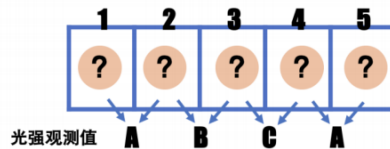


1. 将 A,B,C,D 四种类型光源放置入 1-5 的空间内, 每个空间放置一个光源, 每种光源可不放置、放置一个或多个, 且 C 光源至少放置一个。光源光强 $A > B > C > D$ 。在两个空间的相接处观测相邻空间的光源叠加效果, 得到光强观测值如下图所示。相邻两个空间内光强较大的光源会覆盖光强较小的光源, 即仅能观测到相邻空间内较亮的光源。现考虑 5 个空间内光源的类型。



- 把该问题建模为约束满足问题, 给出该问题的变量和值域。
- 根据上图中的光强观测值, 给出该问题的一元约束和二元约束。
- 根据边相容对所有的变量进行值域缩小, 给出缩小的结果。
- 给出该约束满足问题的所有解。

解= a) 变量: $X = \{X_1, \dots, X_5\}$, X_i 表示第 i 个空间内的光源类型。

值域: $D = \{D_1, \dots, D_5\}$, $X_i \in D_i = \{A, B, C, D\}$

b) 一元约束: $X_1 \leq A$, $X_2 \leq B$, $X_3 \leq C$, $X_4 \leq C$, $X_5 \leq A$

二元约束: $\max(X_1, X_2) = A$, $\max(X_2, X_3) = B$

$\max(X_3, X_4) = C$, $\max(X_4, X_5) = A$, 其中 $A > B > C > D$

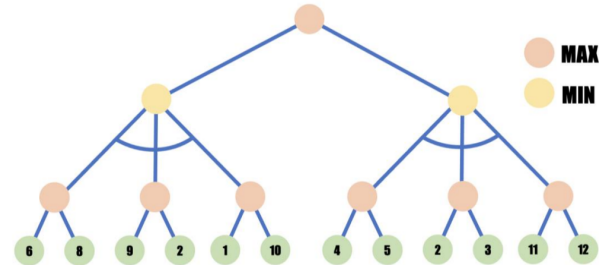
c) 结果: $X_1 \in \{A\}$, $X_2 \in \{B\}$, $X_3 \in \{C, D\}$, $X_4 \in \{C, D\}$, $X_5 \in \{A\}$

d) 解: $(X_1, \dots, X_5) = (A, B, C, D, A)$

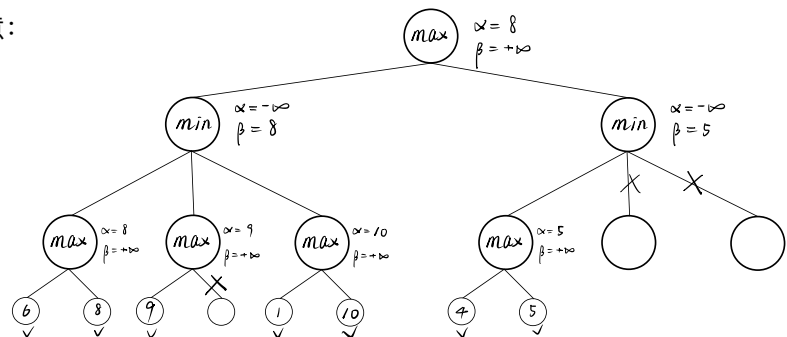
或 $(X_1, \dots, X_5) = (A, B, D, C, A)$

或 $(X_1, \dots, X_5) = (A, B, C, C, A)$

3. 请对于下图的博弈树用 $\alpha-\beta$ 过程剪枝。在图中标记出被剪掉的边，并简述 $\alpha-\beta$ 的搜索效率优势。搜索过程中，假定节点的生成次序是从上至下，从左到右进行。



解：剪枝过程示意：



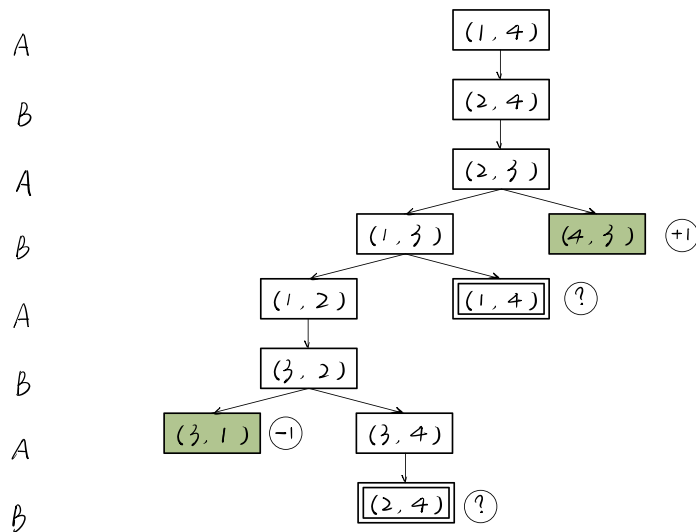
效率优势：alpha-beta剪枝可以在整个搜索过程中，推理判断出一部分节点是没有必要再进行搜索的，从而进行剪枝，减少了需要搜索的节点数量，从而提高了搜索效率。

