

错误率(Error Rate)

@ 消華大学

- 错误率: 样本集中分类错误样本所占比例, 有时简称为"错误"
- 训练错误率: 训练样本集上的错误率
 - 同义词: 视在错误(apparent error)、重带入错误(re-substitution error)、经验错误(empirical error)、...
- 独立测试集(简称测试集): 训练集之外独立同分布的样本(设样本数N)
- 测试错误率:测试集上的错误率

$$\hat{\mathcal{E}} = \frac{k}{N}$$
 k 是测试集上分类错误样本的数目

Xuegong Zhang

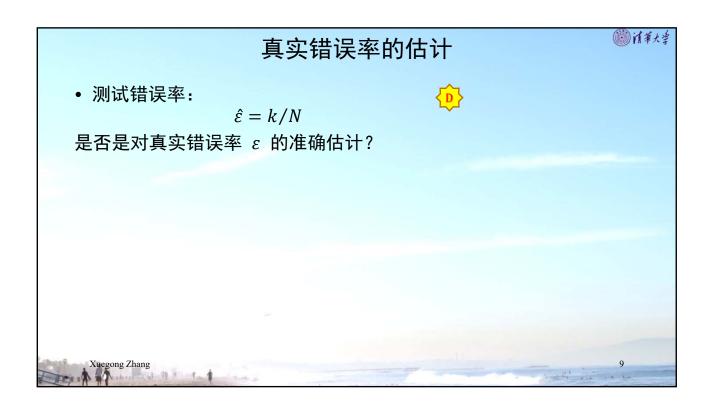
7

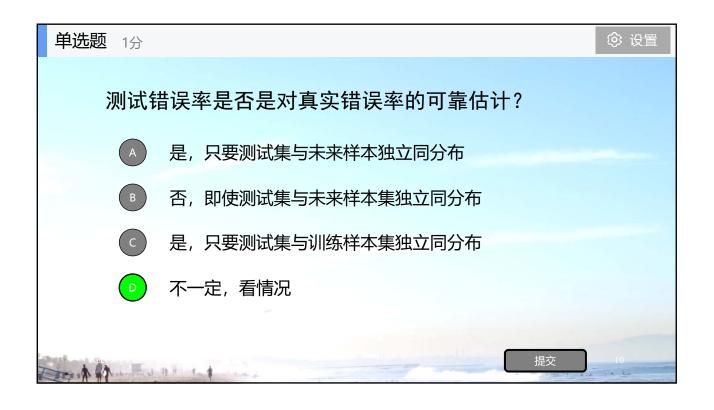
错误率(Error Rate)

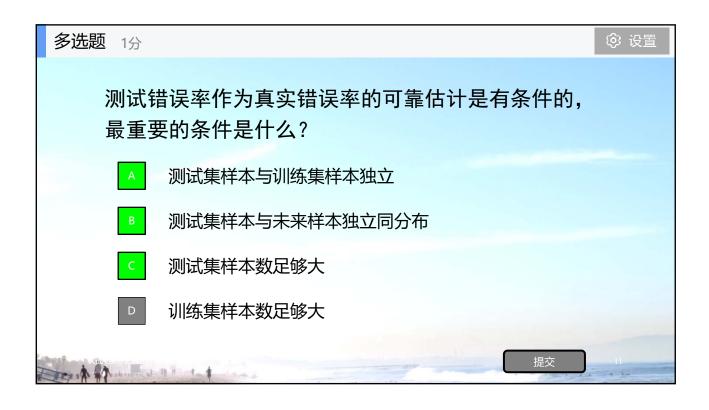
- 错误率: 样本集中分类错误样本所占比例, 有时简称为"错误"
- 训练错误率: 训练样本集上的错误率
 - 同义词: 视在错误(apparent error)、重带入错误(re-substitution error)、经验错误(empirical error)、...
- 独立测试集(简称测试集):训练集之外独立同分布的样本(设样本数N)
- 测试错误率:测试集上的错误率

