二力杆（重要，首先分析是否有二力杆）

平面汇交力系 两个方程 $\sum F_x=0$ $\sum F_y=0$

平面力对点之矩解析表达 $M_O(\vec{F})=xF_y-yF_x$

力偶只能与力偶平衡，力偶矩大小与矩心无关

力偶合成等于各分力偶矩代数和

力的平移定理

作用点A力F平行移至点B，必须同时附加一力偶 $M_B=M_B(F)=Fd$

原力F对新作用点的矩

平面任意力系 $\sum F_x=0, \sum F_y=0$ $\sum M_O=0$

$\sum F_x=0$ $\sum M_A=0$ $\sum M_B=0$ AB不与X垂直

$\sum M_A=0$ $\sum M_B=0$ $\sum M_C=0$ 三点不共线

平面平行力系 $\sum F_x=0$, $\sum M_A=0$ 各力不与投影轴垂直

$\sum M_A=0$ $\sum M_B=0$ AB不与各力平行

空间力对点之矩 $\vec{M}_O(\vec{F})=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$

$=(yF_z-zF_y)\vec{i}+(zF_x-xF_z)\vec{j}+(xF_y-yF_x)\vec{k}$

力对轴之矩 $M_z(\vec{F})=M_O(\vec{F}_{xy})=\pm F_{xy}\cdot h$

向一点简化结果 $\vec{F}_R\neq 0$, $\vec{M}_O\neq 0$, $\vec{F}_R\perp\vec{M}_O$ 一力

空间任意力系方程 $\vec{F}_R\neq 0$, $\vec{M}_O\neq 0$, $\vec{F}_R \parallel \vec{M}_O$ 力螺旋

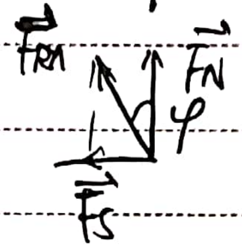
$\vec{F}_R\neq 0$, $\vec{M}_O\neq 0$, $\vec{F}_R\langle\theta\rangle\vec{M}_O$ 力螺旋

$d=\frac{M_{O\parallel}}{F_R}=\frac{M_O\sin\theta}{F_R'}$

重心 各部分受重力的合力作用点。(巧妙利用对称性)

$$x_C=\frac{\sum P_i x_i}{P} \qquad y_C=\frac{\sum P_i y_i}{P} \qquad z_C=\frac{\sum P_i z_i}{P}$$

全约束力



临界平衡状态(φ_f) 摩擦角

$$\tan\varphi_f=\frac{F_{max}}{F_N}=\frac{f_s F_N}{F_N}=f_s$$

自锁 主动力合力作用线在φ_f内,无论多大,必将静止(指向接触面)

自然法(已知轨迹) $s=f(t)$

$$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n \qquad \vec{a}_t=\frac{dv}{dt}\cdot\vec{\tau} \qquad \vec{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\cdot\vec{n}$$

平动 各点加速度,速度相等

定轴转动 $v=R\omega$, $a_t=R\alpha$, $a_n=R\omega^2$

全 $a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=R\sqrt{\omega^4+\alpha^2}$ $\quad \tan\theta=\frac{a_n}{a_\tau}=\frac{\omega^2}{\alpha}$

传动比 $R_1\omega_1=R_2\omega_2$ $\quad i_{12}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{z_2}{z_1}=\frac{\omega_1}{\omega_2}$

点合成运动

绝对	$\vec{v}_a$	$\vec{a}_a$
相对	$\vec{v}_r$	$\vec{a}_r$
牵连	$\vec{v}_e$	$\vec{a}_e$

在动系上与动点重合那点速度加速度称为动点牵连v/a

$$\vec{v}_a=\vec{v}_r+\vec{v}_e$$

$\vec{a}_a=\vec{a}_r+\vec{a}_e+\vec{a}_C$ (牵连运动为定轴转动)

