$vars$, a, x, y, z, w, m, o, v
$ivar$, n, i, k, j, l

$R,\ S,\ T$	$::=$			
	$\vert$	0		
	$\vert$	$S + T$		
	$\vert$	$S - T$		
	$\vert$	$\mathsf{H}\, A$		
$A,\ B,\ C$	$::=$			
	$\vert$	$\perp$		
	$\vert$	$A \oplus B$		
	$\vert$	$A \bullet\!\!- B$		
	$\vert$	$\mathsf{J}\, S$		
$s,\ t,\ r$	$::=$			non-linear terms
	$\vert$	x		
	$\vert$	ε		
	$\vert$	$t_1 \cdot t_2$		
	$\vert$	$\mathsf{false}\, t$		
	$\vert$	$x(t)$		
	$\vert$	$\mathsf{mkc}(t, x)$		
	$\vert$	$\mathsf{postp}\,(x \mapsto t_1, t_2)$		
	$\vert$	$\mathsf{inl}\, t$		
	$\vert$	$\mathsf{inr}\, t$		
	$\vert$	$\mathsf{case}\, t_1\, \mathsf{of}\, x.t_2, y.t_3$		
	$\vert$	$\mathsf{H}\, e$		
	$\vert$	$\mathsf{let}\, \mathsf{J}\, x = e\, \mathsf{in}\, t$		
	$\vert$	$\mathsf{let}\, \mathsf{H}\, x = t_1\, \mathsf{in}\, t_2$		
	$\vert$	(t)	S	
$e,\ u,\ p$	$::=$			linear terms
	$\vert$	x		
	$\vert$	$\mathsf{connect}_{\perp}\, \mathsf{to}\, e$		
	$\vert$	$\mathsf{postp}_{\perp}\, e$		
	$\vert$	$\mathsf{postp}\,(x \mapsto e_1, e_2)$		
	$\vert$	$\mathsf{mkc}(e, x)$		
	$\vert$	$x(e)$		
	$\vert$	$e_1 \oplus e_2$		
	$\vert$	$\mathsf{casel}\, e$		
	$\vert$	$\mathsf{caser}\, e$		
	$\vert$	$\mathsf{J}\, t$		
	$\vert$	(e)	S	
$\Psi,\ \Theta$	$::=$			
	$\vert$	$\cdot$		

	$\mid$	T	
	$\mid$	$t : T$	
	$\mid$	(Ψ)	S
$\Gamma,\ \Delta$	::=		
	$\mid$	$\cdot$	
	$\mid$	A	
	$\mid$	$e : A$	
	$\mid$	Γ, Γ'	
	$\mid$	(Γ)	S
	$\mid$	$\mathsf{postp}\,(x \mapsto e_1, e_2)$	

$\boxed{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}$

$$\frac{}{S \vdash_{\mathsf{C}} S}\ \textsc{C\_id}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \textsc{C\_wk}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} T, T, \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \textsc{C\_cr}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, S, T, \Psi_2}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T, S, \Psi_2}\ \textsc{C\_ex}$$

$$\frac{}{0 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \textsc{C\_f}\mathrm{L}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{T_1 + T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{C\_d}\mathrm{L}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{C\_d}\mathrm{R1}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_2}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{C\_d}\mathrm{R2}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} T_2, \Psi}{T_1 - T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \textsc{C\_s}\mathrm{L}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2}\ \textsc{C\_s}\mathrm{R}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{C\_cut}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, S^n \quad S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi'}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \Psi'}\ \textsc{C\_mcut}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi}{\mathsf{H} A \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \textsc{C\_h}\mathrm{L}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{T_1 + T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \textsc{C\_ad}\mathrm{L}$$

