

# 电路理论基础

## 第一章

{ 关联  $P = U_i$   $> 0$ , 吸收功率  $< 0$  发出功率  
 { 非关联  $P = -U_i$   $> 0$ , 吸收功率  $< 0$  发出功率.

{ 电阻  $U = iR$   
 { 电容  $i = C \frac{du}{dt}$   $q = CU$   
 { 电感  $u = L \frac{di}{dt}$   $L i = \psi$

基尔霍夫定律 支路电压代数和为0 节点电流和为0.

回路电流 节点电压法

对节点  $(G_{11} U_{n1} + G_{12} U_{n2} = \sum I_{sk} + \sum G_{k1} U_{sk})$  流入为正, 流出为负  
 (相邻支路电导之和) 电压源  
 (电流源除外) 节点1与节点2之间电导的倒数

两节点电压公式  $U_{n1} = \frac{\sum \frac{U_i}{R_i} + \sum I_{sk}}{\sum \frac{1}{R}}$  改进节点电压法, 令对除直接连电压源  
 设电流求解

理想运放: ①无穷开环增益 ②无穷大输入电阻 ③零输出电阻  
 虚断, 电流为0, 虚短, 电势相等. 虚地, 同相端接地. 反相端为  $U = U^+ = 0$ .

齐性定理. (单激励) 叠加原理

等效电路定理

$U_{oc}$  立端开路电压.  $R_i$  立端内阻内独立源置0后等效电阻  
 星三角变换  $R_{\Delta} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$   $R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta}$   
 等效化简  
 外施激励法  
 开路短路法  
 $R_Y = \frac{\text{该节点相邻电阻之积}}{\Delta \text{形电阻之和}}$

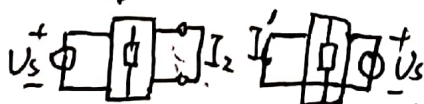
特勒根定理

互易定理

$\sum U_i I_i = 0$

二立端口

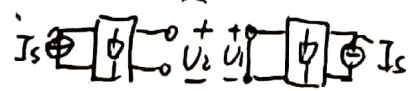
$\sum U_i \tilde{I}_i = 0$



$\sum \tilde{U}_i I_i = 0$

$I_2 = I_1'$

$\sum \tilde{U}_i \tilde{I}_i = 0$



$U_2 = U_1$

## 正弦电路

$$\dot{U} = R \dot{I} \quad / \quad \dot{U} = R \dot{I}$$

$$\dot{U} = jX_L \dot{I}$$

$$X_L = \omega L$$

$$\dot{U} = jX_C \dot{I}$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

## 正弦电路功率

$$P = UI \cos \varphi \quad Q = UI \sin \varphi \quad S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (V \cdot A)$$

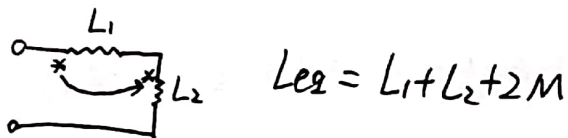
复功率  $\tilde{S} = P + jQ = \dot{U} \dot{I}^*$

最大功率传输定理 负载阻抗等于内阻共轭复数时,  $P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_L}$

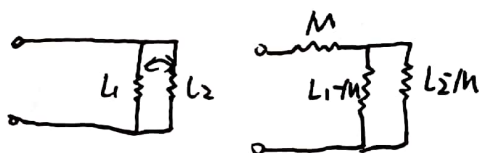
仅负载模可变时, 最大功率满足负载  $|Z_L| = |Z_S|$

## 电感

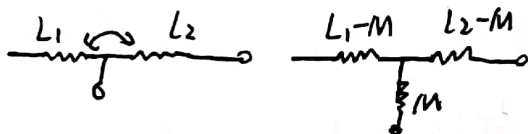
串联



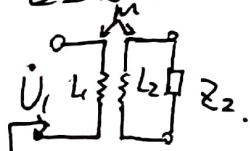
并联



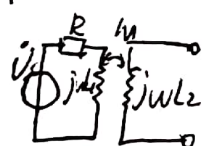
T型联接



## 含互感电路



$$\text{输入端看 } Z_{eq} = \frac{(j\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1 = Z_r + j\omega L_1$$



$$U_{oc} = \frac{j\omega M}{R_1 + j\omega L_1} U_s$$

$$R_i = \frac{(j\omega M)^2}{R_1 + j\omega L_1} + j\omega L_2$$

→ 一次回路总阻抗

$$\frac{(j\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2}$$

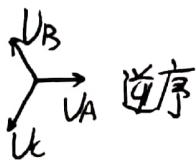
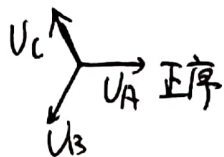
二次回路总阻抗

## 理想变压器

输出端口  $Z_2$ , 折算到输入端口等效电阻为  $n^2 Z_2$ .

