人工智能基础作业 6

1. 解：

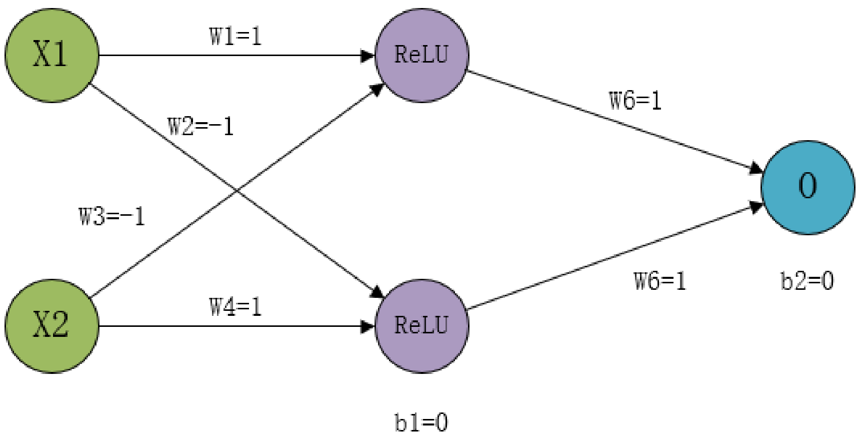
设$log\,P\left(y^{(i)}=k\right)=\beta_k x_i-logZ$，则$\mathrm{P}\left(y^{(i)}=k\right)=\mathrm{e}^{\beta_k x_i-logZ}=\frac{\mathrm{e}^{\beta_k x_i}}{Z}$.

再由$\sum_{k=1}^{K}\mathrm{P}\left(y^{(i)}=k\right)=1$, 得$\frac{\sum_{k=1}^{K}\mathrm{e}^{\beta_k x_i}}{Z}=1, \mathrm{Z}=\sum_{k=1}^{K}\mathrm{e}^{\beta_k x_i}$.

故$\mathrm{P}\left(y^{(i)}=k\right)=\frac{\mathrm{e}^{\beta_k x_i}}{\sum_{k=1}^{K}\mathrm{e}^{\beta_k x_i}}$

2. 解：

a） 隐藏层和输出层均使用 ReLU 激活函数，具体参数如下：



下面进行验证，当$\mathrm{x}_1=1, x_2=1$时，输出

$$\mathrm{O}=\max((1-1),0)+\max((-1+1),0)=0$$

当$\mathrm{x}_1=1, x_2=0$时，输出

$$\mathrm{O}=\max((1-0),0)+\max((-1+0),0)=1$$

当$\mathrm{x}_1=0, x_2=1$时，输出

$$\mathrm{O}=\max((0-1),0)+\max((0+1),0)=1$$

当$\mathrm{x}_1=1, x_2=1$时，输出

$$\mathrm{O}=\max((0-0),0)+\max((0+0),0)=0$$

满足异或关系，验证成功。

b 证明：

当激活函数为线性函数时，则输出 O 为输入$\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_1$的线性函数，不妨设$\mathrm{O}=\mathrm{w}_1 x_1+w_2 x_2+b$。令 $\mathrm{O}(\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2)$代表输入为$\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2$下的输出，则$\mathrm{O}(0,0)=\mathrm{b}$, $\mathrm{O}(1,0)=\mathrm{w}_1+\mathrm{b}, \mathrm{O}(0,1)=\mathrm{w}_2+\mathrm{b}, \mathrm{O}(1,1)=\mathrm{w}_1+\mathrm{w}_2+\mathrm{b}$。要解决异或问题，必须找到一个阈值将$\mathrm{O}(0,0), \mathrm{O}(1,1)$和$\mathrm{O}(1,0), \mathrm{O}(0,1)$分为两类。

则当$w_1 w_2 \geq 0$时，大小关系来看，$O(1,0)$，$O(0,1)$一定处于$O(0,0)$和$O(1,1)$之间，无法找到一个阈值满足上述分类；

当$w_1 w_2 < 0$时，大小关系来看，$O(0,0)$一定处于$O(1,0)$和$O(0,1)$之间，同样无法找到一个阈值满足上述分类。

故激活函数为线性函数无法解决异或问题。

4. 解：

a）

$$\hbar_1 = \frac{1}{1+e^{-w_1 i_1 - w_3 i_2 - b_1}} = \frac{1}{1+e^{-0.3775}} = 0.593$$

$$\hbar_2 = \frac{1}{1+e^{-w_2 i_1 - w_4 i_2 - b_1}} = \frac{1}{1+e^{-0.3925}} = 0.597$$

则输出为

$$\hat{o}_1 = \frac{1}{1+e^{-w_5 h_1 - w_7 h_2 - b_2}} = \frac{1}{1+e^{-1.04655}} = 0.74$$

$$\hat{o}_2 = \frac{1}{1+e^{-w_6 h_1 - w_8 h_2 - b_2}} = \frac{1}{1+e^{-1.22485}} = 0.77$$

b）

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{1+e^{-w_5 h_1 - w_7 h_2 - b_2}} - 0.12\right)^2 + \left(\frac{1}{1+e^{-w_6 h_1 - w_8 h_2 - b_2}} - 0.95\right)^2\right]$$

$$\frac{\partial \mathrm{MSE}}{\partial w_5} = \left(\frac{1}{1+e^{-w_5 h_1 - w_7 h_2 - b_2}} - 0.12\right) \times \frac{h_1 e^{-w_5 h_1 - w_7 h_2 - b_2}}{(1+e^{-w_5 h_1 - w_7 h_2 - b_2})^2}$$

$$= (\hat{o}_1 - 0.12) \times [h_1 \hat{o}_1 (1-\hat{o}_1)] = 0.071$$

$$\frac{\partial \mathrm{MSE}}{\partial w_6} = (\hat{o}_2 - 0.95) \times [h_1 \hat{o}_2 (1-\hat{o}_2)] = -0.019$$

b）

$$w_5 = 0.3 - 0.1 * 0.071 = 0.2929$$

$$w_6 = 0.5 + 0.1 * 0.019 = 0.5019$$