\implies wenn man aus c++ eine Bibliothek aufrufen (zum Beispiel um TIFF oder JPEG zu erzeugen) braucht man oft Zeiger.

19.2 Anwendungen der Zeiger

1. Ersatz für Referenzen (bis in C)
2. für Variablen, die auch ungültig sein können
 - a) für optionale Argumente:

```

1  int foo(int * a = 0) { // Default Argument, setzt der Compiler
    ↪ automatisch ein, wenn Benutzer es nicht angibt
2    if(a == 0) { // ungültige Adresse ⇒ Benutzer hat kein
    ↪ Argument übergeben
3        // Berechnung mit einem Standard-Wert für a
4    } else {
5        // Berechnung mit gegebenem Wert (*a)
6    }
7 }
8
9 // Verwendung:
10 foo(0); // Nullpointer ⇔ ungültig ⇒ Standardberechnung
11 int a = 2;
12 foo(&a); // Berechnung mit Wert = 2
13 foo(); // Compiler mach daraus automatisch foo(0);

```

- a) wenn eine Funktion fehlschlägt: (typisch für C). Öffnen einer Datei in C:

```

1  FILE * file = fopen("filename");
2  if(!file) { // ungültige Adresse
3      std::cerr << "unable to open file: filename" << std::endl;
4      return; // throw
5  }
6  // file lesen

```

bessere Lösung in c++: kapseln und bei Fehler Exception werfen ⇒ if(file == 0) kann nicht vergessen werden.

- a) Variablen, die nacheinander auf verschiedene Speicherzellen zeigen, typisch: „Iteratoren“ in c

```

1  int array[100]; // C-Array, Größe 100
2  int * iter = &(a[0]); // Zeiger auf erstes Element  $\hat{=}$ 
    ↪ std::vector.begin()
3  int * end = iter + 100; // Zeiger hinter letztes Element  $\hat{=}$ 
    ↪ std::vector.end()
4

```

```

5  int c = 0;
6  for(; iter != end; iter++, c++) {
7      *iter = c; // Array mit 0, 1, 2, 3, ..., 99 initialisieren
8  }

```

Syntax wie bei Iteratoren, weil Iteratoren nach dem Vorbild der Zeiger definiert wurden.

a) manuelle Speicherverwaltung:

- Speicherzellen, die mit Schlüsselwort „new“ angelegt wurden, gibt der Compiler am Ende der Umgebung **nicht** automatisch frei
- wenn nicht mehr benötigt, muss der Programmierer den Speicher mit „delete“ manuell freigeben
- das Resultat von „new“ ist Adresse der Speicherzelle \Rightarrow an Zeiger zuweisen

```

1  Image * img = 0; // Zeiger auf Bild, anfangs ungültig
2  {
3      // ... Breite und Höhe erfragen
4      img = new Image(width, height);
5  } // img wird *nicht* automatisch freigegeben
6  (*img)(0, 0) = 255; // Pixel (0, 0) überschreiben
7  Image & image = *img; // Referenz auf Speicherzelle an Adresse
   ↪ "img"
8  image(1, 1) = 128; // Pixel (1, 1) schreiben
9  // Wichtig!!!!!!!:
10 delete img; // Speicher händisch freigeben, nicht vergessen
   ↪ (sonst Speicherleck) aber auch nicht zu früh (sonst Absturz)

```

In c++ verwende „smart pointer“ `std::unique_ptr`, `std::shared_ptr` \Rightarrow rufen delete automatisch im richtigem Moment auf (`std::shared_ptr<Image> img = new Image(w, h)`) Für Arrays gibt es analog `new[]`, `delete[]`. Beispiel: manuelle Speicherverwaltung im Image

```

1  class Image {
2  int width_, height_;
3  uint16_t * data_; // war: std::vector<uint16_t> data_;
4  public:
5  Image(unsigned int w, unsigned int h) : width_(w), height_(h),
   ↪ data_(new uint16_t[w * h]) { // manuelle Array-Allokation
6      for(int i = 0; i < w * h; i++) {
7          data_[i] = 0;
8      }
9  }
10

