

## 自动控制理论（1）作业十答案

作业内容：在教材第四章内容和电子讲义的基础上，试解答以下题目。

学习目的：线性控制系统的频率响应分析

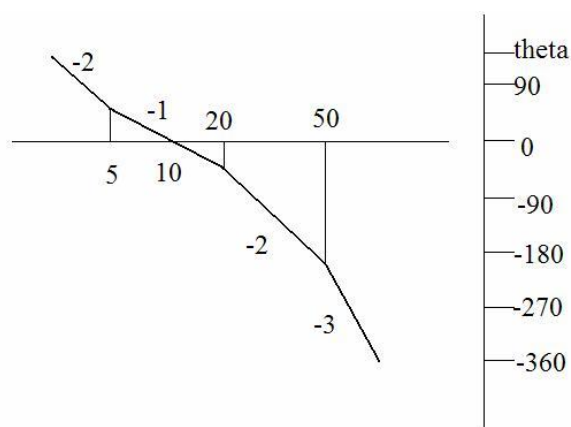
提交时间：11月14日上课交，或交电子版致网络学堂截至11月14日24时

书上 4.34, 4.35

1、书上 4.34

4.34 已知某最小相位系统的开环对数幅频特性如图所示。

- (1) 写出其开环传递函数；
- (2) 画出其相频特性曲线的草图，并从图上求出和标明相角裕量和增益裕量；
- (3) 求出该系统达到临界稳定时的开环比例系数值  $K$ ；
- (4) 在复数平面上画出其奈奎斯特图的草图，并标明点  $-1 + j0$  的位置。



解：(1) 根据对数幅频折线图的斜率及转角点分布情况，自左向右单元分解分析可知：图形第一段斜率=-2，传递函数包含  $\frac{1}{s^2}$

第一转角频率 5 处斜率由-2 变为-1，传递函数包含  $\frac{1}{5}s + 1$  比例微分单元

第二转角频率 20 处斜率由-1 变为-2，传递函数包含  $\frac{1}{\frac{1}{20}s + 1}$  惯性单元

第三转角频率 50 处斜率由-2 变为-3，传递函数包含  $\frac{1}{\frac{1}{50}s + 1}$  惯性单元

所以开环传递函数为：

$$G_{\text{开}}(s) = \frac{K(0.2s + 1)}{s^2(0.05s + 1)(0.02s + 1)}, \text{其中 } K \text{ 值可利用图中数据计算:}$$

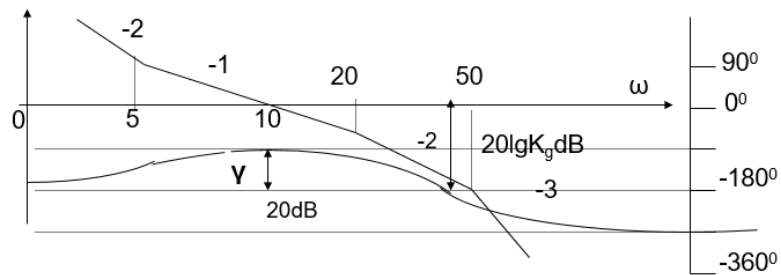
$$\text{基于斜率} = -1, \text{ 可知 } \omega = 5 \text{ 时 } G_{\text{开}}(j\omega) \text{ 的对数幅频值为: } 20\lg |G(j5)| = 20\lg 10 - 20\lg 5 = 20\lg \frac{10}{5} \text{ dB}$$

$$\text{该值也是最左边单元因子 } \frac{K}{(j\omega)^2} \text{ 在 } \omega = 5 \text{ 时的对数幅频值}$$

$$20\lg \left| \frac{K}{(j5)^2} \right| = 20\lg K - 20\lg 25 = 20\lg \frac{K}{25} \text{ dB} = 20\lg \frac{10}{5} \text{ dB}, \text{ 所以得到: } K = 50$$

$$\text{因此, 开环传递函数为 } G_{\text{开}}(s) = \frac{50(0.2s + 1)}{s^2(0.05s + 1)(0.02s + 1)}$$

(2)



(3) 先求相角等于  $-180^\circ$  时的角频率

$$\arctan 0.2\omega_g - \arctan 0.05\omega_g - \arctan 0.02\omega_g = 0$$

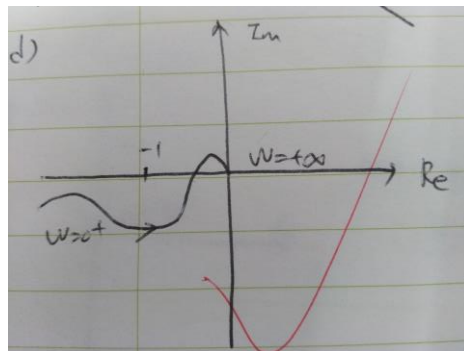
解得  $\omega_g = 25.5 \text{ rad/s}$

临界稳定时有  $|G(j\omega_g)| = 1$

$$\text{即 } \frac{K \sqrt{(0.2\omega_g)^2 + 1}}{\omega_g^2 \sqrt{(0.05\omega_g)^2 + 1} \sqrt{(0.02\omega_g)^2 + 1}} = 1$$

