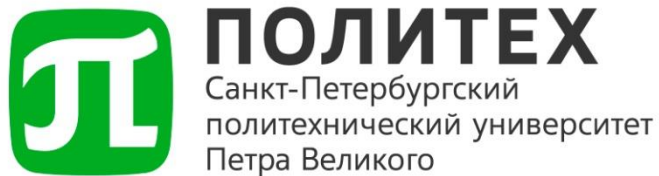


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»
ВШ программной инженерии



Расчетное задание №2

по дисциплине «Математические методы в управлении»

Общая транспортная задача

Выполнил
Студент гр. 3530202/70201, к. IV

Имхасина И.Х.
(i=10)

Преподаватель

Суханов А.А.

Санкт-Петербург
Осень, 2020 г.

Постановка задачи

Имеется транспортная сеть, состоящая из 7 городов, связи между которыми задаются матрицей инцидентности (см. табл.1). Единица – есть дорога, ноль – нет дороги.

Таблица 1

0	1	Γ_{13}	0	1	0	0
0	0	1	Γ_{24}	0	0	1
0	0	0	1	Γ_{35}	Γ_{36}	Γ_{37}
0	Γ_{42}	0	0	1	0	Γ_{47}
0	0	Γ_{53}	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0

Здесь i – порядковый номер студента в списке группы (по алфавиту), $k=0, 1, 2, \dots$

$$\Gamma_{13} = 1, i = 3k \quad \Gamma_{24} = 1, i = 2k \quad \Gamma_{35} = 1, i = 5k \quad \Gamma_{53} = 1, i = 5k + 4$$

$$\Gamma_{13} = 0, i \neq 3k \quad \Gamma_{24} = 0, i \neq 2k \quad \Gamma_{35} = 0, i \neq 5k \quad \Gamma_{53} = 0, i \neq 5k + 4$$

$$\Gamma_{36} = 1 - \Gamma_{13} \quad \Gamma_{37} = \Gamma_{13} \quad \Gamma_{42} = 1 - \Gamma_{24} \quad \Gamma_{47} = 1 - \Gamma_{35} - \Gamma_{53}$$

Источники и стоки (интенсивность производителей и потребителей)

$$d_1 = 2i + 1 \quad d_2 = i + 11 \quad d_5 = -i \quad d_6 = -(i + 4) \quad d_7 = -(i + 8)$$

Ограничения на пропускную способность дорог

$$r_{15} = [(i + 1)/2] \quad r_{27} = [(i + 4)/3]$$

Стоимость перевозки единицы товара по дороге (p,s)

$$C_{ps} = [6 + 5 \cos (\pi/15 (i + 4p + s))], \quad p=1,\dots,7, \quad s=1,\dots,7$$

где $[\bullet]$ – целая часть числа.

Требуется определить оптимальный грузопоток в сети, минимизирующий общие транспортные расходы.

В ответе представить:

- Величину транспортных расходов f^*

- Схему грузоперевозок с указанием грузопотоков по дорогам и стоимости перевозок в скобках. При этом обозначить ограничения на пропускную способность, а незагруженные дороги не указывать

Ход решения (подставим $i=10$)

Исходные данные с подставленными значениями:

