

三、A: 今天上课

B: 在一教上课

C: 12:00后吃饭

D: 清芬园人多

E: 在清芬园吃饭

F: 在澜园吃饭

演绎证明: $\because A, A \Rightarrow B$ (前提引入)

$\therefore B$ (假言推理)

$\because B \Rightarrow (E \vee F)$ (前提引入)

$\therefore E \vee F$ (假言推理)

$\because A, A \Rightarrow C$ (前提引入)

$\therefore C$ (假言推理)

$\because C \Rightarrow D$ (前提引入)

$\therefore D$ (假言推理)

$\because D \Rightarrow \neg E$ (前提引入)

$\therefore \neg E$ (假言推理)

$\therefore F$ (析取三段论)

二、

1. $((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$

$$= \neg((\neg A \vee B) \wedge \neg B) \vee \neg A$$

$$= \neg(\neg A \wedge \neg B) \vee \neg A$$

$$= (A \vee \neg A) \vee B$$

$$= (\text{TRUE}) \vee B$$

$$= \text{TRUE}$$

2. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

$$= ((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B)) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A))$$

$$= \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee B)) \vee ((\neg A \vee C) \wedge (\neg C \vee A))$$

$$= (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg B) \vee ((\neg A \vee C) \wedge (\neg C \vee A))$$

$$= ((A \vee C) \wedge \neg B) \vee (B \wedge (\neg A \vee \neg C)) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)$$

$$= ((\neg B \vee (\neg A \wedge \neg C)) \wedge \text{TRUE}) \vee ((B \vee (A \wedge C)) \wedge \text{TRUE})$$

$$= (\neg B \vee B) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C)$$

$$= \text{TRUE}$$

3. $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

$$= \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)) \vee \neg A \vee C$$

$$= (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C) \vee \neg A \vee C$$

$$= ((A \vee \neg A) \wedge (\neg B \vee \neg A)) \vee ((C \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee C))$$

$$= \neg A \vee (\neg B \vee B) \vee C$$

$$= \text{TRUE}$$

4. $((A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D)) \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$

$$= \neg((\neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg D)) \vee \neg A \vee \neg C$$

$$= (A \wedge \neg B) \vee (C \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee \neg A \vee \neg C$$

$$= \neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D \vee (B \wedge D)$$

$$= \neg A \vee \neg C \vee \neg(B \wedge D) \vee (B \wedge D)$$

$$= \text{TRUE}$$

四、要想证明 $KB \models \alpha$ ，只需证明 $(KB \wedge \neg \alpha)$ 不可满足。

$$\begin{aligned} KB \wedge \alpha &= ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)) \wedge \neg (A \vee B \Rightarrow C) \\ &= ((\neg A \vee C) \vee (\neg B \vee C)) \wedge \neg (\neg (A \vee B) \vee C) \\ &= (\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (A \vee B) \wedge \neg C \end{aligned}$$

子句集 = $\{(\neg A \vee \neg B \vee C), (A \vee B), \neg C\}$ 。

$(\neg A \vee \neg B \vee C)$ 和 $\neg C$ 归结得出 $(\neg A \vee \neg B)$

没有可以添加的新子句。

故 $KB \models \alpha$ 不成立

一、

1. $\neg P \Rightarrow \neg (P \Rightarrow Q)$

$$= P \vee (\neg (\neg P \vee Q))$$

$$= P \vee (P \wedge \neg Q)$$

$$= (P \vee P) \wedge (P \vee \neg Q)$$

$$= P \wedge (P \vee \neg Q) = P$$

2. $(\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow (P \Leftrightarrow \neg Q)$

$$= (\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow \neg Q) \wedge (\neg Q \Rightarrow P))$$

$$= \neg (\neg P \vee \neg Q) \vee ((\neg P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee P))$$

$$= P \wedge Q \wedge (Q \vee P)$$

$$= P \wedge Q.$$

3. $(\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

$$= \neg (\neg P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)$$

$$= (\neg \neg P \wedge Q) \vee (\neg P \vee Q)$$

$$= (\neg P \vee Q \vee \neg P) \wedge (\neg P \vee Q \vee Q)$$

$$= (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$$

4. $(P \wedge \neg Q \wedge S) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$

$$= ((P \wedge \neg Q \wedge S) \vee \neg P) \wedge ((P \wedge \neg Q \wedge S) \vee Q) \wedge ((P \wedge \neg Q \wedge S) \vee R)$$

$$= (\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (P \vee Q) \wedge (S \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (S \vee R)$$