**ANALIZA**

**Funkcja** to dla danych dwóch zbiorów i takie przyporządkowanie każdego elementu zbioru dokładnie jednego elementu zbioru .

Pojęcia:

* Restrykcja (zacieśnienie, zawężenie) funkcji
* Funkcja odwrotna
* Funkcja rosnąca
* Funkcja malejąca
* Funkcja monotoniczna
* Funkcja afiniczna
* Funkcja homograficzna
* Funkcja wielomianowa
* Funkcja wykładnicza
* Funkcja logarytmiczna
* Funkcje trygonometryczne
* Funkcje cyklometryczne ()
* Funkcje hiperboliczne (, , , )
* Funkcje area – funkcje odwrotne do hiperbolicznych

Funkcję nazywamy **iniekcją** zbioru w zbiór , jeśli jest różnowartościowa.

Funkcję nazywamy **suriekcją** zbioru w zbiór , jeśli każdy element zbioru jest wartością funkcji .

Funkcję nazywamy **bijekcją** zbioru w zbiór , jeśli jest iniekcją i suriekcją.

**Ciągiem** w nazywamy dowolną funkcję , gdzie dla .

Mówimy, że jest granicą ciągu , jeśli

i zapisujemy:

Pojęcia:

* Ciąg zbieżny – posiadający granicę właściwą
* Ciąg rozbieżny – posiadający granicę niewłaściwą ()
* Ciąg ograniczony – jeśli jest ograniczony w dla , to znaczy zawarty w pewnej kuli
* Ciąg arytmetyczny o różnicy r
* Ciąg geometryczny o ilorazie q
* Podciąg ciągu
* Ciąg malejący i silnie malejący
* Ciąg rosnący i silnie rosnący
* Ciąg monotoniczny i silnie monotoniczny
* Ciąg ograniczony (z dołu, z góry)
* Ciąg Cauchy’ego

Warunek Cauchy'ego dla ciągu oznacza, że dla dowolnie wybranej liczby , począwszy od pewnego miejsca, każde dwa wyrazy ciągu są oddalone od siebie o mniej niż .

**Granica funkcji** – wartość, do której obrazy danej funkcji zbliżają się nieograniczenie dla argumentów dostatecznie bliskich wybranemu punktowi. Funkcjonują dwie równoważne definicje podane przez Augustina Louisa **Cauchy’ego** oraz Heinricha Eduarda **Heinego**.

Niech będzie podzbiorem . Niech będzie funkcją oraz niech będzie punktem skupienia zbioru .

Definicja Cauchy’ego

Mówimy, że funkcja ma granicę właściwą w punkcie , jeśli

Mówimy, że funkcja ma granicę niewłaściwą w punkcie , jeśli

Mówimy, że funkcja ma granicę niewłaściwą w punkcie , jeśli

**Ciaglosc funkcji**

Mówimy, że funkcja jest ciągła, jeśli jest ciągła w każdym punkcie swojej dziedziny.

Definicja Cauchy’ego

Mówimy, że funkcja jest ciagla w punkcie , jeśli

Z powyższej definicji wynika, że funkcja jest ciągła w punkcie, jeśli ma w tym punkcie granicę równą wartości.

Pochodną funkcji w punkcie nazywamy granicę (o ile istnieje):

**Ekstremum funkcji** – maksymalna/minimalna wartość funkcji

Warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego:

Geometrycznie oznacza to, że styczna do wykresu funkcji jest w tym punkcie prostą poziomą.

Funkcja ciągła , różniczkowalna w przedziale i mająca skończoną liczbę punktów stacjonarnych (tj. takich, w których zeruje się jej pierwsza pochodna) ma w punkcie :

* minimum lokalne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje takie że:
  + dla
  + dla
* maksimum lokalne wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje takie że:
  + dla
  + dla

**Całka oznaczona Riemanna**

Jeżeli dla każdego normalnego ciągu podziałów przedziału ciąg *n*-tych sum całkowych Riemanna jest zbieżny do tej samej granicy właściwej, niezależnej od wyboru punktów pośrednich dla , to granicę tę nazywamy całką oznaczoną Riemanna funkcji na przedziale i oznaczamy symbolem , tzn.

**n-ta suma całkowa Riemanna**

Powyższą sumę nazywamy n-tą sumą całkową Riemanna funkcji w przedziale .

– punkt pośredni podziału

– długość dowolnego podprzedziału dla n-tego podziału przedziału

Punkt pośredni podziału to dowolny element dla każdego

Ciąg normalny podziałów przedziału

Mówimy, że ciąg podziałów przedziału jest normalny, jeżeli .

Oznacza to de facto, że gdy n rośnie, to uzyskane podprzedziały są coraz mniejsze.