

同调代数 (2020 秋) 第三次考试

考试时间：2021 年 1 月 9 日 19:00-21:00

注： R 为任意含单位元的环.

1. 计算 $\mathrm{Tor}_n^{\mathbb{Z}_6}(\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_2), n \geq 0$.
2. 设 p 是素数, 在 $\mathbb{Z} - \mathrm{Mod}$ 范畴中.
 - (1) 证明: 仅有 p 个非等价的扩张 $0 \longrightarrow \mathbb{Z}_p \longrightarrow E \longrightarrow \mathbb{Z}_p \longrightarrow 0$.
 - (2) 证明: 上述 E 同构意义下只有两个. 并具体给出.
3. 考虑 $C(R - \mathrm{Mod})$ 中的投射对象.
 - (1) 设 $(P, d) \in C(R - \mathrm{Mod})$, 证明: (P, d) 是 $C(R - \mathrm{Mod})$ 中的投射对象当且仅当每个 P_n 是投射 R -模并且 (P, d) 是可裂正合的.
 - (2) 证明: $C(R - \mathrm{Mod})$ 中有足够多的投射对象.