

Example: Peano Arithmetic in Agda

$+comm : \forall (x\ y : \mathbb{N}) \rightarrow x + y \equiv y + x$
 $+comm\ Z\ y\ rewrite\ +0\ y = refl$
 $+comm\ (S\ x)\ y\ rewrite\ +suc\ y\ x \mid +comm\ x\ y = refl$

$+suc : \forall (x\ y : \mathbb{N}) \rightarrow x + (S\ y) \equiv S(x + y)$
 $+suc\ Z\ y = refl$
 $+suc\ (S\ x)\ y\ rewrite\ +suc\ x\ y = refl$

$+0 : \forall (x : \mathbb{N}) \rightarrow x + Z \equiv x$
 $+0\ Z = refl$
 $+0\ (S\ x)\ rewrite\ +0\ x = refl$

The Three Perspectives of Computation