



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO  
FACULTAD DE CIENCIAS

---

Transmisión Asimétrica de Precios en el  
sector de la palta en Chile:  
Evidencia desde un modelo TVECM

---

*Autor:*

Héctor Garrido Henríquez

*Profesor(es) Guía(s):*

Dr. Sergio Contreras Espinoza

Dra. Monia Ben Kaabia

*Tesis para optar al grado de Magíster en Matemática con mención  
en Estadística*

Departamento de Estadística

Departamento de Matemática

5 de septiembre de 2017



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>13</b>
1.1. introducción . . . . .	13
1.2. justificación del trabajo . . . . .	13
<b>2. Escenario de la industria en Chile</b>	<b>15</b>
<b>3. Análisis univariante de las series de precios</b>	<b>17</b>
3.1. Fuentes de información . . . . .	17
3.1.1. Imputación de valores perdidos . . . . .	17
3.2. Análisis del orden de integración de las series . . . . .	18
3.2.1. Análisis gráfico . . . . .	18
3.3. Contrastes de raíz unitaria/estacionariedad . . . . .	20
3.3.1. Contraste de Dickey-Fuller Aumentado . . . . .	20
3.3.2. Contraste de Phillips Perron (1992) . . . . .	21
3.3.3. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (1996) . . . . .	22
3.3.4. Contraste Kiatkowsky, Pesaran, Schmidt & Shin (1992) . . . . .	24
3.3.5. Contraste de Canova & Hansen (1995) para estacionalidad estable . . . . .	24
3.4. Resultados de los contrastes de raíz unitaria . . . . .	24
<b>4. Análisis de cointegración</b>	<b>29</b>
4.1. Cointegración y análisis de las relaciones de largo plazo . . . . .	29
4.2. Estimación basada en la verosimilitud para el modelo VAR irrestricto	32
4.2.1. Contraste de razón de verosimilitud . . . . .	34
4.2.2. Modelo Vectorial de Corrección del Error (VECM) . . . . .	35
4.2.3. El contraste de cointegración de Johansen . . . . .	36
4.3. Resultados . . . . .	37
4.3.1. Determinación del rango de cointegración . . . . .	37
<b>5. Procesos de transmisión asimétricos</b>	<b>43</b>
5.1. Modelo de vectores de corrección del error por umbrales (TVECM) .	43
5.1.1. El contraste de Hansen & Seo (2002) . . . . .	43
5.1.2. Contrastes de linealidad . . . . .	44
5.1.3. Estimación del modelo . . . . .	44
5.1.4. Relaciones dinámicas a corto plazo . . . . .	44
5.2. Resultados de la aplicación . . . . .	44
5.2.1. Análisis de las relaciones asimétricas . . . . .	44

---

5.2.2.	Especificación del sistema . . . . .	44
5.2.3.	Estimación del modelo TVECM . . . . .	44
5.2.4.	Funciones de impulso respuesta . . . . .	44
5.2.5.	Diagnósticos del modelo . . . . .	44
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>49</b>
<b>7.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>51</b>

# Índice de figuras

3.1. Evolución de precios del palta de larga vida de primera calidad,2008-2016 . . . . .	17
3.2. Imputación de valores perdidos a través del filtro de Kalman . . . . .	18
3.3. Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta ,2008-2016 . .	19
3.4. Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta ,2008-2016 . . . . .	20
4.1. Número de Rezagos para el contraste de Independencia . . . . .	38
4.2. Número de Rezagos para el contraste de Independencia . . . . .	38
5.1. Modelo de corrección del error por umbrales . . . . .	45



# Índice de cuadros

3.1.	Hipótesis del contraste de Dickey-Fuller . . . . .	21
3.2.	Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con drift) . . . . .	24
3.3.	Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con tendencia determinista) . . . . .	25
3.4.	Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	26
3.5.	Contraste Phillips & Perron <sup>a</sup> (con tendencia determinista) . . . . .	26
3.6.	Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con tendencia determinista) . . . . .	26
3.7.	Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (con constante) . . . . .	27
3.8.	Contraste KPSS (con tendencia determinista) . . . . .	27
3.9.	Contraste KPSS (sin tendencia determinista) . . . . .	27
3.10.	Contraste de Canova & Hansen <sup>a</sup> . . . . .	28
4.1.	Contraste de la <i>la traza</i> de cointegración de Johansen . . . . .	41
4.2.	Contraste del <i>máximo autovalor</i> de cointegración de Johansen . . . . .	42





