基于Boussinesq方程的礁坪上波浪传播数值模拟

何栋彬1，房克照1，孙家文1,2

(1. 大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室，辽宁 大连 116024；2. 国家海洋环境监测中心，辽宁 大连 116023)

摘 要：本文使用基于二阶全非线性的Boussinesq建立的数值模型，对规则波、随机波在不同礁坪地形上的传播变形进行了模拟。文章研究分析了礁坪上波浪传播过程中的波高空间分布和沿程衰减，礁坪上的平均水位变化，以及波浪能量谱的移动和空间差异。将数值结果与实验结果对比发现吻合情况良好，验证了模型具有良好的稳定性、间断捕捉能力以及处理海-岸动边界的能力，能准确地模拟礁坪上波浪的传播，证明模型可以用于开展岛礁附近水域的水动力研究。

关键词：Boussinesq方程；礁坪；低频波浪；波浪破碎；数值模拟

中图分类号:O353.2 文献标识码:A

Boussinesq Modeling of Wave Propagation over Reef Flats

He Dongbin1, FANG Ke-zhao1, SUN Jia-wen1,2

(1. The State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. National Marine Environmental Monitoring Center, State Oceanic Administration, Dalian 116023, China)

**Abstract:** In this paper, we simulated the propagation and deformation of regular wave and irregular wave over different reef flats, using a numerical model based on Boussinesq equations. We studied the wave height spatial distribution, the mean water level changes over reef flat and wave energy spectrum shifts. The numerical results are in close agreement with the physical model experimental results, showing that the numerical model used in this paper has good stability, excellent shock-capturing ability and can treat wet-dry moving boundary. Therefore, this model can well simulate wave propagation over reef flats and be used to carry out research on hydrodynamic performance around coral reefs.

**Key words:** Green-Naghdi wave equations; hybrid scheme; central upwind scheme; moving shoreline; wave breaking

我国海域辽阔、珊瑚岛礁众多，珊瑚礁属于水深剧变地形，与在缓坡地形相比，波浪在珊瑚礁地形上的传播变形有明显的不同[[1](#_ENREF_1)]。迄今为止，对波浪在珊瑚礁地形上的传播变形研究已得到了一些现场观测数据[[2](#_ENREF_2)]和根据现场地形条件设计的模型实验数据[[3-5](#_ENREF_3)]。

外海波浪入射至岛礁海域，由于礁前斜坡比较陡峭和礁冠处水深急剧变浅，波浪发生剧烈破碎，礁坪上水深很浅且粗糙度极高，进一步增强了对波浪的衰减作用。礁坪上波高的急剧衰减，导致辐射应力梯度发生变化，引起礁坪平均水面的上升，即礁坪增水。由于礁坪水深很浅，增水不容忽视，其值甚至与水深相当。Musk和Sargent[[6](#_ENREF_6)]在太平洋的Bikini环礁进行的野外考察显示，礁坪上的平均海面要比周围大洋的平均海面高出0.45m到0.6m。另外，由于破碎剧烈，波浪在礁坪上的传播过程中能量频率发生明显的转移，入射波谱峰频率处的能量中的绝大部分在到达礁冠时已经损失掉，礁坪上低频波浪运动明显，波浪能量频率分布集中在0.1Hz以下。对于波浪在礁坪地形上波高变化和增水现象，以及分析波浪能量频率的转移，数值计算是一种有效的研究手段。但是，在地形变化剧烈的岛礁海域，波浪破碎剧烈且具有极其陡峭的波前、礁坪上流动状态转化剧烈，容易形成类似水跃（或者激波）的潮涌[[7](#_ENREF_7)]，非线性作用强，水-陆动边界问题突出，这些水动力现象对数值模型提出了极大的挑战。

海岸工程常用的两类模型为相位平均模型和相位识别模型。有些学者使用波浪平均模型，如SWAN等来计算岛礁上的波浪增水[[8-12](#_ENREF_8)]，该类模型基于带有辐射应力的空间梯度引起的强迫项的浅水方程，但无法考虑波-波非线性作用，不能准确地模拟礁坪上低频波浪的产生和运动。

