

题目1.

$$\begin{aligned}\text{解: (1)} \quad \neg P \Rightarrow \neg(P \Rightarrow Q) &\equiv \neg P \Rightarrow \neg(\neg P \vee Q) \\ &\equiv \neg P \Rightarrow (P \wedge \neg Q) \\ &\equiv P \vee (P \wedge \neg Q) \\ &\equiv P\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow (P \Leftrightarrow \neg Q) &\equiv \neg(\neg P \vee \neg Q) \vee (P \Leftrightarrow \neg Q) \\ &\equiv (P \wedge Q) \vee [(P \Rightarrow \neg Q) \wedge (\neg Q \Rightarrow P)] \\ &\equiv (P \wedge Q) \vee [(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)] \\ &\equiv (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) \\ &\equiv P \vee Q\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad (\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow (P \Rightarrow Q) &\equiv (P \vee \neg Q) \Rightarrow (\neg P \vee Q) \\ &\equiv [\neg(P \vee \neg Q)] \vee (\neg P \vee Q) \\ &\equiv (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \vee Q) \\ &\equiv \neg P \vee Q\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad (P \wedge \neg Q \wedge S) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) &\equiv [(P \wedge \neg Q \wedge S) \vee \neg P] \wedge [(P \wedge \neg Q \wedge S) \vee Q] \\ &\quad \wedge [(P \wedge \neg Q \wedge S) \vee R] \\ &\equiv [(\neg Q \vee \neg P) \wedge (S \vee \neg P)] \wedge [(P \vee Q) \wedge (S \vee Q)] \\ &\quad \wedge [(P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (S \vee R)] \\ &\equiv (\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (P \vee Q) \wedge (S \vee Q) \\ &\quad \wedge (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (S \vee R)\end{aligned}$$

题目2.

$$\begin{aligned}
 \text{证明: (1)} \quad [(A \Rightarrow B) \wedge \neg B] &\Rightarrow \neg A \equiv [(\neg A \vee B) \wedge \neg B] \Rightarrow \neg A \\
 &\equiv [(\neg A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg B)] \Rightarrow \neg A \\
 &\equiv [(\neg A \wedge \neg B) \vee \text{False}] \Rightarrow \neg A \\
 &\equiv (\neg A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A \\
 &\equiv (A \vee B) \vee \neg A \\
 &\equiv (A \vee \neg A) \vee B \\
 &\equiv \text{True} \vee B \\
 &\equiv \text{True}
 \end{aligned}$$

\therefore 原式为重言式

$$\begin{aligned}
 (2) \quad [(A \Leftrightarrow B) \wedge (B \Leftrightarrow C)] &\Rightarrow (A \Leftrightarrow C) \\
 &\equiv \{[(\neg A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)] \wedge [(\neg B \wedge \neg C) \vee (B \wedge C)]\} \Rightarrow (A \Leftrightarrow C) \\
 &\equiv \{[(\neg A \wedge \neg B) \wedge (\neg B \wedge \neg C)] \vee [(\neg A \wedge \neg B) \wedge (B \wedge C)] \vee [(A \wedge B) \wedge (\neg B \wedge \neg C)] \\
 &\quad \vee [(A \wedge B) \wedge (B \wedge C)]\} \Rightarrow (A \Leftrightarrow C) \\
 &\equiv [(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge C) \vee \text{False} \vee \text{False}] \Rightarrow (A \Leftrightarrow C) \\
 &\equiv [(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge C)] \Rightarrow (A \Leftrightarrow C) \\
 &\equiv [(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (A \wedge B \wedge C)] \Rightarrow [(A \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C)] \\
 &\equiv [(A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)] \vee [(A \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C)] \\
 &\equiv [(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg A) \vee (C \wedge \neg B)] \\
 &\quad \vee (A \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C) \\
 &\equiv [A \wedge (C \vee \neg C)] \vee [\neg A \wedge (C \vee \neg C)] \vee (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg B) \\
 &\equiv A \vee \neg A \vee (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg C) \vee (C \wedge \neg B) \\
 &\equiv \text{True}
 \end{aligned}$$

\therefore 原式为重言式

$$(3) [(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$\equiv [(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$\equiv [(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge C) \vee (B \wedge \neg B) \vee (B \wedge C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$\equiv [(\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge C) \vee (B \wedge C)] \Rightarrow (\neg A \vee C)$$

$$\equiv [(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee \neg C)] \vee (\neg A \vee C)$$

$$\equiv \cancel{[(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge \neg C)] \wedge (A \vee \neg C)} \vee (\neg A \vee C)$$

$$\equiv [(A \vee B) \vee (\neg A \vee C)] \wedge [(A \vee \neg C) \vee (\neg A \vee C)] \wedge [(\neg B \vee \neg C) \vee (\neg A \vee C)]$$

$$\equiv [(A \vee \neg A) \vee B \vee C] \wedge [(A \vee \neg A) \vee (C \vee \neg C)] \wedge [(C \vee \neg C) \vee \neg A \vee \neg B]$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{True} \wedge \text{True}$$

$$\equiv \text{True}$$

\therefore 原式为重言式

$$(4) [(A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D)] \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

$$\equiv [(\neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg D)] \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

$$\equiv [(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge \neg D) \vee (B \wedge D)] \vee (\neg A \vee \neg C)$$

$$\equiv (A \wedge \neg B) \vee (C \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee \neg A \vee \neg C$$

$$\equiv (A \wedge \neg B) \vee (C \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv [(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg B)] \vee [(C \wedge \neg D) \vee (\neg C \wedge \neg D)] \vee (B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv \neg B \vee \neg D \vee (B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv \neg B \vee (\neg D \wedge \neg B) \vee [(\neg D \wedge B) \wedge (B \wedge D)] \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv \neg B \vee (\neg D \wedge \neg B) \vee B \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv \text{True} \vee (\neg D \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge D)$$

$$\equiv \text{True}$$

\therefore 原式为重言式