

## 人工智能基础 第 4 次作业

### 3、假设有以下前提知识：

任何喜欢人智课并通过人智考试的人都是快乐的，任何上课认真听讲的人都喜欢这门课，努力学习的人上课都能认真听讲，聪明或努力学习的人可以通过所有考试。小明是努力学习的人。

目标：小明是快乐的。

(1) 请用这些谓词和函数将题干（包括前提和目标）的自然语言转化为谓词逻辑公式。

(2) 用演绎推理求证目标。

**【解】：**

(1) 首先定义前提知识与目标。

1、“任何喜欢人智课并通过人智考试的人都是快乐的”： $\forall x [\text{Love}(x, \text{AI}) \wedge \text{Pass}(x, \text{AI}) \implies \text{Happy}(x)]$

2、“任何上课听讲认真的人都喜欢这门课”： $\forall x, \text{class} [\text{Listen}(x, \text{class}) \implies \text{Love}(x, \text{class})]$

3、“努力学习的人上课都能认真听讲”： $\forall x, \text{class} [\text{Studyhard}(x) \implies \text{Listen}(x, \text{class})]$

4、“聪明或努力学习的人可以通过所有考试”： $\forall x, \text{class} [\text{Smart}(x) \vee \text{Studyhard}(x) \implies \text{Pass}(x, \text{class})]$

5、“小明是努力学习的人”： $\text{Studyhard}(\text{xiaoming})$

目标、“小明是快乐的”： $\text{Happy}(\text{xiaoming})$

(2) 使用演绎推理证明。

知识 4： $\forall x, \text{class} [\text{Smart}(x) \vee \text{Studyhard}(x) \implies \text{Pass}(x, \text{class})]$

知识 5： $\text{Studyhard}(\text{xiaoming})$

置换  $\theta = \{x/\text{xiaoming}, \text{class}/\text{AI}\}$

得到： $\text{Pass}(\text{xiaoming}, \text{AI})$ （假言推理）

知识 3： $\forall x, \text{class} [\text{Studyhard}(x) \implies \text{Listen}(x, \text{class})]$

知识 5： $\text{Studyhard}(\text{xiaoming})$

置换  $\theta = \{x/\text{xiaoming}, \text{class}/\text{AI}\}$

得到： $\text{Listen}(\text{xiaoming}, \text{AI})$ （假言推理）

前提引入： $\text{Listen}(\text{xiaoming}, \text{AI})$

知识 2： $\forall x, \text{class} [\text{Listen}(x, \text{class}) \implies \text{Love}(x, \text{class})]$

置换  $\theta = \{x/\text{xiaoming}, \text{class}/\text{AI}\}$

得到： $\text{Love}(\text{xiaoming}, \text{AI})$ （假言推理）

前提引入:  $\text{Pass}(\text{xiaoming}, \text{AI})$

前提引入:  $\text{Love}(\text{xiaoming}, \text{AI})$

知识 1:  $\forall x [\text{Love}(x, \text{AI}) \wedge \text{Pass}(x, \text{AI}) \implies \text{Happy}(x)]$

置换  $\theta = \{x/\text{xiaoming}\}$

得到:  $\text{Happy}(\text{xiaoming})$  (假言推理)

#### 4、假设有以下前提知识:

1、自然数是大于零的整数;

2、所有整数不是奇数就是偶数;

3、偶数除以 2 是整数。

目标: 所有自然数不是奇数就是其一半为整数的数。

(1) 给定如下一阶谓词。  $N(x)$ :  $x$  为自然数;  $I(x)$ :  $x$  是整数;  $E(x)$ :  $x$  是偶数;  $O(x)$ :  $x$  是奇数;  $GZ(x)$ :  $x$  大于 0。另外给定函数  $S(x)$  表示  $x$  除以 2。

请用这些谓词和函数将题干 (包括前提和目标) 的自然语言化为谓词逻辑公式。

(2) 用归结原理求证目标。

**【解】:**

(1) 首先定义前提知识。

“自然数是大于 0 的整数”:  $\forall x [N(x) \implies I(x) \wedge GZ(x)]$

“所有整数不是奇数就是偶数”:  $\forall x [I(x) \wedge \neg O(x) \implies E(x)]$

“偶数除以 2 是整数”:  $\forall x [E(x) \implies I(S(x))]$

证明目标为:

“所有自然数不是奇数就是其一半为整数的数”:  $\forall x [N(x) \wedge \neg O(x) \implies I(S(x))]$

(2) 使用归结原理证明。首先, 目标的否定为:  $\exists x [N(x) \wedge \neg O(x) \wedge \neg I(S(x))]$

整理所有子句:

$$\forall x [N(x) \implies I(x) \wedge GZ(x)]$$

$$\forall x [I(x) \wedge \neg O(x) \implies E(x)]$$

$$\forall x [E(x) \implies I(S(x))]$$

$$\exists x [N(x) \wedge \neg O(x) \wedge \neg I(S(x))]$$

隐含等值, 变换为:

$$\forall x [\neg N(x) \vee (I(x) \wedge GZ(x))]$$

$$\forall x [\neg I(x) \vee O(x) \vee E(x)]$$

$$\forall x [\neg E(x) \vee I(S(x))]$$

$$\exists x [N(x) \wedge \neg O(x) \wedge \neg I(S(x))]$$

消去全称量词与存在量词，第一个公式利用分配律拆开，用于归结的子句集为：

$$\begin{aligned}& \neg N(x) \vee I(x) \\& \neg N(x) \vee GZ(x) \\& \neg I(x) \vee O(x) \vee E(x) \\& \neg E(x) \vee I(S(x)) \\& N(x) \\& \neg O(x) \\& \neg I(S(x))\end{aligned}$$

利用归结原理消去，整理余下的子句集：

$$\begin{aligned}& I(x) \\& \neg N(x) \vee GZ(x) \\& \neg I(x) \vee O(x) \vee E(x) \\& \neg E(x) \\& \neg O(x)\end{aligned}$$

利用归结原理消去，还余下：

$$\begin{aligned}& \neg N(x) \vee GZ(x) \\& E(x) \\& \neg E(x)\end{aligned}$$

$E(x)$  与  $\neg E(x)$  归结出 FALSE，证明结束，目标得证。