```

```

11 // Jetzt ist der automatisch generierte Kopierkonstruktor
    ↳ ungeeignet  $\Rightarrow$  manuell implementieren
12     Image(const Image & other) : width_(other.width_),
        ↳ height_(other.height_), data_(new uint16_t[width_ *
        ↳ height_]) { // manuelle Speicher-Verwaltung
13         for(int i = 0; i < width_ * height_; i++) {
14             data_[i] = other.data_[i];
15         }
16     }
17
18     // analog: Kopierzugeweisung manuell implementieren, "rule of
        ↳ three"
19     // Destruktor
20     ~Image() {
21         delete[] data_; // Array freigeben (falls delete ohne []
        ↳  $\Rightarrow$  Absturz)
22     }
23 }

```

- a) Heterogene Container: normale Container (std::vector<double>) sind **homogen** $\hat{=}$ Elemente haben gleichen Typ (double). Manchmal braucht man Container, die Objekte verschiedener Typen aufnehmen „heterogen“, dafür braucht man Zeiger und **Vererbung**

20 Vererbung

Vererbung war am Anfang der objekt-orientierten Programmierung Lösung für alles. Heute ist der Hype vorbei, eine Technik unter vielen, sparsam eingesetzt, besonders bei GUI (graphical user interface) und bei Zeichenprogrammen/Computer Graphik. Eine Klasse (abgeleitete Klasse, Unterklasse) kann Funktionalität einer anderen Klasse (Basisklasse) erbe, Basisklasse muss dafür nicht sterben. Sprachunabhängige Schreibweise: UML-Diagramm („Universal modelling language“)



in c++:

```

1 class Base {
2     // ...

```

```

3 };
4
5 class Derived : public Base { // Vererbung
6     // ...
7     using Base::Base; // Vererbung von Konstruktor erzwingen
8 }

```

Die Funktionalität aus der Umgebung von Base ist in der Umgebung von Derived sichtbar (wie bei normalen geschachtelten Umgebungen). Ausnahmen:

- Konstruktoren und Zuweisungsoperatoren werden **nicht** vererbt (in Derived neu implementieren, ab c++11 mit „using“ Vererbung erzwingen)
- private Member sind unsichtbar (aber noch vorhanden)

⇒ in Derived die öffentliche Schnittstelle von Base benutzen. Ausnahme: ersetze „private“ in Base durch „protected“ ⇒ protected Members werden in Derived sichtbar (aber bleiben von außen privat). Die in Derived geerbte Funktionalität gehört zur Öffentlichen Schnittstelle von Derived
 ⇒ Wiederverwendung der Funktionalität vor Base. Ausnahme:

- wenn Derived eine neue Member-Variable oder -Funktion mit dem gleichen Namen implementiert, wird die geerbte Variante **verdeckt** (wie bei normalen Umgebungen auch)
- man kann die Verwendung der geerbten Version erzwingen durch Doppelpunktnotation Base:: (wie bei Namensräumen std::), Base::data_, Base::foo()

Im Konstruktor von Derived wird der Konstruktor von Base aufgerufen wie ein Konstruktor der Membervariablen

```

1 class Base {
2     int b_;
3 public:
4     Base(int b) : b_(b) {}
5 };
6
7 class Derived : public Base {
8     int d_;
9 public:
10     Derived(int b, int d) : Base(b), d_(d) {}
11 };

```

21 Anwendung von Vererbung

21.1 Spezialisierung

Spezialisierung „is-a“ Beziehung, Derived is a (special kind of) Base. Basisklasse: ungeordneter Container von Point-Objekten („Punktwolke“)

```

1 class PointSet {
2     // Funktionen wie Anzahl, boundingbox bestimmen, konvexe hülle,
3     ↪ Punkte verschieben, skalieren, zeichnen
4 };

