

实变函数课本习题集

刘泽博

2025 年 4 月 15 日

目录

1 第三章练习题	1
1.1 第一题	1

1 第三章练习题

1.1 第一题

$f(x), g(x)$ 为 E 上的可测函数, 证明 $E(f > g)$ 为可测集?

prove:

$\because f, g$ 为可测函数

$\therefore \forall \alpha > 0$

$E(f > \alpha)$ 为可测函数集, 即 $E(f > \alpha) = \{x \in E | f(x) > \alpha\}$

$E(g > \alpha)$ 为可测函数集, 即 $E(g > \alpha) = \{x \in E | g(x) > \alpha\}$

对 $E(g > \alpha)$ 来说, $E(g \geq \alpha) = E(g > \alpha)^C$

$\therefore E(g \geq \alpha)$ 为可测集

$\forall x \in E(f > g)$

$\exists \alpha$

s.t. $x \in E(f > \alpha) \cap E(g \geq \alpha)$

$\therefore E(f > g) = \bigcup_{r \in \mathbb{Q}} (E(f > r) \cap E(g \geq r))$

$\because E(f > \alpha) \cap E(g \geq \alpha)$ 可测

$\therefore \bigcup_{r \in \mathbb{Q}} (E(f > r) \cap E(g \geq r))$ 可测

$\therefore E(f > g)$ 可测

□