

固体理论, Homework 09

王石嵘 20110220098

May 30, 2021

1 考虑一个正方晶格上的单带模型:

$$H = \sum_k (\epsilon_k - \mu) c_k^\dagger c_k + V \sum_i n_i n_{i+\hat{x}} \quad (1.1)$$

这里第二项是 x 方向上最近邻电子之间的排斥相互作用。我们假设该系统在零温下形成了一个 x 方向的自旋密度波序, 序参量为

$$\phi = (-1)^{i_x} n_i \quad (1.2)$$

其中 i_x 指格点 i 的 x 坐标, $n_i = c_i^\dagger c_i$ 为电子密度算符。在计算中, 可以取晶格常数为单位 1。

1. 证明

$$\phi = \frac{1}{N} \sum_k c_k^\dagger c_{k+Q} \quad (1.3)$$

这里 $Q = (\pi, 0)$, N 为总格点数。(提示: 假设对于电荷密度波序, ϕ 是与位置 i 无关的常数。)

2. 对上面的哈密顿量进行平均场分解并求出准粒子激发的能谱。

3. 定性描述在产生电荷密度波序前后体系费米面的变化 (可以用示意图表示)。这里假设 $\epsilon_k = k^2/2m$, 并且费米面的直径大于 π 。

4. 在零温时推导序参量的自洽方程。(注: 可以保留对 k 的积分或者求和, 不用积出来。)

Solution:

1.

2. Let $\Delta = 2V\delta n$, $\xi_k = \epsilon_k - \mu$

$$H^{\text{MF}} = \sum_k (\xi_k) c_k^\dagger c_k - \Delta \sum_k \sum_k c_k^\dagger c_{k+Q} \quad (1.4)$$

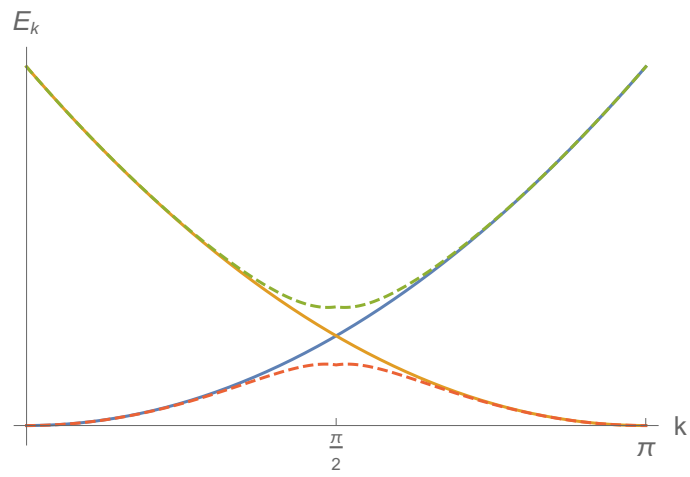
$$H^{\text{MF}} = \sum_k \begin{pmatrix} c_k^\dagger & c_{k+Q}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_k & -\Delta \\ -\Delta & \xi_{k+Q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_k \\ c_{k+Q} \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

$$E_k = \frac{\xi_k + \xi_{k+Q}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\xi_k - \xi_{k+Q}}{2}\right)^2 + \Delta^2} \quad (1.6)$$

In case $\xi_k = \xi_{k+Q}$

$$E_k = \xi_k \pm \Delta \quad (1.7)$$

3.



Dashed: after CDW.

4.

$$\Delta = 2V\delta n = 2V\frac{1}{N}\sum_k \langle c_k^\dagger c_{k+Q} \rangle \quad (1.8)$$