货币的时间价值

Q: 今天你同学找你借 10000 元，承诺毕业那一天还你 10000 元，你借不借？

终值和现值

- 终值（future value）
  - 终值：今天的投资在未来某个时点的价值

$$FV = PV(1+r)^N$$

  - 终值应用举例
    - 5%的年利率存入1000元，每年计复利一次，存期3年

$$FV = 1000 \times (1+5\%)^3 = 1157.625$$

    - 5%的年利率存入1000元，每年计复利两次，存期3年

$$FV = 1000 \times \left(1+\frac{5\%}{2}\right)^{3\times 2} = 1159.693$$

终值和现值

- 现值（present value）
  - 现值：未来某个时点一定量的现金在今天的价值

$$PV = \frac{1}{(1+r)^N} FV$$

终值和现值

某投资者有机会购买一种承诺在3年后支付1158元的金融产品，该产品今天价格为1000元，而她期望在3年间每年支付一次的年收益率达到5%。那么她应该投资于这种金融产品吗？

终值和现值

- 现值的运用
  - 某投资者有机会购买一种承诺在3年后支付1158元的金融产品，该产品今天价格为1000元，而她期望在3年间每年支付一次的年收益率达到5%。那么她应该投资于这种金融产品吗？
  - 首先计算贴现因子

$$\frac{1}{(1+5\%)^3}=0.864$$

  - 再计算现值

$$1158\times 0.864=1000.324$$

  - 因此，今天1000元的价格投资是合算的

终值和现值

如果该投资者期望获得的回报率是3年间每年支付两次的年利率达到5%呢？

终值和现值

如果该投资者期望获得的回报率是3年间每年支付两次的年利率达到5%呢？

计算贴现因子 $$\frac{1}{(1+2.5\%)^6}=0.862$$

对应的现值为

$$1158\times0.862=998.54$$

因此，1000元的购买价格是不合算的

年金

- 年金（annuity）
  - 某段时间内定期发生的一系列相同金额的现金流
  - 分类
    - 普通年金（ordinary annuity）
    - 即付年金（annuity due）
    - 永续年金（perpetual annuity）
    - 递延年金（deferred annuity）

年金

- 普通年金的终值

$$FV_A = A\sum_{i=0}^{N-1}(1+r)^i = A\left[\frac{(1+r)^N - 1}{r}\right]$$

  - 年金终值因子
- 普通年金的现值

$$PV_A = A\sum_{i=1}^{N}(1+r)^{-i} = A\left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^N}}{r}\right]$$

  - 年金现值因子

Q: 如果有一个每年 10000 元的永续年金，你愿意为此支付多少钱?

利率

中信证券：

关于后续货币政策，我们认为2020年货币政策首要目标还在于降成本，但降息需视**实际利率**情况而定、降准空间有限，央行预计将继续推动利率市场化来降成本。总体而言，我们认为央行仍将维持相对宽松的货币环境，从而进一步推升债市收益率的进一步下行。

不同经济含义的利率

- 名义利率（nominal）与真实利率（real）
  - 费雪方程：真实利率 = 名义利率 − 预期通胀率
- 无风险利率（risk-free）与有风险利率
  - 无风险利率：投资于某一项到期回报没有任何风险的投资对象而能得到的回报率
  - 有风险利率 = 无风险利率 + 风险溢酬（risk premium）
    - 无风险利率只要求投资的到期回报是确定的，并不意味着投资每天的市场价格是不变的
    - 风险溢酬指的是预期收益率
- 不同投资期限的利率：利率期限结构

不同经济含义的利率

- 即期利率与远期利率
  - 即期利率（spot rate）：以当前时刻为起点的一定到期期限的利率
  - 远期利率（forward rate）：从未来一个时点到另一个时点之间的利率。

单利与复利

- 不同的计复利频率
  - 单利：无论期限多长，本金投资所获得的利息均不计入本金再次生息

$$FV = PV\left(1+Nr\right)$$

  - 普通复利：每年计有限次复利

$$FV = PV\left(1+r\right)^{N}$$

单利与复利

- 年比例收益率与年有效收益率
  - 年比例收益率（APR） Annual Percentage Rate
  - 市场惯例：例如，一年计息两次的年利率为7%意味着每6个月的利率为3.5%

  - 年实际收益率（EAR）Effective Annual Rate
    - 每年真正的投资收益率，m = compounding rate

$$\left(1+\frac{r_m}{m}\right)^m-1$$

APR = 10%

计算 m = 1, m = 2, m = 4, m = 12, m = 360, m = 10000, 情况下的 EAR

连续复利

- 不同的计复利频率
  - 连续复利：普通复利下每年计复利次数趋于无穷大

$$\lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m}=e^{r}$$