$vars, a, x, y, z, w, m, o$
$ivar, n, i, k, j, l$

R, S, T	$::=$		
	$\mid$	0	
	$\mid$	$S + T$	
	$\mid$	$S - T$	
	$\mid$	$\mathsf{H}\,A$	
A, B, C	$::=$		
	$\mid$	$\perp$	
	$\mid$	$A \oplus B$	
	$\mid$	$A \bullet\!\!- B$	
	$\mid$	$\mathsf{J}\,S$	
s, t	$::=$		
	$\mid$	x	
	$\mid$	$\mathsf{connect}_w\ \mathsf{to}\ t$	
	$\mid$	$t_1 \cdot t_2$	
	$\mid$	$\mathsf{false}\ t$	
	$\mid$	$x(t)$	
	$\mid$	$\mathsf{mkc}(t, x)$	
	$\mid$	$\mathsf{postp}\,(x \mapsto t_1, t_2)$	
	$\mid$	$\mathsf{inl}\ t$	
	$\mid$	$\mathsf{inr}\ t$	
	$\mid$	$\mathsf{case}\ t_1\ \mathsf{of}\ x.t_2, y.t_3$	
	$\mid$	$\mathsf{H}\,e$	
	$\mid$	$\mathsf{let}\,\mathsf{J}\,x = e\ \mathsf{in}\ t_2$	
	$\mid$	$\mathsf{let}\,\mathsf{H}\,x = t_1\ \mathsf{in}\ t_2$	
	$\mid$	(t)	S
e, u	$::=$		
	$\mid$	x	
	$\mid$	$\mathsf{connect}_\perp\ \mathsf{to}\ e$	
	$\mid$	$\mathsf{postp}_\perp\ e$	
	$\mid$	$\mathsf{postp}\,(x \mapsto e_1, e_2)$	
	$\mid$	$\mathsf{mkc}(e, x)$	
	$\mid$	$x(e)$	
	$\mid$	$e_1 \oplus e_2$	
	$\mid$	$\mathsf{casel}\ e$	
	$\mid$	$\mathsf{caser}\ e$	
	$\mid$	$\mathsf{J}\,t$	
	$\mid$	(e)	S
Ψ, Π	$::=$		
	$\mid$	$\cdot$	

	$\mid$	T	
	$\mid$	$t : T$	
	$\mid$	Ψ, Π	
	$\mid$	(Ψ)	S
$\Gamma,\ \Delta$	$::=$		
	$\mid$	$\cdot$	
	$\mid$	A	
	$\mid$	$e : A$	
	$\mid$	Γ, Γ'	
	$\mid$	(Γ)	S

$\boxed{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}$

$$\frac{}{S \vdash_{\mathsf{C}} S}\ \text{C\_ID}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \text{C\_WK}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} T, T, \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \text{C\_CR}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, S, T, \Psi_2}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T, S, \Psi_2}\ \text{C\_EX}$$

$$\frac{}{0 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \text{C\_FL}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{T_1 + T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \text{C\_DL}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \text{C\_DR1}$$

$$\frac{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_2}{R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \text{C\_DR2}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} T_2, \Psi}{T_1 - T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \text{C\_SL}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2}\ \text{C\_SR}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \text{C\_CUT}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, S^n \quad S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi'}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \Psi'}\ \text{C\_MCUT}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi}{\mathsf{H} A \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \text{C\_HL}$$

$$\frac{T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{T_1 + T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}\ \text{C\_ADL}$$