```

abgeleitete Klasse: Polygon, geordnete Punktmenge, jeder Punkt ist mit seinem Nachfolger verbunden.

```

1 class Polygon : public PointSet {
2     // erbt Funktionalität vor PointSet
3     // zusätzliche Funktionalität: Flächeninhalt, Umfang, Test: ist
4     ↪ Punkt innen oder außen
5     // veränderte Funktionalität: zeichnen
6 };

```

21.2 Implementationsvererbung, Ziel: Wiederverwenden von Funktionalität, SEHR UMSTRITTEN.

Nur in wenigen Fällen die richtige Lösung, ok ist es im Zusammenhang mit Spezialisierung, zum Beispiel Polygon erbt nützliche Funktionalität von PointSet. Meist bevorzugt man heute: Komposition und Delegation

```

1 class Polynomial {
2     std::vector<double> a_; // Komposition
3     // alle Operationen, die Koeffizienten betreffen, werden an Vektor
4     ↪ a_ weitergeleitet:
5     double & operator[](int i) {
6         return a_[i]; // Delegation
7     }
8 };
9
10 // mit Vererbung:
11 class Polynomial : public std::vector<double> {
12     // ...
13     // operator[] jetzt geerbt
14 };

```

Probleme: Man erbt auch Funktionen, die man **nicht** möchte, zum Beispiel erase(). \implies dadurch ist auch der Designer von std::vector in seiner Freiheit beschränkt. Völlig verrückt wäre:

```

1 class Point2D {
2     protected:

```

```

3     double x_, y_;
4 public:
5     // ....
6 };
7
8 // Ärger:
9 class Point3D : public Point2D {
10     double z_;
11 public:
12     // ...
13 }

```

21.3 Interface-Vererbung

Basisklasse definiert die öffentliche Schnittstelle, aber implementiert sie nicht.

Abgeleitete Klassen implementieren die Schnittstelle auf verschiedene Art. Beispiel: Zeichenobjekte



Shape: Schnittstellenklasse („Interface“), **abstrakte** Basisklasse.

Composite: Container für Shape-Objekte \Rightarrow eine fertige Zeichnung kann als Ganzes in neue Zeichnung eingebettet werden. Interface-Vererbung ist möglich, weil Zeiger / Referenzen auf abgeleitete Klasse in Zeiger / Referenzen der Basisklasse konvertieren werden können.

```

1 Line line(...);
2 Shape * shape = &line;
3
4 // Gegensatz:
5 int i = 3;
6 double * p = &i; // verboten

```

\Rightarrow bei dieser Konvertierung geht die Typinformation von Line nicht vollständig verloren, das heißt der Compiler merkt sich, dass die in shape gespeicherte Adresse zu einer Line-Speicherzelle gehört \Rightarrow shape hat gleichzeitig zwei Type:

- statischer Typ = Shape * = der Typ der Deklaration

- dynamischer Typ = Line = „der ursprüngliche Typ“ der Speicherzelle

Das funktioniert, wenn die Interface-Klasse Shape mindestens eine „virtuelle“ Member Funktion hat \Rightarrow dann fügt der Compiler automatisch die notwendige zusätzliche Typinformation in die Speicherzelle ein

```

1 class Shape {
2 public:
3     virtual void draw(Image & img) const = 0;
4     virtual void drawZoomed(Image & img, double zoom) const = 0;
5     virtual ~Shape() = 0; // falls virtuelle Funktion  $\Rightarrow$  virtueller
        ↳ Destruktor
6 }

```

statt leerer Implementation kann man auch „abstrakte Funktionen“ definieren, ganz ohne Implementation \Rightarrow ersetze {} mit = 0; (Aufruf führt dann zu Fehlermeldung) \Rightarrow dann ist auch die ganze Klasse abstrakt. (Fehlermeldung beim Konstruktoraufruf), Zeiger sind erlaubt. Jede abgeleitete Klasse muss die virtuellen Funktionen implementieren:

```

1 class Line : public Shape {
2     Point start_, end_, uint16_t color;
3 public:
4     Line(Point s, Point e, uint16_t color) : start_(s), end_(e),
        ↳ color_(color) {}
5     virtual void draw(Image & img) const {
6         // benutze Bresenham-Algorithmus um in img eine Line von start_
        ↳ nach end_ zu zeichnen mit Farbe color_
7     }
8
9     virtual void drawZoomed(Image & img, double zoom) {
10         // zeichne Linie von zoom * start_ nach zoom * end_
11     }
12
13     virtual ~Line() {} // Compiler fügt Destruktoraufrufe der Member
        ↳ Variablen automatisch ein
14 };