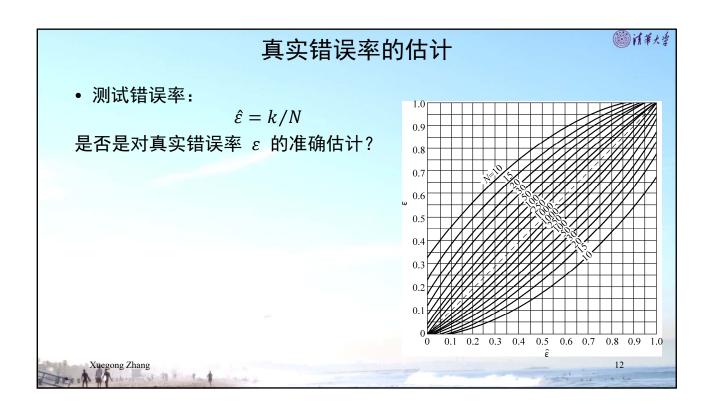
- 真实错误率: 在未来未知的样本集上的错误率, 也称作期望错误率
 - 对分类器性能的真实评价, 但无法预知
 - 训练错误率、测试错误率都可以作为对真实错误率的估计
 - 训练错误率易偏乐观

Xuegong Zhang









真实错误率的估计

@ 消華大学

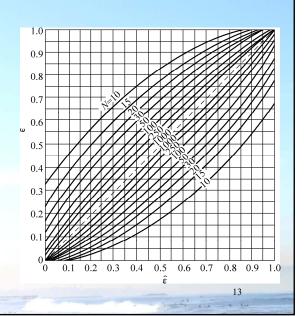
• 测试错误率:

 $\hat{\varepsilon} = k/N$ 是否是对真实错误率 ε 的准确估计?

重要结论:

测试错误率是对真实错误率 的无偏估计,但估计的置信范围 取决于测试样本数目,有可能会 很大。

→ 为得到准确可靠的估计, 需要大量测试样本



Xuegong Zhang

样本数的矛盾

(1) 1 著大学

- 样本获取通常是受各种因素制约的
 - 为了可靠评估分类器性能, 我们需要尽可能多测试样本
 - 但我们希望尽可能的的样本用于训练
- 矛盾:
 - □ 更多训练样本 → 更好的分类器性能
 - → 更小的测试集 → 对分类器性能的评估不可靠
 - □ 更多测试样本 → 更准确的分类器性能估计
 - → 更小的训练集 → 分类器性能更差



Xuegong Zhang

样本数的矛盾

() 清華大学

- 样本获取通常是受各种因素制约的
 - 为了可靠评估分类器性能, 我们需要尽可能多测试样本
 - 但我们希望尽可能的的样本用于训练
- 矛盾:
 - □ 更多训练样本 → 更好的分类器性能
 - → 更小的测试集 → 对分类器性能的评估不可靠
 - □ 更多测试样本 → 更准确的分类器性能估计
 - → 更小的训练集 → 分类器性能更差



♠ 等会儿,为什么希望更多训练样本?