$\boxed{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}$

$$\frac{}{A \vdash_{\mathsf{L}} A; \cdot}\ \textsc{L\_id}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \textsc{L\_wk}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}\ \textsc{L\_ctr}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, A, B, \Delta_2; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B, A, \Delta_2; \Psi}\ \textsc{L\_ex}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, S, T, \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T, S, \Psi_2}\ \textsc{L\_Cex}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B; \Psi_1 \quad B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_cut}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_Ccut}$$

$$\frac{}{\perp \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \cdot}\ \textsc{L\_fl}\mathrm{L}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \perp, \Delta; \Psi}\ \textsc{L\_fl}\mathrm{R}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{L\_d}\mathrm{R1}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, T_1 + T_2}\ \textsc{L\_d}\mathrm{R2}$$

$$\frac{B_1 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{B_1 \oplus B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_p}\mathrm{L}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B, C; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B \oplus C; \Psi}\ \textsc{L\_p}\mathrm{R}$$

$$\frac{B_1 \vdash_{\mathsf{L}} B_2, \Delta; \Psi}{B_1 \bullet\!\!- B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}\ \textsc{L\_s}\mathrm{L}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} B_1, \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} B \bullet\!\!- C, \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \textsc{L\_s}\mathrm{R}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2}\ \textsc{L\_Cs}\mathrm{R}$$

$$\frac{T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{\mathsf{J}\,T \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi}\ \textsc{L\_j}\mathrm{L}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\,T; \Psi}\ \textsc{L\_j}\mathrm{R}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \mathsf{H}\,B, \Psi}\ \textsc{L\_h}\mathrm{R}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, S^n \quad S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi'}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi, \Psi'}\ \textsc{L\_Cmcut}$$

$\boxed{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}$ Non-linear Natural Deduction

$$\frac{}{S \vdash_{\mathsf{C}} S}\ \mathrm{NC\_\textsc{id}}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} 0, \Psi \quad S_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \ldots, S_n \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_n}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, \Psi_1, \ldots, \Psi_n}\ \mathrm{NC\_\textsc{z}I}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{d}I1}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi, T_1 + T_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{d}I2}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 + T_2 \quad T_1 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{d}E}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 \quad T_2 \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2, T_1 - T_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{sub}I}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T_1 - T_2 \quad T_1 \vdash_{\mathsf{C}} T_2, \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{sub}E}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \mathsf{H} A \quad A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NC\_HE}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \mathrm{NC\_\textsc{weak}}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} T, T, \Psi}{S \vdash_{\mathsf{C}} T, \Psi}\ \mathrm{NC\_\textsc{contr}}$$

$$\frac{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{S \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NC\_\textsc{cut}}$$

$\boxed{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}$ Linear Natural Deduction

$$\frac{}{A \vdash_{\mathsf{L}} A; \cdot}\ \mathrm{NL\_\textsc{id}}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \perp; \Psi}\ \mathrm{NL\_\textsc{p}I}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \perp, \Delta; \cdot}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \cdot}\ \mathrm{NL\_\textsc{p}E}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1, B_2; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1 \oplus B_2; \Psi}\ \mathrm{NL\_\textsc{par}I}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B_1 \oplus B_2; \Psi \quad B_1 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \Delta_1, \Delta_2; \Psi, \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NL\_\textsc{par}E}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B_1; \Psi_1 \quad B_2 \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} B_1 \bullet\!\!- B_2, \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NL\_\textsc{sub}I}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B_1 \bullet\!\!- B_2; \Psi_1 \quad B_1 \vdash_{\mathsf{L}} B_1, \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2}\ \mathrm{NL\_\textsc{sub}E}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\, T; \Psi}\ \mathrm{NL\_JI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, \mathsf{J}\,T; \Psi_1 \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2} \quad \text{NL\_JE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta, B; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \mathsf{H}\,B, \Psi} \quad \text{NL\_HI}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \mathsf{H}\,A \quad A \vdash_{\mathsf{L}} \cdot; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2} \quad \text{NL\_HE}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi} \quad \text{NL\_}\textsc{weak}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, T, \Psi}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; T, \Psi} \quad \text{NL\_}\textsc{contr}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, T \quad T \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta; \Psi_1, \Psi_2} \quad \text{NL\_}\textsc{Ccut}$$

$$\frac{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, B; \Psi_1 \quad B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_2; \Psi_2}{A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta_1, \Delta_2; \Psi_1, \Psi_2} \quad \text{NL\_}\textsc{cut}$$