# Agradecimientos



# Abstract



# Capítulo 1

## Introducción

1.1. introducción

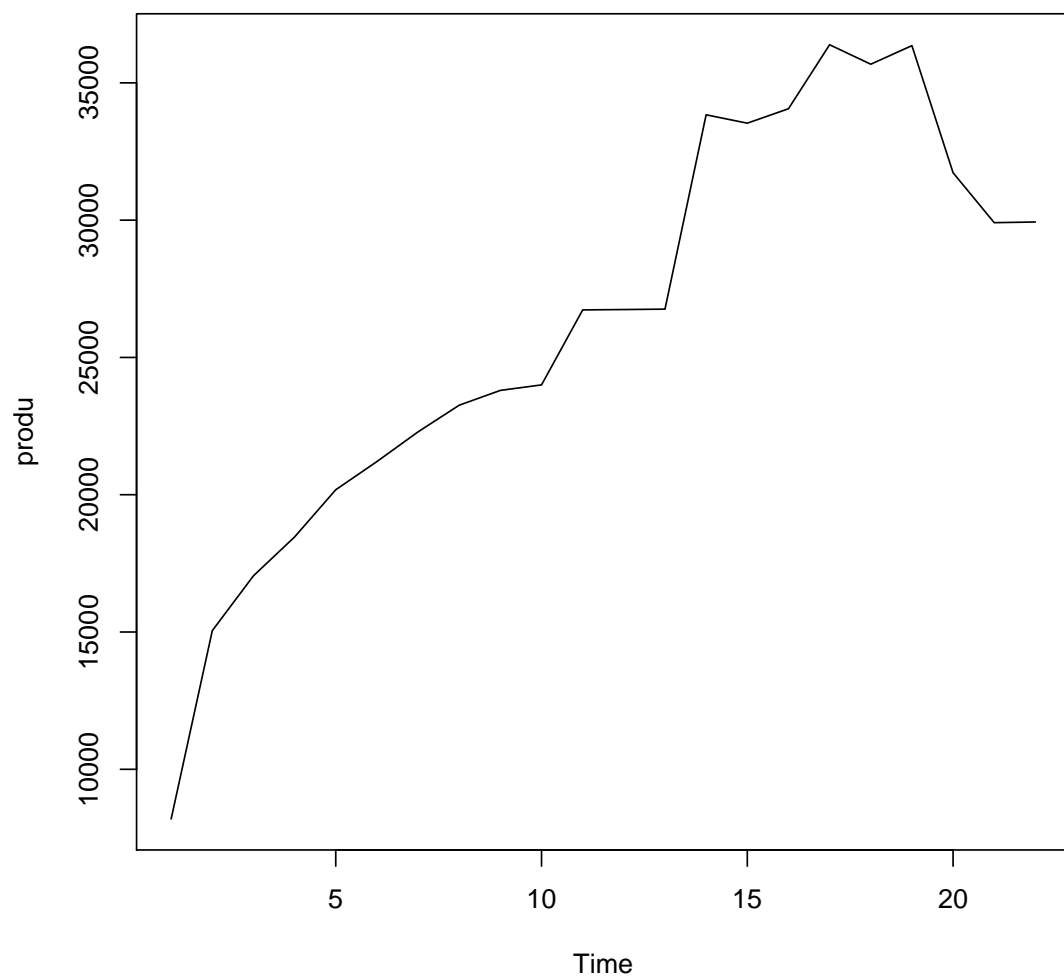
1.2. justificación del trabajo



## Capítulo 2

### Escenario de la industria en Chile

```
ts.plot(produ)
```