```

Bedeutung der zwei-Typen-Regel beim Aufruf (*shape).foo();

- normale Member Funktionen (nicht virtuell) werden mit dem statischen Typ aufgerufen:
 - verwende Implementation im statischen Typ
 - nulltes Argument (this-Zeiger) ist Zeiger auf statischen Typ

- virtuelle Memberfunktionen werden mit dem dynamischen Typ aufgerufen
 - verwende Implementation der abgeleiteten Klasse
 - Nulltes Argument ist Zeiger auf abgeleitete Klasse

```

1 Image img(width, height);
2 Line line(start, end);
3 Shape * shape = &line;
4 (*shape).draw(img); // virtuelle Funktion  $\implies$  Line::draw() wird
    $\hookrightarrow$  ausgeführt

```

21.3.1 Hauptanwendung von Interface-Vererbung

heterogene Container \equiv Elemente verschiedener Type, in c++ nicht möglich. Trick: verwende Zeiger auf Interface-Klasse als Elementtyp \implies dynamischer Typ aller Elemente kann unterschiedlich sein \implies Container ist heterogen bezüglich Aufrufen virtueller Funktionen sein.

```

1 std::vector<Shape*> drawing;
2 drawing.push_back(new Line(start1, end1)); // manuelle
    $\hookrightarrow$  Speicherverwaltung
3 drawing.push_back(new Circle(center, radius));
4 drawing.push_back(new Line(start2, end2));
5 // ...
6 Image img(width, height);
7
8 for(int i = 0; i < drawing.size(); i++) {
9   drawing[i]->draw(img); // ruft für jedes i die passende draw() Funktion
    $\hookrightarrow$  auf  $\implies$  heterogenes Array
10 }

```

Das Composite Shape enthält ein solches heterogenes Array als Membervariable, seine draw()-Funktion kapselt die Schleife. Heterogenous Container verwenden manuelle Speicherverwaltung \implies man darf am Ende nicht das „delete“ für die Elemente vergessen \implies besser verwende smart pointer: `std::vector<std::shared_ptr<Shape>> drawing;` (delete wird automatisch aufgerufen)

21.4 Kritik an Vererbung

Die Vererbungshierarchie ist fest verdrahtet, **aber** in verschiedenen Kontexten braucht man eigentlich verschiedene Hierarchien. Zum Beispiel Person-Objekt kann je nach Situation verschiedene Rollen einnehmen $\hat{=}$ verschiedene Interface-Definitionen: Schüler, Student, Employee, Mitglied, Kunde, ... Person kann nicht von all diesen Interfaces abgeleitet sein, zumal es verschiedenste Varianten gibt. Besser: verwalte diese Relationen in Datenbanken.

22 Deklarative Programmierung

Wir haben folgende Programmier-Paradigmen gelernt:

- endliche Automaten
- Maschinensprache
- funktionale Programmierung
- prozedurale Programmierung
- objekt-orientierte Programmierung
- generische Programmierung (mit Templates)

Das sind Spezialfälle der **imperativen** Programmierung (imperare = befehlen), weil der Programmierer nicht nur angeben muss, **was** passieren soll, sondern im Detail, **wie** es passiert (insbesondere explizite Angabe des Kontrollflusses, if-Bedingungen, Schleifen und rekursive Funktionen). In deklarativen Sprachen sagt der Programmierer nur, **was** er/sie erreichen will, das ganze **wie** ist im Compiler/Interpreter der Sprache gekapselt. Das funktioniert in relativ engen Anwendungsdomänen („domain specific languages“), und vereinfacht dann die Programmierung stark

22.1 Data serialization languages

Beispiele: XML, JSON, YAML

Serialization: Umwandlung einer komplexen Datenstruktur (Array, Baum, Graph, geschachtelte Daten) in eine Bytefolge, die auf Festplatte gespeichert und über Netzwerk gesendet werden kann

Deserialization: Aus der Bytefolge die Datenstruktur wieder zusammenbauen.