0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0

$$d_1 = 21 \quad d_2 = 21 \quad d_5 = -10 \quad d_6 = -14 \quad d_7 = -18$$

$$r_{15} = 5 \quad r_{27} = 4$$

$$C_{12}=1, C_{15}=2,$$

$$C_{23}=4, C_{24}=5, C_{27}=8,$$

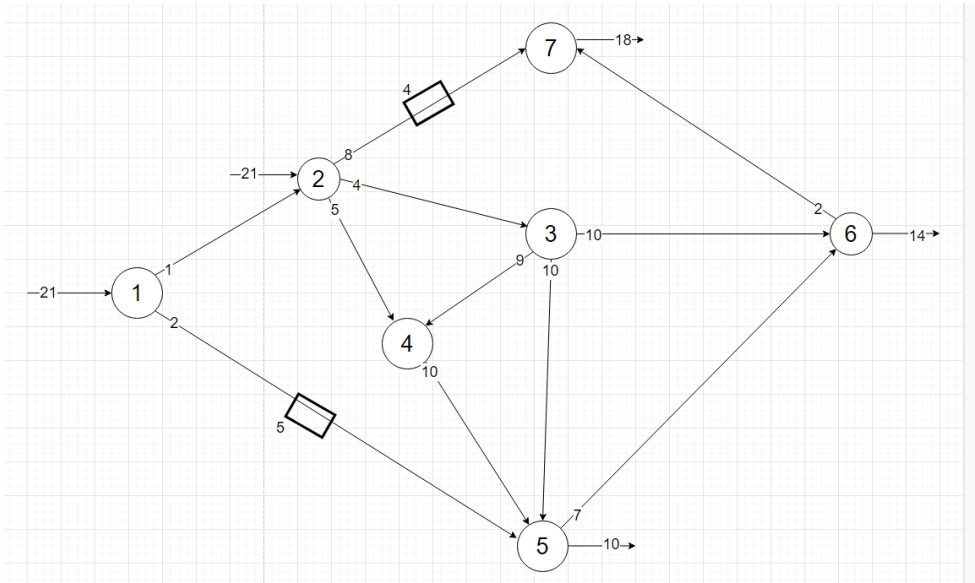
$$C_{34}=9, C_{35}=10, C_{36}=10,$$

$$C_{45}=10, C_{56}=7, C_{67}=2$$

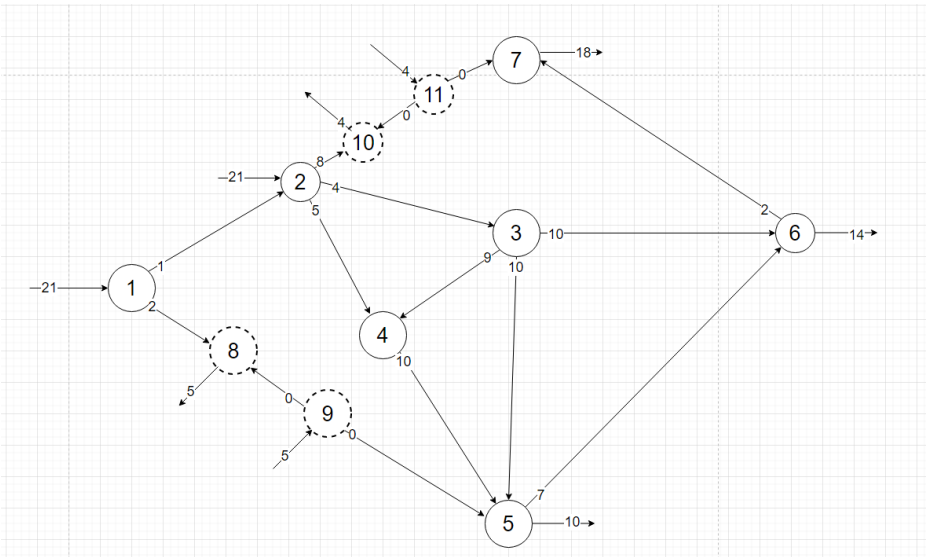
Оформим полученные данные в единую таблицу:

i	d_i	(i,j)	C_{ij}	r_{ij}
1	21	1,2	1	-
		1,5	2	5
2	21	2,3	4	-
		2,4	5	-
		2,7	8	4
3	0	3,4	9	-
		3,5	10	-
		3,6	10	-
4	0	4,5	10	-
5	-10	5,6	7	-
6	-14	6,7	2	-
7	-18	-	-	-

Схема:



Уберем пути с ограничением пропускной способности и преобразуем схему:



Источники: 1, 2, 9, 11

Стоки: 5, 6, 7, 8, 10

Рассмотрим источник 1:

$\frac{1,2}{1}, \frac{1,8}{2}, \frac{2,3}{5}, \frac{2,4}{6}, \frac{2,10}{9}, \frac{3,4}{14}, \frac{3,5}{15}, \frac{3,6}{15}, \frac{4,5}{4,5}, \frac{5,6}{5,6}, \frac{6,7}{6,7}, \frac{1,6}{16}, \frac{2,2}{22}, \frac{17}{17}$	<p>1 → 5: 1 → 2 → 3 → 5, стоимость 15 1 → 6: 1 → 2 → 3 → 6, стоимость 15 1 → 7: 1 → 2 → 3 → 6 → 7, стоимость 17 1 → 8: 1 → 8, стоимость 2 1 → 10: 1 → 2 → 10, стоимость 9</p>
--	---

Рассмотрим источник 2:

$\frac{2,3}{4}, \frac{2,4}{5}, \frac{2,10}{8}$	<p>2 → 5: 2 → 3 → 5, стоимость 14 2 → 6: 2 → 3 → 6, стоимость 14</p>
--	--

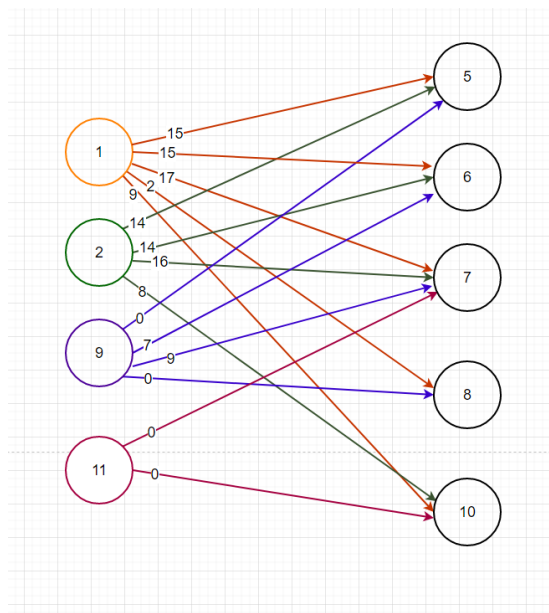
$\begin{array}{r l} 3,4 & 3,5 \quad 3,6 \\ 13' & 14' \quad 14' \\ 4,5 & 5,6 \quad 6,7 \\ 15 & 21' \quad 16 \end{array}$	<p>2 → 7: 2 → 3 → 6 → 7, стоимость 16</p> <p>2 → 8: недостижимо</p> <p>2 → 10: 2 → 10, стоимость 8</p>
---	--

