初始尺寸理论：计算构件所受力时，可按原始尺寸计算

第二章、拉伸、压缩剪切

应力 $\sigma=\frac{F_N}{A}$，$\sigma=\varepsilon E$

变形 胡克定律 $\Delta l=\frac{F_N l}{EA}$

$\sigma-\varepsilon$ 曲线

卸载定律 $\sigma_{卸}=E\varepsilon_{卸}$

温度应力 $\Delta l_t=\Delta t\alpha_l\cdot l$

第三章扭转

方向：指向截面外，手指指向即为扭矩正方向.

圆轴扭转 $\tau_\rho=\frac{T}{I_p}\rho=\frac{T_{max}}{W_t}$

$I_p=\frac{\pi D^4}{32}$ $W_t=\frac{\pi D^3}{16}$

空心 $W_t=\frac{\pi D^3}{16}(1-\alpha^4)$

薄壁圆筒 $\delta\le\frac{D}{20}$ $\tau_\rho=\frac{T}{2A_0\delta}$

切应力互等定理 $\tau=\tau'$，指向/反向

剪切胡克 $\tau=G\gamma$，$G=\frac{E}{2(1+\mu)}$

变形. 单位扭转角 $\theta=\frac{d\varphi}{dx}=\frac{T}{GI_p}$

$\varphi=\frac{Tl}{GI_p}$ $\varphi=\int_l\frac{T(x)}{GI_p}dx$

第四章 弯曲内力应力

方向：

q F_s，M 关系 $M''(x)=F_s'(x)=q$

中性轴曲率半径公式 $\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI_z}$

正应力 $\sigma=\frac{My}{I_z}$，$\sigma_{max}=\frac{M_{max}}{W_z}\le[\sigma]$

切应力 $\tau=\frac{F_sS_z^*}{I_zb}$

矩形 $\frac{3F_s}{2bh}$ 圆轴 $\frac{4F_s}{3A}$

弯曲变形平面假设 $\varepsilon=\frac{y}{\rho}$，$\sigma=E\frac{y}{\rho}$

纯弯曲轴力 $F_N=\int_A\sigma dA=0$

$\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI_z}\Rightarrow M=\frac{EI_z}{\rho}$ 可求相应 $[EI_z]$

- 贴合板
  - 有多个中性轴，分别计算
  - 曲率半径相同.
- 黏合板
  - 中性轴只有一个
    - 扩面积法.
    - "$F_N=0$"法
  - 等效"EI_z"可由 $M=\frac{EI_z}{\rho}$ 求出

第5章 弯曲变形

挠度 y，转角 θ，$\theta=y'(x)$

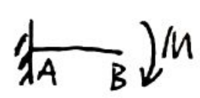
方向向下为正

挠曲线近似微分方程 $\underline{EI_z y''(x)=-M(x)}$

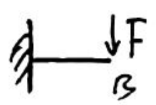
近似：① 不计 F_S ② $1+y'^2(x)=1$

二次积分法求 y,θ　$EI_z y''(x)=-M(x)$

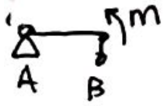
叠加法



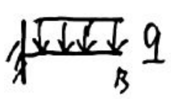
$\theta_B=\frac{ml}{EI_z}$，$y_B=\frac{ml^2}{2EI_z}$



$\theta_B=\frac{Fl^2}{2EI_z}$　$y_B=\frac{Fl^3}{3EI_z}$

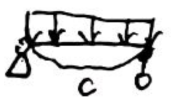


$\theta_B=-\frac{ml}{3EI_z}$　$\theta_A=\frac{ml}{6EI_z}$



$\theta_B=\frac{ql^3}{6EI_z}$　$y_B=\frac{ql^4}{8EI_z}$

$\theta_B=-\frac{Fl^2}{16EI_z}$　$y_C=\frac{Fl^3}{48EI_z}$



$\theta_B=-\frac{ql^3}{24EI_z}$　$y_C=\frac{5ql^4}{384EI_z}$

第六章 能量法

$$W=\frac{1}{2}F\cdot\Delta \quad \begin{cases} F\rightarrow y \\ m\rightarrow \theta \end{cases}$$

弹性变形能

$$V=\int_l \frac{F_N^2(x)}{2EA}dx+\int_l \frac{M^2(x)}{2EI}dx+\int_l \frac{T^2(x)}{2GI_p}dx$$

① 恒正 ② 同名内力变形能不能叠加计算

③ V 与外加力大小只与 $\boxed{\text{各力及位移终值有关}}$
与加载顺序无关

卡氏定理

$$V=V(F_1,F_2,\cdots,F_N)$$

$$\Delta_k=\frac{\partial V}{\partial F_k}$$

$$\Delta_k=\int_l \frac{M(x)}{EI}\frac{\partial M(x)}{\partial F_k}dx$$

莫尔定理

$$\Delta_C=\frac{1}{EI}\int_l M(x)\overline{M}(x)dx$$

$$\Delta_C=\frac{1}{EI}\int_l M(\varphi)\overline{M}(\varphi)\boxed{R\,d\varphi}$$ 曲杆

