

# 章节 4

## 计算复数

本章节显示了计算和复数函数应用的例子。

### Definitions

复数 $z$ 是写为 $z = x + iy$ 的数字，其中 $x$ 和 $y$ 是实数， $i$ 是由 $i^2 = -1$ 定义的虚数单位。复数 $x + iy$ 具有实部 $x = \text{Re}(z)$ 和虚部 $y = \text{Im}(z)$ 。我们可以将复数视为 $x$ - $y$ 平面中的点 $P(x, y)$ ，其中 $x$ 轴被称为实轴， $y$ 轴被称为虚轴。因此，以 $x + iy$ 的形式表示的复数被称为其笛卡尔表示。另一种笛卡尔表示是有序对 $z = (x, y)$ 。复数也可以用极坐标表示（极坐标表示）

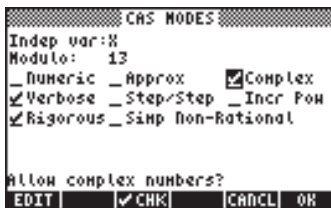
(polar representation) as  $z = re^{i\theta} = r \cdot \cos\theta + i r \cdot \sin\theta$ , where  $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$  is the *magnitude* of the complex number  $z$ , and  $\theta = \text{Arg}(z) = \arctan(y/x)$  是复数 $z$ 的参数。笛卡尔和复数的极坐标表示之间的关系由欧拉公式给出： $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 。复数 $z = x + iy = re^{i\theta}$ 的复共轭是  $\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$ 。  $i$ 的复共轭可以被认为是关于实（ $x$ ）轴的 $z$ 的反射。类似地， $z$ 的负数， $-z = -x - iy = -re^{i\theta}$ ，可以被认为是关于原点的 $z$ 的反射。

### 将计算器设置为COMPLEX模式

使用复数时，最好使用以下按键将计算器设置为复杂模式：










如果CAS MODES屏幕显示选项\_Complex，则选择COMPLEX模式，即



Press , twice, to return to the stack.

## Entering complex numbers

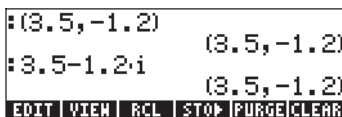
计算器中的复数可以输入两个笛卡尔表示中的任何一个，即  $x + iy$  或  $(x, y)$ 。计算器中的结果将以有序对格式显示，即  $(x, y)$ 。例如，在ALG模式下计算器，复数  $(3.5, -1.2)$  输入为：

也可以以  $x + iy$  的形式输入复数。例如，在ALG模式下，输入  $3.5 - 1.2i$  为：

输入以下复数后，将显示以下屏幕：



在RPN模式下，将使用以下按键输入这些数字：

（请注意，在输入数字1.2之后输入更改符号键击，顺序与ALG模式练习相反）。

生成的RPN屏幕将是：



请注意，最后一个条目以 $x + iy$ 的形式显示复数。这是因为数字是在单引号之间输入的，它代表一个代数表达式。要评估此数字，请使用EVAL键 (EVAL)。



一旦评估了代数表达式，就可以恢复复数 (3.5,1.2)。

### 复数的极坐标表示

上面显示的结果表示复数 $3.5 - 1.2i$ 的笛卡尔（矩形）表示。如果我们使用函数CYLIN将坐标更改为圆柱形或极坐标，则可以使用极坐标表示。您可以在目录 (CAT) 中找到此功能。更改为极坐标会在RPN模式下显示结果：



对于此结果，它采用标准符号，角度测量设置为弧度（您可以使用函数RAD始终更改为弧度）。上面显示的结果表示幅度3.7和角度0.33029 .... 角度符号 (∠) 显示在角度测量的前面。

使用函数RECT返回笛卡尔坐标或直角坐标 (CAT) 极地中的复数

表示形式为 $z = re^{i\theta}$ 。您可以使用形式  $(r, \angle \theta)$  的有序对将此复数输入计算器。角度符号 (∠) 可以输入为 (ALPHA) (6)。例如，复数 $z = 5.2e^{1.5i}$ ，可以如下输入（图中显示堆栈，在输入数字之前和之后）：



因为坐标系设置为矩形（或笛卡尔坐标），计算器会自动将输入的数字转换为笛卡尔坐标，即 $x = r \cos \theta$ ， $y = r \sin \theta$ ，在这种情况下，得到 (0.3678 ..., 5.18) ...）。

另一方面，如果坐标系设置为柱面坐标（使用CYLIN），则输入复数（x，y），其中x和y是实数，将产生极坐标表示。例如，在圆柱坐标中，输入数字（3.，2.）。下图显示了输入此数字之前和之后的RPN堆栈：



## 复数的简单操作

可以使用四个基本操作 ( $\boxed{+}$   $\boxed{-}$   $\boxed{\times}$   $\boxed{\div}$ ) (+ · \* /) 组合复数。结果遵循代数规则， $i^2 = -1$ 。具有复数的运算与具有实数的运算类似。例如，当计算器处于ALG模式且CAS设置为Complex时，我们将尝试以下总和：（3 + 5i）+（6-3i）：



