



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO  
FACULTAD DE CIENCIAS

---

Transmisión Asimétrica de Precios en el  
sector de la palta en Chile:  
Evidencia desde un modelo TVECM

---

*Autor:*

Héctor Garrido Henríquez

*Profesor(es) Guía(s):*

Dr. Sergio Contreras Espinoza

Dra. Monia Ben Kaabia

*Tesis para optar al grado de Magíster en Matemática con mención  
en Estadística*

Departamento de Estadística

Departamento de Matemática

10 de enero de 2018



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>13</b>
1.1. introducción . . . . .	13
<b>2. Escenario de la industria en Chile</b>	<b>15</b>
<b>3. Modelos y contrastes estadísticos utilizados en esta tesis</b>	<b>17</b>
3.1. Contrastes de raíz unitaria/estacionariedad . . . . .	17
3.1.1. Contraste de Dickey-Fuller Aumentado . . . . .	17
3.1.2. Contraste de Phillips Perron (1992) . . . . .	17
3.1.3. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (1996) . . . . .	19
3.1.4. Contraste Kiatkowsky, Pesaran, Schmidt & Shin (1992) . . . . .	20
3.2. Análisis de cointegración . . . . .	21
3.2.1. Cointegración y análisis de las relaciones de largo plazo . . . . .	21
3.3. Estimación basada en la verosimilitud para el modelo VAR irrestricto	24
3.3.1. Contraste de razón de verosimilitud . . . . .	26
3.3.1.1. El contraste de Ljung-Box . . . . .	27
3.3.1.2. Contrastes para Heteroscedasticidad Residual . . . . .	27
3.3.1.3. Contrastes de normalidad . . . . .	28
3.3.2. Modelo Vectorial de Corrección del Error (VECM) . . . . .	28
3.3.3. El contraste de cointegración de Johansen . . . . .	30
3.4. Procesos de transmisión asimétricos . . . . .	31
3.4.1. Modelo de vectores de corrección del error por umbrales (TVECM)	31
3.4.1.1. El contraste de Hansen & Seo (2002) . . . . .	31
3.4.1.2. Contrastes de linealidad . . . . .	31
<b>4. Metodología y Datos</b>	<b>33</b>
4.1. Fuentes de información . . . . .	33
4.1.1. Imputación de valores perdidos . . . . .	33

---

<b>5. Resultados</b>	<b>35</b>
5.1. Análisis del orden de integración de las series . . . . .	36
5.1.1. Análisis gráfico . . . . .	36
5.1.1.1. Análisis de las series en nivel . . . . .	36
5.1.1.2. Análisis de las series en diferencias . . . . .	37
5.1.2. Contrastes de raíz unitaria . . . . .	39
5.1.2.1. Análisis de las series originales . . . . .	39
5.1.2.2. Análisis de las series en diferencias . . . . .	42
5.2. Determinación del rango de cointegración y estimación del modelo . .	44
5.3. Diagnósticos del modelo . . . . .	50
<b>6. Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>7. Bibliografía</b>	<b>57</b>

# Índice de figuras

4.1. Evolución de precios del palta Hass de primera calidad,2008-2016 . . .	33
4.2. Imputación de valores perdidos a través del filtro de Kalman . . . . .	34
5.1. Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta, 2008-2016 . .	36
5.2. Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta, 2008- 2016 . . . . .	37
5.3. Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta, 2008-2016 . .	38
5.4. Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta, 2008- 2016 . . . . .	38
5.5. Número de Rezagos para el contraste de Independencia . . . . .	45
5.6. Histograma bivariado de los residuos del modelo . . . . .	51
5.7. Mapa de calor de los residuos del modelo . . . . .	51
5.8. Estimación simultánea del vector cointegrante y el umbral . . . . .	52
5.9. Contraste de Hansen & Seo . . . . .	53



# Índice de cuadros

3.1. Hipótesis del contraste de Dickey-Fuller . . . . .	18
5.1. Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con drift) . . . . .	39
5.2. Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con tendencia) . . . . .	40
5.3. Contraste KPSS (con tendencia determinista) . . . . .	40
5.4. Contraste KPSS (sin tendencia determinista) . . . . .	41
5.5. Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	41
5.6. Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	41
5.7. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con tendencia determinista) . . . . .	42
5.8. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con constante) . . . . .	42
5.9. Contraste de Dickey-Fuller aumentado (sin drift y tendencia) . . . . .	43
5.10. Contraste KPSS (sin tendencia determinista) . . . . .	43
5.11. Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	44
5.12. Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	44
5.13. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con tendencia determinista) . . . . .	45
5.14. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con constante) . . . . .	45
5.15. Contraste de la <i>la traza</i> de cointegración de Johansen . . . . .	46
5.16. Contraste del <i>máximo autovalor</i> de cointegración de Johansen . . . . .	46
5.17. Ecuación Mayorista . . . . .	47
5.18. Ecuación Supermercado . . . . .	48
5.19. Diagnósticos del modelo . . . . .	50





# Agradecimientos



# Abstract



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. introducción



## Capítulo 2

### Escenario de la industria en Chile





# Capítulo 3

## Modelos y contrastes estadísticos utilizados en esta tesis

### 3.1. Contrastes de raíz unitaria/estacionariedad

#### 3.1.1. Contraste de Dickey-Fuller Aumentado

El contraste más utilizado en la investigación aplicada, dada su simplicidad, es el contraste propuesto por [fuller1976] y [dickey1981]. Para aplicar este contraste existen dos posibles modelos

Si  $y_t$  satisface la siguiente ecuación

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \epsilon_t \quad (t = 1, \dots, n) \quad (3.1.1)$$

Donde  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

Si  $y_t$  satisface la siguiente ecuación

Como puede observarse en el cuadro 3.1, existen 3 estadísticos,  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  y  $\Phi_3$ , y sus respectivas hipótesis que pueden ser utilizados. Mientras  $\Phi_1$

$$y_t = \alpha + \beta \left( t - 1 - \frac{1}{2}n \right) + \rho y_{t-1} + \epsilon_t \quad (t = 1, \dots, n) \quad (3.1.2)$$

Donde  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

#### 3.1.2. Contraste de Phillips Perron (1992)

De manera similar al contraste anterior [phillips1988] proponen un contraste no paramétrico para la hipótesis nula de raíz unitaria. A diferencia del contraste de Dickey

Cuadro 3.1: Hipótesis del contraste de Dickey-Fuller

Estadístico	$\mathcal{H}_0$	$\mathcal{H}_a$
$\tau$	$\rho = 1$	$\rho = 0$
$\Phi_1$	$(\alpha, \rho) = (0, 1)$	$(\alpha, \rho) \neq (0, 1)$
$\Phi_2$	$(\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$	$(\alpha, \beta, \rho) \neq (0, 0, 1)$
$\Phi_3$	$(\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$	$(\alpha, \beta, \rho) \neq (\alpha, 0, 1)$

Fuente: Elaboración propia basado en Dickey y Fuller (1981)

Fuller este contraste resiste dependencia débil y heteroscedasticidad del término de error. El contraste está construido sobre la base de las siguientes formas funcionales:

$$y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.1.3)$$

$$y_t = \mu + \beta \left( t - \frac{1}{2}T \right) + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.1.4)$$

Luego de esto definen los siguientes estadísticos de prueba:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \hat{\lambda}/\bar{m}_{yy}, \quad (3.1.5)$$

$$Z(\tau_{\hat{\alpha}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\alpha}} - \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}/\bar{m}_{yy}^{1/2}, \quad (3.1.6)$$

$$Z(\tau_{\hat{\mu}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\mu}} + \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}m_y/\bar{m}_{yy}^{1/2}m_{yy}^{1/2} \quad (3.1.7)$$

Donde  $\bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum (y_t - \bar{y})^2$ ,  $m_{yy} = T^{-2} \sum y_t^2$ ,  $m_y = T^{-3/2} \sum y_t$  y  $\hat{\lambda} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{Tl}^2 - \hat{s}^2)$ , donde  $\hat{\sigma}^2$  es la varianza muestral de los residuos,  $\hat{\lambda}' = \hat{\lambda}/\hat{\sigma}_{Tl}^2$ . Luego, la varianza de largo plazo es estimada de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}_{Tl}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w_{sl} \sum_{t=s+1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-s} \quad (3.1.8)$$

Donde  $w_{sl} = 1 - s/(l+1)$

De manera similar, el contraste permite la inclusión de una tendencia determinista, modificando los estadísticos de prueba de la siguiente manera:

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\tilde{\alpha} - 1) - \hat{\lambda}/M, \quad (3.1.9)$$

$$Z(t_{\tilde{\alpha}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\alpha}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}/M^{1/2}, \quad (3.1.10)$$

$$Z(t_{\tilde{\mu}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\mu}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}m_y/M^{1/2}(M + m_y^2)^{1/2}, \quad (3.1.11)$$

---


$$Z(t_{\tilde{\beta}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\beta}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl} \left( \frac{1}{2}m_y - m_{ty} \right) / (M/12)^{1/2}\tilde{m}_{yy}^{1/2} \quad (3.1.12)$$

Donde  $m_y$ ,  $\tilde{m}_{yy}$ ,  $\tilde{\lambda}$ ,  $\tilde{\lambda}'$  y  $\tilde{\sigma}_{Tl}$  son definidos al igual que en las ecuaciones 3.1.5 a 3.1.7 y  $m_{ty} = T^{5/2} \sum t_{yt}$ ,  $t_{\tilde{\mu}}$ ,  $t_{\tilde{\beta}}$  y  $t_{\tilde{\alpha}}$  son los estadísticos  $t$  de  $\tilde{\mu}$ ,  $\tilde{\alpha}$  y  $\tilde{\beta}$ , respectivamente. Por último la constante  $M = (1 - T^{-2})m_{yy} - 12m_{ty}^2 + 12(1 + T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2$

### 3.1.3. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (1996)

Un defecto de los contrastes de raíz unitaria recién expuestos es su baja potencia si el verdadero proceso generador de datos es AR(1) cuyo coeficiente sea cercano a uno. Para mejorar la potencia de estos contrastes, Elliott, Rothenberg & Stock (1996) propusieron quitar los términos deterministas de la serie de tiempo. Los autores desarrollaron unos contrastes de punto-óptimo factible, denotados por  $P_T^\mu$  y  $P_T^r$ , los cuales toman en cuenta posibles problemas de autocorrelación en el término de error. El segundo contraste es denotado como el  $DF - GLS$ , el cual consiste en una modificación del contraste de Dickey-Fuller Aumentado. Se asume la siguiente forma para el proceso generador de los datos:

$$y_t = d_t + u_t \quad (3.1.13)$$

$$u_t = au_{t-1} + v_t \quad (3.1.14)$$

Donde  $d_t = \beta' z_t$  representa a los componentes determinísticos,  $v_t$  es un proceso de error estacionario de media cero. En el caso en que  $a = 1$ , las ecuaciones 3.1.13 y 3.1.14 implican que el proceso es I(1), mientras que si  $|a| < 1$  significa que la serie es estacionaria.