Serialization **languages**: Bytefolge ist ein Textfile, das man mit normalen Editoren anschauen / bearbeiten kann

Beispiel: JSON

- es gibt die üblichen Literale: true/false (bool), 1234 (int), 5.67e-7 (float), „abcd“ (string), null (undefiniert)
- zusätzlich gibt es Array-Literale: [wert1, wert2, „...“]
- assoziative Array-Literale: {„key1“ : wert1, „key2“ : wert2, „...“}
- Array (assoziative Arrays sind heterogen (beliebige gemischte Elementtypen)), insbesondere wieder Arrays / assoziative Arrays \implies Möglichkeit der beliebig tiefen Schachtelung

```
1 {  
2   "Adam Müller": {  
3     "Matrikel": 12345,  
4     "Übungspunkte": [  
5       38.5,
```

```

6         40.0,
7         0.0,
8         35.0
9     ],
10    "Note": null
11 },
12    "Eva Heller": {
13        "Matrikel": 67890,
14        "Übungspunkte": [
15            10.0,
16            15.0
17        ],
18        "Note": null
19    }
20 }

```

deklarativ: Programmierer sagt nicht, **wie** aus der Beschreibung eine c++ Datenstruktur gebaut wird.

22.2 document description languages, markup languages

Zum Beispiel: HTML, Markdown, \LaTeX (teilweise auch imperativ)
 Textdokumente mit dem eigentlichen Text **und** Formatierungsanweisungen.
 HTML:

```

1 <h1>Hauptüberschrift</h1>
2 <h2>Unterüberschrift</h2>
3 <p>Absatz-mehrere Sätze</p>
4 <ul>
5 <li> erster Anstrich </li>
6 <li> zweiter Anstrich </li>
7 </ul>

```

- sehr mächtig
- Attribute zur weiteren Verfeinerung `<h1 style="color:blue">Hauptüberschrift</h1>` (typischerweise in separaten Style-Files .css)

```

Hauptüberschrift
=====
Unterüberschrift
-----

```

Absatz (durch Leerzeilen getrennt).

Aufzählung:

- * erster Anstrich
- * zweiter Anstrich

- lesbarer als Text mit `<...>`
- einfacher zu schreiben
- wird vom Markdown-Compiler nach HTML konvertiert
- weniger leistungsfähig (weniger Formatierungsoptionen)

22.3 SQL

SQL („structured query language“) zur Kommunikation mit relationalen Datenbanken

- relative Datenbank:
 - Sammlung von Tabellen mit Querverweisen
 - Tabelle:
 - Spalten (Felder, Attribute) $\hat{=}$ Membervariablen einer Datenstruktur
 - Zeilen (Records) $\hat{=}$ Instanzen der Datenstruktur

Matrikel	Name	Vorname	Fach
12345	Müller	Adam	Informatik BSC
67890	Heller	Eva	Physik BSC

Sprache SQL enthält Befehle zum

- Tabellen anlegen und verändern (zum Beispiel neue Spalte einfügen)
- Daten in Tabelle einfügen und modifizieren
- Daten in Tabellen nach bestimmten Kriterien **suchen**

aber: sagt nicht, wie die Daten auf Platte/im RAM abgelegt sind oder wie die Suche funktioniert

```

1 SELECT Vorname, Name
2 FROM Teilnehmer
3 WHERE Fach="Physik BSC"

```

\Rightarrow Eva Heller

22.4 Logikprogrammierung mit PROLOG

PROLOG (PROgrammation en LOGique)

Programmierer definiert („deklariert“) Fakten und Regeln, die in der jeweiligen Anwendung gelten.

