1. 求取下列各式的**合取范式**。

(1) $\exists x\{P(x) \wedge \forall y[Q(y) \Rightarrow R(x,y)]\}$

(2) $[\exists x \neg \exists y P(x,y)] \Rightarrow \neg[\forall y Q(y) \Rightarrow R(x)]$

(3) $\{\forall x \exists y[P(x,y) \Rightarrow Q(y,x)]\} \Rightarrow \{\forall x \forall y[P(x,y) \Rightarrow R(x,y)]\}$

(4) $\neg \forall x\{P(x) \Rightarrow \{\forall y[P(y) \Rightarrow P(f(x,y))] \wedge \neg \forall y[Q(x,y) \Rightarrow P(y)]\}\}$

1、(1) 原式 $\equiv \exists x\{P(x) \wedge \forall y[\neg Q(y) \vee R(x,y)]$

$\equiv P(C_N) \wedge \forall y[\neg Q(y) \vee R(C_N,y)]$

$\equiv P(C_N) \wedge [\neg Q(y) \vee R(C_N,y)]$

(2) 原式 $\equiv \neg[\exists x \neg \exists y P(x,y)] \vee \neg[\neg(\forall y Q(y)) \vee R(x))$

$\equiv [\forall x \exists y \ P(x,y)] \vee [(\forall y Q(y)) \wedge \neg R(x)]$

$\equiv [\forall x \exists y \ P(x,y)] \vee [(\forall z Q(z)) \wedge \neg R(w)]$

$\equiv [\forall x \ P(x, F(x))] \vee [Q(z) \wedge \neg R(w)]$

$\equiv P(x, F(x))) \vee [Q(z) \wedge \neg R(w)]$

$\equiv [P(x, F(x))) \vee Q(z)] \wedge [P(x, F(x)) \vee \neg R(w)]$

(3) 原式 $\equiv \neg\{\forall x \exists y[\neg P(x,y) \vee Q(y,x)] \vee \{\forall x \forall y[\neg P(x,y) \vee R(x,y)]$

$\equiv \{\exists x \forall y[P(x,y) \wedge \neg Q(y,x)]\} \vee \{\forall z \forall w[\neg P(z,w) \vee R(z,w)\}$

$\equiv [P(C_N,y) \wedge \neg Q(y,C_N)] \vee \neg P(z,w) \vee R(z,w)$

$\equiv [P(C_N,y) \vee \neg P(z,w) \vee R(z,w)] \wedge [\neg Q(y,C_N) \vee \neg P(z,w) \vee R(z,w)]$

(4) 原式 $\equiv \neg \forall x\{\neg P(x) \vee \{\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x,y))] \wedge \neg \forall y[\neg Q(x,y) \vee P(y)]\}\}$

$\equiv \exists x\{P(x) \wedge \{\exists y[P(y) \wedge \neg P(f(x,y))] \vee \forall y[\neg Q(x,y) \vee P(y)]\}\}$

$\equiv \exists x\{P(x) \wedge \{\exists y[P(y) \wedge \neg P(f(x,y))] \vee \forall z[\neg Q(x,z) \vee P(z)]\}\}$

$\equiv P(C_N) \wedge \{[P(F(C_N)) \wedge \neg P(f(x, F(C_N)))] \vee [\neg Q(C_N,z) \vee P(z)]\}$

$\equiv P(C_N) \wedge [P(F(C_N)) \vee \neg Q(C_N,z) \vee P(z)] \wedge [\neg P(f(C_N, F(C_N))) \vee \neg Q(C_N,z) \vee P(z)]$

3. 假设有以下前提知识：

①任何喜欢人智课并通过人智考试的人都是快乐的②任何上课认真听讲的人都喜欢这门课，③努力学习的人上课都能认真听讲④聪明或努力学习的人可以通过所有考试⑤小明是努力学习的人。

目标：小明是快乐的。

(1) 请用这些谓词和函数将题干（包括前提和目标）的自然语言转化为谓词逻辑公式。

(2) 用**演绎推理**求证目标。

(1) 前提:

① $\forall x.(\mathrm{Like}(x, AI) \wedge \mathrm{pass}(x, AI) \Rightarrow \mathrm{happy}(x))$

② $\forall x. \forall y (\mathrm{serious}(x,y) \Rightarrow \mathrm{Like}(x,y))$

③ $\forall x. (\mathrm{study\_hard}(x) \Rightarrow \forall y \ \mathrm{serious}(x,y))$

④ $\forall x (\mathrm{study\_hard}(x) \vee \mathrm{clever}(x) \Rightarrow \forall y. \ \mathrm{Pass}(x,y))$

⑤ $\mathrm{study\_hard}(\mathrm{xiaoMing})$

目标:

$\mathrm{happy}(\mathrm{XiaoMing})$

(2) ⑤ $\mathrm{study\_hard}(\mathrm{xiaoMing}) \overset{④}{\Rightarrow} \forall y. \ \mathrm{Pass}(\mathrm{xiaoMing}, y) \overset{y=AI}{\Rightarrow} \mathrm{pass}(\mathrm{xiaoMing}, AI)$

⑤ $\mathrm{study\_hard}(\mathrm{xiaoMing}) \overset{③}{\Rightarrow} \forall y. \ \mathrm{serious}(\mathrm{xiaoMing}, y) \overset{y=AI}{\Rightarrow} \mathrm{serious}(\mathrm{xiaoMing}, AI) \overset{②}{\Rightarrow} \mathrm{Like}(\mathrm{xiaoMing}, AI)$

$\mathrm{Pass}(\mathrm{xiaoMing}, AI) \wedge \mathrm{Like}(\mathrm{xiaoMing}, AI) \overset{①}{\Rightarrow} \mathrm{happy}(\mathrm{XiaoMing})$