Entonces el estadístico de punto óptimo factible será

$$P_T = \frac{S(a = \bar{a}) - \bar{a}S(a = 1)}{\hat{\omega}^2} \quad (3.1.15)$$

Donde  $S(a = \bar{a})$  y  $S(a = 1)$  son las sumas de cuadrados residuales de una regresión de mínimos cuadrados de  $y_a$  sobre  $Z_a$  con

$$y_a = (y_1, y_2 - ay_1, \dots, y_T - ay_{T-1}), \quad (3.1.16)$$

---


$$\mathbf{Z}_a = (z_1, z_2 - \mathbf{a}z_1, \dots, z_T - \mathbf{a}z_{T-1}) \quad (3.1.17)$$

Por lo tanto,  $y_a$  es un vector columna  $T$  - dimensional y  $\mathbf{Z}_a$  defin una matriz de dimensiones  $T \times q$ . El estimador para la varianza del proceso de error  $v_t$  puede ser estimado como

$$\hat{\omega} = \frac{\hat{\sigma}_v^2}{(1 - \sum_{i=1}^p \hat{a}^i)^2} \quad (3.1.18)$$

Donde  $\hat{\sigma}_v^2$  y  $\hat{a}_i$  para  $i = 1, \dots, p$  son tomados desde la regresión de mínimos cuadrados auxiliar.

$$\Delta y_t = a_0 + a_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Delta y_{t-p} + a_{p+1} + v_t \quad (3.1.19)$$

Finalmente, la cantidad escalar  $\bar{a}$  es fijada como  $\bar{a} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$ , donde  $\bar{c}$  denota una constante. Dependiendo de los términos deteministas incluidos originalmente, el valor de  $\bar{c}$  será -7 para el caso de una constante, mientras que será de -13.5 en el caso de que se presente una tendencia lineal.

A continuación Elliot et al (1996) han propuesto otro contraste basado en el contrase de Dickey Fuller, el cuál es un estadístico para probar  $\alpha_0 = 0$  basados en el siguiente modelo.

$$\Delta y_t^d = \alpha_0 y_{t-1}^d + \alpha_1 \Delta y_{t-1}^d + \dots + \alpha_p \Delta y_{t-p}^d + \varepsilon_t \quad (3.1.20)$$

Donde  $y_t^d$  son los residuos en la regresión auxiliar  $y_t^d \equiv y_t - \hat{\beta}z_t$ .

#### 3.1.4. Contraste Kiatkowsky, Pesaran, Schmidt & Shin (1992)

Este contraste está pensando para detectar ya sea estacionariedad en tendencia o en nivel. A diferencia de los contrastes anteriores donde la hipótesis nula implicaba afirmar la presencia de una raíz unitaria, en este caso, la hipótesis nula dice relación con que el proceso sea estacionario. Para construir el contraste se considera el siguiente modelo de base:

$$y_t = \zeta t + r_t + \varepsilon_t \quad (3.1.21)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (3.1.22)$$

Donde  $r_t$  es una caminata aleatoria y el término de error se asume i.i.d  $(0, \sigma_u^2)$ . La hipótesis nula de este contraste consiste en afirmar que  $\mathcal{H}_0 : \sigma_u^2 = 0$ , en cuyo caso, la tendencia  $r_t$  sería igualmente una tendencia determinista en lugar de estocástica.

Para construir el estadístico de prueba se sigue el siguiente procedimiento: i) se realiza una regresión de  $y_t$  sobre una constante o bien sobre una tendencia lineal y una constante, dependiendo de si se desea contrastar la hipótesis de estacionariedad en nivel o en pendiente. Luego se calcula la suma parcial de los residuos  $\hat{\varepsilon}_t$  de la regresión como

$$S_t = \sum_{i=1}^t \hat{\varepsilon}_i, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (3.1.23)$$

El estadístico de prueba está definido como

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} \quad (3.1.24)$$

Donde  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  es una estimación de la varianza del error a un paso. Los autores sugieren utiliza una ventana de Bartlett  $w(s, l) = 1 - s/(l + 1)$  como una función que da un peso optimo para calcular la varianza de largo plazo, esto es

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2 + 2T - 1 \sum_{s=1}^l 1 - \frac{s}{l+1} \sum_{t=s+1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-1} \quad (3.1.25)$$

## 3.2. Análisis de cointegración

### 3.2.1. Cointegración y análisis de las relaciones de largo plazo

**Apuntes de Farías (2017a)**

Dutoit et al. (2010, p. 15) define la transmisión en este contexto como “(...) la relación entre los precios de dos mercados relacionados; por ejemplo, entre el precio internacional de un producto y su precio doméstico

En econometría, la estimación de las relaciones entre variables que presentan tendencia reviste complejidad, porque su estructura puede provocar que se consideren significativas relaciones completamente espurias (Granger y Newbold, 1974)

Estas técnicas (cointegración) corresponden a los modelos de cointegración, que en la actualidad son utilizados con frecuencia en los estudios de transmisión de precios (análisis horizontal) y de transferencia de costos (análisis vertical)

---

En este caso,  $\Pi$  puede ser factorizado en una matriz  $\alpha\beta'$ , donde  $\alpha$  es una matriz de dimensión  $n \times r$  que representa la velocidad de ajuste al equilibrio, mientras que  $\beta$  es una matriz de dimensión  $n \times r$  que representa los coeficientes de largo plazo

### Apuntes de Juselius

- The time series describing cumulated trend-adjusted shocks is usually called a stochastic trend. It is a cumulation of random shocks with zero mean and constant variance. If
- with a linear deterministic trend component. Thus, the difference between a stochastic and deterministic trend is that the increments of a stochastic trend change randomly, whereas those of a deterministic trend are constant over time.
- It is easy to see that if inflation rate is  $I(1)$  with a non-zero mean, then prices will contain a integrated twice cumulated of order stochastic two, or in trend,  $I(2)$  notation. We say  $I(2)$ . that trend-adjusted prices are
- We shall argue below that, unless a unit root is given a structural interpretation, the choice of one representation or the other is as such not very important, as long as there is consistency between the economic analysis and the choice. However, from an econometric point of view the choice between the two representations is usually crucial for the whole empirical analysis and should therefore be carefully considered.
- variable. Because a cointegrating relation does not necessarily correspond to an interpretable economic relation, we make a further distinction between the statistical concept of a 'cointegration relation' and the economic concept of a 'long-run equilibrium relation'.
- say second that stochastic the distinction trend, between  $u_{2i}$ , as a long-run a long-run and structural medium-run trend stochastic or not. trend Thus, in one this might case is between an  $I(1)$  stochastic trend with no linear trend and a near  $I(1)$  stochastic trend with a linear trend.

**Definición 3.2.1.** Sea  $\{\mathbf{x}_t\}$  un proceso estocástico para  $t = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$ . Si

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}_t] = -\infty < \mu < \infty \quad (3.2.1)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}_t - \mu]^2 = \Sigma_0 < \infty \quad \forall t \quad (3.2.2)$$

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x}_t - \mu)(\mathbf{x}_{t+h} - \mu)] = \Sigma_h \quad \forall t \text{ y } h \quad (3.2.3)$$

Entonces  $\mathbf{x}_t$  es debilmente estacionario. La estacionariedad estricta requiere que la distribución de  $(x_{t1}, \dots, x_{tk})$  es la misma que  $(x_{t1+h}, \dots, x_{tk+h})$  para  $h = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$

for time  $t$  based on the available information at time  $t_1$ . For example, a VAR model with autocorrelated and or heteroscedastic residuals would describe agents that do not use all information in the data as efficiently as possible. This is because by including the

For example, a VAR model with autocorrelated and or heteroscedastic residuals would describe agents that do not use all information in the data as efficiently as possible.

Simulation studies have shown that valid statistical inference is sensitive to violation of some of the assumptions, such as parameter non-constancy, autocorrelated residuals (the higher, the worse) and skewed residuals, while quite robust to others, such as excess kurtosis and residual heteroscedasticity. This will be discussed in more detail in

- the use of intervention dummies to account for significant political or institutional events during the sample;
- conditioning on weakly or strongly exogenous variables;
- checking the measurements of the chosen variables;
- changing the sample period to avoid fundamental regime shift or splitting the sample into more homogenous periods.

and the model has been extended to contain  $\mathbf{D}_t$ , a vector of deterministic components, such as a constant, seasonal dummies and intervention dummies. The autoregressive formulation is useful for expressing hypotheses on economic behaviour, whereas the moving average representation is useful when examining the properties of the proces.

Si asumimos un modelo  $VAR(2)$  bi-dimensional

$$(\mathbf{I} - \Pi_1 L - \Pi_2 L^2)\mathbf{x}_t = \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t \quad (3.2.4)$$

La función características es entonces

---


$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1,11} & \pi_{1,12} \\ \pi_{1,21} & \pi_{1,22} \end{bmatrix} z - \begin{bmatrix} \pi_{2,11} & \pi_{2,12} \\ \pi_{2,21} & \pi_{2,22} \end{bmatrix} z^2 \quad (3.2.5)$$

$$= \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1,11}z & \pi_{1,12}z \\ \pi_{1,21}z & \pi_{1,22}z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{2,11}z^2 & \pi_{2,12}z^2 \\ \pi_{2,21}z^2 & \pi_{2,22}z^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.6)$$

$$= \begin{bmatrix} (1 - \pi_{1,11}z - \pi_{2,11}z^2) & (-\pi_{1,12}z - \pi_{2,12}z^2) \\ (-\pi_{1,21}z - \pi_{2,21}z^2) & (1 - \pi_{1,22}z - \pi_{2,22}z^2) \end{bmatrix} \quad (3.2.7)$$

y

$$|\mathbf{\Pi}(z)| = (1 - \pi_{1,11}z - \pi_{2,11}z^2)(1 - \pi_{1,22}z - \pi_{2,22}z^2) - (\pi_{1,12}z + \pi_{2,12}z^2)(\pi_{1,21}z + \pi_{2,21}z^2) \quad (3.2.8)$$

$$= 1 - a_1z - a_2z^2 - a_3z^3 - a_4z^4 \quad (3.2.9)$$

$$= (1 - \rho_1z)(1 - \rho_2z)(1 - \rho_3z)(1 - \rho_4z) \quad (3.2.10)$$

El determinante entrega información valiosa sobre el comportamiento dinámico del proceso.