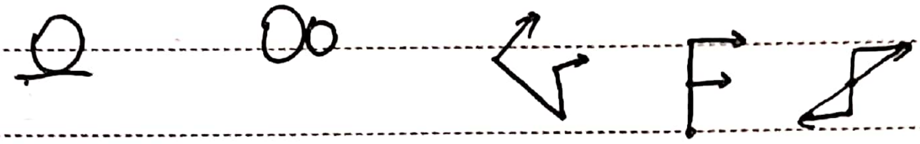
$\vec{a}_C=2\vec{\omega}_e\times\vec{v}_r$ 可有可无

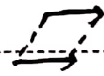
刚体平面运动

基点法 $\vec{v}_B=\vec{v}_A+\vec{v}_{BA}$

投影法: $[\vec{v}_B]_{AB}=[\vec{v}_A]_{AB}$

瞬心法




瞬时平动

$\vec{a}_B=\vec{a}_A+\vec{a}_{BA}=\vec{a}_A+\vec{a}^{n}_{BA}+\vec{a}^{\tau}_{BA}$

动量定理 $\vec{p}=M\cdot\vec{v}_C$ $p-p_0=\sum\int_{t_1}^{t_2}(\vec{F}_i^{(e)})dt$

质心运动定理 $m\vec{a}_C=\sum\vec{F}^{(e)}$

动量矩 $\vec{M}_O(m\vec{v})=\vec{r}\times m\vec{v}$

$J_z=\sum m_i r_i^2$ $L_z=J_z\cdot\omega$

点对点/轴用M、刚体/物体对点/轴用L

$J_z=m\rho_z^2$ ρ_z为回转半径

平行轴定理 $J_z'=J_{zC}+ma^2$ → 质心轴即质心转动惯量是最小

动量矩定理 $\frac{d\vec{L}_O}{dt}=\sum M_O(\vec{F}_i^{(e)})$

动量矩定理守恒定理 $\sum M_O(\vec{F}_i^{(e)})=0$ 即 $\frac{d\vec{L}_O}{dt}=0$

刚体定轴转动微分方程 $J_z\cdot\alpha=\sum M_z(\vec{F})$

质系相对固定点O矩为 $\vec{L}_o = \vec{L}_c + \vec{r}_c \times m\vec{v}_c$

$\vec{L}_c = \vec{L}_{cr}$ 质系在绝对运动对质心 = 相对质心平动系对质心的动量矩

质系相对质心动量矩定理 $\frac{d\vec{L}_c}{dt} = \sum \vec{M}_c(\vec{F}_i^{(e)})$

$$\left.\begin{aligned} m a_{cx} &= \sum X \\ m a_{cy} &= \sum Y \\ J_c \alpha &= \sum M_c(F) \end{aligned}\right\}$$ 刚体平面运动微分方程

动能定理

$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J_c \omega^2 = \frac{1}{2} J_{c'} \omega^2$ (c质心 c'瞬心)

$W_{12} = T_2 - T_1$

力矩对转轴功率 $P = M\omega$

达朗贝尔原理

用惯性力(与a方向相反)替代$m\vec{a_c}$等，达平衡状态

平动 $\vec{F}_{gR} = -M\vec{a}_c$ 质心

定轴 $\vec{F}_{gR} = -M\vec{a}_c = -M(\vec{a}_c^n + \vec{a}_c^\tau)$ 轴点

$M_{gO} = -J_z \cdot \alpha$

刚体平面运动 $\vec{F}_{gR} = -m\vec{a}_c$ $\vec{M}_{gC} = -J_C\alpha$ 质心

虚位移原理 (符合约束条件的无限小位移)

给无限小位移(或线位移，或角位移) 用δ表示

虚功方程 $\sum \delta W_F = \sum \vec{F}_i \cdot \vec{\delta r}_i = 0$

摩擦力当主动力处理

约束力应逐个解除某方向约束，求约束力

用约束力代替 进而为主动力