Comonadic Matter Meets Monadic Anti-Matter: An Adjoint Model of Bi-Intuitionistic Logic

Harley Eades III

Computer and Information Sciences, Augusta University, Augusta, GA, heades@augusta.edu

Abstract

1998 ACM Subject Classification Dummy classification – please refer to http://www.acm.org/about/class/ccs98-html

Keywords and phrases Dummy keyword – please provide 1–5 keywords

Digital Object Identifier 10.4230/LIPIcs...

1 Introduction

TODO [**?**]

References

$$
\frac{G,(w,w);\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_RL}
\qquad
\frac{w_1 G w_2 \qquad w_2 G w_3 \qquad G,(w_1,w_3);\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_TS}
\qquad
\frac{}{G; w:Y \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_ID}
$$

$$
\frac{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta, w:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_WK}
\qquad
\frac{G;\Theta, w:X, w:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta, w:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_CR}
$$

$$
\frac{G; w:R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, w_1:S, w_2:T, \Psi_2}{G; w:R \vdash_{\mathsf{C}} \Psi_1, w_2:T, w_1:S, \Psi_2}\ \text{C\_EX}
\qquad
\frac{w_1 G w_2 \qquad G;\Theta, w_1:X, w_2:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta, w_1:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_ML}
$$

$$
\frac{w_2 G w_1 \qquad G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w_2:Y}{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w_1:Y}\ \text{I\_MR}
\qquad
\frac{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta, w:\top \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}\ \text{I\_TL}
\qquad
\frac{}{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w:\top}\ \text{I\_TR}
$$

$$
\frac{G;\Theta, w_1:X, w_1:Y \vdash_{\mathsf{I}} w_2:Z}{G;\Theta, w_1:X\times Y \vdash_{\mathsf{I}} w_2:Z}\ \text{I\_AL}
\qquad
\frac{G;\Theta_1 \vdash_{\mathsf{I}} w:X \qquad G;\Theta_2 \vdash_{\mathsf{I}} w:Y}{G;\Theta_1,\Theta_2 \vdash_{\mathsf{I}} w:X\times Y}\ \text{I\_AR}
$$

$$
\frac{w_1 G w_2 \qquad G;\Theta_2 \vdash_{\mathsf{I}} w_2:X \qquad G;\Theta_1, w_2:Y \vdash_{\mathsf{I}} w:Z}{G;\Theta_1,\Theta_2, w_1:X\to Y \vdash_{\mathsf{I}} w:Z}\ \text{I\_IL}
$$

$$
\frac{w_2 \notin |G|, |\Theta| \qquad G,(w_1,w_2);\Theta, w_2:X \vdash_{\mathsf{I}} w_2:Y}{G;\Theta \vdash_{\mathsf{I}} w_1:X\to Y}\ \text{I\_IR}
$$

$$
\frac{G;\Theta_2 \vdash_{\mathsf{I}} w:X \qquad G;\Theta_1, w:X \vdash_{\mathsf{I}} w:Z}{G;\Theta_1,\Theta_2 \vdash_{\mathsf{I}} w:Z}\ \text{I\_CUT}
$$

Figure 1 Intuitionistic Fragment of L

$$\frac{G,(w,w);w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}\ \text{C\_RL} \qquad \frac{w_1Gw_2 \quad w_2Gw_3 \quad G,(w_1,w_3);w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}\ \text{C\_TS}$$

$$\frac{}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:S}\ \text{C\_ID} \qquad \frac{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:T,\Psi}\ \text{C\_WK}$$

$$\frac{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:T,w:T,\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:T,\Psi}\ \text{C\_CR} \qquad \frac{G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1,w_1:S,w_2:T,\Psi_2}{G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1,w_2:T,w_1:S,\Psi_2}\ \text{C\_EX}$$

$$\frac{w_1Gw_2 \quad G;w_2:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}{G;w_1:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}\ \text{C\_ML} \qquad \frac{w_2Gw_1 \quad G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w_2:T,w_1:T,\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w_1:T,\Psi}\ \text{C\_MR}$$