Luego

$$\mathbf{x}_t = \frac{\mathbf{\Pi}^a(L)(\mathbf{\Phi}\mathbf{D}_t + \varepsilon_t)}{(1 - \rho_1z)(1 - \rho_2z)(1 - \rho_3z)(1 - \rho_4z)} + \tilde{\mathbf{X}}^0, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.2.11)$$

$$= \left( \frac{\mathbf{\Pi}_1^a L + \mathbf{\Pi}_2^a L^2}{(1 - \rho_2z)(1 - \rho_3z)(1 - \rho_4z)} \right) \left( \frac{\varepsilon_t + \mathbf{\Phi}D_t}{(1 - \rho_1L)} \right) + \tilde{\mathbf{X}}^0, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.2.12)$$

### 3.3. Estimación basada en la verosimilitud para el modelo VAR irrestricto

Cuando el modelo no tiene restricciones sobre sus parámetros (como las que pueden surgir debido a la presencia de raíces unitarias) el modelo puede estimarse por MCO, caso que coincide con el estimador de *Full information maximum likelihood*

Si escribimos el modelo en su versión apilada

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{B}'\mathbf{Z}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.3.1)$$

$$\varepsilon_t \sim IN_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}) \quad (3.3.2)$$



---

Donde:

- $\mathbf{B}' = [\mu_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k]$
- $\mathbf{Z}'_t = [1, \mathbf{x}'_{t-1}, \mathbf{x}'_{t-2}, \dots, \mathbf{x}'_{t-k}]$
- $\mathbf{X}^0 = [\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}'_{-1}, \dots, \mathbf{x}'_{-k+1}]$

La función de verosimilitud será la siguiente:

$$\log L(\mathbf{B}, \mathbf{\Omega}, \mathbf{X}) = -T \frac{p}{2} \log(2\pi) - T \frac{1}{2} \log |\mathbf{\Omega}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}' \mathbf{Z}_t)' \mathbf{\Omega}^{-1} (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}' \mathbf{Z}_t) \quad (3.3.3)$$

Si calculamos  $\frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{B}}$ , tendremos

$$\sum_{t=1}^T \mathbf{x}_t \mathbf{Z}'_t = \tilde{\mathbf{B}}' \sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}'_t$$

Entonces, el estimador de máxima verosimilitud es

$$\tilde{\mathbf{B}}' = \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t \mathbf{Z}'_t) \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}'_t \right)^{-1} = \mathbf{M}_{xZ} \mathbf{M}_{ZZ}^{-1} \quad (3.3.4)$$

Luego calculando  $\frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{\Omega}} = \mathbf{0}$

$$\hat{\mathbf{\Omega}} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}'_t \quad (3.3.5)$$

El valor máximo de la función de Verosimilitud, será el siguiente:

$$\log L_{\max} = -\frac{p}{2} T \log(2\pi) - \frac{1}{2} T \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \quad (3.3.6)$$

Mostraremos que  $\log L_{\max} = -\frac{1}{2} T \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + K$ ,  $K \in \mathbb{R}$

$$(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) = \hat{\varepsilon}'_t \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\varepsilon}_t$$

---


$$= \sum_{ij} \hat{\varepsilon}_{t,i} (\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1})_{ij} \hat{\varepsilon}_{t,j} \quad (3.3.7)$$

$$= \sum_{ij} (\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1})_{ij} \hat{\varepsilon}_{t,i} \hat{\varepsilon}_{t,j}$$

$$= \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'\} \quad (3.3.8)$$

Luego, se tiene que

$$\sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' = \sum_{t=1}^T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'\} \quad (3.3.9)$$

$$= T \sum_{t=1}^T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t' / T\} \quad (3.3.10)$$

$$= T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\Omega}}\} \quad (3.3.11)$$

$$= T \text{traza}\{\mathbf{I}_p\} = Tp \quad (3.3.12)$$

De donde se desprende que

$$\log L_{\text{máx}} = -T \frac{1}{2} \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| \underbrace{-T \frac{p}{2} - T \frac{p}{2} \log(2\pi)}_{+K} \quad (3.3.13)$$

**NOTA PARA RECORDAR:** si las variables del modelo están formuladas en logaritmo la desviación estándar de cada una de estas puede ser interpretada como un porcentaje de error

### 3.3.1. Contraste de razón de verosimilitud

$$-2 \log Q(\mathcal{H}_k / \mathcal{H}_{k+1}) = T(\log |\hat{\mathbf{\Omega}}_k| - \log |\hat{\mathbf{\Omega}}_{k+1}|) \sim \chi_{p^2}^2 \quad (3.3.14)$$

Criterios de selección

$$\text{AIC} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{2}{T} \quad (3.3.15)$$

$$\text{SC} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{\log T}{T} \quad (3.3.16)$$

$$\text{Hannah-Quinn} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{2 \log \log T}{T} \quad (3.3.17)$$

---

Todos los criterios en común están basados en el máximo valor que alcanza la función de verosimilitud del modelo, más un factor que penaliza por el número de parámetros estimados.

**Al momento de la determinación del número de rezagos, volver a revisar tabla 4.5 de la página 92**

$$\text{Trace correlation} = 1 - \text{traza}(\hat{\Omega}[\text{Cov}(\Delta \mathbf{x}_t)]^{-1})/p \quad (3.3.18)$$

### 3.3.1.1. El contraste de Ljung-Box

$$\text{Ljung-Box} = T(T+2) \sum_{h=1}^{T/4} (T-h)^{-1} \text{traza}(\hat{\Omega}'_h \hat{\Omega}^{-1} \hat{\Omega}'_h \hat{\Omega}^{-1}) \quad (3.3.19)$$

Donde  $\hat{\Omega}_h = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}'_{t-h}$ . El estadístico se considera distribuido aproximadamente según una  $\chi^2$  con  $p^2(T/4 - k + 1) - p^2$  grados de libertad.

También puede utilizarse un contraste propuesto por Godfrey(1988), el cual consiste en regresar los residuos del modelo VAR estimado,  $\hat{\varepsilon}_t$ , sobre  $k$  variables rezagadas,  $\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2}, \dots, \mathbf{x}_{t-k}$  y el  $j$ -ésimo residuo rezagado

$$\hat{\varepsilon}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \mathbf{A}_\varepsilon \hat{\varepsilon} \quad (3.3.20)$$

Donde los primeros  $j$  valores están perdidos  $\hat{\varepsilon}_{-j}, \dots, \hat{\varepsilon}_{-1}$ , los que son fijados a cero. El Estadístico de prueba, de tipo multiplicador de Lagrange es calculado de la siguiente forma

$$LM(j) = -(T - p(k+1) - \frac{1}{2}) \log \left( \frac{|\tilde{\Omega}(j)|}{\|\tilde{\Omega}\|} \right) \quad (3.3.21)$$

El estadístico se distribuye aproximadamente como una  $\chi^2$  con  $p^2$  grados de libertad. Porque

### 3.3.1.2. Contrastes para Heteroscedasticidad Residual

El contraste ARCH  $m$ -ésimo es calculado como  $(T+k-m) \times R^2$ . Aquí  $R^2$  se obtiene de la siguiente regresión auxiliar

$$\hat{\varepsilon}_{i,t}^2 = \gamma_0 + \sum_{j=1}^m \gamma_j \hat{\varepsilon}_{i,t-j}^2 + error \quad (3.3.22)$$

---

El estadístico se distribuye aproximadamente como una  $\chi^2$  con  $m$  grados de libertad.

### 3.3.1.3. Contrastes de normalidad

Para construir un contraste adecuado para verificar la hipótesis de normalidad (multivariada) de los residuos del modelo, se utiliza lo siguiente

$$\text{skewness}_i = \sqrt{\hat{b}_{1i}} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_i / \hat{\sigma}_i)_t^3 \quad (3.3.23)$$

$$\text{kurtosis}_i = \hat{b}_{2i} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_i / \hat{\sigma}_i)_t^4 \quad (3.3.24)$$

Bajo el supuesto de que los residuos se distribuyen normal, el skewness y la kurtosis de los residuos  $\hat{\varepsilon}_i$  son asintóticamente normales con las siguientes medias y varianza

$$\sqrt{T}(\text{skewness}_i - 0) \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(0, 6) \quad (3.3.25)$$

y

$$\sqrt{T}(\text{kurtosis}_i - 3) \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(0, 24) \quad (3.3.26)$$

Entonces, la varianza de skewness es más pequeña que la varianza de la kurtosis, lo cual significa que los contrastes de normalidad son más sensibles a desviaciones sobre el supuesto de skewness (a menudo como resultado de los outliers) que por el exceso de kurtosis (las colas pesadas o demasiados residuos cercanos a la media). Basado en lo anterior, se puede construir un contraste para normalidad univariada de la siguiente forma

### 3.3.2. Modelo Vectorial de Corrección del Error (VECM)

Suponga que cada componente de una serie de tiempo  $K$ -dimensional  $y_t$  es  $I(1)$ . Entonces, la ecuación (VAR) no será una formulación adecuada de este modelo debido a que los términos  $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$  son todos no estacionarios. De todas formas, sustituyendo

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{I}_k + \mathbf{\Gamma}_1 \quad (3.3.27)$$

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{\Gamma}_i - \mathbf{\Gamma}_{i-1} \quad i = 1, \dots, p-1 \quad (3.3.28)$$

$$\mathbf{A}_p = -\mathbf{\Gamma}_{p-1} \quad (3.3.29)$$

En la ecuación (2.8), reagrupando términos y utilizando que  $\Delta \mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{i-1} \quad \forall i$ , podemos reescribir esta ecuación como

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{\Gamma}_2 \Delta \mathbf{y}_{t-2} + \dots + \mathbf{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{u}_t \quad (3.3.30)$$

Naturalmente, ambas ecuaciones describen el mismo modelo, pero preferimos usar la ecuación (3.3.30) cuando  $\mathbf{y}_t$  es  $I(1)$ , debido a que cada término es estacionario en este caso. Entonces, cuando  $\mathbf{y}_t$  es  $I(1)$ , podemos encontrar un modelo apropiado para  $y_t$  diferenciando cada componente de  $\mathbf{y}_t$  una vez, y llevando a cabo la regresión basada en la ecuación (3.3.30). De todas formas, entonces no podremos tomar en cuenta que podría haber dependencias entre algunos de los componentes de  $\mathbf{y}_t$ . Por ejemplo, dos de los componentes podrían tener una tendencia en común, o podría existir una combinación lineal de los componente de  $y_t$  la cual fuera estacionaria. Este problema suele resolverse utilizando incluyendo un **término de corrección del error**  $\mathbf{\Pi} \mathbf{y}_{t-1}$  en la ecuación (3.3.30), donde  $\mathbf{\Pi}$  es una matriz  $K \times K$  de cuyo rango  $\text{rank}(\mathbf{\Pi}) < K$ , debido a que si  $\mathbf{\Pi}$  tuviera rango completo, entonces  $\mathbf{\Pi}$  es invertible, de manera que la variable no estacionaria  $\mathbf{y}_{t-1}$  puede ser escrita como la suma de términos estacionarios, lo que es una contradicción. Entonces,  $\text{rank}(\mathbf{\Pi}) = r < K$  lo cual implica que existen  $(K \times r)$  – matrices  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$  de rango  $r$  tales que  $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}'$ . Entonces, cada una de las  $r$  filas de  $\boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1}$  es una combinación lineal estacionaria de los componentes de  $y_t$  y es llamada una **relación de cointegración**. El número  $r$ , el cual es igual al número de relación de cointegración es llamado el **rango de cointegración**. Como la matriz  $\boldsymbol{\beta}$  contiene todos los coeficiente de las relaciones de cointegración, es llamada **la matriz de cointegración**. La matriz  $\boldsymbol{\alpha}$ , la cual es la matriz de coeficientes de los términos estacionarios  $\boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1}$  en la ecuación (3.3.31), es llamada la matriz de carga.

