

自动控制理论（1）作业二 参考答案

作业内容：在学习绪论、教材第二章内容和电子讲义的基础上，试解答以下题目。

学习目的：控制系统的数学模型

提交时间：9月26日上课交，或交电子版致网络学堂截至9月26日24时

1、（书上 2.46，用框图变换法求）求图2.E.8的系统从 u 到 y 的传递函数。

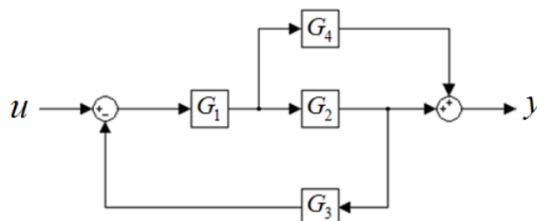
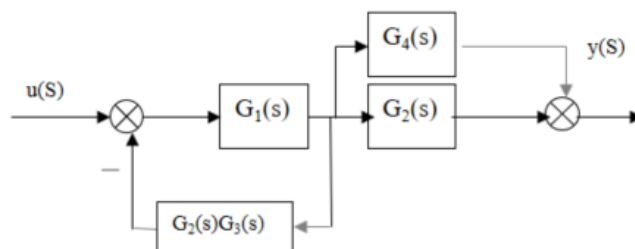


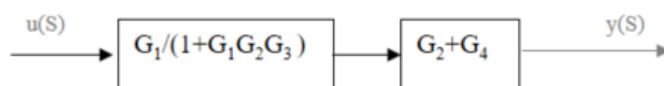
图2.E.8 待化简的框图

解法1：框图等效简化法

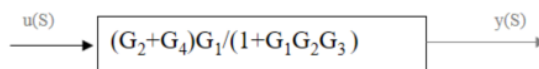
（1） G_2 后的引出点前移，反馈函数变为 $G_2(s)G_3(s)$ ，图变为一个反馈环和一个并联环串联的简单图。



（2）由并联规则得到： G_2+G_4 ，由反馈规则得到： $G_1/(1+G_1G_2G_3)$



（3）最后由串联规则得到：



故系统从 u 到 y 的传递函数为

$$G(s) = y(s)/u(s) = G_1(G_2+G_4)/(1+G_1G_2G_3)$$

解法2：代数求解等效简化法

（1）列出各方框输入输出变量和传递函数间的代数关系方程组(6个：包括汇合点和分支点2个)：

$$x_1 = u - x_5, y = x_3 + x_4, x_2 = G_1 x_1, x_3 = G_2 x_2, x_4 = G_4 x_2, x_5 = G_3 x_3$$

（2）求解方程组，消除中间变量，整理得到系统输入输出传递函数。

$$x_1 = u - x_5 = u - G_3 x_3 = u - G_3 G_2 x_2 = u - G_3 G_2 G_1 x_1 \quad u = (1 + G_3 G_2 G_1) x_1$$

$$y = x_3 + x_4 = G_2 x_2 + G_4 x_2 = (G_2 + G_4) G_1 x_1 \quad y = (G_2 + G_4) G_1 x_1$$

$$G(s) = Y(s)/U(s) = (G_2 + G_4) G_1 / (1 + G_3 G_2 G_1)$$

2、（书上 2.47，用框图变换法求）求图2.E.10的系统从 v 到 y 的传递函数。

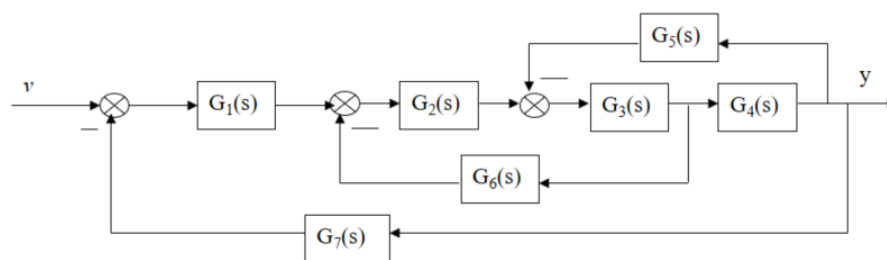
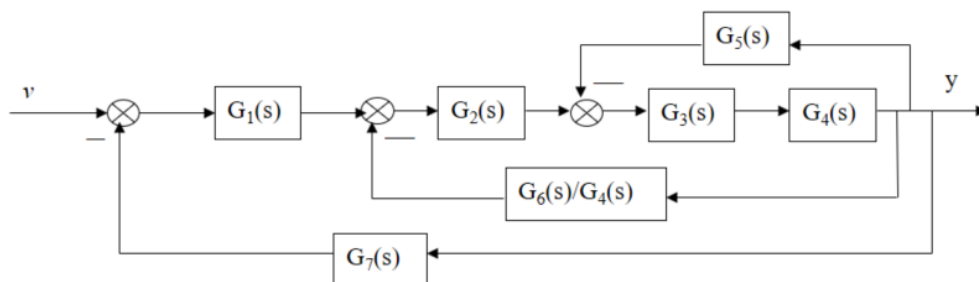