样本数的矛盾

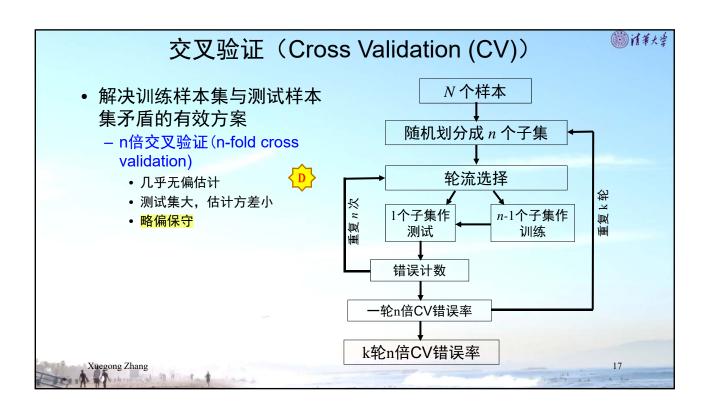


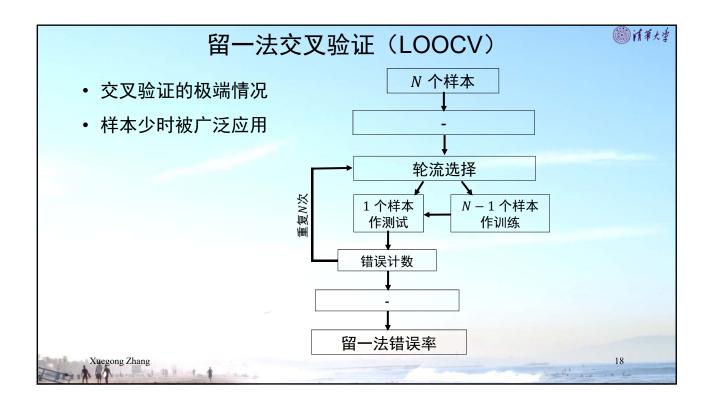
- 样本获取通常是受各种因素制约的
 - 为了可靠评估分类器性能, 我们需要尽可能多测试样本
 - 但我们希望尽可能的的样本用于训练
- 矛盾:
 - □ 更多训练样本 → 更好的分类器性能 关于学习的理论
 - → 更小的测试集 → 对分类器性能的评估不可靠
 - □ 更多测试样本 → 更准确的分类器性能估计
 - → 更小的训练集 → 分类器性能更差 关于学习的理论

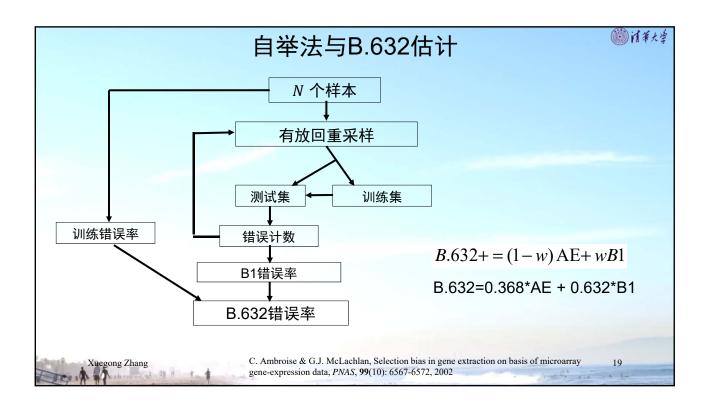


好吧,权且信之,怎么解决这个矛盾?

Xuegong Zhang











诊断测试中的重要术语

@ 消華大学

- Positive 阳性:有病(待检测疾病存在,如nCoV阳性)
- Negative 阴性:无病(待检测疾病不存在,如nCoV阴性)
- Diagnostic test 诊断测试:用某种技术检测疾病
- 检测结果统计指标:
 - Sensitivity 灵敏度 $P(T^+|D^+) = TP / (TP + FN)$
 - Specificity 特异度 $P(T^{-}|D^{-}) = TN / (TN + FP)$

- 有病 D^+ 无病 D^- 检测阳性 T^+ TP 真阳性 FP 假阳性 检测阳性 T^- FN 假阴性 TN 真阴性
- Prevalence 患病率: 人群中患病的概率, 亦称pre-test probability $D^+/(D^++D^-)$
- 检验的预测价值(Predictive value)
 - Discovery rate 发现率: $P(D^+|T^+) = TP / (TP + FP)$
 - False discovery rate 误发现率: $P(D^-|T^+) = FP / (TP + FP)$
- Accuracy 精度/准确率: (TP + TN)/(D⁺ + D[−])

Xuegong Zhang

2

两类错误率



- 假设检验的术语:
 - 空假设H0与备择假设H1 (null hypothesis vs. alternative hypothesis)

	真实状态	
统计决策	H0真 (N0)	H1真 (N1)
	阴性	阳性
拒绝 H0	Type I error 第一类错误	检测正确
(检测阳性)	假阳性 (FP)	真阳性 (TP)
(12////14/12)	α (FP/N0)	灵敏度sensitivity (TP/N1)
接受 H0	检测正确	Type II error 第二类错误
(检测阴性)	真阴性 (TN)	假阴性 (FN)
(12,0,19,112)	特异度specificity (TN/N0)	β (FN/N1)