请注意，实部（3 + 6）和虚部（5-3）组合在一起，结果作为有序对与实部9和虚部2给出。请自行尝试以下操作：

$$\begin{aligned}(5-2i) - (3+4i) &= (2,-6) \\ (3-i) \cdot (2-4i) &= (2,-14) \\ (5-2i)/(3+4i) &= (0.28,-1.04) \\ 1/(3+4i) &= (0.12,-0.16)\end{aligned}$$

### Notes:

两个数的乘积表示为：  $(x_1 + iy_1) (x_2 + iy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + i (x_1y_2 + x_2y_1)$ 。

两个复数的除法是通过将分子和分母乘以分母的复共轭来实现的，即，

$$\frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} = \frac{x_1 + iy_1}{x_2 + iy_2} \cdot \frac{x_2 - iy_2}{x_2 - iy_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \cdot \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$

Thus, the inverse function INV (activated with the  $\boxed{1/x}$  key) is defined as

$$\frac{1}{x + iy} = \frac{1}{x + iy} \cdot \frac{x - iy}{x - iy} = \frac{x}{x^2 + y^2} + i \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}$$

## 改变复数的符号

更改复数的符号可以通过使用  $\boxed{+/-}$  key, e.g.,  $-(5-3i) = -5 + 3i$

```

:-(5.-3.i)
              (-5.,3.)
EDIT|VIEW|RCL|STOP|PURGE|CLEAR

```

## 输入单位虚数

输入单位虚数类型:  $\boxed{\leftarrow} i$  \_\_\_\_\_

```

: i
              (0.,1.)
              i
V1|VARS|I-VARS|VPAR|EQ|EDAT

```

请注意，如果CAS设置为APPROX模式，则输入数字i作为有序对 (0,1)。在EXACT模式下，单位虚数输入为i。

## Other operations

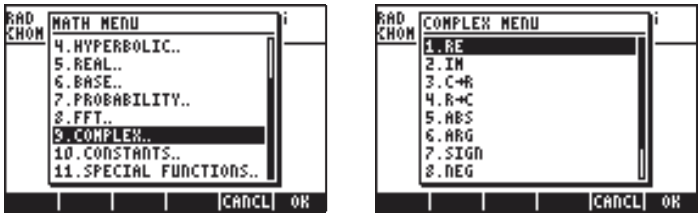
通过后面详述的CMPLX菜单可以获得幅度，参数，实部和虚部以及复共轭等操作。

## The CMPLX menus

计算器中有两个CMPLX (CoMPLeX编号) 菜单。一个可以通过MTH菜单（在第3节中介绍）和一个直接进入键盘( $\boxed{\rightarrow}$  CMPLX)。接下来介绍两个CMPLX菜单。

# CMPLX menu through the MTH menu

假设系统标志117设置为CHOOSE框（参见章节2），则可以使用以下命令访问MTH菜单中的CMPLX子菜单:  $\leftarrow$  MTH  $\leftarrow$  9  $\leftarrow$   $\leftarrow$  . 以下序列的屏幕截图说明了以下步骤:



第一个菜单（选项1到6）显示以下功能:

RE(z) :复数的实部

IM(z) : 复数的虚部

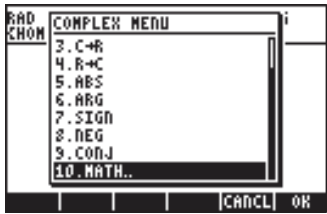
C→R(z): 取一个复数 (x, y) 并将其分成实部和虚部

R→C(x,y): 从实数x和y中形成复数 (x, y)

ABS(z) : 计算复数的大小或实数的绝对值。

ARG(z): 计算复数的参数。

其余选项（选项7至10）如下:



SIGN(z): 计算单位幅度的复数，为 $z/|z|$ 。

NEG : 改变z的符号

CONJ(z): 产生z的复共轭

接下来显示这些功能的应用示例。回想一下，对于ALG模式，该函数必须在参数之前，而在RPN模式下，首先输入参数，然后选择该函数。另外，请记住，您可以通过更改系统标志117的设置将这些功能作为软菜单（参见章节3）。

第一个屏幕显示函数RE, IM, and  $C \rightarrow R$ . 请注意, 最后一个函数返回一个列表 {3. 5.}表示复数的实部和虚部:

```
:RE(3.-2.i)
:IM(3.-2.i)
:C→R(3.+5.i)
(3. 5.)
RE | IM | C→R | R→C | ABS | ARG
```

以下屏幕显示函数 $R \rightarrow C$ , ABS, and ARG. 请注意, ABS函数转换为 $|3.+5.i|$ , 绝对值的表示法。此外, 表示角度的函数ARG的结果将以当前选择的角  
度测量单位给出。在这个例子中,  $ARG(3. + 5.i) = 1.0303 \dots$ 以弧度给出。

```
:R→C(5.,2.)
(5.,2.)
:|3.+5.i|
5.83095189485
:ARG(3.+5.i)
1.03037682652
RE | IM | C→R | R→C | ABS | ARG
```

