

第一题

(1)

$$\neg P \Rightarrow \neg(P \Rightarrow Q)$$

$$P \vee \neg(\neg P \vee Q)$$

$$P \vee (P \wedge \neg Q)$$

$$P$$

(2)

$$(\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow (P \Leftrightarrow \neg Q)$$

$$(\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow ((\neg Q \Rightarrow P) \wedge (P \Rightarrow \neg Q))$$

$$\neg(\neg P \vee \neg Q) \vee ((Q \vee P) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$$

$$(P \wedge Q) \vee ((Q \vee P) \wedge (\neg P \vee \neg Q))$$

$$P \vee Q$$

(3)

$$(\neg P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$$

$$\neg(P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)$$

$$(\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \vee Q)$$

$$\neg P \vee Q$$

(4)

$$(P \wedge \neg Q \wedge S) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$$

$$[P \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)] \wedge [\neg Q \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)] \wedge [S \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)]$$

$$(P \vee Q) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge (S \vee \neg P) \wedge (S \vee Q) \wedge (S \vee R)$$

第二题

(1)

$$((A \Rightarrow B) \wedge \neg B) \Rightarrow \neg A$$

$$\neg((\neg A \vee B) \wedge \neg B) \vee \neg A$$

$$((A \wedge \neg B) \vee B) \vee \neg A$$

$$((A \vee B) \wedge (\neg B \vee B)) \vee \neg A$$

$$(A \vee B) \vee \neg A = True$$

(2)

$$((A \Leftrightarrow B) \wedge (B \Leftrightarrow C)) \Rightarrow (A \Leftrightarrow C)$$

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \Rightarrow B)] \Rightarrow [(A \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)]$$

$$\neg[(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg B \vee A) \wedge (\neg C \vee B)] \vee [(\neg A \vee C) \wedge (\neg C \vee A)]$$

$$[\neg(\neg A \vee B) \vee \neg(\neg B \vee C) \vee \neg(\neg C \vee A) \vee \neg(\neg C \vee B)] \vee [(\neg A \vee C) \wedge (\neg C \vee A)]$$

$$[(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg A) \vee (C \wedge \neg B)] \vee [(\neg A \vee C) \wedge (\neg C \vee A)]$$

$$(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C) \vee (B \wedge \neg A) \vee (C \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee (A \wedge C) = \text{True}$$

(3)

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

$$\neg[(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \vee (\neg A \vee C)$$

$$(A \vee \neg B) \vee (B \vee \neg C) \vee (\neg A \vee C) = \text{True}$$

(4)

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (C \Rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D)] \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

$$\neg[(\neg A \vee B) \wedge (\neg C \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg D)] \vee (\neg A \vee \neg C)$$

$$(A \wedge \neg B) \vee (C \wedge \neg D) \vee (B \wedge D) \vee \neg A \vee \neg C = \text{True}$$

	A	B	C	D
✓	0	0	0	1
✓	0	0	1	0
✓	0	0	1	1
✓	0	1	0	0
✓	0	1	0	1
✓	0	1	1	0
✓	0	1	1	1
✓	1	0	0	0
✓	1	0	0	1
✓	1	0	1	0
✓	1	0	1	1
✓	1	1	0	0
✓	1	1	0	1
✓	1	1	1	1
✓	1	1	1	0