Xuegong Zhang

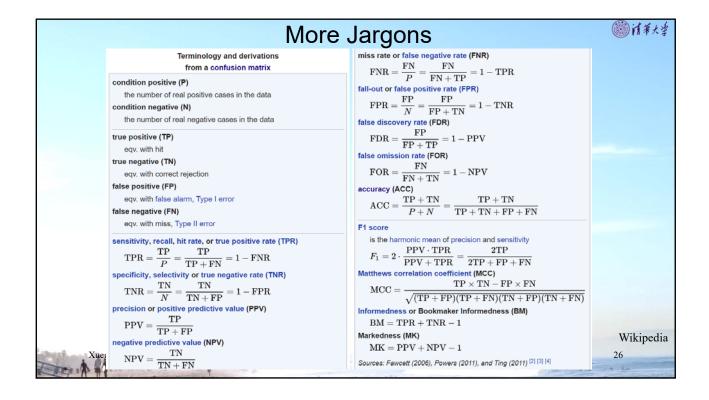
两类错误率

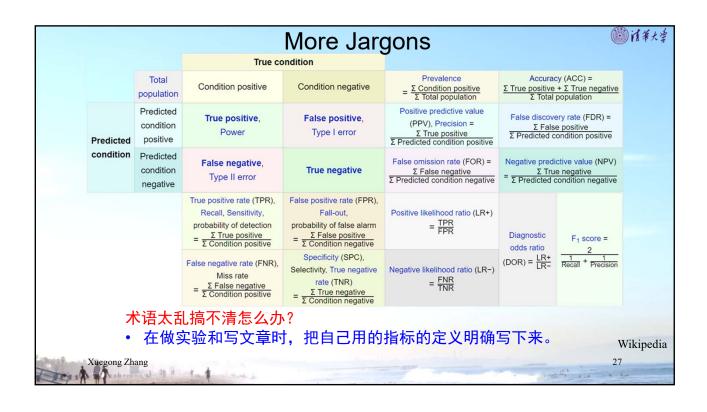
1 1 1 1 1 1 1 1

- 假设检验的术语:
 - 空假设H0与备择假设H1 (null hypothesis vs. alternative hypothesis)

	真实状态	
统计决策	H0真 (N0)	H1真 (N1)
	阴性	阳性
拒绝 H0	Type I error 第一类错误	检测正确
(检测阳性)	假阳性 (FP)	真阳性 (TP)
(12/0,1717)	α (FP/N0)	灵敏度sensitivity (TP/N1)
接受 H0	检测正确	Type II error 第二类错误
(检测阴性)	真阴性 (TN)	假阴性 (FN)
	特异度specificity (TN/N0)	β (FN/N1)

Sensitivity (power) = TP / (TP+FN) = 1- β a.k.a. detection rate, recall, ... Specificity = TN / (TN+FP) = 1- α











问题出在哪里? BGI 之前广告声称检测准确率高达 99.9%. → Acc=(TN+TP)/(N+P)=99.9% 但一个不幸的家庭检测阴性却出生了13号染色体三体宝宝(trisomy 13 即Patau syndrome) 之后BGI发布公告称,卫健委要求检验13号染色体三体的检出率(detection rate)不低于70%,故公司未违规 → Sn=TP/P=TP/(TP+FN)>70% 讨论: BGI是否在撒谎? 从这件事里,检测服务提供者和用户应该吸取什么教训?



问题出在哪里?



- BGI 之前广告声称检测准确率高达 99.9%. (Acc=(TN+TP)/(N+P)=99.9%)
- 但一个不幸的家庭检测阴性却出生了13号染色体三体宝宝(trisomy 13 即Patau syndrome)
- 之后BGI发布公告称,卫健委要求检验13号染色体三体的检出率(detection rate)不低于70%, 故公司未违规 (Sn=TP/P=TP/(TP+FN)>70%)
- Ref. according to Wikipedia, the prevalence of Patau syndrome is between 1 in 10,000 and 1 in 21,700 live births.