$$\frac{}{G;w:\perp\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}\ \text{C\_FL} \qquad \frac{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:\perp,\Psi}\ \text{C\_FR}$$

$$\frac{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1 \quad G;w:T\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_2}{G;w:S+T\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1,\Psi_2}\ \text{C\_DL} \qquad \frac{G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}w:S,w:T,\Psi}{G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}w:S+T,\Psi}\ \text{C\_DR}$$

$$\frac{w_2\notin|G|,|\Psi| \quad G,(w_2,w_1);w_2:S\vdash_{\mathsf{C}}w_2:T,\Psi}{G;w_1:S-T\vdash_{\mathsf{C}}\Psi}\ \text{C\_sL}$$

$$\frac{w_2Gw_1 \quad G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}w_2:S,\Psi_2 \quad G;w_2:T\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1}{G;w:R\vdash_{\mathsf{C}}w_1:S-T,\Psi_1,\Psi_2}\ \text{C\_sR}$$

$$\frac{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}w:T,\Psi_2 \quad G;w:T\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1}{G;w:S\vdash_{\mathsf{C}}\Psi_1,\Psi_2}\ \text{C\_CUT}$$

Figure 2 Co-intuitionistic Fragment of L

$$\frac{G,(w,w);\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{rl} \qquad \frac{w_1 G w_2 \quad w_2 G w_3 \quad G,(w_1,w_3);\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{ts}$$

$$\frac{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : A,\Delta \qquad G;\Gamma, w : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{cut} \qquad \frac{}{G;\Gamma, w : A \vdash_{\mathsf{L}} w : A,\Delta}\ \textsc{id}$$

$$\frac{w_1 G w_2 \quad G;\Gamma, w_1 : A, w_2 : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma, w_1 : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{m}\mathrm{L} \qquad \frac{w_2 G w_1 \quad G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_2 : A, w_1 : A,\Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_1 : A,\Delta}\ \textsc{m}\mathrm{R}$$

$$\frac{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma, w : \top \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{t}\mathrm{L} \qquad \frac{}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : \top,\Delta}\ \textsc{t}\mathrm{R} \qquad \frac{}{G;\Gamma, w : \bot \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{f}\mathrm{L}$$

$$\frac{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : \bot,\Delta}\ \textsc{f}\mathrm{R} \qquad \frac{G;\Gamma, w : A, w : B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma, w : A \times B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{a}\mathrm{L}$$

$$\frac{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : A,\Delta \qquad G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : B,\Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : A \times B,\Delta}\ \textsc{a}\mathrm{R}$$

$$\frac{G;\Gamma, w : A \vdash_{\mathsf{L}} \Delta \qquad G;\Gamma, w : B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma, w : A + B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{d}\mathrm{L} \qquad \frac{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : A, w : B,\Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w : A + B,\Delta}\ \textsc{d}\mathrm{R}$$

$$\frac{w_1 G w_2 \quad G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_2 : A,\Delta \qquad G;\Gamma, w_2 : B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma, w_1 : A \to B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{i}\mathrm{L} \qquad \frac{w_2 \notin |G|,|\Gamma|,|\Delta| \quad G,(w_1,w_2);\Gamma, w_2 : A \vdash_{\mathsf{L}} w_2 : B,\Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_1 : A \to B,\Delta}\ \textsc{i}\mathrm{R}$$

$$\frac{w_2 \notin |G|,|\Gamma|,|\Delta| \quad G,(w_2,w_1);\Gamma, w_2 : A \vdash_{\mathsf{L}} w_2 : B,\Delta}{G;\Gamma, w_1 : A - B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}\ \textsc{s}\mathrm{L} \qquad \frac{w_2 G w_1 \quad G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_2 : A,\Delta \qquad G;\Gamma, w_2 : B \vdash_{\mathsf{L}} \Delta}{G;\Gamma \vdash_{\mathsf{L}} w_1 : A - B,\Delta}\ \textsc{s}\mathrm{R}$$

Figure 3 Inference Rules for L