

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ  
КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Поволжский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики»

Факультет информатики и вычислительной техники

Кафедра При

**ОТЧЁТ**  
**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1**  
**Дисциплина: Численные методы**

Выполнил: студент  
При-21 Морзюков  
М.А.  
Проверил(а):  
Осанов В.А.

Самара 2024

## Вариант №11

**Цель работы:** изучить решение систем линейных уравнений, методами Гаусса и Холецкого.

2,16	1,96	1,56	13,16
3,55	3,23	2,78	21,73
4,85	4,47	3,97	29,75

**Метод Гаусса:** включает два основных этапа: прямой ход и обратный ход. На первом этапе (прямом ходе) происходит последовательное исключение переменных из системы, что позволяет преобразовать ее в эквивалентную систему с треугольной матрицей. На втором этапе (обратном ходе) вычисляются значения неизвестных на основе полученной треугольной матрицы.

```
public static double[] Gauss(double[][] A, double[] B)
{
    int row = A.Length;
    int col = A[0].Length;
    double[] rightPart = new double[row];
    double[] answer = new double[row];
    double[][] matrix = new double[row][];

    for (int i = 0; i < row; i++)
    {
        matrix[i] = new double[col];
        Array.Copy(A[i], matrix[i], col);
        rightPart[i] = B[i];
    }

    // Прямой ход
    for (int i = 0; i < row - 1; i++)
    {
        SortRows(matrix, rightPart, i);
        for (int j = i + 1; j < row; j++)
        {
            if (matrix[i][i] != 0)
            {
                double multElement = matrix[j][i] / matrix[i][i];
                for (int k = i; k < col; k++)
                {
                    matrix[j][k] -= matrix[i][k] * multElement;
                }
                rightPart[j] -= rightPart[i] * multElement;
            }
        }
    }
}
```

```

// Обратный ход
for (int i = row - 1; i >= 0; i--)
{
    answer[i] = rightPart[i];
    for (int j = row - 1; j > i; j--)
    {
        answer[i] -= matrix[i][j] * answer[j];
    }
    answer[i] /= matrix[i][i];
}

return answer;
}

Ссылка: 1
private static void SortRows(double[][] matrix, double[] rightPart, int currentRow)
{
    int maxRow = currentRow;
    for (int i = currentRow + 1; i < matrix.Length; i++)
    {
        if (Math.Abs(matrix[i][currentRow]) > Math.Abs(matrix[maxRow][currentRow]))
        {
            maxRow = i;
        }
    }

    if (maxRow != currentRow)
    {
        double[] temp = matrix[currentRow];
        matrix[currentRow] = matrix[maxRow];
        matrix[maxRow] = temp;

        double tempValue = rightPart[currentRow];
        rightPart[currentRow] = rightPart[maxRow];
        rightPart[maxRow] = tempValue;
    }
}

```

**Метод Холецкого (метод квадратных корней):** заключается в разложении симметричной положительно определённой матрицы  $A$  на произведение матрицы  $L$  и её транспонированной матрицы  $L^T$ , где  $L$  представляет собой нижнетреугольную матрицу. Этот метод может быть использован для решения системы линейных уравнений  $Ax=b$ , при условии, что матрица  $A$  является симметричной и положительно определённой. Это означает, что элементы матрицы симметричны относительно главной диагонали, а все её собственные значения положительны.

```

public static double[] Cholesky(double[][] A, double[] b)
{
    int n = b.Length;
    double[][] c = new double[n][];
    double[][] L = new double[n][];
    double[] y = new double[n];
    double[] x = new double[n];
    double sum;

    // Инициализация массивов
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        y[i] = 0;
        c[i] = new double[n];
        L[i] = new double[n];
    }

    // Умножение матрицы на её транспонированную версию
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            sum = 0.0;
            for (int t = 0; t < n; t++)
            {
                sum += A[t][j] * A[t][i];
            }
            c[i][j] = sum;
        }
    }

    // Умножение вектора b на транспонированную матрицу
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n; j++)
        {
            y[i] += A[j][i] * b[j];
        }
    }
}

```

```

// Обновление матрицы A и вектора b
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    Array.Copy(c[i], A[i], n);
    b[i] = y[i];
}

// Разложение Холецкого
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    for (int j = 0; j <= i; j++)
    {
        sum = 0;
        for (int t = 0; t < j; t++)
        {
            sum += L[i][t] * L[j][t];
        }
        if (i != j)
        {
            L[i][j] = (A[i][j] - sum) / L[j][j];
        }
        else
        {
            L[i][i] = Math.Sqrt(A[i][i] - sum);
            if (L[i][i] <= 0)
            {
                throw new Exception("Матрица не является положительно определённой.");
            }
        }
    }
}

```

```

// Решение системы  $L * y = b$  (прямой ход)
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    double sumY = 0;
    for (int j = 0; j < i; j++)
    {
        sumY += L[i][j] * y[j];
    }
    y[i] = (b[i] - sumY) / L[i][i];
}

// Решение системы  $L^T * x = y$  (обратный ход)
for (int i = n - 1; i >= 0; i--)
{
    double sumX = 0;
    for (int j = i + 1; j < n; j++)
    {
        sumX += L[j][i] * x[j];
    }
    x[i] = (y[i] - sumX) / L[i][i];
}

return x;
}

```

### Результат выполнения программы:

Метод Гаусса:

$$x_0 = 6,070$$

$$x_1 = -0,360$$

$$x_2 = 0,483$$

Метод Холецкого:

$$x_0 = 6,070$$

$$x_1 = -0,360$$

$$x_2 = 0,483$$

### Проверка:

{	2.16	$x_1$	+	1.96	$x_2$	+	1.56	$x_3$	=	13.16
	3.55	$x_1$	+	3.23	$x_2$	+	2.78	$x_3$	=	21.73
	4.85	$x_1$	+	4.47	$x_2$	+	3.97	$x_3$	=	29.75

Ответ:  
 $x_1=6,070$   
 $x_2=-0,360$   
 $x_3=0,483$

Сайт для проверки: <https://matrixcalc.org/ru/slu.html>