计算推演

- 设: 待测婴儿数N+P=100,000, 其中正常N=99,990, 异常P=10,
 - 如果TP=0, TN=99,990, FN=10, 那么 Acc=99.99%, Sn=0%, Sp=100%
 - 如果TP=7, TN=99,990, FN=3, 那么 Acc=99.997%, Sn=70%, Sp=100%

Xuegong Zhang

33

问题出在哪里?



- BGI 之前广告声称检测准确率高达 99.9%. (Acc=(TN+TP)/(N+P)=99.9%)
- 但一个不幸的家庭检测阴性却出生了13号染色体三体宝宝(trisomy 13 即Patau syndrome)
- 之后BGI发布公告称,卫健委要求检验13号染色体三体的检出率 (detection rate)不低于70%, 故公司未违规 (Sn=TP/P=TP/(TP+FN)>70%)
- Ref. according to Wikipedia, the prevalence of Patau syndrome is between 1 in 10,000 and 1 in 21,700 live births.

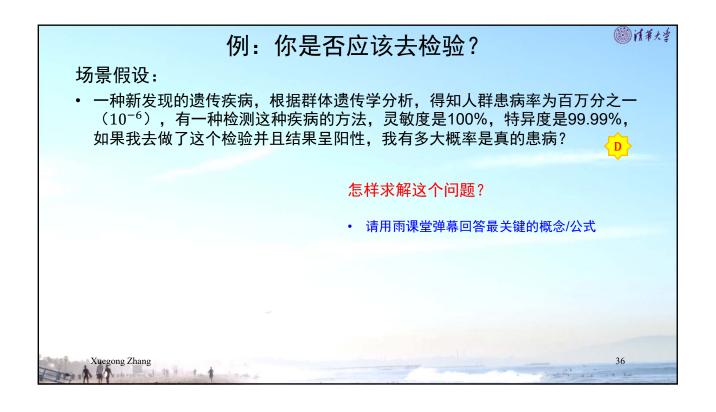
计算推演



- 设: 待测婴儿数N+P=100,000, 其中正常N=99,990, 异常P=10,
 - 如果TP=0, TN=99,990, FN=10, 那么 Acc=99.99%, Sn=0%, Sp=100%
 - 如果TP=7, TN=99,990, FN=3, 那么 Acc=99,997%, Sn=70%, Sp=100%
- 讨论:
 - BGI是否在撒谎?
 - 从这件事里, 检测服务提供者和用户应该吸取什么教训?

Xuegong Zhang





例: 你是否应该去检验?

100 1 苯大学

场景假设:

• 一种新发现的遗传疾病,根据群体遗传学分析,得知人群患病率为百万分之一(10⁻⁶),有一种检测这种疾病的方法,灵敏度是100%,特异度是99.99%,如果我去做了这个检验并且结果呈阳性,我有多大概率是真的患病?

解:

- 已知 prevalence $P(D^+) = 10^{-6}$, sensitivity Sn = 100%, specificity Sp = 99.99% (False positive rate fp = 0.01%)
- 求 $P(D^+|T^+)$



Xuegong Zhang

37

例: 你是否应该去检验?



场景假设:

• 一种新发现的遗传疾病,根据群体遗传学分析,得知人群患病率为百万分之一(10⁻⁶),有一种检测这种疾病的方法,灵敏度是100%,特异度是99.99%,如果我去做了这个检验并且结果呈阳性,我有多大概率是真的患病?

解:

- 已知 prevalence $P(D^+) = 10^{-6}$, sensitivity Sn = 100%, specificity Sp = 99.99% (False positive rate fp = 0.01%)
- 求 $P(D^+|T^+)$



$$P(D^+|T^+) = \frac{P(T^+|D^+)P(D^+)}{P(T^+)} = \frac{P(T^+|D^+)P(D^+)}{Sn \cdot P(D^+) + fp \cdot (1 - P(D^+))} \cong 1\%$$

贝叶斯公式

38

Xuegong Zhang