## Capítulo 3

# Análisis univariante de las series de precios

### 3.1. Fuentes de información

#### 3.1.1. Imputación de valores perdidos

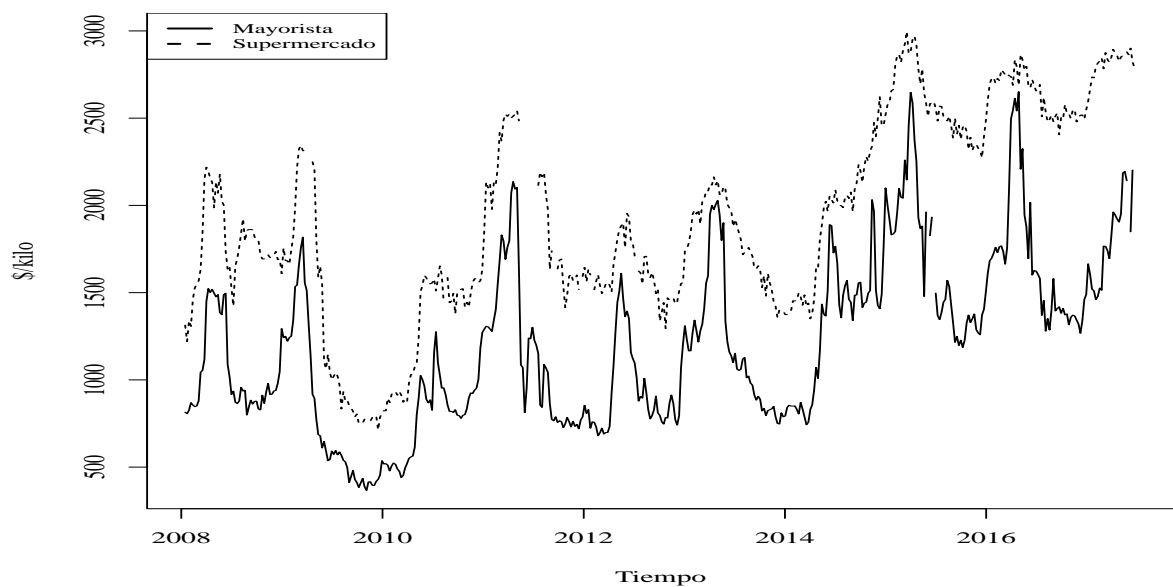


Figura 3.1: Evolución de precios del palta de larga vida de primera calidad, 2008-2016

