

学长提醒：

1. 以下仅供不做题不舒服斯基的学弟刷题之用。今年老师针对 aragon 那个突击宝典出了题，突击的同学吃亏惨重，写这个回忆版只是为了发泄。
2. 这套题和以往的都不一样，巨偏……
3. 再次警告没脑子的同学不要再拿往年题去问老师了，老师每年都很没脾气……今年再次 man 了。

1. 简答题

(1) 有  $f(x) \in C^2[a, b]$ 。插值多项式  $P_n(x)$  满足  $P_n(a) = f(a), P_n(b) = f(b)$ 。一定

有  $f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(2)}(\xi)}{2}(x-a)(x-b)$  吗？简单证明或举反例。

(2) 求插值多项式  $P_n(x)$ ，满足 
$$\begin{aligned} P_n(a) &= f(a) \\ P_n(b) &= f(b) \\ P'_n(b) &= f'(b) \\ P''_n(b) &= f''(b) \end{aligned}$$
，写出结果。分析截断误差。

(3) 简述 Q-R 法求解线性方程组的方法。比较 Q-R 法与幂法、反幂法的优劣。

(4) 证明偶函数  $f(x)$  的最佳一致逼近、最佳二次逼近（权函数为 1）多项式  $P_n(x)$  中不含有奇次项。

2. 根据积分梯形外推加速公式，设计微分的外推加速法。（ddmm 们，看到这个题就知道不要突击了，好好复习吧……）

3. 微分方程  $y' = ax^2 + by^2, y(0) = 0$ ，求  $y(1)$  的值，已知  $y(x) < H$  ( $x \in [0, 1]$ )。试分析使用欧拉法求解微分方程时， $a$  与  $b$  的误差对结果的影响。

4. 用迭代法求解方程  $x^3 - x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$ ，给出算法设计和初值选定的方法。

5. 解线性方程组  $Ax = b$ ，其中  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & \\ 1 & 2 & 1 & & \\ 1 & 2 & 2 & 1 & \\ \dots & & \dots & 1 & \\ 1 & & \dots & 2 & 1 \\ 1 & & \dots & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 。分析  $b$  的误差对结果的影响。