

I. Trắc nghiệm

1/ Cho hàm số $f(x, y) = -x^3 + y^3 + 6x^2 - 9x - 3y^2 - 9y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $(1; -1)$ và đạt cực tiểu tại $(3; -1)$
- B. Hàm số đạt cực đại tại $(3; -1)$ và đạt cực tiểu tại $(3; 3)$
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $(1; 3)$ và đạt cực tiểu tại $(3; 3)$
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $(1; 3)$ và đạt cực đại tại $(3; -1)$

2/ Chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} [(p+1)^{2n} + q^{2n}]$, hội tụ khi và chỉ khi

- A. $0 < p < 2$ và $-1 < q < 1$
- B. $-2 < p < 0$ và $-1 < q < 1$
- C. $-2 < p < 1$ và $0 < q < 1$
- D. $-2 < p < 0$ và $-2 < q < 2$

3/ Xét hai chuỗi $S_1 \equiv \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-2)^2}$, $S_2 \equiv \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{(n+1)\sqrt{n}}$. Chọn khẳng định đúng

- A. S_1 và S_2 hội tụ.
- B. S_1 phân kì S_2 hội tụ.
- C. S_1 hội tụ S_2 phân kì.
- D. S_1 và S_2 phân kì.

4/ Chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 \cdot 2^n}$ có miền hội tụ là

- A. $[-1, 3]$.
- B. $(-1, 3]$.
- C. $[-1, 3)$.
- D. $(-1, 3)$.

5/ Xác định cận của tích phân: $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ trong đó D là miền giới hạn bởi các đường sau:

$$D: y \geq x^2, y \leq 4 - x^2.$$

- A. $I = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{4-x^2}^{x^2} f(x, y) dy$
- B. $I = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{x^2}^{4-x^2} f(x, y) dy$
- C. $I = \int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^{4-x^2} f(x, y) dy$
- D. $I = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_0^4 f(x, y) dy$

6/ Cho miền $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

Giá trị của tích phân $I = \iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ là

A. $I = \frac{4\pi}{3}$

B. $I = \frac{8\pi}{3}$

C. $I = \frac{16\pi}{3}$

D. $I = \frac{32\pi}{3}$

7/ Cho miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$

Giá trị của tích phân $I = \iint_D \frac{4xdy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ là

A. $I = 2\pi$.

B. $I = 2\pi\sqrt{2}$.

C. $I = (\sqrt{3} - \sqrt{2})2\pi$.

D. $I = (\sqrt{2} - 1)2\pi$.

8/ Cho tích phân $I = \int_{OA} \frac{3yds}{\sqrt{4x^2+1}}$ trong đó $OA: y = x^2$ nối điểm $O(0;0)$ và $A(-2;4)$. Giá trị của I là

A. $I = 12$

B. $I = -12$

C. $I = -8$

D. $I = 8$.

9/ Cho tích phân $I = \int_{AB} xdx + (x-y)dy$ với AB có phương trình $x = t^2, y = 4 - t$ với $A(0,4)$ và $B(4,6)$.

Giá trị của I là

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = -\frac{2}{3}$.

C. $I = \frac{34}{3}$.

D. $I = -\frac{34}{3}$.

10/ Phương trình vi phân $x(1+y^2)dx = y(1+x^2)dy$ có nghiệm tổng quát là

A. $(x^2+1)(y^2+1) = C$.

B. $(x^2+1)+(y^2+1) = C$.

C. $y^2+1 = (x^2+1)+C$.

D. $y^2 = C(x^2+1)-1$.

11/ Phương trình vi phân $xy' = y + x \sin \frac{y}{x}$ với điều kiện đầu $y(1) = \frac{\pi}{2}$ có nghiệm riêng là:

A. $1 - \cos \frac{y}{x} = x^2 \left(\cos \frac{y}{x} + 1 \right)$.

B. $\cos \frac{y}{x} = x^2 \left(\cos \frac{y}{x} + 1 \right) - 1$.

C. $\cos \frac{y}{x} = x^2 \left(\cos \frac{y}{x} - 1 \right) + 1$.

D. $\cos \frac{y}{x} - 1 = x^2 \left(\cos \frac{y}{x} + 1 \right) - 2$.

12/ Phương trình vi phân $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$ với điều kiện đầu $y(0) = 3$ và $y'(0) = 9$ có nghiệm riêng là

A. $y = e^{5x} + e^{3x} + e^x$

B. $y = 2e^{5x} + e^{3x} - e^x$

C. $y = \frac{1}{8}(e^{5x} + 22e^{3x} + e^x)$

D. $y = \frac{1}{2}(5e^{3x} - e^{5x} + 2e^x)$

II. Tự luận

Cho tích phân
$$I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$$

a. Đổi thứ tự lấy tích phân trên (SV không cần trình bày chi tiết cách làm., chỉ cần ghi kết quả là miền lấy tích phân sau khi đổi thứ tự)

b. Tính tích phân trên khi $f(x, y) = 3(x + y)$.