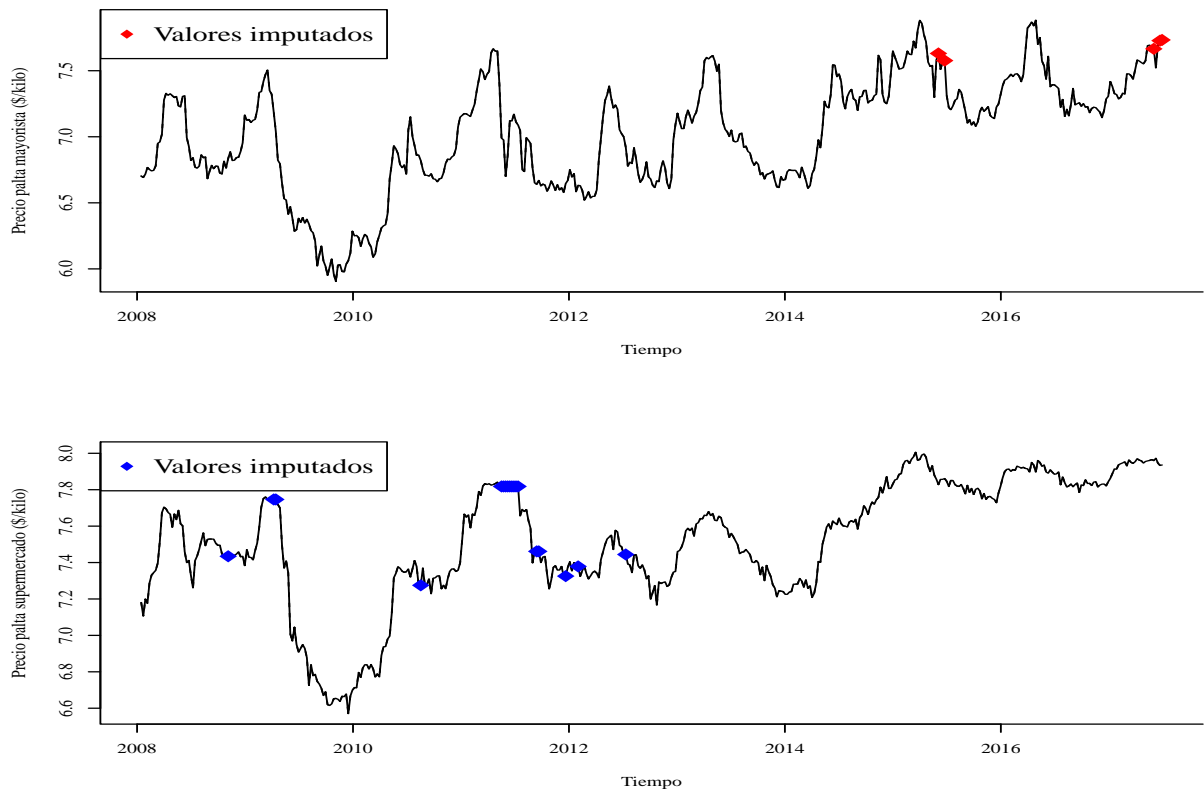


Figura 3.2: Imputación de valores perdidos a través del filtro de Kalman

## 3.2. Análisis del orden de integración de las series

### 3.2.1. Análisis gráfico

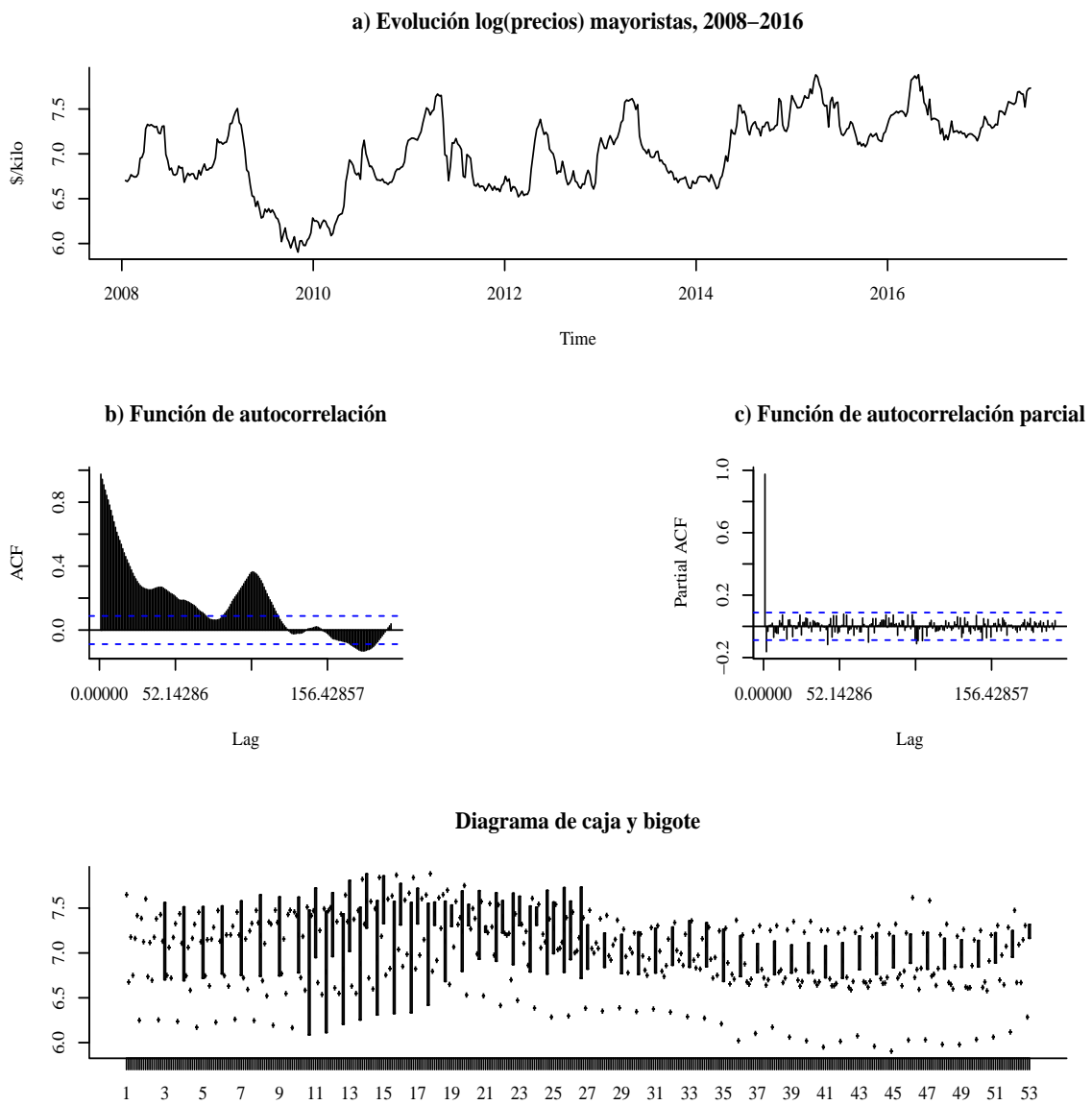


Figura 3.3: Evolución del logaritmo del precio mayorista de la palta ,2008-2016

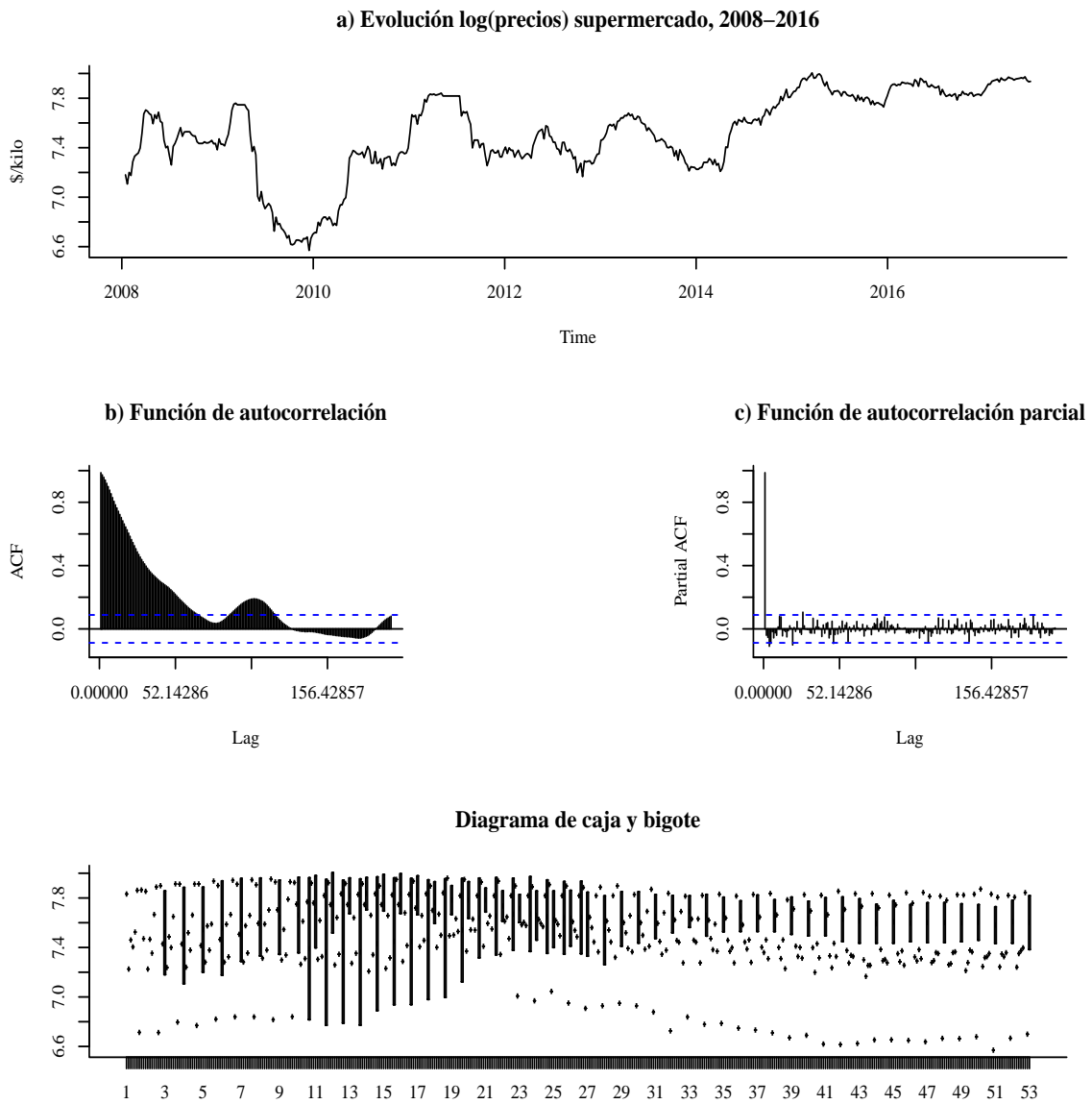


Figura 3.4: Evolución del logaritmo del precio en supermercado de la palta ,2008-2016

### 3.3. Contrastes de raíz unitaria/estacionariedad

#### 3.3.1. Contraste de Dickey-Fuller Aumentado

El contraste más utilizado en la investigación aplicada, dada su simplicidad, es el contraste propuesto por [fuller1976] y [dickey1981]. Para aplicar este contraste existen dos posibles modelos

---

Si  $y_t$  satisface la siguiente ecuación

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \epsilon_t \quad (t = 1, \dots, n) \quad (3.3.1)$$

