1.

a) 状态：二维向量 $A=(A1,A2)$

$A1$ 是横坐标 $0\le A1\le 8$

$A2$ 是纵坐标 $0\le A2\le 9$

(取左下角为 $(0,0)$)

初始状态：$(7,7)$

目标状态：$(5,9)$

行动：$\forall i,j\in\{1,2\}, i\ne j$

$A_i=A_i\pm 2, A_j=A_j\pm 1$

$(7,7)\to(6,9)\to(5,7)\to(7,8)\to(5,9)$

$(7,7)\to(5,8)\to(6,6)\to(7,8)\to(5,9)$

$(7,7)\to(6,5)\to(5,7)\to(7,8)\to(5,9)$

代价：初始→目标，马移动步数

如何产生后继状态：当前状态+行动

b) 状态：三维向量 $A=(A_1,A_2,A_3)$

代表三个容器的水量

三维向量 $B=(12,8,3)$

代表三个容器的容量

$0\le A_1\le 12, 0\le A_2\le 8, 0\le A_3\le 3$.

初始状态：$(0,0,0)$

目标状态：$\forall i\in\{1,2,3\}$ $A_i=1$

行动：装满 $\forall i\in\{1,2,3\}$ $A_i=B_i$

$A_1=12$ / $A_2=8$ / $A_3=3$

清空 $\forall i\in\{1,2,3\}$ $A_i=0$

$A_1=0$ / $A_2=0$ / $A_3=0$.

移动 $\forall i,j\in\{1,2,3\}, i\ne j$

若 $A_i+A_j>B_i$

则 $A_i=B_i$, $A_j=A_i+A_j-B_i$

否则 $A_i=A_i+A_j$, $A_j=0$.

$(0,0,0)\xrightarrow[\text{容器1}]{\text{装满}}(12,0,0)\xrightarrow[\text{容器 }1\to 2]{\text{移动}}$

$(4,8,0)\xrightarrow[\text{容器 }1\to 3]{\text{移动}}(1,8,3)\xrightarrow[\text{容器2}]{\text{清空}}$

$(1,0,3)\xrightarrow[\text{容器3}]{\text{清空}}(1,0,0)$

代价：初始→目标，装满或清空或移动的水量.

如何产生后续状态：当前状态+行动.

4.

a) 错误 反例 $f(n)=1$, $g(n)=2^n$

b) 错误 反例 $f(n)=(\frac{1}{2})^n$

c) 正确

证明：

$\because f(n)=O(g(n))$

$\therefore \exists\, c>0, n_0>0$ s.t. $\forall n\ge n_0$ $f(n)\le cg(n)$

$\exists\, c>0, n_0>0$

s.t. $\forall n\ge n_0$

$\log f(n)\le \log c+\log(g[n])$

$\le (1+\log c)\log(g(n))$

$\therefore \log f(n)=O(\log(g(n)))$ 得证.

d) 正确 证明：$\because f(n)=O(g(n))$

$\therefore \exists\, c>0, n_0>0$ s.t. $\forall n\ge n_0$ $f(n)\le cg(n)$

若 $c\ne 0$ 则 $g(n)\ge \frac{1}{c}f(n)$

若 $c=0$ 则 $f(n)=0$ $g(n)\ge f(n)$

$\therefore g(n)=\Omega(f(n))$ 得证

e) 正确. 证明.

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{o(f(n))}{f(n)}=0$$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{f(n)+o(f(n))}{f(n)}=1$$

即 $f(n)+o(f(n))=\Theta(f(n))$ 得证.

2. $g(n)$ 路径代价. 从初始状态到当前状态，移动空格的次数

$h(n)$ 启发函数. 曼哈顿距离 当前状态下每个数字(1…8)与目标状态对应数字的曼哈顿距离之和.