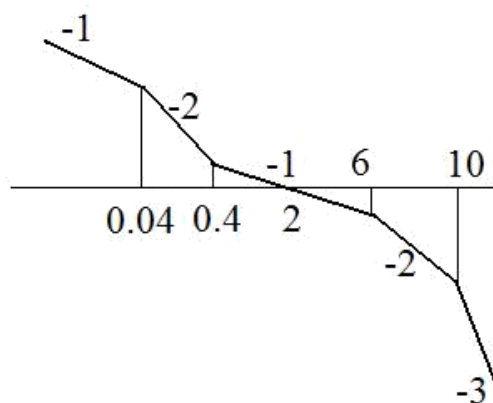
解得  $K = 227.5$

(4)

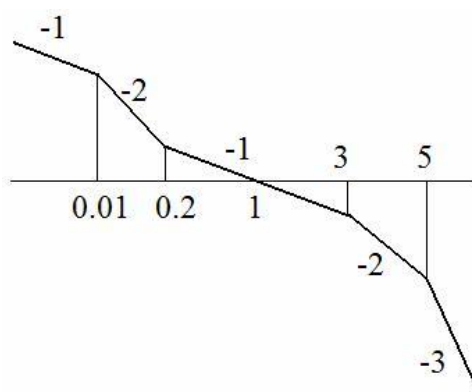


2、书上 4.35

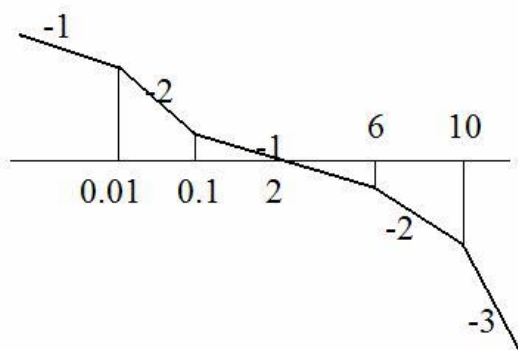
**4.35** 图 a, b, c 是三个随动系统的开环对数幅频特性图。已知它们都是最小相位的和单位反馈的。试比较它们在单位阶跃输入下的动态性能及静态误差。又问：在恒速输入下它们的静态误差各为多少？



(a)



(b)



(c)

解:

根据伯德图可写出系统开环传递函数为

$$G_a(s) = \frac{20(2.5s + 1)}{s(25s + 1)(0.167s + 1)(0.1s + 1)}$$

$$G_b(s) = \frac{20(5s + 1)}{s(100s + 1)(0.333s + 1)(0.2s + 1)}$$

$$G_c(s) = \frac{20(10s + 1)}{s(100s + 1)(0.167s + 1)(0.1s + 1)}$$

这三个系统都是I型系统，开环放大系数都等于20

所以，在单位阶跃输入下静态误差都等于0，在恒速输入下静态误差都等于0.05

$$\Phi 33. (a) G_0(s) = \frac{k(2.5s+1)}{s(2.5s+1)(\frac{1}{6}s+1)(0.1s+1)}$$

$$\text{求k值} \quad \frac{k \cdot 2.5 \times 2}{2 \times 2.5 \times 2} = 1 \quad \therefore k=20$$

$$\therefore G_0(s) = \frac{20(2.5s+1)}{s(2.5s+1)(\frac{1}{6}s+1)(0.1s+1)}$$

$$\omega_c = 2. \quad \therefore \gamma = -90^\circ + \arctan \frac{2}{2.5} - \arctan \frac{2}{0.1} - \arctan \frac{2}{6} + 180^\circ$$

动态特性

$$\therefore M_r = 1.2056\% = 27.55\%$$

$$t_s = \frac{4\tau}{\omega_c} = 2 \sim 4.5s$$

(1) 因为 I 型系统, 单位阶跃响应静差为 0

恒速输入下静差为 0.05

$$= -99.8^\circ + 180^\circ = 80.2^\circ$$

$$(b) G_0(s) = \frac{20(6s+1)}{s(100s+1)(\frac{1}{3}s+1)(\frac{1}{5}s+1)}$$

$$\omega_c = 1. \quad \therefore \gamma = -90^\circ + \arctan \frac{1}{6} - \arctan 100 - \arctan \frac{1}{3} - \arctan \frac{1}{5} + 180^\circ = 69.5^\circ$$

$$\therefore \text{动态特性: } M_r = \frac{1}{\sin 69.5^\circ} = 1.515 \quad \therefore 6\% = 28.1\%$$

$$t_s = \frac{4\tau}{\omega_c} = 4 \sim 9s$$

单位阶跃响应静差为 0, 恒速输入静差为 0.05

$$(c) G_0(s) = \frac{20(10s+1)}{s(100s+1)(\frac{1}{6}s+1)(0.1s+1)}$$

$$\omega_c = 2. \quad \therefore \gamma = 57.68^\circ$$

$$\therefore M_r = 1.183 \quad 6\% = 18.33\%$$

$$t_s = \frac{4\tau}{\omega_c} = 2 \sim 4.5s$$

单位阶跃响应静差为 0

恒速输入下静差为 0.05