Рассмотрим источник 9:

$\begin{array}{r l} 9,5 & 9,8 \\ 0' & 0' \\ 5,6 & 6,7 \\ 7' & 9 \end{array}$	<p>9 → 5: 9 → 5, стоимость 0</p> <p>9 → 6: 9 → 5 → 6, стоимость 7</p> <p>9 → 7: 9 → 5 → 6 → 7, стоимость 9</p> <p>9 → 8: 9 → 8, стоимость 0</p> <p>9 → 10: недостижимо</p>
--	--

Рассмотрим источник 11:

$\begin{array}{r l} 11,10 & 11,7 \\ 0 & 0 \end{array}$	<p>11 → 5: недостижимо</p> <p>11 → 6: недостижимо</p> <p>11 → 7: 11 → 7, стоимость 0</p> <p>11 → 8: недостижимо</p> <p>11 → 10: 11 → 10, стоимость 0</p>
--	--



Решим КТЗ методом потенциалов:

C/x_0 :

	5	6	7	8	9	a
1	15 -	15 2	17 14	2 5	9 -	21,16,14,0
2	14 5	14 12	16 -	∞ -	8 4	21,17,12,0
9	0 5	7 -	9 -	0 -	∞ -	5,0
11	∞ -	∞ -	0 4	∞ -	0 -	4,0
b	10,5,0	14,2,0	18,14,0	5,0	4,0	

x_0

	5	6	7	8	9
1	-	2	14	5	-
2	5	12	-	-	4
9	5	-	-	-	-
11	-	-	4	-	-

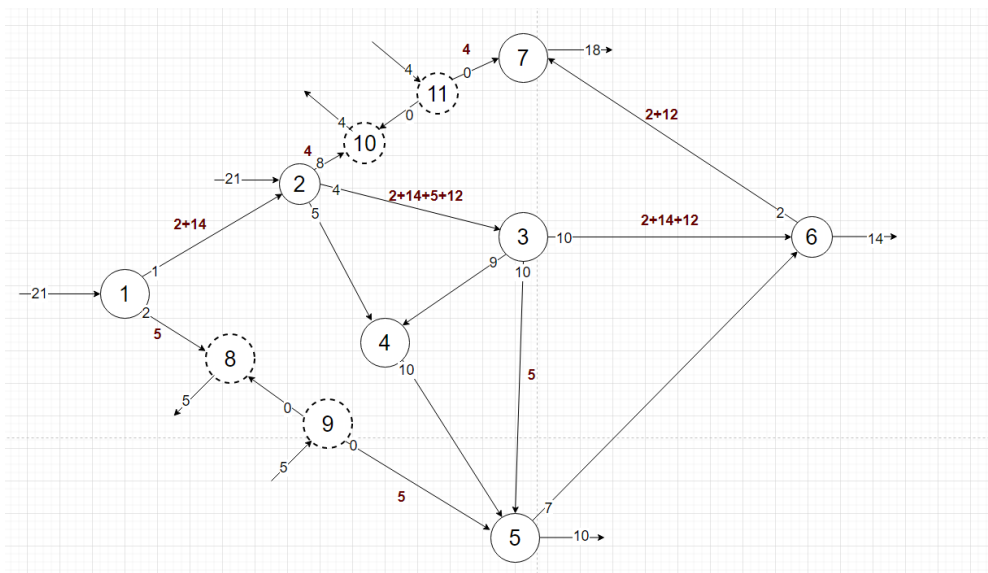
$$f_0 = 15 \cdot 2 + 17 \cdot 14 + 2 \cdot 5 + 14 \cdot 5 + 14 \cdot 12 + 8 \cdot 4 + 0 \cdot 5 + 0 \cdot 4 = 548$$

$$u_i + v_j = C_{ij}, \Delta_{ij} = u_i + v_j - C_{ij}$$

C/Δ :

	5	6	7	8	9	U
1	15 0	15 0	17 0	2 0	9 0	0
2	14 0	14 0	16 0	∞ $-\infty$	8 0	-1
9	0 0	7 -7	9 -7	0 -13	∞ $-\infty$	-15
11	∞ $-\infty$	∞ $-\infty$	0 0	∞ $-\infty$	0 -8	-17
V	15	15	17	2	9	

Все $\Delta_{ij} \leq 0$ следовательно достигли оптимума.



Ответ (i = 10):

$f_0=548$

