

算法导论-22.2-7-树的直径

一、题目

树 $T=(V,E)$ 的直径(diameter)定义为 $\max(u,v)$,亦即,树的直径是树中所有最短路径长度中的最大值。试写出计算树的直径的有效算法,并分析算法的运行时间。

二、思考

step1: 以树中任意一个结点为源点,进行一次广度优先遍历,找出离源点距离最远的点d

step2: 以d为源点,进行一次广度优先遍历,找出离d最远的点,并记录其长度

三、代码

[cpp]

```
01. //用邻接表实现图的转置
02. #include <iostream>
03. #include <queue>
04. using namespace std;
05.
06. #define N 8
07. #define WHITE 0
08. #define GRAY 1
09.
10.
11. //边结点结构
12. struct Edge
13. {
14.     int start;//有向图的起点
15.     int end;//有向图的终点
16.     Edge *next;//指向同一个起点的下一条边
17.     Edge(int s, int e):start(s),end(e),next(NULL){}
18. };
19. //顶点结点结构
20. struct Vertex
21. {
22.     Edge *head;//指向以该顶点为起点的下一条边
23.     bool color;//颜色,我觉得两种颜色就够了
24.     Vertex *p;//指向遍历结果的父结点
25.     int d;//与源点之间的距离
26.     Vertex():head(NULL),color(WHITE),p(NULL),d(0x7fffffff){}
27. };
28. //图结构
29. struct Graph
30. {
31.     Vertex *V[N+1];//N个顶点
32.     Graph()
```

```

33.     {
34.         int i;
35.         for(i = 1; i <= N; i++)
36.             V[i] = new Vertex;
37.     }
38.     ~Graph()
39.     {
40.         int i;
41.         for(i = 1; i <= N; i++)
42.             delete V[i];
43.     }
44. };
45.
46. //广搜的先进先出用STL中的队列来实现
47. queue<Vertex*> Q;
48.
49. //插入边
50. void InsertEdge(Graph *G, Edge *E)
51. {
52.     //如果没有相同起点的边
53.     if(G->V[E->start]->head == NULL)
54.         G->V[E->start]->head = E;
55.     //如果有, 加入到链表中, 递增顺序排列, 便于查重
56.     else
57.     {
58.         //链表的插入, 不解释
59.         Edge *e1 = G->V[E->start]->head, *e2 = e1;
60.         while(e1 && e1->end < E->end)
61.         {
62.             e2 = e1;
63.             e1 = e1->next;
64.         }
65.         if(e1 && e1->end == E->end)
66.             return;
67.         if(e1 == e2)
68.         {
69.             E->next = e1;
70.             G->V[E->start]->head = E;
71.         }
72.         else
73.         {
74.             e2->next = E;
75.             E->next = e1;
76.         }
77.     }
78. }
79. //在广度优先搜索的同时, 记录从离源点最远的点及其长度
80. void BFS(Graph *G, Vertex *s, int &ls, int &lv)
81. {
82.     int i;
83.     //虽然所有结点在构造函数中初始化过了, 但是如果对同一图多次搜索, 每次都要重新初始化
84.     for(i = 1; i <= N; i++)
85.     {
86.         G->V[i]->color = WHITE;

```

```

87.         G->V[i]->d = 0x7fffffff;
88.         G->V[i]->p = NULL;
89.     }
90.     //对s进行特殊的初始化
91.     s->color = GRAY;
92.     s->d = 0;
93.     s->p = NULL;
94.     //初始化队列，使其仅含源顶点s
95.     while(!Q.empty())
96.         Q.pop();
97.     Q.push(s);
98.     //只要队列中还有灰色顶点，循环将一直进行下去
99.     while(!Q.empty())
100.    {
101.        //确定队列头部的灰色顶点u，将其从队列中去掉
102.        Vertex *u = Q.front();
103.        Q.pop();
104.        //考察u的邻接表中每条边的终点v
105.        Edge *e = u->head;
106.        while(e)
107.        {
108.            Vertex *v = G->V[e->end];
109.            //如果v是白色的，表明该顶点尚未被发现
110.            if(v->color == WHITE)
111.            {
112.                //置为灰色
113.                v->color = GRAY;
114.                //计算距离
115.                v->d = u->d + 1;
116.                if(v->d > ls)
117.                {
118.                    ls = v->d;
119.                    lv = v->id;
120.                }
121.                //u被标记为该顶点的父母
122.                v->p = u;
123.                //将它置于队列的尾部
124.                Q.push(v);
125.            }
126.            e = e->next;
127.        }
128.        //当u的邻接表中的所有顶点被检查完后，u被置为黑色（仅仅是便于理解，没有实际意义）
129.        u->color = GRAY;
130.    }
131. }
132. //输出
133. void Print(Graph *G)
134. {
135.     int i;
136.     //遍历每个顶点
137.     for(i = 1; i <= N; i++)
138.     {
139.         cout<<i<<':';
140.         //输出以i为起点的边的终点

```

```

141.         Edge *e = G->V[i]->head;
142.         while(e)
143.         {
144.             cout<<e->end<<' ';
145.             e = e->next;
146.         }
147.         cout<<endl;
148.     }
149.     cout<<endl;
150. }
151.
152. int main()
153. {
154.     //构造一个空的图
155.     Graph *G = new Graph;
156.     Edge *E;
157.     Print(G);
158.     //输入边
159.     int i, start, end;
160.     for(i = 1; i <= 10; i++)
161.     {
162.         cin>>start>>end;
163.         E = new Edge(start, end);
164.         InsertEdge(G, E);
165.         //无向图, 要加两条边
166.         E = new Edge(end, start);
167.         InsertEdge(G, E);
168.     }
169.     Print(G);
170.     int ls = -1, lv;
171.     //第一次搜索, 从任意结点出发, 找出最远的点lv, lv一定是所求路径上的一个端点
172.     BFS(G, G->V[1], ls, lv);
173.     ls = -1;
174.     //第二次搜索, 从lv出发, 找出最长的路径
175.     BFS(G, G->V[lv], ls, lv);
176.     cout<<ls<<endl;
177.     return 0;
178. }

```