相位识别模型以Boussinesq类模型方程为代表，此类模型被广泛用于模拟波浪从外海到破波带完整的传播演变过程，如刘思[[13](#_ENREF_13)]，Kirby[[14](#_ENREF_14)]和Madsen[[15](#_ENREF_15)]，尤其是近些年已经建立的具备间断捕捉能力的Boussinesq类数值模型，如Fang[[16](#_ENREF_16)]，Lannes[[17](#_ENREF_17)]，Kazolea[[18](#_ENREF_18)]，适用于礁坪地形上的水动力计算。Skotner和Apelt[[19](#_ENREF_19)]研究了规则波在具有陡峭礁前斜坡的淹没珊瑚礁上传播过程中的平均水位变化，Nwogu和Demirbilek[[20](#_ENREF_20)]使用Boussinesq波浪模型再现了岛礁上波浪传播的复杂变化过程，提出礁坪上破碎波高和波浪增水与一个半经验系数相关，同时分析了波浪频谱的空间变化。Yao[[21](#_ENREF_21)]基于一维全非线性Boussinesq方程，分析了礁脊对规则波和不规则波传播的影响，并研究了礁前斜坡坡度及剖面形状对波高变化和平均水位的影响。

本文采用Fang[[22](#_ENREF_22)]建立的二维Boussineq数值模型开展研究，该模型的精度和稳定性已经过多个具备相当挑战性的算例所验证，同时具备良好的破碎捕捉和水-陆动边界处理能力。本文使用该模型，研究了规则波和随机波浪在典型礁坪地形上传播过程，分析破碎点前后的波高和平均水位变化，以及随机波在传播过程中发生的频率转移。通过与物理模型实验和其它同类模型的结果相互对比验证，证明本文模型可以用于岛礁区域波浪传播的模拟和水动力特性研究。

1. 基于高阶Boussinesq水波方程的数值模型
   1. 守恒形式控制方程

本模型采用高阶Boussinesq方程作为控制方程，具有二阶全非线性特征，守恒形式的控制方程可以表达成如下形式：



式中，为变量矢量，和为通量矢量，定义为：







式（1.2）-（1.4）中：





其中，和分别为和方向速度，为水位，为水底高程，表示总体水深，。此外，参数用于优化色散性和变浅作用性能，经研究，选取较为合适[15]。式（1.1）中为源项，方便起见，将其分为三个组成部分，分别为水底坡度项、水底摩擦项*Sf*和色散项，如下：



上式中上标和表示变量在和方向的分量，其中水底摩擦项由以下表达式计算：



其中，为摩阻系数，可由曼宁系数表达：。式（1.7）中色散项给出如下：





式（1.9）和（1.10）中，为水深平均速度，，，。

* 1. 数值格式和边界条件

在矩形网格系统上，采用具有总变差减小TVD(Total Variation Diminishing) 性质的有限体积-有限差分混合格式求解Boussinesq水波方程，利用高分辨率有限体积方法求解对流项而其它项仍然通过有限差分方法计算。数值通量的计算采用兼具中心格式简单性和迎风格式准确性的新型数值格式——MUSTA格式。时间积分通过三阶Runge-Kutta方法进行，时间步长满足CFL稳定性条件限制。

本文计算涉及规则波和随机波，全部采用域内造波方式，通过在质量方程中添加源项实现，其中规则波采用，随机波采用模拟波列的方式。对于水-陆动边界的处理，通过在状态重构（MUSCL方法）过程中采用Wang等提出的静压重构技术实现，将水-陆动边界附近的海床视为随时间做微小变动的，通过在计算过程中对海床的调整达到较准确地捕捉水-陆动边界的目的。与常用的薄层水体法相比，该方法具有更高的精度，且保证了重构水深的非负性和水-陆动边界处的和谐性，这对计算的稳定性和精度非常重要。

波浪破碎的处理上，对于有限差分方法建立的模型，一般使用涡粘法和水滚法，而应用有限体积法的模型可采用波高和水深比来作为波浪破碎的判断依据[[23](#_ENREF_23)]。本文所用模型将破碎波作为间断波（或水跃）处理，对于任意网格单元，当波高和水深比时或者波面倾斜角（是临界波面坡度）时认为波浪发生破碎，此时，控制方程中的色散项不参加运算，控制方程退化为完全非线性浅水方程，破碎波浪自动通过浅水方程捕捉为间断波（或者水跃）。只有当减少到一个特定值，比如时，色散项才能重新被激活，这样保证了计算的稳定运行，对完全非线性Boussinesq方程来说也至关重要，否则因为色散项频繁地被解除和激活，计算将变得不稳定。