第七章 应力状态分析

任意斜截面上应力

$$\sigma_\alpha=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos2\alpha-\tau_{xy}\sin2\alpha$$

$$\tau_\alpha=\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin2\alpha+\tau_{xy}\cos2\alpha$$

应力第一不变量 $\sigma_\alpha+\sigma_{\alpha+90^\circ}=\sigma_x+\sigma_y=CONST$

主平面：σ_α 最大 / $\tau_\alpha=0$

位置 $\tan2\alpha_0=-\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}$

主应力公式 $\begin{matrix}\sigma'_主\\ \sigma''_主\end{matrix}=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+(\tau_{xy})^2}$

$\sigma_1\geq\sigma_2\geq\sigma_3$　平面应力 $\sigma_2=0$

最大切应力 $\begin{matrix}\tau_{max}\\ \tau_{min}\end{matrix}=\pm\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}$

平面应力状态下的广义胡克定律

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu\frac{\sigma_y}{E} \\ \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu\frac{\sigma_x}{E} \end{cases}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

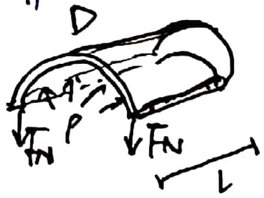
斜方向应变

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha - \left(-\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)\sin 2\alpha$$

$$-\frac{\gamma_{\alpha\beta}}{2} = \frac{\varepsilon_x-\varepsilon_y}{2}\sin 2\alpha + \left(-\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)\cos 2\alpha$$

三方向线应变求主应变

压力容器内力应力计算



$$F_N = \frac{p \cdot lD}{2}$$

$\Updownarrow$

$$\sigma'' = \frac{F_N}{l\cdot\delta} = \frac{pD}{2\delta} \quad \text{环向}$$

$$F_t = \frac{1}{4}p \cdot \pi D^2$$

$$\sigma' = \frac{F_t}{\pi D\cdot\delta} = \frac{pD}{4\delta}$$

第7章 强度理论

断裂 $\begin{cases} \text{拉应力：1} & \sigma_1 \le [\sigma] \\ \text{拉应变：2} & \sigma_1 - \mu(\sigma_2+\sigma_3) \le [\sigma] \end{cases}$

屈服 $\begin{cases} \text{切应力理论 3} & \sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma] \\ \text{最大形改比能 4} & \end{cases}$

$$\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]} \le [\sigma]$$

莫尔强度理论

$$\sigma_{rM} = \sigma_1 - \frac{[\sigma_t^+]}{[\sigma_c^-]}\sigma_3 \le [\sigma_t^+]$$

弯扭组合

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

第9章 组合变形

弯扭组合

$$\sigma_{r3} = \frac{\sqrt{M_{max}^2 + T_{max}^2}}{W_z} = \frac{M_{r3}}{W_z} \le [\sigma]$$

$$\sigma_{r4} = \frac{\sqrt{M_{max}^2 + 0.75T_{max}^2}}{W_z} = \frac{M_{r4}}{W_z} \le [\sigma]$$

第10章 压杆稳定

两端铰支细长 $F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l^2}$, $I=I_{min}$

失稳曲线 $y=A\sin kx$

欧拉公式 $F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{(\mu l)^2}$ μ:长度系数

两端铰支，两端固定 一固定一铰支 一固定一自由

$\mu=1$ $\mu=0.5$ $\mu=0.7$ $\mu=2$

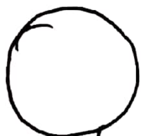
临界应力 $\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{\lambda^2}$ $\sigma_{cr}\le\sigma_p$

欧拉公式适用范围 $\sigma_{cr}\le\sigma_p \Leftrightarrow \lambda\ge\lambda_p$

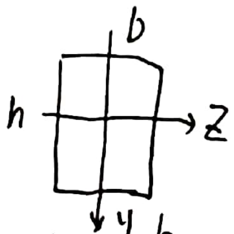
柔度系数(长细比) $\lambda=\frac{\mu l}{i}$

判别柔度 $\lambda_p=\pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$

回转半径 $i=\sqrt{\frac{I}{A}}$



$i=\frac{d}{4}$



$i_z=\frac{h}{2\sqrt{3}}$

$i_y=\frac{b}{2\sqrt{3}}$

细长 $\lambda\ge\lambda_p$ 大柔度 $\sigma_{cr}=\frac{\pi^2E}{\lambda^2}$

中长 $\lambda_s\le\lambda<\lambda_p$ 中柔度 $\sigma_{cr}=a-b\lambda$

$\sigma_{cr}=a_1-b_1\lambda^2$.

短粗 $\lambda\ll\lambda_p$ 小柔度 $\sigma_{cr}\le[\sigma]$

第11章 动载荷

等加速度 $K_d=1+\frac{a}{g}$

等转速运动应力 动静法.

冲击应力 $K_d=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{st}}}$

水平v冲击弹性体 $K_d=\sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}}$

重物等速下降突然刹车

$K_d=1+\sqrt{\frac{v^2}{g\Delta_{st}}}$