$\boxed{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}$

$$\frac{}{A \vdash_{\mathsf{L}} A; \cdot}\ \textsc{L\_id}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \textsc{L\_wk}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \textsc{L\_ctr}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, A, B, \Delta_2; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B, A, \Delta_2; \Psi}\ \textsc{L\_ex}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, S, T, \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T, S, \Psi_2}\ \textsc{L\_Cex}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B; \Psi_1 \quad B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_cut}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_Ccut}$$

$$\frac{}{\perp \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \cdot}\ \textsc{L\_flL}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \perp, \Delta; \Psi}\ \textsc{L\_flR}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{L\_dR1}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{L\_dR2}$$

$$\frac{B_1 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{B_1 \oplus B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_pL}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B, C; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B \oplus C; \Psi}\ \textsc{L\_pR}$$

$$\frac{B_1 \vdash_{\mathsf{L}} B_2, \Delta; \Psi}{B_1 \bullet\!\!- B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}\ \textsc{L\_sL}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} B_1, \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} B \bullet\!\!- C, \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_sR}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2}\ \textsc{L\_CsR}$$

$$\frac{T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{\mathsf{J}\,T \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi}\ \textsc{L\_jL}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\,T; \Psi}\ \textsc{L\_jR}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \mathsf{H}\,B, \Psi}\ \textsc{L\_hR}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, S^n \quad S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi'}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, \Psi'}\ \textsc{L\_Cmcut}$$

$\boxed{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}$ Non-linear Natural Deduction

$$\frac{}{S \vdash_{\mathsf{C}} S} \ \text{NC\_ID}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} 0, \Psi \quad S_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \ \dots, S_n \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_n}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \Psi_1, \ \dots, \Psi_n} \ \text{NC\_ZE}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2} \ \text{NC\_DI1}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2} \ \text{NC\_DI2}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 + T_2 \quad T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NC\_DE}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2} \ \text{NC\_SUBI}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 - T_2 \quad T_1 \vdash_{\mathsf{C}} T_2, \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NC\_SUBE}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{H} A \quad A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NC\_HE}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi} \ \text{NC\_WEAK}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} T, T, \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi} \ \text{NC\_CONTR}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NC\_CUT}$$

$\boxed{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}$ Linear Natural Deduction

$$\frac{}{A \vdash_{\mathsf{L}} A; \cdot} \ \text{NL\_ID}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \perp; \Psi} \ \text{NL\_PI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \perp, \Delta; \cdot}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \cdot} \ \text{NL\_PE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1, B_2; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1 \oplus B_2; \Psi} \ \text{NL\_PARI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1 \oplus B_2; \Psi \quad B_1 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \Delta_1, \Delta_2; \Psi, \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NL\_PARE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} B_1 \bullet\!\!- B_2, \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NL\_SUBI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B_1 \bullet\!\!- B_2; \Psi_1 \quad B_1 \vdash_{\mathsf{L}} B_1, \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2} \ \text{NL\_SUBE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\, T; \Psi} \ \text{NL\_JI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\, T; \Psi_1 \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2}\ \text{NL\_JE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \mathsf{H}\, B, \Psi}\ \text{NL\_HI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \mathsf{H} A \quad A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2}\ \text{NL\_HE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \text{NL\_WEAK}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \text{NL\_CONTR}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2}\ \text{NL\_CCUT}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B; \Psi_1 \quad B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \text{NL\_CUT}$$