Programmierer definiert („deklariert“) das Ziel der Berechnung durch Anfragen (queries). Computer

Benutzt intern die allgemeinen Schlussregeln der Logik („Prädikatenlogik erster Stufe“) um die Anfrage zu beantworten, zum Beispiel

- Beweis, dass Aussage wahr oder falsch
- Menge aller Symbole, die die Anfrage erfüllen

Stammbaum:

```

1  % Fakten
2  mann(A).
3  mann(T).
4  frau(E).
5  frau(D).
6  frau(U).
7  vater(A,T).
8  vater(T,F).
9  vater(T,U).
10 mutter(E,T).
11 mutter(D,F).
12 mutter(D,U).
13
14 % Regeln
15 grossvater(X,Y) :-
16   vater(X,Z),
17   vater(Z,Y).
18 grossvater(X,Y) :-
19   vater(X,Z),
20   mutter(Z,Y).
21
22 % Anfragen
23 ?-mann(A). % yes.
24 ?-frau(E). % yes.
25 ?-mann(E). % no.
26 ?-mann(H). % no.
27 ?-grossvater(A, U). % yes.
28 ?-grossvater(X, F). % X=A

```

22.5 formale Grammatiken

Beispiel: BNF (Bachus-Nauer-Form).

Spezifizieren die formale Struktur (Syntax) einer anderen Programmiersprache, was sind gültige Befehle und Programme. Computer für die spezifizierte Sprache checkt zuerst die Grammatik \implies wenn verletzt Fehlermeldung („Syntax error“). Bestehen aus Ableitungsregel

<neuer Begriff> ::= Definition (viele syntaktische Variablen)

Beispiel: Teil von c++

22.6 Reguläre Ausdrücke

Reguläre Ausdrücke: Suchen und ersetzen mit Jokerzeichen, seit c++11: Header <regex>

23 Wiederholung

23.1 Pointer und Referenzen

```

1 // ursprünglicherTypename neuerTypname
2 typedef int *      int_ptr;    // Zeiger
3 typedef int &      int_ref;    // Referenz
4 typedef int const const_int;  // write-once integer
5 typedef const_int *
6 const_int_ptr; // äquivalent typedef int const * int_const_ptr
7 typedef const_int & const_int_ref;
8
9 int      a = 0;
10 int_ref b = a; // äquivalent: int &b = a;
11 b
12      = 3;
13 int_ptr p = &a; // äquivalent: int * p = &a;
14 *p = 5; // Compiler mach daraus: int_ref tmp1 = *p; tmp1 = 5; (hier wird
15      ↪ tmp1
16 // wieder gelöscht)
17 // generell: temporäre interne Variablen / Referenzen werden beim
18      ↪ Semikolon
19 // gelöscht
20 int c = *p; // Compiler: int_ref tmp2 = *p; int c = tmp2;
21 p
22      = &c;
23 (*p) = 7; //  $\implies$  int_ref tmp3 = *p; tmp3 = 7;
24
25 void foo(int f) { f = 4; }
26
27 void bar(int_ref g) { g = 4; }
28
29 void baz(const_int_ref h) { std::cout << h; }
```

```

26
27 foo(a); // pass-by-value
28 bar(a); // pass-by-reference
29 baz(a); // pass-by-const-reference
30
31 class Point {
32     int x, y;
33
34 public:
35     Point(int x, y) : x(x), y(y) {}
36     int getX() const { return x; }
37     int_ref getX() { return x; }
38 };
39
40 Point g(1, 2); // sizeof(Point) == 8
41 a = g.getX(); // Compiler: int_ref tmp4 = g.getX(); a = tmp4;
42 p = &(g.getX()); // int_ref tmp5 = g.getX(); p = &tmp5;
43 *p = 8; // int_ref tmp6 = *p; tmp6 = 8;
44
45 Point const & gg = g; // read only Name
46 a = gg.getX(); // Kumulier: int tmp7 = gg.x; a = tmp7;

