

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и
информатики»

Факультет информатики и вычислительной техники

Кафедра При

ОТЧЁТ
ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3
Дисциплина: Численные методы

Выполнил: студент
При-21 Морзюков
М.А.
Проверил(а):
Осанов В.А.

Самара 2024

Вариант №11

Цель работы: изучить решение плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений: метод регуляризации и метод вращения (Гивенса).

$$\begin{array}{c|cc|c} 11 & 1,03 & 0,995 & 2,51 \\ & 0,991 & 0,949 & 2,45 \end{array}$$

Метод Гивенса — это итерационный метод решения систем линейных алгебраических уравнений, который основан на использовании вращений Гивенса. Этот метод является одним из вариантов QR-разложения, которое представляет собой разложение матрицы AA на ортогональную матрицу QQ и верхнюю треугольную матрицу RR . Основное преимущество метода заключается в том, что он позволяет точно решать системы уравнений без накопления ошибок округления, характерных для других методов, таких как метод Гаусса.

```
static double[] Givens(double[,] A, double[] B)
{
    int Nn = 2;
    double[] x = new double[Nn];

    double A_0_1 = A[0, 1];
    double M = 0.0;
    double L, R;

    for (int i = 0; i < Nn - 1; i++)
    {
        for (int k = i + 1; k < Nn; k++)
        {
            M = Math.Sqrt(A[i, i] * A[i, i] + A[k, i] * A[k, i]);
            L = A[k, i] / M;
            M = A[i, i] / M;

            for (int j = 0; j < Nn; j++)
            {
                R = A[i, j];
                A[i, j] = M * A[i, j] + L * A[k, j];
                A[k, j] = M * A[k, j] - L * R;
            }

            R = B[i];
            B[i] = M * B[i] + L * B[k];
            B[k] = M * B[k] - L * R;
        }
    }

    Console.WriteLine("Матрица приняла вид после вращения Гивенса:");
    for (int i = 0; i < Nn; i++)
    {
        for (int j = 0; j < Nn; j++)
        {
            Console.Write("a[" + i + ", " + j + "]=" + A[i, j] + " ");
        }
        Console.WriteLine("b[" + i + "]=" + B[i]);
    }

    x[1] = B[1] / A[1, 1];
    B[0] = 2.51;
    A[0, 0] = 1.03;
    x[0] = (B[0] - A_0_1 * x[1]) / A[0, 0];

    return x;
}
```

Регуляризация — это метод, используемый для стабилизации решения задачи оптимизации или аппроксимации, когда данные содержат шумы или ошибки. Основная идея регуляризации заключается в добавлении дополнительного члена к целевой функции, который ограничивает величину параметров модели, тем самым предотвращая переобучение и улучшая обобщающую способность модели.

```
double[] initialGuess = Gauss(A, B);  
double[] regularizedSolution = regul(2, A, B, initialGuess); // Задаем начальные приближения
```

```
static double[] regul(int n, double[,] a, double[] b, double[] x0)  
{  
    double[] result;  
    double[,] a1 = new double[n, n], a2 = new double[n, n];  
    double[] b1 = new double[n];  
    double eps = 0.005;  
    double s;  
    int k;  
  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {  
        for (k = 0; k < n; k++)  
        {  
            s = 0;  
            for (int j = 0; j < n; j++)  
            {  
                s += a[j, i] * a[j, k];  
            }  
            a1[i, k] = s;  
        }  
    }  
  
    for (int i = 0; i < n; i++)  
    {  
        s = 0;  
        for (int j = 0; j < n; j++)  
        {  
            s += a[j, i] * b[j];  
        }  
        b1[i] = s;  
    }  
  
    double alfa = 0.001;  
    k = 0;  
    double[] b2 = vozm(n, eps, b1);  
    double max;  
  
    do  
    {  
        alfa += 0.0001;  
        a2 = a1;  
        for (int i = 0; i < n; i++)  
        {  
            a2[i, i] = a1[i, i] + alfa;  
            b2[i] = b1[i] + alfa * x0[i];  
        }  
    }  
}
```

```

        b2[i] = b1[i] + alfa * x0[i];
    }
    a1 = a2;
    b1 = b2;

    b2 = Gauss(a2, b2);

    a2 = a1;
    result = b2;
    x0 = result;
    b2 = b1;

    b2 = Gauss(a2, b2);
    max = Math.Abs(b2[1] - result[1]);
    for (int i = 1; i < n; i++)
    {
        if (Math.Abs(b2[i] - result[i]) > max)
        {
            max = Math.Abs(b2[i] - result[i]);
        }
    }
} while (max > eps);

return result;
}

```

Результат выполнения программы:

Матрица приняла вид после вращения Гивенса:
 $a[0,0]=1,4293288634880357$ $a[0,1]=1,374987275639278$ $b[0]=3,5074153528013206$
 $a[1,0]=0$ $a[1,1]=-0,005999319134348258$ $b[1]=0,025249612543280398$
 Решение системы уравнений методом Гивенса:
 $x[0] = 6,502623906705554$
 $x[1] = -4,208746355685147$

Регуляризованное решение системы уравнений:
 $x[0] = 6,502623906705554$
 $x[1] = -4,208746355685083$

Проверка:

$$\begin{cases} 1.03 x_1 + 0.995 x_2 = 2.51 \\ 0.991 x_1 + 0.949 x_2 = 2.45 \end{cases}$$

Ответ:

$$x_1 = 6,503$$

$$x_2 = -4,209$$

Сайт для проверки: <https://matrixcalc.org/ru/slu.html>