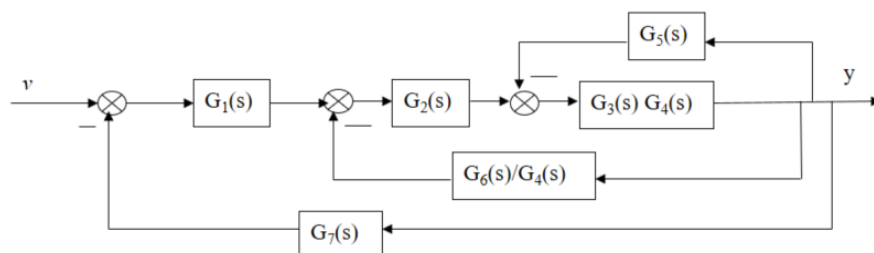
图2.E.10 闭环系统的框图

解：可以采用不同的框图变换方式和步骤，但传递函数应是相同的。以下给出一种框图变换步骤，供参考。

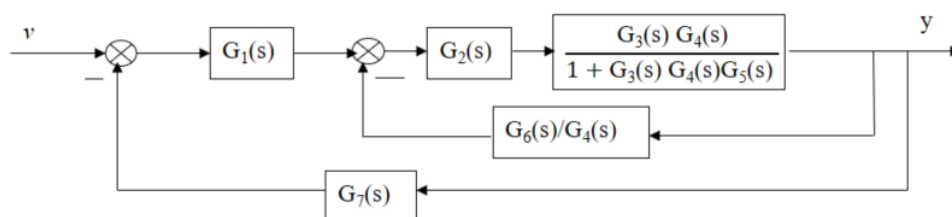
①引出点后移，变换为：



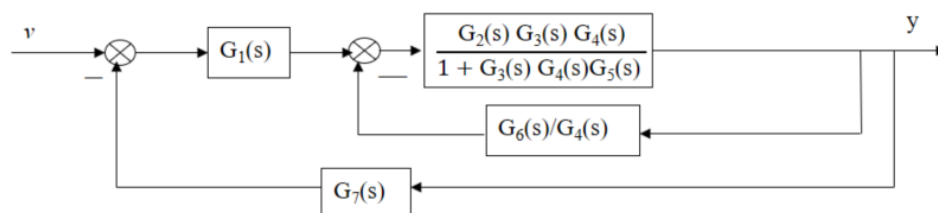
②串联，变换为：



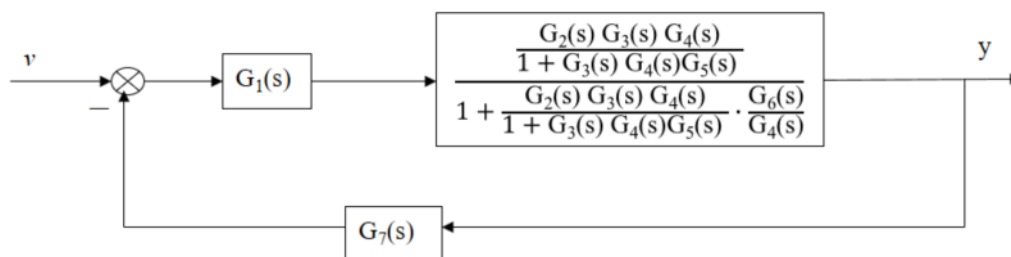
③负反馈环，变换为：



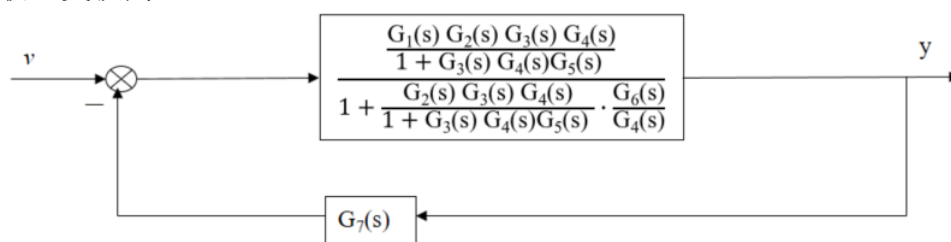
④串联，变换为：



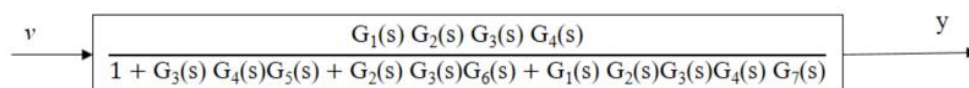
⑤负反馈环，变换为：



⑥串联，变换为：



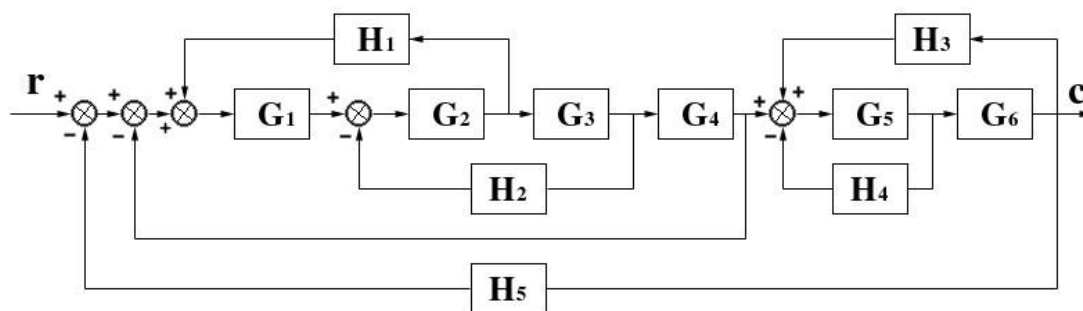
⑦负反馈环，变换为：



故系统从v到y的传递函数为：

$$\frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s)}{1 + G_3(s) G_4(s) G_5(s) + G_2(s) G_3(s) G_6(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s) G_4(s) G_7(s)}$$

3、补充题：用框图变换法求下图中系统的从r到c的传递函数。



解：
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6}{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_6 H_5 + (G_1 G_2 G_3 G_4 + G_2 G_3 H_2 - G_1 G_2 H_1 + 1)(1 + G_5 H_4 - G_5 G_6 H_3)}$$

框图变换具体步骤可参考第2题。