**Definición 3.3.1.** Un modelo **VECM** de orden  $p$  se define como

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_t \quad t = 1, \dots, T \quad (3.3.31)$$

Donde  $\mathbf{y}_t = [y_{1t}, \dots, y_{Kt}]'$  es un vector aleatorio de  $K \times 1$ ,  $\boldsymbol{\mu}$  es un vector constante de  $(K \times 1)$ ,  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$  son matrices  $(K \times r)$  tales que  $\text{rank}(\boldsymbol{\alpha}) = \text{rank}(\boldsymbol{\beta}) < K$ ,

### 3.3.3. El contraste de cointegración de Johansen

Considere el siguiente modelo

$$\Delta \mathbf{y}_t = \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_t \quad (3.3.32)$$

Donde  $\mathbf{y}_t$  es un proceso  $K$ -dimensional y  $rk(\Pi) = r$  con  $0 \leq r \leq K$ .

$$\mathcal{H}_0 : rk(\Pi) = r_0 \quad \text{versus} \quad \mathcal{H}_1 : r_0 < rk(\Pi) \leq r_1 \quad (3.3.33)$$

Lütkepohl(2005, pp. 294) Lütkepohl(2005, pp.340) Tso (1981) Para regresión de rango reducido

**Proposición 3.3.1.** Sea  $M := I_T - \Delta \mathbf{X}'(\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}')^{-1} \Delta \mathbf{X}$ ,  $R_0 := \Delta \mathbf{Y} M$  y  $R_1 = \mathbf{Y}_{-1} M$ . Además

$$S_{ij} := R_i R_j' / T, \quad i = 0, 1, \quad (3.3.34)$$

$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K$  los autovalores de  $S_{11}^{-1/2} S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} S_{11}^{-1/2}$ , y  $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K$ , los correspondientes autovectores ortonormales

$$\begin{aligned} \log l = & -\frac{KT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log |\Sigma_u| \\ & - \frac{1}{2} tr[(\Delta \mathbf{Y} - \alpha \beta' Y_{-1} - \Gamma \Delta \mathbf{X}) \Sigma_u (\Delta \mathbf{Y} - \alpha \beta' Y_{-1} - \Gamma \Delta \mathbf{X})] \end{aligned} \quad (3.3.35)$$

Desde el resultado anterior puede plantearse el siguiente estadístico de razón de verosimilitud (LRT) para contrastar (3.3.33)

$$\begin{aligned} \lambda_{LR}(r_0, r_1) &= 2[\log l(r_1) - \log l(r_0)] \\ &= T \left[ -\sum_{i=1}^{r_1} \log(1 - \lambda_i) + \sum_{i=1}^{r_0} \log(1 - \lambda_i) \right] \\ &= -T \sum_{i=r_0+1}^{r_1} \log(1 - \lambda_i) \end{aligned} \quad (3.3.36)$$

---

Cabe destacar que bajo la hipótesis nula, el estadístico no sigue una distribución estándar por lo que sus valores críticos deben obtenerse mediante simulación. En particular, depende del número de relaciones de cointegración y del tipo de hipótesis alterna a utilizar. Dos especificaciones son las más utilizadas en la literatura:

$$\mathcal{H}_0 : rk(\Pi) = r_0 \quad \text{versus} \quad \mathcal{H}_1 : r_0 < rk(\Pi) \leq K \quad (3.3.37)$$

y

$$\mathcal{H}_0 : rk(\Pi) = r_0 \quad \text{versus} \quad \mathcal{H}_1 : rk(\Pi) = r_0 + 1 \quad (3.3.38)$$

El estadístico  $\lambda_{LR}(r_0, K)$  para contrastar (3.3.37) se denomina comunmente como el estadístico *de la traza* para testear el rango de cointegración, mientras que  $\lambda_{LR}(r_0, r_0 + 1)$  es llamado estadístico de *máximo autovalor*.

## 3.4. Procesos de transmisión asimétricos

### 3.4.1. Modelo de vectores de corrección del error por umbrales (TVECM)

**Definición 3.4.1.** Una serie de tiempo  $K$ -dimensional  $\mathbf{y}_t$  se dice que sigue un modelo TVECM de  $k$ -regímenes de orden  $p$  si satisface

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mathbf{c}_j + \Pi_j \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_{1j} \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{(p-1),j} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_{tj}, \quad \text{si } \gamma_{j-1} \leq y_{t-d-1} \leq \gamma_j \quad (3.4.1)$$

#### 3.4.1.1. El contraste de Hansen & Seo (2002)

Cuando estimamos un modelo TVECM resulta vital discernir si este modelo no lineal tiene una performance superior a la que tendría un modelo lineal VECM. Hansen & Seo (2002) propusieron un contraste

#### 3.4.1.2. Contrastes de linealidad





# Capítulo 4

## Metodología y Datos

### 4.1. Fuentes de información

#### 4.1.1. Imputación de valores perdidos

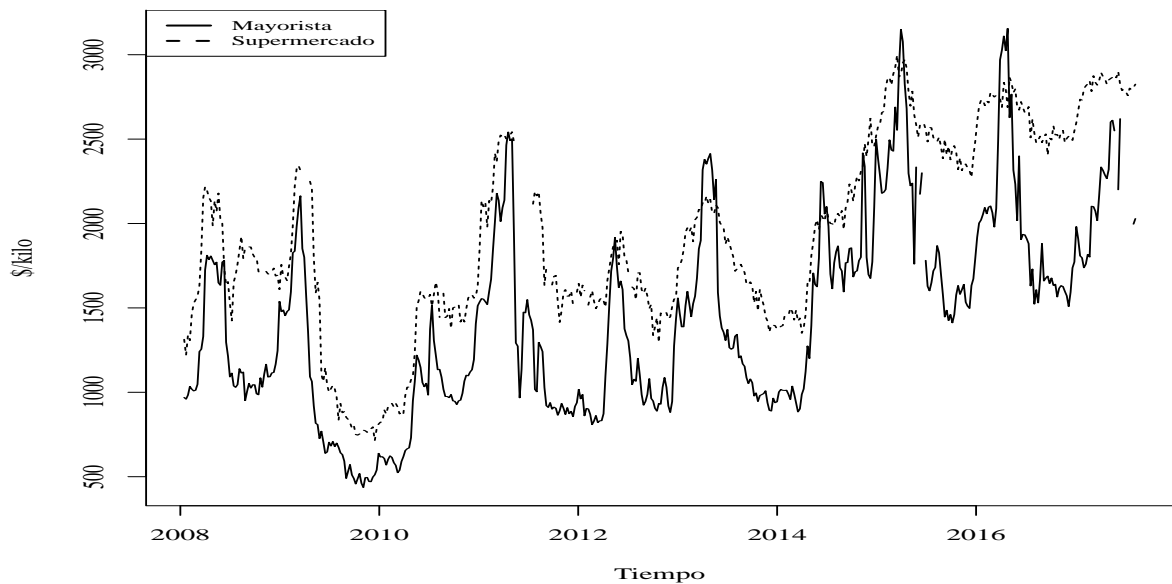


Figura 4.1: Evolución de precios del palta Hass de primera calidad, 2008-2016

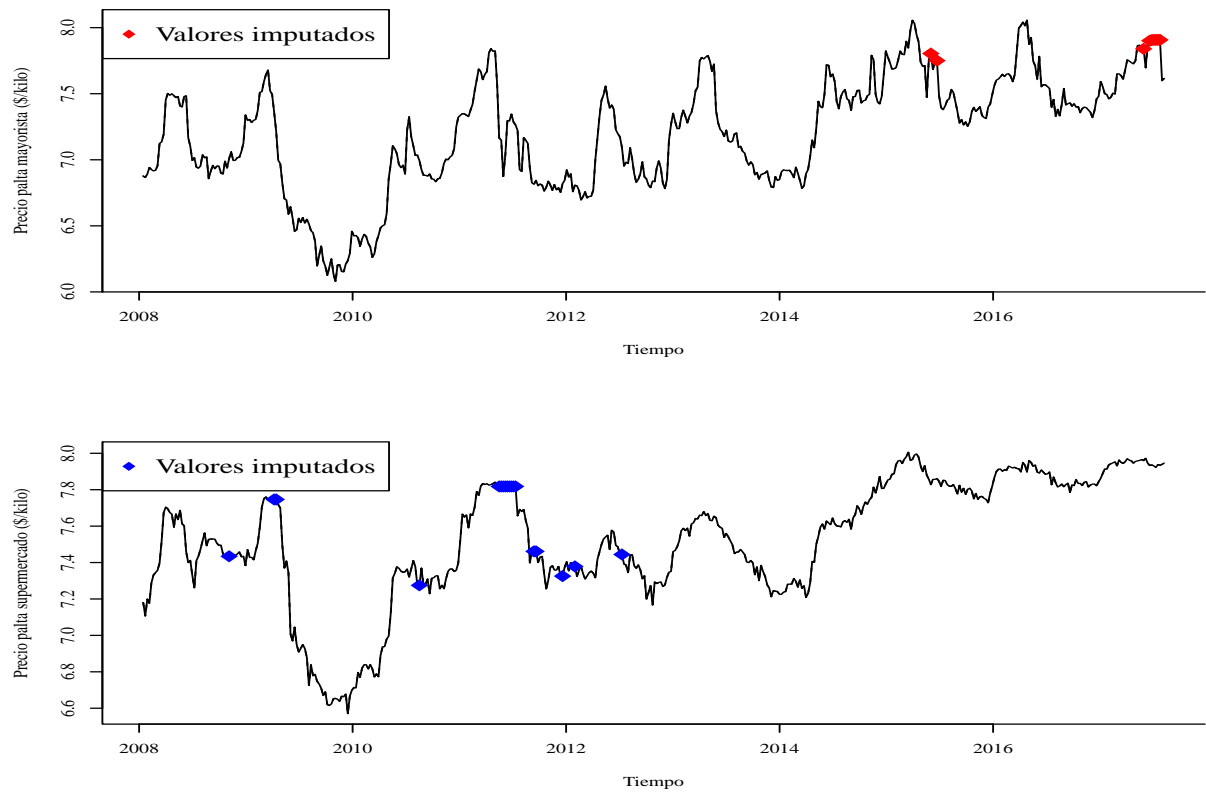


Figura 4.2: Imputación de valores perdidos a través del filtro de Kalman

# Capítulo 5

## Resultados

---

## 5.1. Análisis del orden de integración de las series

### 5.1.1. Análisis gráfico

Para analizar el orden de integración de las series es de utilidad usar herramientas gráficas que entreguen cierta orientación sobre el comportamiento de las series antes de realizar un análisis formal a través de contrastes de hipótesis.

