

学长提醒：

1. 以下仅供不做题不舒服斯基的学弟刷题之用。今年老师针对 aragon 那个突击宝典出了题，突击的同学吃亏惨重，写这个回忆版只是为了发泄。
2. 这套题和以往的都不一样，巨偏……
3. 再次警告没脑子的同学不要再拿往年题去问老师了，老师每年都很没脾气……今年再次 man 了。

1. 简答题

(1) 有  $f(x) \in C^2[a, b]$ 。插值多项式  $P_n(x)$  满足  $P_n(a) = f(a), P_n(b) = f(b)$ 。一定

有  $f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(2)}(\xi)}{2}(x-a)(x-b)$  吗？简单证明或举反例。

$$P_n(a) = f(a)$$

(2) 求插值多项式  $P_n(x)$ ，满足 
$$\begin{aligned} P_n(b) &= f(b) \\ P'_n(b) &= f'(b) \\ P''_n(b) &= f''(b) \end{aligned}$$
，写出结果。分析截断误差。

(3) 简述 Q-R 法求矩阵特征值的方法。比较 Q-R 法与幂法、反幂法的优劣。

(4) 证明  $[-a, a]$  上的偶函数  $f(x)$  的最佳一致逼近、最佳二次逼近（权函数为 1）多项式  $P_n(x)$  中不含有奇次项。

2. 根据积分梯形外推加速公式，设计数值微分的外推加速法。分析方法误差。（ddmm 们，看到这个题就知道不要突击了，好好复习吧……）

3. 微分方程  $y' = ax^2 + by^2, y(0) = 0, a > 0, b > 0$ ，求  $y(1)$  的值，已知  $y(x) < H$  ( $x \in [0, 1]$ ， $H$  是正的常数)。试分析使用欧拉法求解微分方程时， $a$  与  $b$  的误差对结果的影响。

4. 用迭代法求解方程  $x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$  的所有实数根。给出算法设计和初值选定的方法。

5. 解线性方程组  $Ax = b$ ，其中  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ 1 & 2 & 1 & & \\ 1 & 2 & 2 & 1 & \\ \dots & & & & 1 \\ 1 & & & \dots & 2 & 1 \\ 1 & & & \dots & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 。给出解此方程组的一种

---

直接求解法和一种迭代求解法，分析方法误差和  $b$  的误差对结果的影响。

看了一下题目，感觉题量有点大

简答题还好吧，那个几阶导数为 0 能得到什么内容的东西周老师应该是讲过的

微分外推加速貌似是考过的题目，比较非主流

剩下三道题相对来说都是重点讲过的东西，第三题的难点可能在于  $y^2$  项，第四题应该是非常简单的，第五题的难点可能在于矩阵的形式

题量稍稍偏大，但如果熟悉作业的话是肯定够的（当然个别题比较更注重对原理的理解，要求比作业高）

大部分题都比较主流，但换了一种表达形式，不能直接 copy 以前题目的解法，不过如果理解以前题目的本质的话，就很容易了，比如最后三道题，都只是某些作业题的变化而已，然后要求更高一些（主要在于初值选取和误差分析上，这都是老师经常强调的课程重点）。

另外，第五题的矩阵形式设计得可以比较直观地分解，分解以后与某作业题几乎没有区别