在下一个屏幕中, 我们提供了函数SIGN, NEG (显示为负号 -) 和CONJ的示例。

```
:SIGN(-2.+3.i)
(-.554700196225,.83205)
:-( -2.+3.i)
(2.,-3.)
:CONJ(-2.+3.i)
(-2.,-3.)
SIGN | NEG | CONJ | | | MTH
```

**CMPLX menu in keyboard**

可以使用与 **[I]** 键相关联的右移选项 **[→] CMPLX** . 访问第二个CMPLX菜单。系统标志117设置为CHOOSE框, 键盘CMPLX菜单显示如下屏幕:



结果菜单包括上一节中已经介绍的一些功能，即

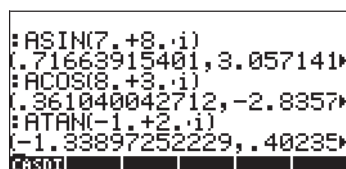
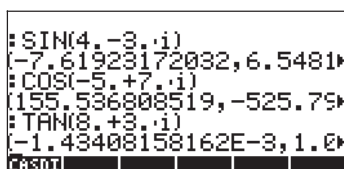
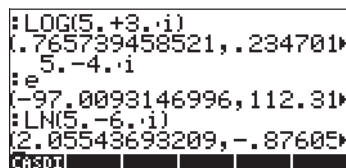
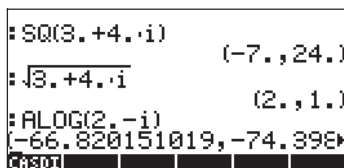
ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE和SIGN。它还包括函数 $i$ ，其用于与击键组合  $\leftarrow i$  , 相同的目的，即，在表达式中输入单位虚数 $i$ 。

基于键盘的CMPLX菜单是包含基本复数函数的基于MTH的CMPLX菜单的替代选项。使用基于键盘的CMPLX菜单进行练习，尝试前面显示的示例。

## 适用于复数的函数

在章节3中为实数定义的许多基于键盘的功能，例如

**SQ**, **LN**,  **$e^x$** , **LOG**,  **$10^x$** , **SIN**, **COS**, **TAN**, **ASIN**, **ACOS**, **ATAN**, 可以应用于复数。结果是另一个复数，如下示例所示。要应用此功能，请使用与实数相同的步骤（参见章节3）。





注意：当使用三角函数及其具有复数的反转时，参数不再是角度。因此，为计算器选择的角度测量与使用复杂参数计算这些函数无关。要理解为复数定义三角函数和其他函数的方式，请参阅有关复杂变量的书。

## Functions from the MTH menu

双曲线函数及其反转，以及Gamma, PSI和Psi函数（特殊函数）被引入并应用于第3节中的实数。这些函数也可以按照第3节中介绍的程序应用于复数。一些例子如下所示：

```
:SINH(4,-6.i)
:26.2029676178,7.63034
:COSH(1,-i)
: (.833730025131,-.98889)
:TANH(-1,+i)
: (-1.08892332734,.27175)
SINH ASINH COSH ACOSH TANH ATANH
```

```
:ASINH(7,-9.i)
: (3.12644592412,-.90788)
:ACOSH(3.i)
: (1.81844645923,1.57079)
:ATANH(1,-6.i)
: (2.63401289145E-2,-1.4)
SINH ASINH COSH ACOSH TANH ATANH
```

以下屏幕显示EXPM和LNPI函数不适用于复数。但是，GAMMA, PSI和Psi函数接受复数：

```
:EXPM(4,-5.i)
:EXPM(4,-5.i)
:"Bad Argument Type"
:LNPI(-9.i)
:"Bad Argument Type"
CREAT OPER FACT QUAD/LIN S/LINAP
```

```
:GAMMA(4,+5.i)
: (.149655327961,.314603)
:PSI(1,-1.3.)
: (-1.52287444895,.31728)
:Psi(5,+9.i)
: (2.30854964207,1.10681)
GAMMA PSI Psi NTH
```

## Function DROITE: 直线方程

函数DROITE将两个复数作为参数，比如 $x_1 + iy_1$ 和 $x_2 + iy_2$ ，并返回直线的等式，例如， $y = a + bx$ ，其中包含点 $(x_1, y_1)$ 和 $(x_2, y_2)$ 。例如，点A (5, -3) 和B (6,2) 之间的线可以如下找到（代数模式中的示例）：

```

: DROITE(5-3.i,6+2.i)
      Y=5*(X-5)+-3
CASCM HELP

```

Function DROITE is found in the command catalog ( $\boxed{\rightarrow}$  CAT ).

使用 EVAL (ANS (1) ) 将结果简化为:

```

: DROITE(5-3.i,6+2.i)
      Y=5*(X-5)+-3
: EVAL(ANS(1))
      Y=5*X-28
PPAR SOLVR|STATS|ODES|WDS|GRPHS

```