1. 礁坪上波浪传播的数值模拟
   1. 规则波在简单礁坪上的传播

参考Yao的物理模型实验，本文模拟了规则波在一维简单礁坪上的传播，数值实验设置如图 1所示。礁坪前水深h0=0.45m，礁坪上水深hr=0.1m。计算域全长45m，礁前斜坡投影长度b=2.1m，L3=9.8m，造波源位置距离坡脚16.35m。两端设置海绵层，其中W1=6.0m，W2=6.75m。规则波波高H=0.095m，周期T=1.25s。空间步长0.03m，时间步长由CFL条件控制，曼宁系数取0.033。取波面稳定后的80个周期的计算结果进行分析。

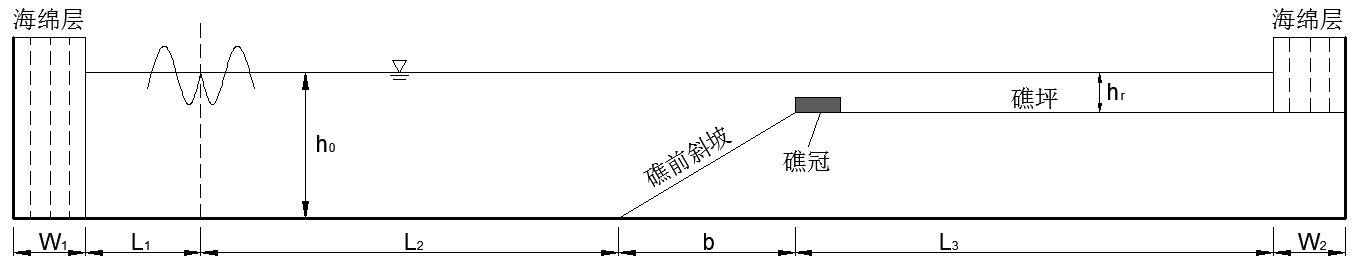


图 1规则波实验布置示意图

Fig. 1. Schematic view of computation domain setup for regular wave.



图 2 规则波实验平均水位和波高空间分布

Fig. 2. Mean water level and wave height spatial distribution for regular wave.

图 2为规则波实验的平均水位及波高空间分布。将本文的结果与物理实验结果以及Yao的数值结果进行了对比。礁坪前方可以看到明显的驻波现象，波幅大约等于入射波波幅。礁坪边缘处波高明显增大，随后发生破碎，波高在破碎点之后一个波长的距离内下降幅度达到50%。对于平均水位变化，礁坪前方的平均水位下降以及礁坪上方的增水，数值结果与实验数据基本一致，可以认为本文所用模型能准确地模拟规则波入射下的平均水位的空间变化。

* 1. 随机波浪在复合斜坡礁坪地形上的传播

Demirbilek和Nwogu[[24](#_ENREF_24)]参考实际岛礁地形设计了物理实验并给出了数值计算结果，本节选取其中的两个工况进行数值模拟。数值实验地形如图3所示，计算域全长25.0m，左端设置海绵层，从左到右依次布置9个测点，其中一号测点与造波位置重合。造波方式为内部源项造波，模拟波列，造波数据序列时间间隔为0.01s，因此时间步长为应保持一致，取0.01s，空间步长统一为0.04m，曼宁系数取0.02。