Cabe señalar que, como un intento de estabilizar la varianza de las series, estas serán trabajadas en logaritmo.

#### 5.1.1.1. Análisis de las series en nivel

En el caso del logaritmo de los precios mayoristas de la palta, puede apreciarse una media no constante, aunque lo mismo no es directamente apreciable para la varianza. Por otro lado, su correlograma muestra autocorrelaciones significativas más allá de 52 períodos de rezago, lo que permite afirmar que el proceso tendría una memoria prolongada y que por tanto, no es estacionario (Véase figura 5.1).

Para el caso de la serie del logaritmo del precio de la palta en supermercados, se puede observar un comportamiento bastante similar. Es decir, una media que no es constante debido a una tendencia, cuya naturaleza se determina más adelante; y una memoria prolongada al observar el correlograma correspondiente (Véase figura 5.4).

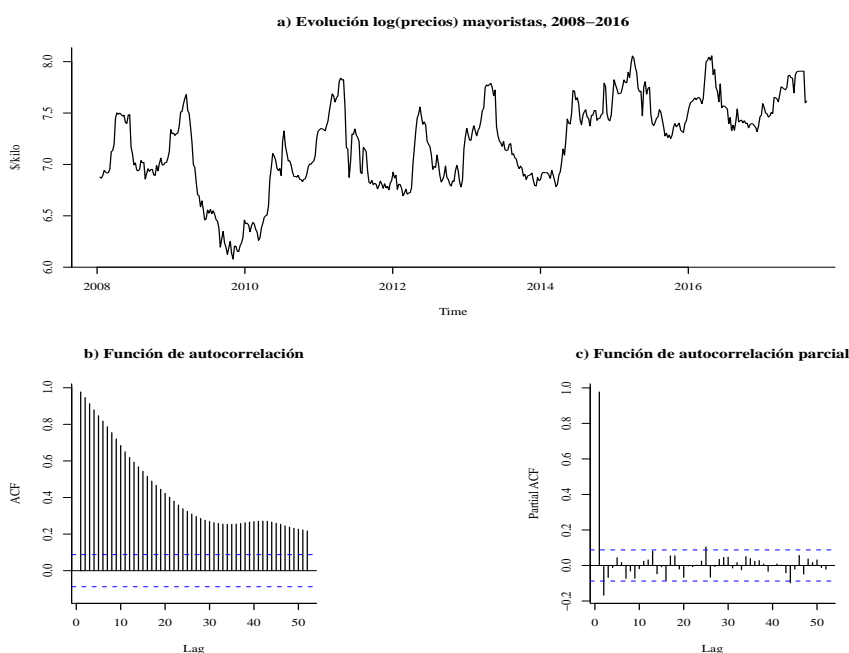


Figura 5.1: Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta, 2008-2016

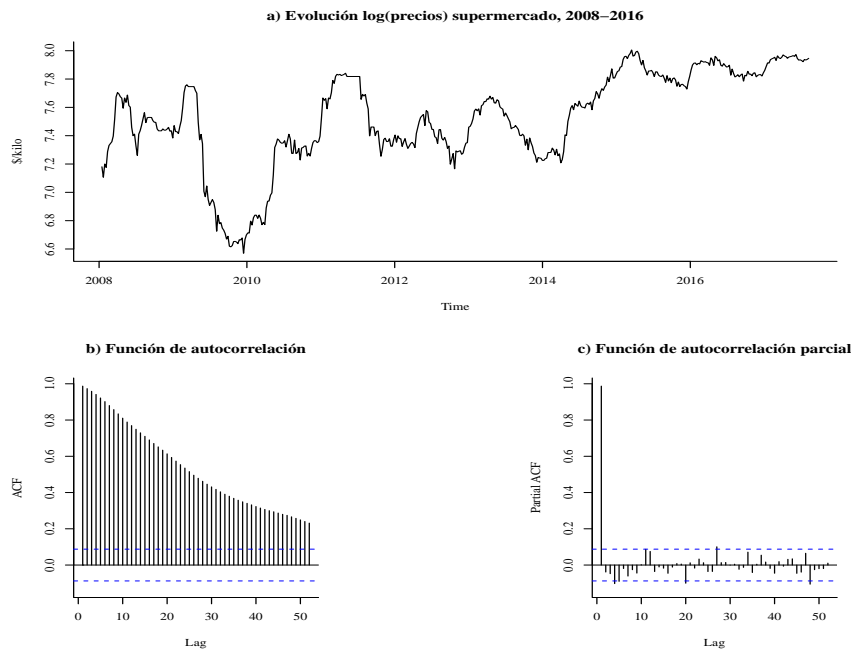


Figura 5.2: Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta, 2008-2016

#### 5.1.1.2. Análisis de las series en diferencias

A continuación se procedió a diferenciar las series, pues existe la sospecha de la presencia de raíz unitaria en ambas, cuestión que será determinada más adelante.

Al analizar las figuras 5.3 y 5.10 se observan algunos rezagos significativos en el correlograma, lo que puede servir de orientación para determinar el orden de integración de las series. A pesar de lo anterior, se observa de todas maneras que el comportamiento de la varianza no es estable a lo largo del tiempo en ambos casos.

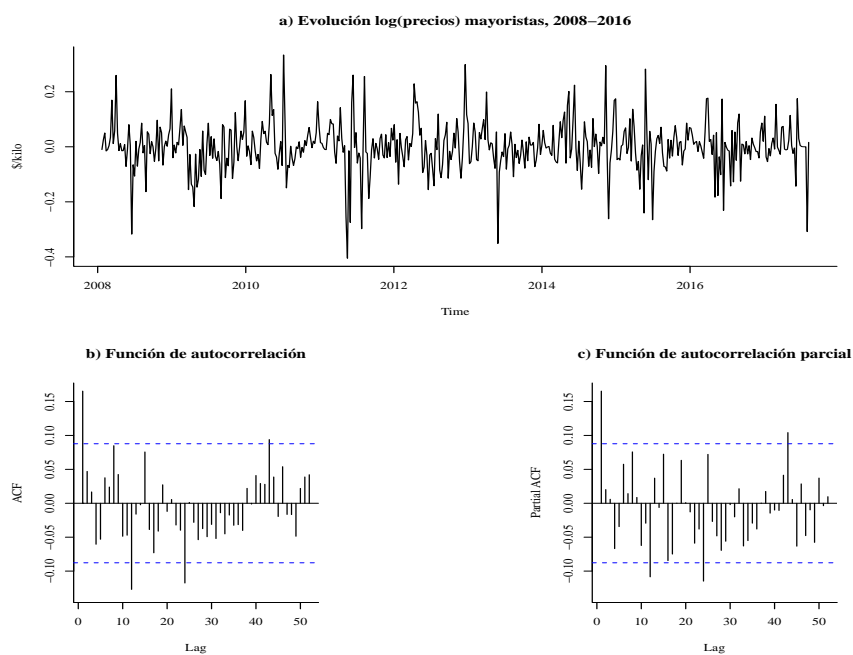


Figura 5.3: Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta, 2008-2016

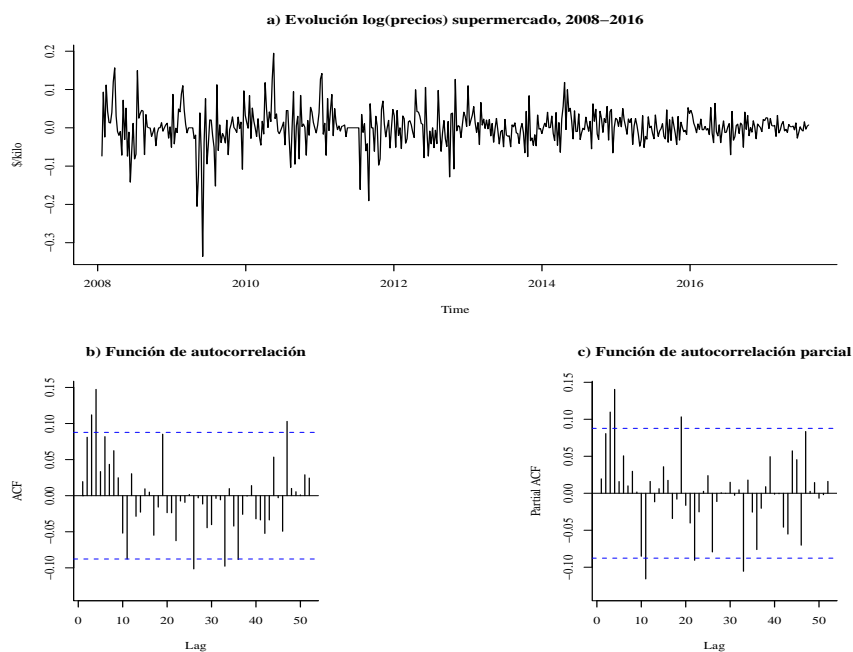


Figura 5.4: Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta, 2008-2016

---

## 5.1.2. Contrastes de raíz unitaria

### 5.1.2.1. Análisis de las series originales

Para determinar de manera formal la presencia de raíces unitarias en las series analizadas se procede a continuación a aplicar una serie de contrastes comúnmente utilizados en la literatura.

A continuación se aplicará el contraste de Dickey-Fuller aumentado bajo el supuesto de que el proceso subyacente tiene drift y tendencia y bajo el supuesto de que sólo tiene drift.

Cuadro 5.1: Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con drift)

		Estimaciones		Valores críticos		
		Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_2$	-2.5725	-1.6393		-2.57	-2.87	-3.44
$\phi_1$	3.4095	1.6354		3.79	4.61	6.47

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

El cuadro 5.9 muestra que la evidencia estadística provista por la realización de la serie es apenas suficiente para rechazar la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  a un nivel de significancia de 10 %. Por otro lado, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \rho) = (0, 1)$  no puede ser rechazada.

Con respecto a la serie de precios de supermercados la evidencia va en la misma dirección.

De acuerdo a lo anterior, la serie no contendría una raíz unitaria. De todas maneras, es necesario formular otras representaciones del proceso, como bien podría ser incluir una tendencia determinista (a continuación) o utilizar otros contrastes.