## 三相电路

对称三相



若三相阻抗相等,  $Z_A = Z_B = Z_C = Z$ , 对称三相负载

线电压, 线电流, 中性点, 中性线, 中线电流, 相电压, 相电流

对称三相电路  $\dot{I}_{Zn} = 0$   $\dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ$   $\dot{I}_C = \dot{I}_A \angle 120^\circ$

Y-Y联结

(1) 线电流 = 相电流 (2) 线电压 = 相电压  $\sqrt{3}$  倍, 超前  $30^\circ$

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_{AN} \angle 30^\circ, \dot{U}_{BC} = \sqrt{3} \dot{U}_{BN} \angle 30^\circ, \dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \dot{U}_{CN} \angle 30^\circ$$

$\Delta$ - $\Delta$ 联结

(1) 相线电压相等 (2) 线电流  $I = \sqrt{3}$  相电流, 滞后  $30^\circ$

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB'} \angle -30^\circ, \dot{I}_B = \sqrt{3} \dot{I}_{BC'} \angle -30^\circ, \dot{I}_C = \sqrt{3} \dot{I}_{CA'} \angle -30^\circ$$

三相电路功率

对称三相电路  $P = 3 U_p I_p \cos \varphi$  - 相平均功率三倍

$= \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi$  线电压, 线电流, 功率因数乘积的  $\sqrt{3}$  倍

$$Q = \sqrt{3} U_l I_l \sin \varphi = 3 U_p I_p \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 U_p I_p = \sqrt{3} U_l I_l$$

## 非正弦周期电路

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cos(k\omega_1 t + \psi_k)$$

$A_0$  - 恒定分量(直流)

$A_{mk} \cos(k\omega_1 t + \psi_k)$  -  $k$ 次谐波

## 非正弦周期电路有效值

$$A = \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots} = \sqrt{A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_{mk}^2}$$

## 平均功率

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k$$

## 频率特性和谐振现象

$$\text{网络函数 } H(j\omega) = \frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}} = \frac{\dot{Y}}{\dot{X}}$$

$H(j\omega)$  下降到  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  时频率为截止频率

RLC串联谐振  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$  特性阻抗

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \text{品质因数}$$

$$U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0) = QU \quad \text{电压谐振}$$

$$\text{通带宽度 } \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

$H_R$  带通,  $H_C$  低通,  $H_L$  高通

## 并联谐振电路

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rho' = \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{特性阻抗}$$

$$Q = \frac{\rho'}{G} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G\omega_0 L} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{品质因数}$$

$$I_C(\omega_0) = QI$$



# 线性动态电路暂态过程的时域分析

电容电压、电感电流初始值确定

换路定理  $U_C(0_+) = U_C(0_-)$   $I_L(0_+) = I_L(0_-)$

一阶电路输入响应

$$U_C = U_C(0_+) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad i_L = i_L(0_+) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{L}{R} = RC$$

单位阶跃函数

$$\delta(t) = \varepsilon'(t) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t-t_0) dt = f(t_0) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

一阶电路 单位阶跃特性  $S(t) = \frac{U_C(t)}{U_s} = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \varepsilon(t)$

$S(t)$  = 阶跃响应 / 阶跃电源幅值

单位冲激特性  $h(t)$  = 冲激响应 / 冲激强度

求单位阶跃特性  $\rightarrow$  求导  $\rightarrow$  单位冲激特性  $\rightarrow$  乘任意冲激强度, 得冲激响应

一阶电路暂态响应的般形式:

$$f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)] e^{-\frac{t}{\tau}}$$

初始值  $f(0_+)$ , 时间常数  $\tau$ , 特解  $f_p(t)$

卷积法求暂态响应  $y(t) = \int_{0_-}^{t^+} x(\beta) h(t-\beta) d\beta$

二阶电路暂态响应

得到特征方程 ① 互异实根  $U = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$

共轭  $U = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$

相等  $U = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$

状态变量分析法

取  $U_C, i_L$  为变量时, 1) 对单电容节点列 KCL

2) 对单电感回路列 KVL

3) 消去非状态变量

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} U_s \\ i_s \end{bmatrix}$$

# 线性动态电路暂态过程的复频域分析

$$F(s) = \int_{0-}^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad f(t) = L^{-1}\{F(s)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) e^{st} ds$$

$$L[A\varepsilon(t)] = \frac{A}{s}$$

$$L[Ae^{at}] = \frac{A}{s-a}$$

$$L[A\delta(t)] = A$$

$$L[A\delta'(t)] = As$$

$$L[\sin \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad L[\cos \omega t] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

$$L[t^n e^{-\alpha t}] = \frac{n!}{(s+\alpha)^{n+1}}$$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0-)$$

$$L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$$

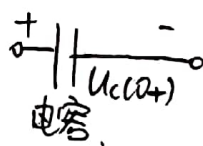
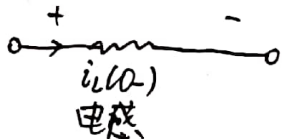
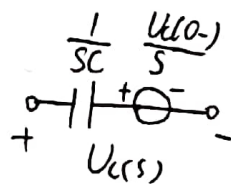
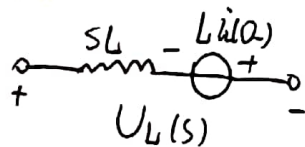
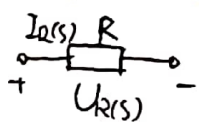
$$L[f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)] = e^{-st_0} F(s)$$

$$L[e^{-\alpha t} f(t)] = \hat{F}(s-\alpha)$$

$$f(0+) = \lim_{t \rightarrow 0+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$$

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

## VCR方程及电路模型



## 互感元件

复频网络函数.  $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$

$$h(t) = L^{-1}[H(s)]$$

$$L[x(t) * h(t)] = X(s) \cdot H(s)$$

$$Y(s) = X(s) \cdot H(s)$$

$$H(s) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{s-p_k}$$

$$h(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

若激励为交流电路, 频率为  $\omega$ .

$$u_o = u_{op} + u_{oh} = u_{op} + \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$$

强制量  $u_{op} = H(j\omega) \dot{U}$   $A_k$  用初始条件确定

正弦稳态电压