

自动控制理论（1）作业十五答案

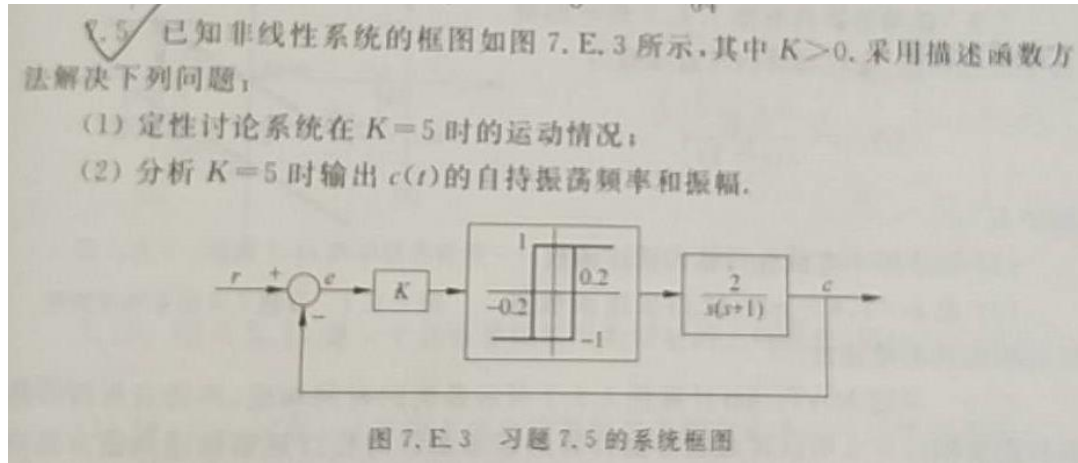
作业内容：在教材第七章内容和电子讲义的基础上，试解答以下题目。

学习目的：非线性系统分析

提交时间：12月19日上课交，或交电子版致网络学堂截至12月19日24时

书上 7.5, 7.6

7.5



解：

7.5 (1) 非线性块的 $N(x) = \frac{4}{\pi x} e^{-j \arcsin \frac{0.2}{x}}$ ($x \geq 0.2$)， $\frac{1}{N(x)}$ 图像为

线性部分为 $G_P(s) = \frac{2K}{s(s+1)} = \frac{10}{s(s+1)}$

$G_P(j\omega) = \frac{10}{j\omega(j\omega+1)}$ ，作出其曲线

\therefore 闭环系统临界稳定，存在自持振荡，且是稳定的自持振荡

系统不稳定

(2) $1 + N(x)G_P(j\omega) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -\arcsin \frac{0.2}{x} - \frac{\pi}{2} - \arctan \omega = -\pi & (1) \\ \frac{4}{\pi x} \cdot \frac{10}{\omega \sqrt{1+\omega^2}} = 1 & (2) \end{cases}$

方程 (1) $\Leftrightarrow \arcsin \frac{0.2}{x} + \arctan \omega = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 1 + \omega^2 = \left(\frac{x}{0.2}\right)^2$ (3)

作图：

由 (2), (3) 联立得 $\omega = 2.9095 \text{ rad/s}$, $x = 0.1614$

7.6

7.6 已知非线性系统的框图如图 7. E. 4 所示, 其中 $K > 0, k = 1$. 采用描述函数方法解决下列问题:

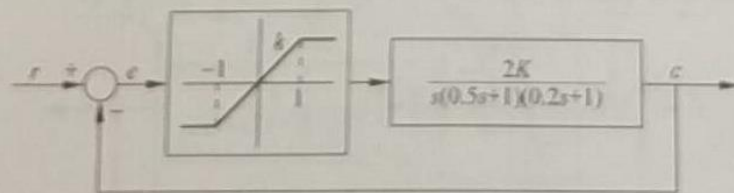


图 7. E. 4 习题 7.6 的系统框图

解:

7.6 (1) 非线性部分 $N(x) = \frac{2}{\pi} [\arcsin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sqrt{1 - (\frac{1}{x})^2}] (x \geq 1)$

$$G_p(j\omega) = \frac{2K}{j\omega(0.5j\omega+1)(0.2j\omega+1)}$$

只需求 $G_p(j\omega)$ 与负实轴的交点 A

$$90^\circ + \arctan 0.5\omega + \arctan 0.2\omega = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \omega = 3.1623 \text{ rad/s}$$

$$\text{当 } k=5 \text{ 时, } G_p(j\omega) = G_p(j3.1623) = -1.4286 < -1$$

两曲线有交点, 所以系统临界稳定, 有稳定的自持振荡

$$(b) \text{ 令 } -\frac{1}{N} = -1.4286 \text{ 解得 } x = 1.709$$

$$\therefore \omega = 3.1623 \text{ rad/s, } x = 1.709$$

$$(c) \text{ 令 } G_p(j3.1623) = -1, \text{ 解得 } K = 3.50$$

当 $K < 3.5$ 时, 系统稳定