El cuadro 5.2 muestra que para el caso de la serie de precios mayoristas, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  se rechaza a un nivel de significancia de 10 %. Mientras que la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$  no muestra evidencia estadística suficiente para ser rechazada a los niveles de significancia propuestos. Por último, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$  puede ser rechazada sólo a un 10 % de significancia.

Cuadro 5.2: Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con tendencia)

	Estimaciones		Valores críticos		
	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	-3.4073	-2.1143	-3.13	-3.42	-3.98
$\phi_2$	3.9655	1.6848	4.05	4.71	6.15
$\phi_3$	5.8467	2.2351	5.36	6.30	8.34

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

Para el caso de la serie de precios de supermercado, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  no puede ser rechazada a ninguno de los niveles de significancia propuestos. Mientras que el contraste tampoco provee información suficiente para rechazar  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$ . Por último, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$  puede ser rechazada sólo a un 10 % de significancia.

El resultado de este contraste es más bien contradictorio, pues no permite concluir que ambas series contengan una raíz unitaria, bajo los diferentes escenarios que sus hipótesis configuran. Queda la posibilidad entonces de que las series tengan un comportamiento estacionario en tendencia, situación que será abordada con el contraste KPSS.

Los resultados del cuadro 5.3 muestran que para ambas series se rechaza la hipótesis de estacionariedad de la serie a nivel de significancia del 1 %. Razón por la cual se descarta la hipótesis de estacionariedad en tendencia.

Cuadro 5.3: Contraste KPSS (con tendencia determinista)

	Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	0.2405	0.3223	0.119	0.146	0.216

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

<sup>b</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

Por otro lado, los resultados del cuadro 5.10 indican que la hipótesis de estacionariedad en niveles se rechaza fuertemente en ambos casos.



Cuadro 5.4: Contraste KPSS (sin tendencia determinista)

$\mathcal{H}_0$	Estadístico		Valores críticos		
	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	3.5537	3.8913	0.347	0.463	0.739
<sup>a</sup> : Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .					
<sup>b</sup> : Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .					

El contraste de Phillips Perron indica que no se puede rechazar la hipótesis de raíz unitaria para ambas series.

Cuadro 5.5: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup> (con tendencia determinista)

	Mayorista	Supermercado	90 %	95 %	99 %
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-22.1367	-11.958	-3.13	-3.42	-3.98
$Z(t_{\hat{\mu}})$	1.5224	1.0702	4.04	4.71	6.15
$Z(t_{\hat{\beta}})$	2.2482	1.6792	5.63	6.30	8.34
<sup>a</sup> : Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .					

El cuadro 5.11 muestra que el contraste rechaza la hipótesis de raíz unitaria, aunque no permite identificar con claridad la estructura de los términos deterministas.

Cuadro 5.6: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup> (con tendencia determinista)

	Mayorista	Supermercado	90 %	95 %	99 %
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-13.3185	-6.8276	-2.57	-2.87	-3.44
$Z(t_{\hat{\mu}})$	2.5034	1.8389	3.79	4.61	6.47
<sup>a</sup> : Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .					

Al observar el cuadro 5.12 queda de manifiesto el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria, aunque por cierto, no se puede afirmar con exactitud el comportamiento de los términos deterministas.

Hecho lo anterior, se procede a aplicar el contraste ERS, utilizando en primer lugar un modelo con constante y tendencia determinista. El cuadro 5.13 muestra que para el caso de los mayoristas no se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria para ninguno de los niveles de significancia prescritos, mientras que para el caso de la serie supermercado dicha hipótesis se rechaza al menos al 5 %.

Cuadro 5.7: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con tendencia determinista)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
3.8715	10.0306	6.89	5.62	3.96

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

El cuadro 5.5

Cuadro 5.8: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con constante)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
3.0049	12.0408	4.48	3.26	1.99

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

#### 5.1.2.2. Análisis de las series en diferencias

Una vez establecida la presencia de raíces unitarias en las series, se procederá a aplicar los contrastes nuevamente para las series en diferencias

Por otro lado, los resultados del cuadro 5.10 indican que la hipótesis de estacionariedad en niveles se rechaza fuertemente en ambos casos.

El contraste KPSS muestra claramente como, ahora que la serie ha sido diferenciada, no se puede rechazar la hipótesis nula de estacionariedad.

El contraste de Phillips Perron indica que no se puede rechazar la hipótesis de raíz unitaria para ambas series.

Cuadro 5.9: Contraste de Dickey-Fuller aumentado (sin drift y tendencia)

	Estimaciones		Valores críticos		
	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	-14.0093	-14.3253	-1.62	-1.95	-2.58

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

Cuadro 5.10: Contraste KPSS (sin tendencia determinista)

	Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	0.0236	0.0433	0.347	0.463	0.739

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

<sup>b</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

El cuadro 5.11 muestra que el contraste rechaza la hipótesis de raíz unitaria, y que como es de esperar, la serie no contiene término constante.

Al observar el cuadro 5.12 queda de manifiesto el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria, aunque por cierto, no se puede afirmar con exactitud el comportamiento de los términos deterministas.

Hecho lo anterior, se procede a aplicar el contraste ERS, utilizando en primer lugar un modelo con constante y tendencia determinista. El cuadro 5.13 muestra que para el caso de los mayoristas no se puede rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria para ninguno de los niveles de significancia prescritos, mientras que para el caso de la serie supermercado dicha hipótesis se rechaza al menos al 5 %.

El cuadro 5.5

A partir del análisis recién expuesto, se puede concluir que ambas series al ser diferenciadas tienen un comportamiento estacionario. De forma tal que ambas series son  $I(1)$ .

De esta forma, se procederá a determinar si la tendencia estocástica es compartida a través de un análisis de cointegración.

Cuadro 5.11: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup> (con tendencia determinista)

	Mayorista	Supermercado	90 %	95 %	99 %
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-411.6423	-571.565	-3.13	-3.42	-3.98
$Z(t_{\hat{\mu}})$	0.3197	0.7824	4.04	4.71	6.15

<sup>a</sup>: Con un rezago de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

Cuadro 5.12: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup> (con tendencia determinista)

	Mayorista	Supermercado	90 %	95 %	99 %
$Z(t_{\hat{\alpha}})$	-13.3185	-6.8276	-2.57	-2.87	-3.44
$Z(t_{\hat{\mu}})$	2.5034	1.8389	3.79	4.61	6.47

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

## 5.2. Determinación del rango de cointegración y estimación del modelo

En este apartado se trabajó principalmente con el paquete `vars` (Pfaff, 2008).

Antes de la determinación del rango de cointegración del proceso, es necesario tener en cuenta que el uso del contraste de cointegración de Johansen que se utilizará para dichos fines es sensible a la especificación del modelo vectorial de corrección del equilibrio que subyace. Para la especificación de dicho modelo se recurrió a diferentes criterios.

De manera similar a como señalan Ben Kaabia & Gil (2008), se observa que al realizar los contrastes univariantes de raíz unitaria, no se rechaza la existencia de una raíz unitaria en torno a una constante no nula. Así también, al realizar los mismos contrastes para las series en primeras diferencias, las series resultaron estacionarias. Por último, en términos económicos, la presencia de una constante indica que existe una diferencia de escala entre los precios mayoristas y detallistas.

El número de rezagos a incluir en el modelo se determinó con el objetivo de prevenir problemas de autocorrelación. De esta manera, se estimó el modelo secuencialmente utilizando entre 2 y 12 rezagos y se calculó el estadístico de Ljung-Box multivariado para los residuos rezagados entre el orden mínimo posible y aquellos de orden 52. Los

Cuadro 5.13: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con tendencia determinista)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
3.8715	10.0306	6.89	5.62	3.96

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

Cuadro 5.14: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con constante)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
3.0049	12.0408	4.48	3.26	1.99

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

p-valores correspondientes a cada uno de los contrastes están resumidos en la figura 5.5. De esta manera, se aprecia que la hipótesis nula de independencia no se puede rechazar en la mayoría de los casos para el modelo con ocho términos rezagados.

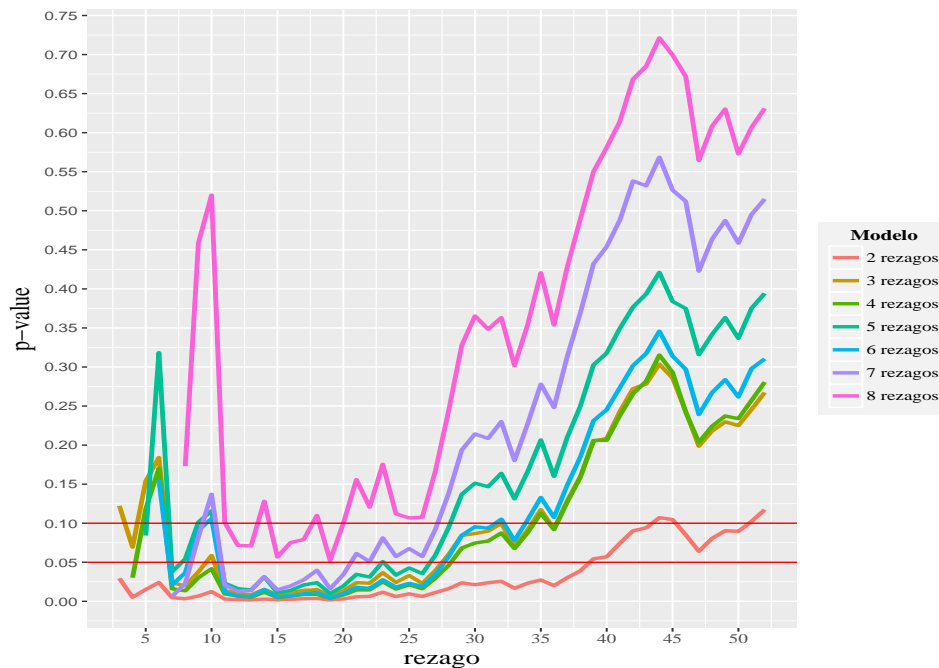


Figura 5.5: Número de Rezagos para el contraste de Independencia

De esta forma, el modelo definitivo a estimar resultó ser el siguiente:

$$\Delta \mathbf{y}_t = \Pi \mathbf{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^8 \Gamma_i \mathbf{y}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \tag{5.2.1}$$

