人工智能基础 作业 1

目录

1 问题 1

a)
- 状态：红方马所处位置，以下用坐标表示，坐标轴如图1所示。
- 初始状态：(7,2)
- 目标状态：能够不绊马脚而将军的位置，即 (6,2)、(7,1)
- 行动：状态之间的转移
- 代价：从初始状态到目标状态移动总步数
- 后继函数：按照马走“日”字的原则从当前状态向 8 个方向移动一步（排除不可达位置和绊马脚位置）

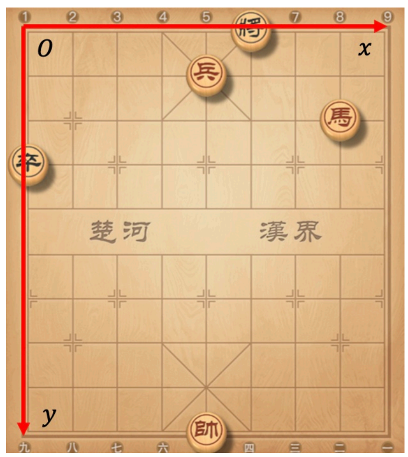

图 1: 象棋坐标图

b)
- 状态：$\boldsymbol{X}=(X_1,X_2,X_3)$，其中 X_i 表示第 i 个容器中水的体积
- 初始状态：$\boldsymbol{X}=(0,0,0)$
- 目标状态：$\exists i\in\{1,2,3\}, st \quad X_i=1$
- 行动：状态之间的转移
- 代价：从初始状态到目标状态操作总次数
- 后继函数：
  - 装满：$X_1\leftarrow 12 \quad or \quad X_2\leftarrow 8 \quad or \quad X_3\leftarrow 3$
  - 清空：$X_1\leftarrow 0 \quad or \quad X_2\leftarrow 0 \quad or \quad X_3\leftarrow 0$
  - 移动：任取 $i\neq j(i,j\in\{1,2,3\})$，$if \quad X_i+X_j<V_j(V_j \quad is \quad the \quad volume \quad of \quad No.j \quad container), \quad then \quad X_i\leftarrow 0, X_j\leftarrow X_i+X_j$

2 问题 2

设 $g(n)$ 为到达节点 n 时走过的步数，$h(n)$ 为所有数码到目标位置的曼哈顿距离之和。搜索过程如图2所示：

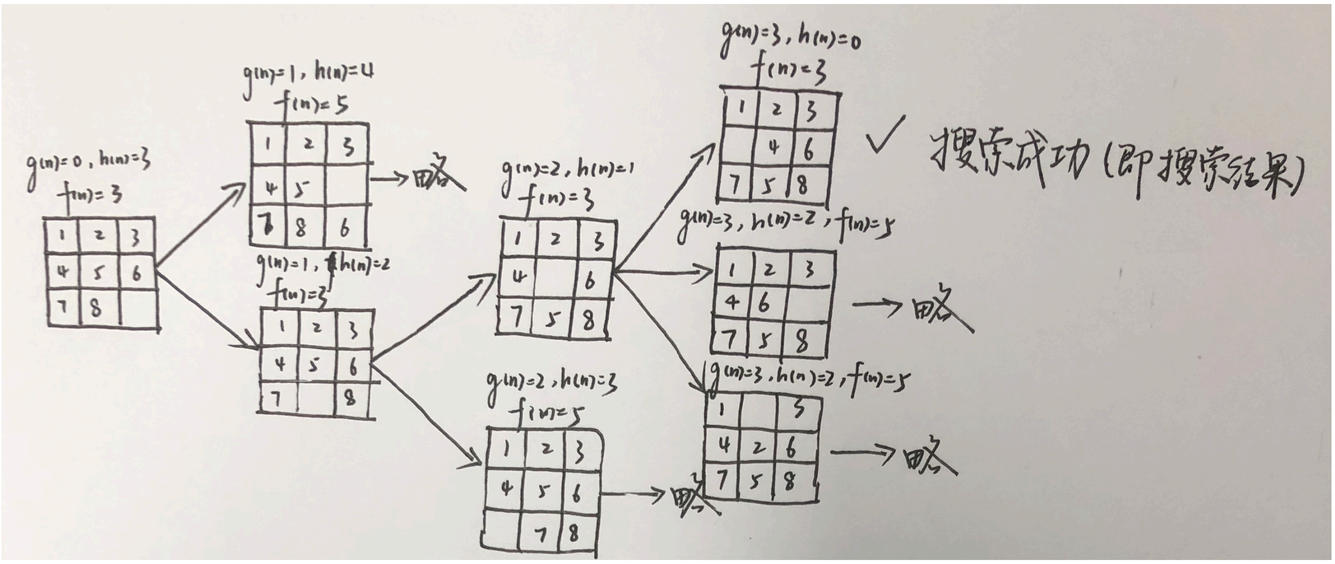

图 2: 八数码问题 A* 算法搜索树

3 问题 4

a) 错误。设 $f(n)=n, g(n)=n^2$, 则 $\exists c_0=1, n_0=1, s.t.\ n \le c_0 n^2, \forall n \ge n_0$, 即 $f(n)=O(g(n))$。
但反过来若 $g(n)=O(h(n))$, 则 $\exists c_1, n_1, s.t.\ n^2 \le c_1 n, \forall n \ge n_1$, 解得 $n \le c_1$, 矛盾。

b) 错误。设 $f(n)=\frac{1}{n}$, 则 $f^2(n)=\frac{1}{n^2}$, 若 $\exists c_0=1, n_0=1, s.t.\ \frac{1}{n} \le \frac{c_0}{n^2}, \forall n \ge n_0$, 解得 $n \le c_0$, 矛盾。

c) 正确。根据已知 $\exists c_0, n_0, s.t.\ f(n) \le c_0 g(n), \forall n \ge n_0, \exists n_1, s.t.\ log(g(n)) \ge 1, \forall n \ge n_1, \exists n_2, s.t.\ f(n) \ge 1, \forall n \ge n_2$。令 $n_3 = max\{n_0, n_1, n_2\}$, 则 $\forall n \ge n_3, log(f(n)) \le log(c_0) + log(g(n)) \le |log(c_0)| + log(g(n)) \le |log(c_0)| \cdot log(g(n)) + log(g(n)) \le (|log(c_0)|+1) log(g(n))$, 即 $\exists c_1 = |log(c_0)|+1, n_3 = max\{n_0, n_1, n_2\}, s.t.\ log(f(n)) \le c_1 log(g(n)), \forall n \ge n_3$

d) 正确。若 $f(n)=O(g(n))$, 则 $\exists c_0, n_0, s.t.\ f(n) \le c_0 g(n), \forall n \ge n_0$, 即 $\exists c_1 = \frac{1}{c_0}, n_0, s.t.\ g(n) \ge c_1 f(n), \forall n \ge n_0$, 则 $g(n)=\Omega(f(n))$

e) 正确。由题意

$$\lim_{n \to \infty} \frac{o(f(n))}{f(n)} = 0 \tag{1}$$

利用极限的定义，取 $\epsilon = 0.5$ 可得 $\exists n_0, s.t.\ |o(f(n))| \le 0.5|f(n)|, \forall n \ge n_0$, 则 $0.5f(n) \le f(n) + o(f(n)) \le 1.5f(n), \forall n \ge n_0$, 故 $f(n)+o(f(n)) = \Theta(f(n))$