$\boxed{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}$

$$\frac{}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} x : S}\ \text{TC\_ID}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} t : 0, \Psi \quad x_1 : S_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \ \dots, x_n : S_n \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_n}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, [\mathsf{false}\, t/x_1]\Psi_1, \ \dots, [\mathsf{false}\, t/x_n]\Psi_n}\ \text{TC\_ZI}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, t : T_1}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \mathsf{inl}\, t : T_1 + T_2}\ \text{TC\_DI1}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, t : T_2}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \mathsf{inr}\, t : T_1 + T_2}\ \text{TC\_DI2}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, t : T_1 + T_2 \quad y : T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2 \quad z : T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_3 \quad |\Psi_2| = |\Psi_3|}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{case}\, t\, \mathsf{of}\, y.\Psi_2, z.\Psi_3}\ \text{TC\_DE}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, t : T_1 \quad y : T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{mkc}(t, y) : T_1 - T_2, [y(t)/y]\Psi_2}\ \text{TC\_SUBI}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, s : T_1 - T_2 \quad y : T_1 \vdash_{\mathsf{C}} t : T_2, \Psi_2}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{postp}\, (y \mapsto t, s), [y(s)/y]\Psi_2}\ \text{TC\_SUBE}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, t : \mathsf{H} A \quad y : A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{let}\, \mathsf{H}\, y = t\, \mathsf{in}\, \Psi_2}\ \text{TC\_HE}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \varepsilon : T}\ \text{TC\_WEAK}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} t_1 : T, t_2 : T, \Psi}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} (t_1 \cdot t_2) : T, \Psi}\ \text{TC\_CONTR}$$

$$\frac{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, t : T \quad y : T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{x : S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, [t/y]\Psi_2}\ \text{TC\_CUT}$$

$\boxed{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}$

$$\frac{}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} x : A; \cdot}\ \text{TL\_ID}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi \quad e : B \in \Delta}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{connect}_{\perp}\ \mathsf{to}\ e : \perp; \Psi}\ \text{TL\_}\textsc{p}\text{I}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} e : \perp, \Delta; \cdot}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \mathsf{postp}_{\perp}\ e, \Delta; \cdot}\ \text{TL\_}\textsc{p}\text{E}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, e_1 : B_1, e_2 : B_2; \Psi}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, e_1 \oplus e_2 : B_1 \oplus B_2; \Psi}\ \text{TL\_}\textsc{par}\text{I}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, e : B_1 \oplus B_2; \Psi \quad y : B_1 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1; \Psi_1 \quad z : B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, [\mathsf{casel}\,(e)/y]\Delta_1, [\mathsf{caser}\,(e)/z]\Delta_2; \Psi, [\mathsf{casel}\,(e)/y]\Psi_1, [\mathsf{caser}\,(e)/z]\Psi_2}\ \text{TL\_}\textsc{par}\text{E}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, e : B_1; \Psi_1 \quad y : B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \mathsf{mkc}(e, y) : B_1 \bullet\!\!- B_2, \Delta_1, [y(e)/y]\Delta_2; \Psi_1, [y(e)/y]\Psi_2}\ \text{TL\_}\textsc{sub}\text{I}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, e_1 : B_1 \bullet\!\!- B_2; \Psi_1 \quad y : B_1 \vdash_{\mathsf{L}} e_2 : B_1, \Delta_2; \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \mathsf{postp}\,(y \mapsto e_2, e_1), \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \text{TL\_}\textsc{sub}\text{E}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; t : T, \Psi}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\,t : \mathsf{J}\,T; \Psi}\ \text{TL\_JI}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, e : \mathsf{J}\,T; \Psi_1 \quad y : T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \mathsf{let}\,\mathsf{J}\,y = e\ \mathsf{in}\ \Psi_2}\ \text{TL\_JE}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, e : B; \Psi}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \mathsf{H}\,e : \mathsf{H}\,B, \Psi}\ \text{TL\_HI}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, t : \mathsf{H}\,A \quad y : A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \mathsf{let}\,\mathsf{H}\,y = t\ \mathsf{in}\ \Psi_2}\ \text{TL\_HE}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, \varepsilon : T}\ \text{TL\_}\textsc{weak}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; t_1 : T, t_2 : T, \Psi}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; t_1 \cdot t_2 : T, \Psi}\ \text{TL\_}\textsc{contr}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, t : T \quad y : T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, [t/y]\Psi_2}\ \text{TL\_C}\textsc{cut}$$

$$\frac{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, e : B; \Psi_1 \quad y : B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{x : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, [e/y]\Delta_2; \Psi_1, [e/y]\Psi_2}\ \text{TL\_}\textsc{cut}$$