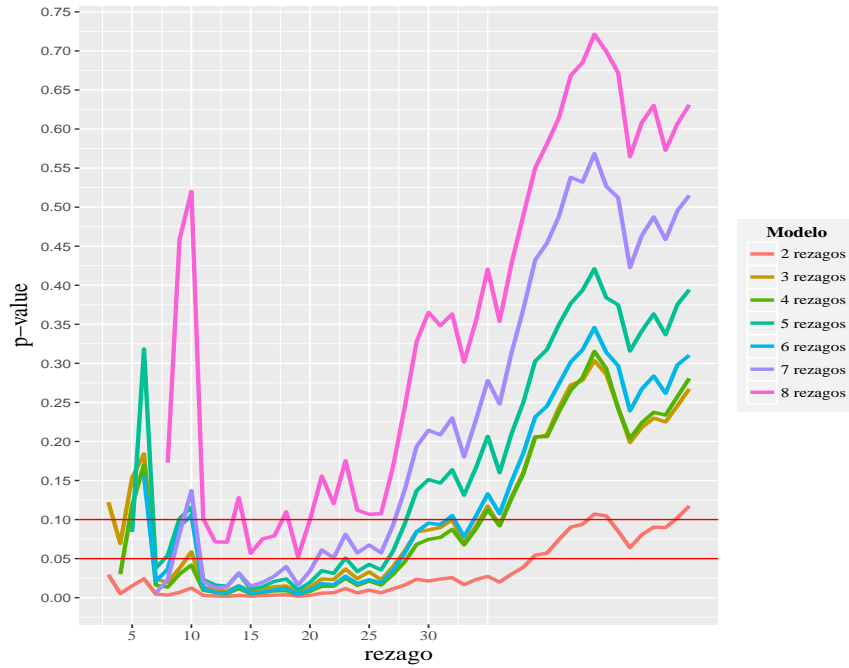
Cuadro 5.15: Contraste de la *la traza* de cointegración de Johansen

Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	$p = 8$	90 %	95 %	99 %
$r \leq 1$	5.82	7.52	9.24	12.97
$r = 0$	36.63	17.85	19.96	24.60

Cuadro 5.16: Contraste del *máximo autovalor* de cointegración de Johansen

Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	$p = 8$	90 %	95 %	99 %
$r \leq 1$	8.8155	7.52	9.24	12.97
$r = 0$	30.8177	13.75	15.67	20.20

```
## Error in VAR(datos, p = x, type = "const", exogen = dummy): objeto 'dummy'
no encontrado
```



Cuadro 5.17: Ecuación Mayorista

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
supermercado <sub>t-1</sub>	0.87	0.05	18.55	0.00
mayorista <sub>t-1</sub>	0.09	0.02	3.57	0.00
supermercado <sub>t-2</sub>	0.06	0.06	0.90	0.37
mayorista <sub>t-2</sub>	0.02	0.04	0.56	0.57
supermercado <sub>t-3</sub>	0.05	0.06	0.75	0.46
mayorista <sub>t-3</sub>	-0.04	0.04	-1.24	0.21
supermercado <sub>t-4</sub>	0.04	0.06	0.69	0.49
mayorista <sub>t-4</sub>	-0.02	0.04	-0.45	0.65
supermercado <sub>t-5</sub>	-0.11	0.06	-1.80	0.07
mayorista <sub>t-5</sub>	-0.05	0.04	-1.38	0.17
supermercado <sub>t-6</sub>	0.05	0.06	0.80	0.43
mayorista <sub>t-6</sub>	0.07	0.04	2.03	0.04
supermercado <sub>t-7</sub>	-0.03	0.06	-0.55	0.58
mayorista <sub>t-7</sub>	0.03	0.04	0.94	0.35
supermercado <sub>t-8</sub>	0.01	0.06	0.20	0.84
mayorista <sub>t-8</sub>	-0.09	0.04	-2.46	0.01
supermercado <sub>t-9</sub>	-0.02	0.04	-0.40	0.69
mayorista <sub>t-9</sub>	0.02	0.03	0.79	0.43
const	0.39	0.09	4.24	0.00
Pulso_1	0.02	0.01	2.76	0.01
Pulso_2	-0.00	0.00	-2.66	0.01

R<sup>2</sup> Multiple = 0.9832

R<sup>2</sup> Ajustado = 0.9825

F-statistic: 1537 on 18 and 473 DF, p-value: < 2.2×10<sup>-16</sup>

Cuadro 5.18: Ecuación Supermercado

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
supermercado <sub>t-1</sub>	0.30	0.09	3.38	0.00
mayorista <sub>t-1</sub>	1.05	0.05	22.56	0.00
supermercado <sub>t-1</sub>	-0.04	0.12	-0.30	0.76
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.14	0.07	-2.03	0.04
supermercado <sub>t-1</sub>	-0.10	0.12	-0.82	0.41
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.02	0.07	-0.25	0.80
supermercado <sub>t-1</sub>	0.02	0.12	0.13	0.90
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.08	0.07	-1.15	0.25
supermercado <sub>t-1</sub>	-0.04	0.12	-0.33	0.74
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.00	0.07	-0.01	0.99
supermercado <sub>t-1</sub>	-0.02	0.12	-0.13	0.90
mayorista <sub>t-1</sub>	0.11	0.07	1.59	0.11
supermercado <sub>t-1</sub>	0.19	0.12	1.61	0.11
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.06	0.07	-0.82	0.41
supermercado <sub>t-1</sub>	-0.22	0.11	-1.94	0.05
mayorista <sub>t-1</sub>	0.06	0.07	0.87	0.38
supermercado <sub>t-1</sub>	0.02	0.08	0.28	0.78
mayorista <sub>t-1</sub>	-0.08	0.05	-1.62	0.11
const	0.16	0.17	0.89	0.38
salto_1	0.03	0.01	2.49	0.01

R<sup>2</sup> Multiple = 0.9624

R<sup>2</sup> Ajustado = 0.961

F-statistic: 673.3 on 18 and 473 DF, p-value:  $2.2 \times 10^{-16}$

Diagram of fit and residuals for mayorista

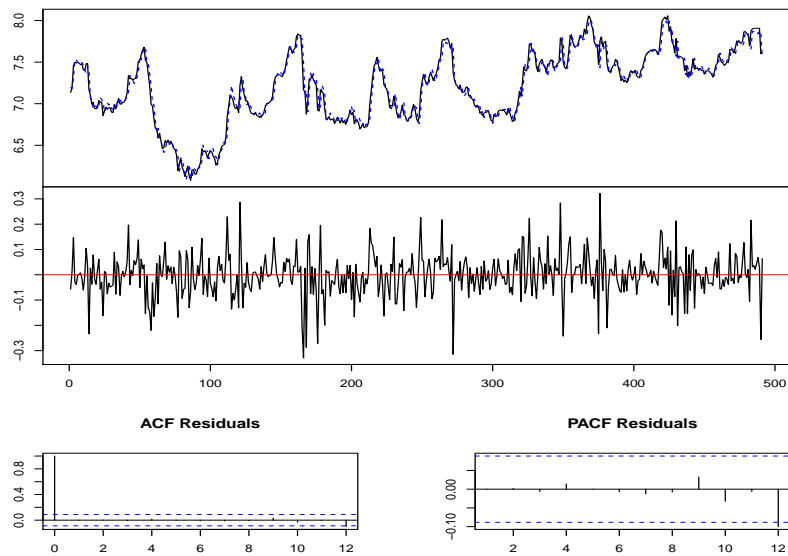
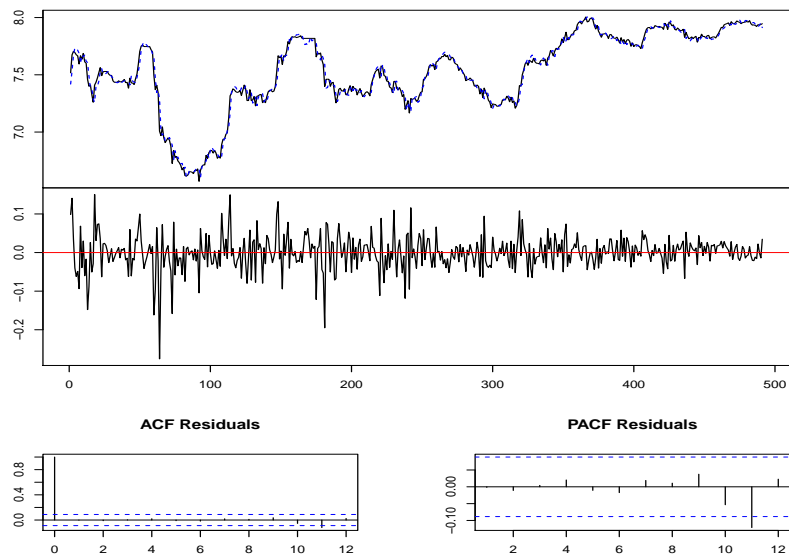
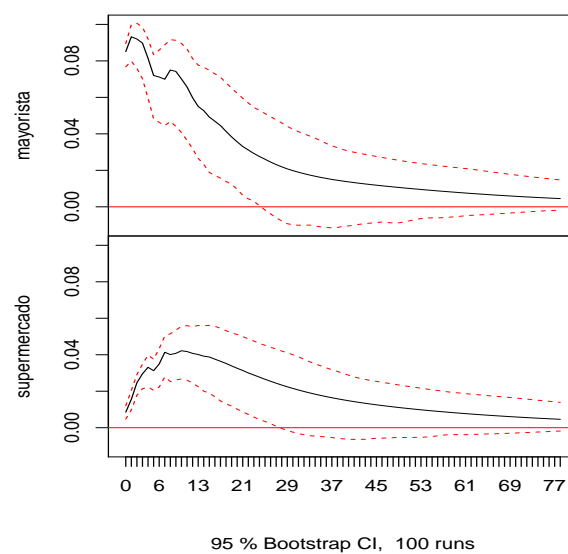


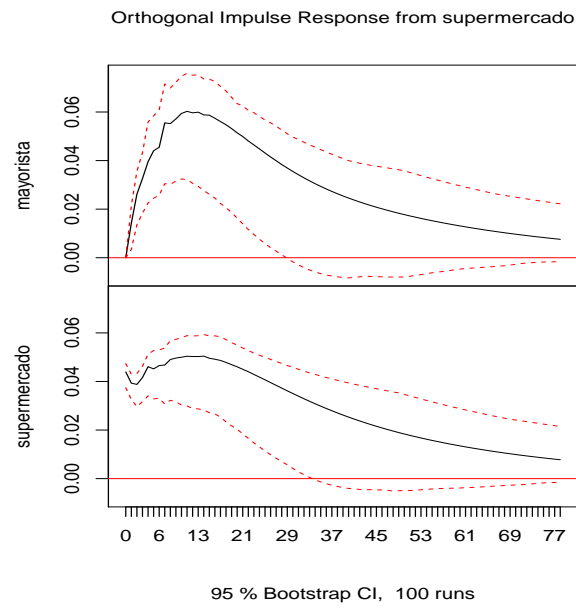


Diagram of fit and residuals for supermercado



Orthogonal Impulse Response from mayorista





### 5.3. Diagnósticos del modelo

Cuadro 5.19: Diagnósticos del modelo

Contraste	$E$	df	$\mathbb{P}(\chi^2 > E)$
Doornik & Hansen	215.113	4	$2.11 \times 10^{-45}$
Jarque-Bera (Multivariado)	586.74	4	$< 2.2 \times 10^{-16}$
ARCH (Multivariado)	134.08	72	$1.2 \times 10^{-5}$

