

代数数论 2020 年春 B 卷

考试时间：2020 年 5 月 23 日 14:00-16:00

姓名： 学号：

1. 求  $\mathbb{Q}(\alpha), \alpha^3 = 6$  的判别式和整数环. (10 分)
2. 证明  $x^3 - 6$  在  $\mathbb{Q}_5$  中只有一个根, 请问它模  $5^3$  是多少? (10 分)
3. 求  $2, 5, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分歧指数和惯性指数. (15 分)
4. 求  $2, 5, 7$  在  $\mathbb{Q}(\zeta_{35})$  中的分解域和惯性域. (15 分)
5. 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$  的基本单位; 求  $\mathbb{Q}(\sqrt{-7}), \mathbb{Q}(\sqrt{6}), \mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的类数. (20 分)
6. 设  $\chi_{-35}$  为  $\mathbb{Q}(\sqrt{-35})$  的非平凡狄利克雷特征, 求  $L(1, \chi_{-35})$ . (15 分)
7. 如果  $n = x^2 - 11y^2$  有有理数解  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$ , 则非零整数  $n$  的素因子分解是什么形式? (15 分)