4. 两名选手在玩一个游戏。游戏规则如下：两个选手轮流走棋，选手 A 先走，每个人必须把自己的棋子移动到任一方向上的相邻空位中。如果对方的棋子占据着相邻的位置，可以跳过对方的棋子到下一个空位（例如，A 在位置 3，B 在位置 2，那么 A 可以移回 1）当一方的棋子移动到对方的端点时游戏结束。如果 A 先到达位置 4，A 的值为+1；如果 B 先到达位置 1，A 的值为-1。

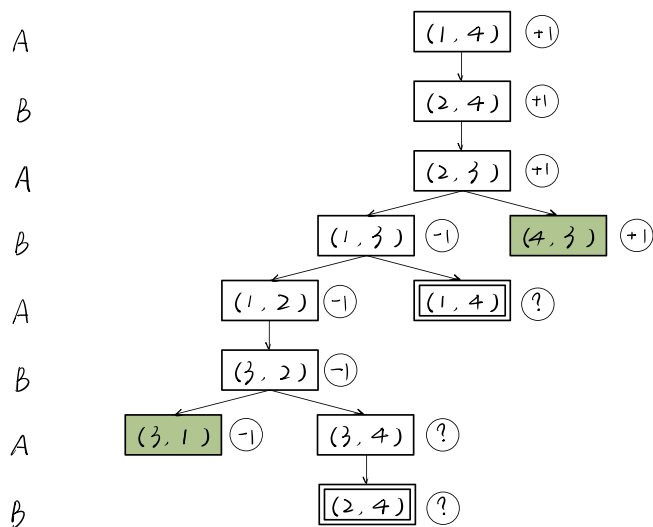


- a) 根据如下要求画出完整博弈树:
 - ① 每个状态用 (S_A, S_B) 表示，其中 S_A 和 S_B 表示棋子的位置。
 - ② 每个终止状态用方框画出，用圆圈写出它的博弈值。
 - ③ 把循环状态（在到根结点的路径上已经出现过的状态）画上双层方框。由于不清楚他们的值，在圆圈里标记一个“?”。
- b) 把每个结点倒推得到的极小极大值也标记在圆圈里，解释如何处理“?”值及原因。
- c) 解释标准的极小极大算法为什么不能应用在这棵博弈树中，简要说明如何修正并在 b) 的图上画出你的答案。修正后的算法对于所有包含循环的游戏都能给出最优决策吗？

解： a) 完整的博弈树如下： 其中绿色框表示终止状态



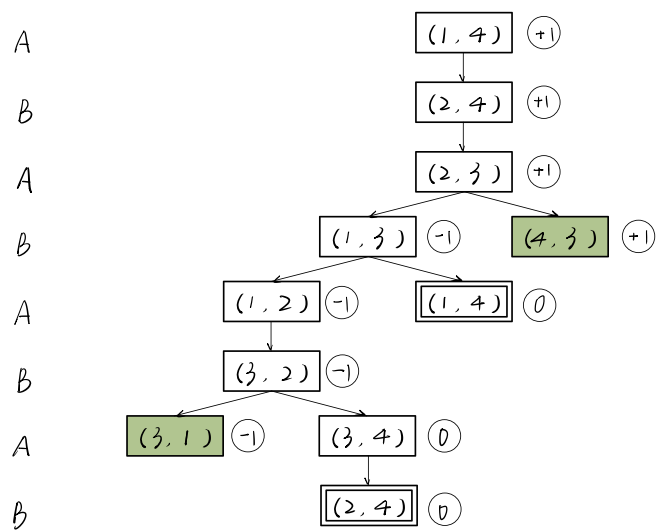
b) 极小极大值博弈树如下： 不用处理“？”。因为对于A来说， $(1, 3)$ 节点位于极小层，同时在它的下一层中已经存在了博弈值为-1的节点，因此无论“？”是什么，都不影响 $(1, 3)$ 节点的值为-1。另一个循环同理。



c) 标准的极小极大值搜索不能用于这颗博弈树上，因为在标准的极小极大值搜索中，需要先将可能的路径都遍历一遍，而这颗博弈树存在循环，即在遍历时会进入循环出不来，因此不能用。

修正思路：将进入循环的第一个节点（即在到根结点的路径上以及出现过的节点）当做叶子结点，并将其博弈值设为0。因为一旦进入循环，我们便可以将这种情况当作是一个双方不改变博弈策略的平局，即按照原先的博弈会一直陷在这个循环，无法分出胜负。

修正后的博弈树如下：



不能。在本题的循环中，循环节点与原节点位于同一类层，都在极小层或极大层，若不位于同一类层则本算法失效。