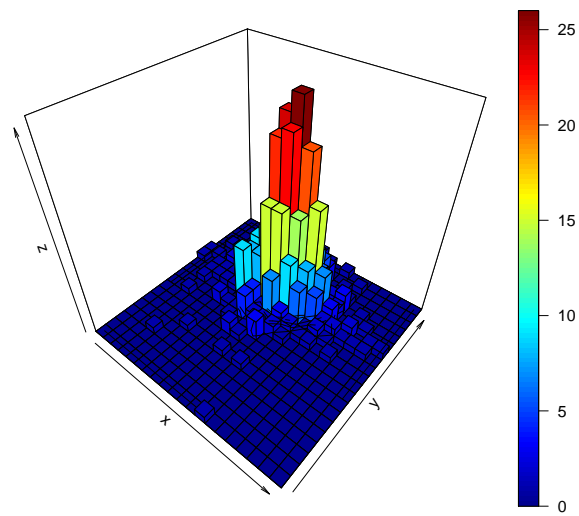


Figura 5.6: Histograma bivariado de los residuos del modelo

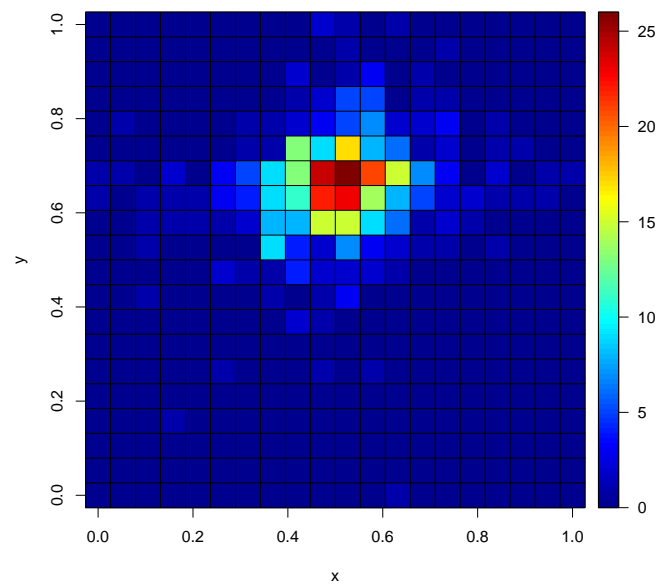


Figura 5.7: Mapa de calor de los residuos del modelo

```
## Error in logLik(obj1, r = r): objeto 'vecm1' no encontrado
```

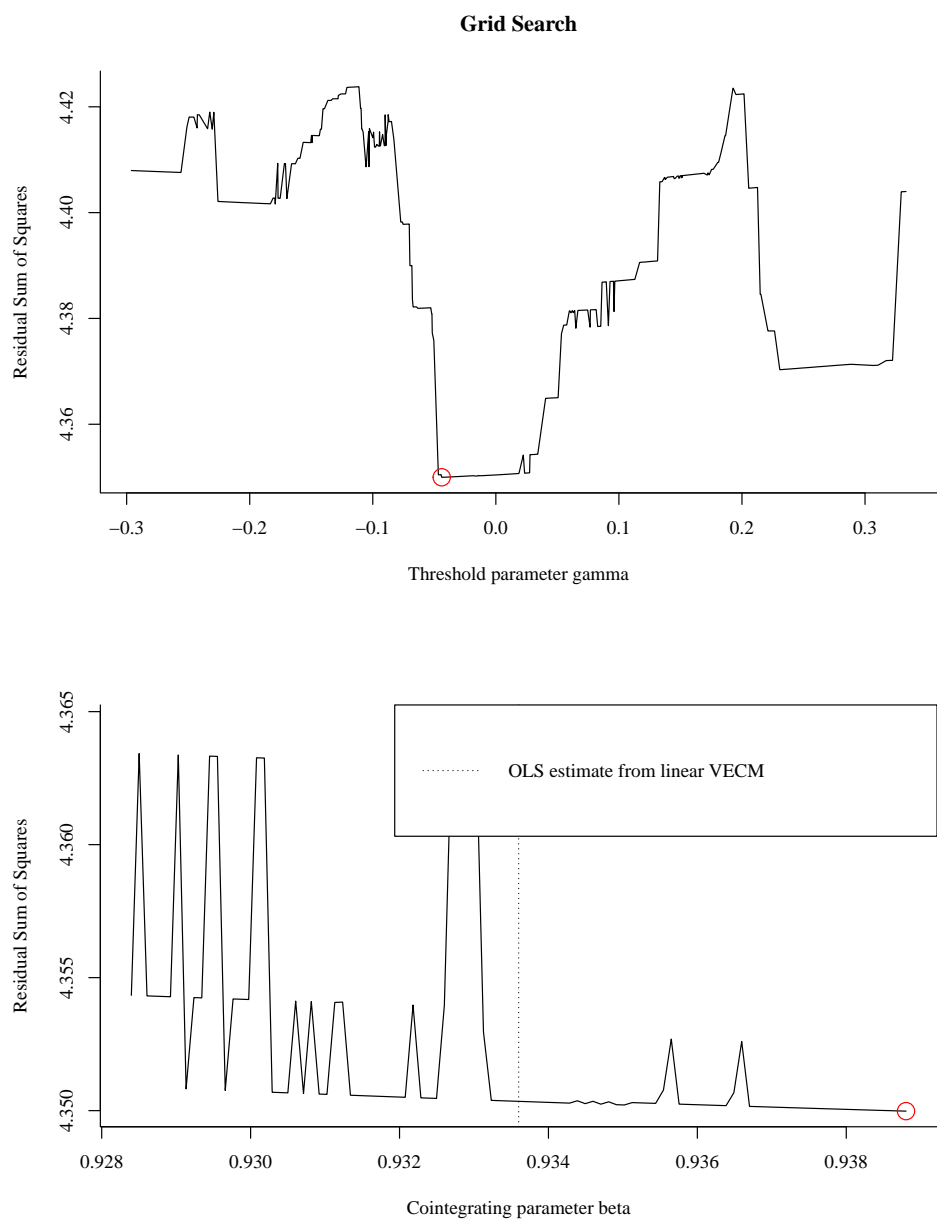


Figura 5.8: Estimación simultánea del vector cointegrante y el umbral

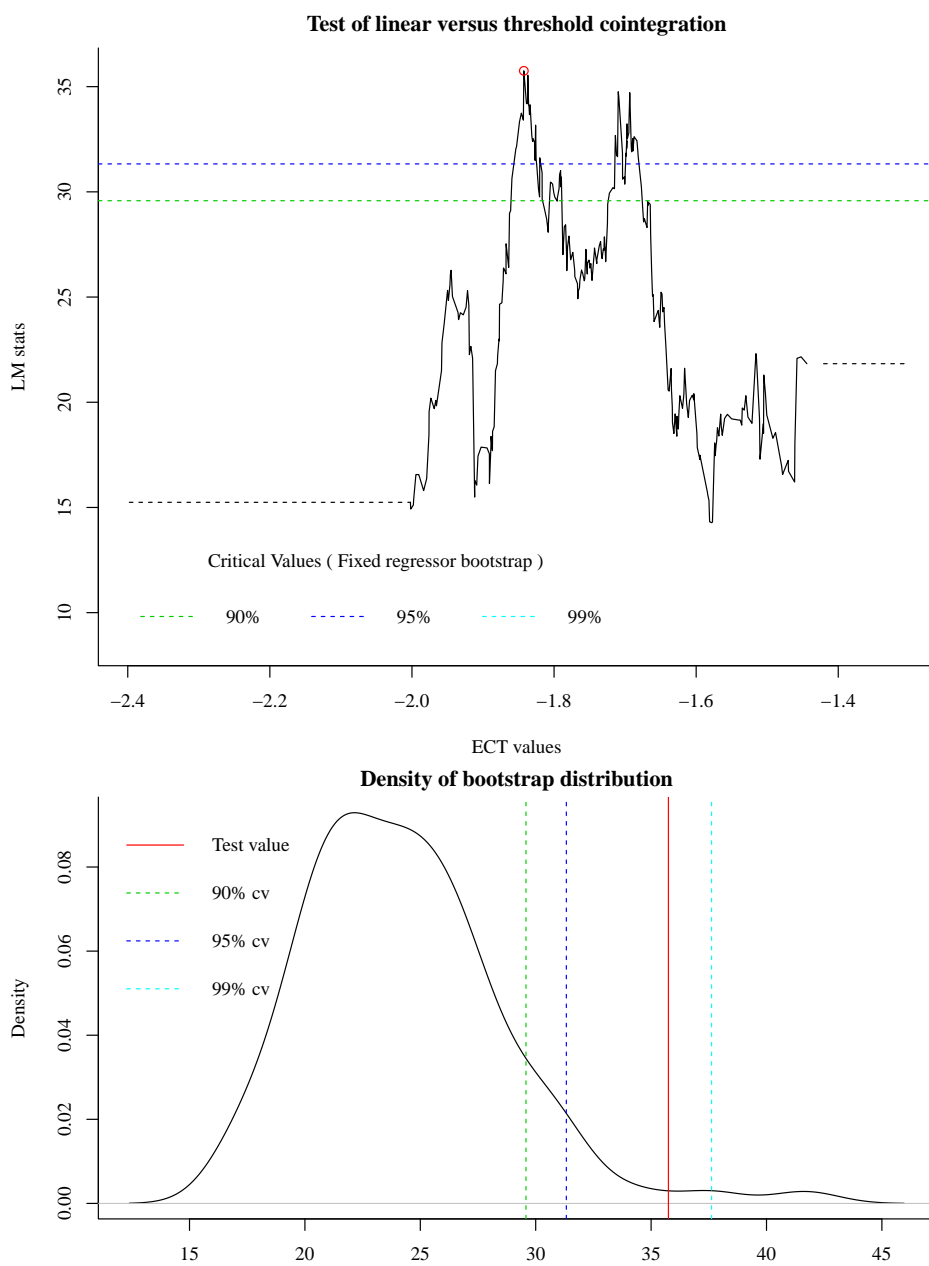


Figura 5.9: Contraste de Hansen & Seo



## Capítulo 6

## Conclusiones





# Capítulo 7

## Bibliografía

Ben-Kaabia, M., Gil Roig, J. M. (2008). Asimetrías en la transmisión de precios en el sector del tomate en España. *Economía Agraria y Recursos Naturales*, 8(1), 57-82.

Pfaff, B. (2008). VAR, SVAR and SVEC models: Implementation within R package vars. *Journal of Statistical Software*, 27(4), 1-32.