```

23.2 Wiederholung Komplexität:

\mathcal{O} -Notation komplizierte Formen $f(n)$, einfache Formel $g(n)$, die das gleiche **wesentliche** Verhalten wie $f(n)$ hat. Asymptotische für große n ununterscheidbar

$$f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \exists n_0, c : \forall n > n_0 : f(n) \leq cg(n)$$

Diagramme für $f(n)$ und $cg(n)$ sehen für $n > n_0$ fast gleich aus. wichtige Regeln:

1. konstante Faktoren werden von \mathcal{O} absorbiert $df(n) \in \mathcal{O}(f(n))$, $d\mathcal{O}(f(n)) \in \mathcal{O}(f(n))$
2. Produkte von \mathcal{O} werden zum \mathcal{O} der Produkte $\mathcal{O}(f(n))\mathcal{O}(g(n)) \in \mathcal{O}(f(n)g(n))$
3. In einer Summe überlebt nur der **wichtigste** (am schnellsten wachsende) Term

$$\mathcal{O}(f(n) + g(n)) \in \begin{cases} \mathcal{O}(g(n)) & f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \\ \mathcal{O}(f(n)) & g(n) \in \mathcal{O}(f(n)) \end{cases}$$

4. Polynome: $n^p \in \mathcal{O}(n^q) \iff p \leq q$ Falls $f(n) = g(n)$ $\mathcal{O}(f(n) + g(n)) \in 2\mathcal{O}(f(n)) \in \mathcal{O}(f(n))$

$$n^{p_1} + n^{p_2} + n^{p_3} \in \mathcal{O}\left(n^{\max\{p_1, p_2, \dots\}}\right)$$

für große n :

$$f(n) \leq g(n) \iff \frac{g(n)}{f(n)} \leq \frac{1}{c} > 0$$

$$\implies f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \iff \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(n)}{f(n)} > 0$$

Beispiel 23.1

$$f(n) = n^2 \quad g(n) = n^3 \quad \frac{g(n)}{f(n)} = \frac{n^3}{n^2} = n \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty > 0$$

$$f(n) = n \quad g(n) = n \log n \quad \frac{g(n)}{f(n)} = \frac{n \log n}{n} = \log n \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \log n = \infty > 0$$

$$f(n) = n \log n \quad g(n) = n^2 \quad \frac{g(n)}{f(n)} = \frac{n^2}{n \log n} = \frac{n}{\log n} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\log n} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty > 0$$

Komplexität von Algorithmen $\hat{=}$ Summe der Komplexitäten der Schritte \implies nach Regel 3. nur der **wichtigste** Teil

23.2.1 Sieb des Eratones

Sieb des Eratones: finde alle Primzahlen $\leq n$. Prinzip: streiche in Liste alle Zahlen, die Vielfache einer Zahl sind \implies übrig bleibenden sind Primzahlen

```

1  std::vector<bool> find_primes(int n) {
2      std::vector<bool> res(n + 1, true); // alle Zahlen prim :
        ↳  $\mathcal{O}(n)$ :  $n$  SpZ auf "true" initialisieren
3      res[0] = false; res[1] = false; // keine Primzahlen :  $\mathcal{O}(1)$ :
        ↳ Indexzugriff unabhängig von  $n$ 
4
5      for(int k = 2, k < n, k++) { //  $k \hat{=}$  alle Vielfachen von  $k$ 
6          for(j = 2 * k, j <= n, j += k) { //  $n / k - 1$  Schritte
7              res[j] = false; // Vielfaches von  $k$  und damit nicht prim
8          }
9      }
10
11     return res; // res[i] = true  $\iff$   $i$  Primzahl :  $\mathcal{O}(n)$ , Array
        ↳ der Länge  $n$  kopieren
12 }
```

Komplexität der Algorithmus $\hat{=}$ Summe der Komplexitäten der Schritte \implies nach Regel 3 bestimmt der stärkste Schritt die Komplexität.

$$\sum_{k=2}^n \left(\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor - 1 \right) \leq \sum_{k=2}^n \left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor \leq \sum_{k=1}^n \frac{n}{k} = n \frac{k=1}{n} \frac{1}{k} = n \log n$$