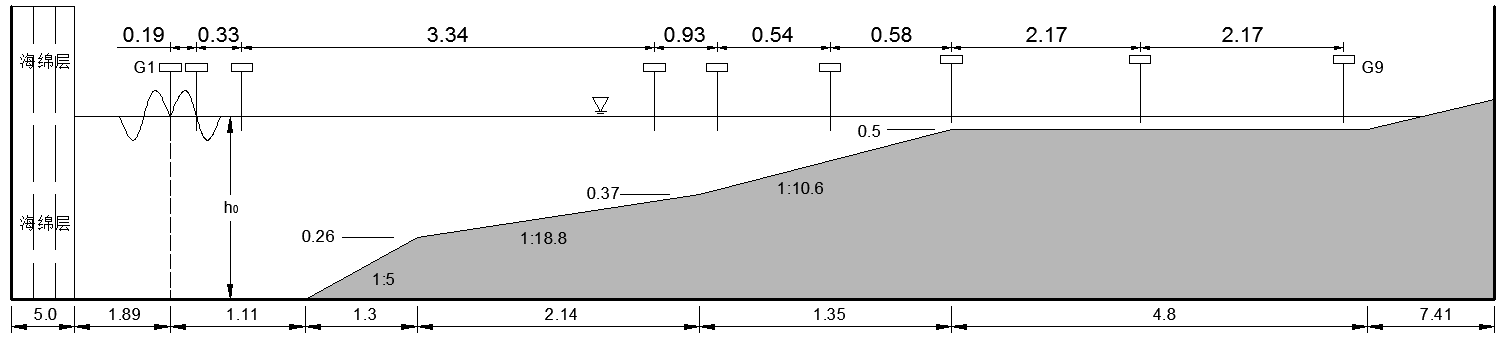


图 3 复合礁坪上随机波实验布置示意图

Fig. 3. Schematic view of the computation domain setup for irregular wave

所选取的两个工况详细参数见表1。选取的两个工况具有相同的谱峰周期，其中Test 36对应的礁坪上水深为0，可以考察模型处理海岸水-陆动边界的能力。

表1 随机波两种工况对应水位、波浪参数

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 实验序号 | 波高Hs(cm) | 谱峰周期Ts(s) | 礁坪上水深hr(cm) | 礁坪前水深h0(cm) |
| Test-36 | 6.8 | 1.5 | 0.0 | 50.0 |
| Test-48 | 7.5 | 1.5 | 3.1 | 53.1 |

截取100s~800s的计算结果进行分析，并与实验数据进行对比。我们给出1，5，8，9四个测点的时间序列（图4，图5）。通过对3号测点（礁坪前）的比较结果，可以看到波高和相位的吻合程度都比较高，因此认为本文所用模型可以准确地再现实验中随机波浪的生成。对于6号测点（位于1:10.6的坡段），从两个工况的计算结果来看，仍然与实验数据符合的比较好。8号和9号测点分别位于礁坪的中端和末端，与实验数据相比，计算结果的波高变化与实验保持在同一个范围内，由于波浪在礁坪上剧烈破碎，运动相当复杂，因此在相位上，计算结果与实验数据相比差强人意，但这也在意料之中。



图 4 Test-36随机波波面时间序列

Fig. 4. Time series of surface for irregular wave Test-36.



图 5 Test-48随机波波面时间序列

Fig. 5 Time series of surface for irregular wave Test-48.

图6和图7给出了两种工况的平均水位和有效波高的空间分布。其中Test 48本文同时给出了Nwogu和Yao的计算结果，这两位学者使用的也是Boussinesq类模型，前者，而后者。从波高来看，本文两个工况的计算结果与实验采集数据都吻合的比较好，从平均水位变化来看，本文结果与Nwogu的数值结果很接近，但都存在一个共同的问题，即礁坪前的平均水位变化很小，水面基本没有发生下降。



图 6 Tset-36平均水位和波高空间分布

Fig. 6. Mean water level and wave height spatial distribution for Test-36.



图 7 Test-48平均水位和波高空间分布

Fig. 7. Mean water level and wave height spatial distribution for Test-48.

本文分别分析了上述两种工况的四个测点波面时间序列的能量谱，最为显著的变化即是低频波浪的产生。在传播过程中，高频部分能量消减，在经过礁坪边缘后，入射波谱峰频率附近的能量已损失殆尽，能量逐渐向低频转移，在礁坪上，波浪能量集中在0.1Hz附近。可以看到，本文所用模型可以准确地模拟出随机波浪在礁坪地形上传播时能量的转移过程。对于工况Test-48，礁坪上测点8和9处数值结果的谱峰幅值要小于实验数据，我们认为是因为在工况下，本文所用模型计算得到的这两个测点出的有效波高要略小于实验数据，因此能量偏小，文献[24]中也给出了相类似的结果。



图 8 Test-36 测点计算结果与实验数据频谱对比

Fig. 8. Comparison of simulated and experimental wave spectral for Test-36



图 9 Test-48 测点计算结果与实验数据频谱图

Fig. 9. Comparison of simulated and experimental wave spectral for Test-48

1. 结 语

波浪在岛礁海域传播过程中水深跨度大，通常伴随着剧烈的破碎，礁坪上流动状态转化剧烈，不同尺度波动共存（如短波和低频波浪），非线性作用强。从上述本文模型的数值实验结果来看，本文所用模型可以模拟规则波和随机波浪在礁坪前的生成和传播，以及在礁坪上运动的完整过程。本文模型可以准确地捕捉到波浪破碎的位置，对传播过程中的波高变化，包括破碎后的波高下降，与实验数据保持了很高的一致性。对于礁坪上的平均水位变化，本文模型，同样可以给出准确的计算结果。另外，波浪在传播过程中频谱的移动，礁坪上低频波浪的产生，模型都能给出与实验数据相符的计算结果。综上所述，可以认为，本文所用的模型可以胜任岛礁区域波浪的模拟，并且可用于开展进一步的岛礁区域水动力特性的研究。

参考文献

[1] 赵子丹, 张庆河, 刘海青. 波浪在珊瑚礁及台阶式地形上的传播 [J]. 海洋通报, 1995, 4): 1-10.

