固体理论, Homework 02

王石嵘 20110220098

March 23, 2021

1 教材 3.1

Solution:

(a)
$$H^{TB} = \sum_{\mathbf{k}} \left(E_0 - t \sum_{\delta} e^{i \, \mathbf{k} \cdot \delta} \right) |\mathbf{k}\rangle \, \langle \mathbf{k}|$$
 (1.1)

$$E(\mathbf{k}) = E_0 - t \sum_{\delta} e^{i \mathbf{k} \cdot \delta}$$

$$= E_0 - t \left(e^{i \frac{a}{2} (k_x + \sqrt{3}k_y)} + e^{i \frac{a}{2} (k_x - \sqrt{3}k_y)} + e^{i \frac{a}{2} (-k_x)} \right)$$

$$= (1.2)$$

2 求和规则

证明教材中(7.98)式的求和规则。

3 教材习题 9.1

可以只做维度 d=2 的情形。提示:这里假设未屏蔽的电场势为(三维)库伦势,意思是尽管电荷分布为 2 维的 $n(\vec{r})$ 是一个二维位置矢量 \vec{r} 的函数,它与产生的电势之间的关系仍满足三维的库伦定律:

$$\delta V(\vec{r}) = \int d^2r \delta n(\vec{r}') \frac{-e}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$
(3.1)

对上式做 Fourier 变换,可以得到动量空间的关系

$$\delta V(\vec{k}) = \frac{2\pi}{k} \delta n(\vec{k}) \tag{3.2}$$

注:d=1 的情形要微妙一些,因为上述 Fourier 变换会发散。对于实际的准一维体系,需要引入一个截断长度,这个截断长度是体系在垂直一维方向的实际尺寸。