Ausarbeitung zu Chaos und Faktale Praktikum 1

Jannis Priesnitz · Margarethe Dziendziel

2. Dezember 2016

1 Ausdruck Ihrer IFS-Datei IFS_TEST.IFS aus der zweiten Teilaufgabe.

3					
0.5	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0
-0.5	0.0	0.0	0.5	1.0	0.0
0.0	0.5	-0.5	0.0	0.5	1.0
-0.1	1.1	-0.1	1.1		
1	1				

2 Was ergab sich in der ersten Teilaufgabe (a) beim Test unterschiedlicher Anfangsmengen und nach welchem „Satz“ war dies nicht anders zu erwarten?

Es ergeben sich immer wieder Sierpinski-Dreiecke. Dies ergbit sich aus dem verwendeten Iteriertem Funktionen System „Sierpinski.ifs“.

3 Was ergab sich beim Test von x2.bmp und was stellt der Inhalt dieses Bildes bzgl. des IFS folglich dar? (Tipp: siehe Skriptum Kapitel 3 Seite 2).

Es ergab sich das bei den anderen Lösungen bereits gesehen Sierpinski-Dreieck, diesmal jedoch mit immer kleiner werdenden Bildern. An diesen Bildern können die affinen Transformationen Skalierung, Rotation, Translation erkannt werden.

4 Zeigen Sie rechnerisch nachvollziehbar, dass das Chaos-Spiel aus der ersten Aufgabe mit den drei homogenen Eckpunkten [0,0,1]t , [1,0,1]t und [0,1,1]t für einen allgemeinen Punkt P=[xP,yP,1]t genau dasselbe bewirkt, wie die drei Transformationen in SIERPINSKI.IFS.

Wir zeigen rechnerisch an einem Beispiel, dass die Ergebnisse für $P = [0.5, 0.5, 1]^t$ identisch sind.

IFS-Methode

Eine „Rückwärtstranformation“ von „Sierpinski.ifs“ ergibt folgende drei Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Multiplikation der Transformationsmatrizen mit dem gewählten Punkt ergibt:

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.25 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.75 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Chaos-Spiel-Metode

Hier betrachten wir die Fälle, dass der Zufallsgenerator 0, 1 oder 2 „würfelt“:

1. Random = 0:

$$Punkt : \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} (0 + 0.5) \div 2 \\ (0 + 0.5) \div 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. Random = 1:

$$Punkt : \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} (1 + 0.5) \div 2 \\ (0 + 0.5) \div 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.25 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3. Random = 2:

$$Punkt : \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} (0 + 0.5) \div 2 \\ (1 + 0.5) \div 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.75 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Da bei beiden Rechnungen das selbe Ergebnis herauskommt bewirken beide Verfahren das selbe.

5 Geben Sie zu DECKCHEN_3_4TEL.IFS je Transformation des IFS die Werte der Skalierung, Rotation und Translation an.

1. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0.333 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.333 \\ 0 & 1 & 0.333 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6 Erstellen Sie eine alternative IFS-Datei, die dasselbe Ergebnis wie DECKCHEN_3_4TEL.IFS erzeugt, aber mindestens zwei Rotationen (ungleich 0 und ungleich 180) enthält!

1. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(270) & -sin(270) & 0 \\ sin(270) & cos(270) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(90) & -sin(90) & 0 \\ sin(90) & cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Zeile

$$T_S = \begin{pmatrix} 0.333 & 0 & 0 \\ 0 & 0.333 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} cos(0) & -sin(0) & 0 \\ sin(0) & cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.333 \\ 0 & 1 & 0.333 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7 (Wie lässt sich die Gray-Figur aus den Zusätzen der 1. Praktikums-Aufgabe per IFS erzeugen? Bitte IFS-Datei in den Ausdruck einfügen.)

8 Ausdruck Ihrer inversen IFS-Datei, die den in Teilaufgabe 2 gezeigten Attraktor erzeugt. Zu welcher Klasse von Verfahren gehört der hier verwendete Algorithmus? (Siehe Skriptum Kapitel x – bitte Kapitel suchen und Nummer „x“ angeben).

```
3
2.0   0.0   0.0   2.0   0.0   0.0
-2.0  0.0   0.0   2.0   2.0   0.0
-2.0  0.0   0.0   -2.0  1.0   2.0
-0.1  1.1   -0.1  1.1
1     1
```