[2] 黎满球, 朱良生, 隋世峰. 珊瑚礁坪波浪的衰减特性分析 [J]. 海洋工程, 2003, 21(2): 71-5.

[3] 丁军, 田超, 王志东, et al. 近岛礁波浪传播变形模型试验研究 [J]. 水动力学研究与进展, 2015, 30(2):

[4] 梅弢, 高峰. 波浪在珊瑚礁坪上传播的水槽试验研究 [J]. 水道港口, 2013, 34(1): 13-8.

[5] POMEROY A, LOWE R, SYMONDS G, et al. The dynamics of infragravity wave transformation over a fringing reef [J]. Journal of Geophysical Research, 2012, 117(C11): -.

[6] MUNK W H, SARGENT M C. Adjustment of Bikini Atoll to ocean waves [J]. Eos Transactions American Geophysical Union, 1948, 29(6): 855-60.

[7] ROEBER V, CHEUNG K F. Boussinesq-type model for energetic breaking waves in fringing reef environments [J]. Coastal Engineering, 2012, 70(4): 1-20.

[8] TAIT R J. Wave set-up on coral reefs [J]. Journal of Geophysical Research, 1972, 77(12): 2207–11.

[9] GERRITSEN F. Wave Attenuation and Wave Set-up on a Coastal Reef [J]. American Society of Civil Engineers, 2011, 444-61.

[10] BATTJES J A, JANSSEN J P F. Energy Loss and Set-Up Due to Breaking of Random Waves; proceedings of the Coastal Engineering (1978), F, 2012 [C].

[11] MASSEL S R, GOURLAY M R. On the modelling of wave breaking and set-up on coral reefs [J]. Coastal Engineering, 2000, 39(1): 1–27.

[12] SYMONDS G, BLACK K P, YOUNG I R. Wave-driven flow over shallow reefs [J]. Journal of Geophysical Research Atmospheres, 1995, 100(C2): 2639-48.

[13] 刘思, 柳淑学, 李金宣. 岛礁地形上二维波浪传播的数值模拟 [J]. 港工技术, 2015, 5): 1-5.

[14] KIRBY J T. Chapter 1 Boussinesq models and applications to nearshore wave propagation, surf zone processes and wave-induced currents [J]. Elsevier Oceanography, 2003, 67(03): 1–41.

[15] MADSEN P A, FUHRMAN D R. High-order Boussinesq-type modeling of nonlinear wave phenomena in deep and shallow water [J]. 2010, 245-85.

[16] FANG K, ZOU Z, DONG P, et al. An efficient shock capturing algorithm to the extended Boussinesq wave equations [J]. Applied Ocean Research, 2013, 43(5): 11-20.

[17] LANNES D, MARCHE F. A new class of fully nonlinear and weakly dispersive Green–Naghdi models for efficient 2 D simulations [J]. Journal of Computational Physics, 2015, 282(238-68.

[18] KAZOLEA M, DELIS A I, SYNOLAKIS C E. Numerical treatment of wave breaking on unstructured finite volume approximations for extended Boussinesq-type equations [J]. Journal of Computational Physics, 2014, 271(9): 281-305.

[19] SKOTNER C, APELT C J. Application of a Boussinesq model for the computation of breaking waves : Part 1: Development and verification [J]. Ocean Engineering, 1999, 26(10): 905-25.

[20] NWOGU O, DEMIRBILEK Z. Infragravity Wave Motions and Runup over Shallow Fringing Reefs [J]. Journal of Waterway Port Coastal & Ocean Engineering, 2014, 136(6): 295-305.

[21] YAO Y, HUANG Z, MONISMITH S G, et al. 1DH Boussinesq modeling of wave transformation over fringing reefs [J]. Ocean Engineering, 2012, 47(30-42.

[22] FANG K, LIU Z, ZOU Z. Fully Nonlinear Modeling Wave Transformation over Fringing Reefs Using Shock-Capturing Boussinesq Model [J]. Journal of Coastal Research, 2015,

[23] SHI F, KIRBY J T, HARRIS J C, et al. A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation [J]. Ocean Modelling, 2012, s 43–44(2): 36-51.

[24] DEMIRBILEK Z, NWOGU O G. Boussinesq Modeling of Wave Propagation and Runup over Fringing Coral Reefs, Model Evaluation Report [J]. Army Engineer Research & Development, 2007, 07--12.