Donde  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

Si  $y_t$  satisface la siguiente ecuación

Como puede observarse en el cuadro 3.1, existen 3 estadísticos,  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  y  $\Phi_3$ , y sus respectivas hipótesis que pueden ser utilizados. Mientras  $\Phi_1$

$$y_t = \alpha + \beta \left( t - 1 - \frac{1}{2}n \right) + \rho y_{t-1} + \epsilon_t \quad (t = 1, \dots, n) \quad (3.3.2)$$

Donde  $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

Cuadro 3.1: Hipótesis del contraste de Dickey-Fuller

Estadístico	$\mathcal{H}_0$	$\mathcal{H}_a$
$\tau$	$\rho = 1$	$\rho = 0$
$\Phi_1$	$(\alpha, \rho) = (0, 1)$	$(\alpha, \rho) \neq (0, 1)$
$\Phi_2$	$(\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$	$(\alpha, \beta, \rho) \neq (0, 0, 1)$
$\Phi_3$	$(\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$	$(\alpha, \beta, \rho) \neq (\alpha, 0, 1)$

Fuente: Elaboración propia basado en Dickey y Fuller (1981)

### 3.3.2. Contraste de Phillips Perron (1992)

De manera similar al contraste anterior [phillips1988] proponen un contraste no paramétrico para la hipótesis nula de raíz unitaria. A diferencia del contraste de Dickey Fuller este contraste resiste dependencia débil y heteroscedasticidad del término de error. El contraste está construido sobre la base de las siguientes formas funcionales:

$$y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.3.3)$$

$$y_t = \mu + \beta \left( t - \frac{1}{2}T \right) + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.3.4)$$

Luego de esto definen los siguientes estadísticos de prueba:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \hat{\lambda}/\bar{m}_{yy}, \quad (3.3.5)$$

$$Z(\tau_{\hat{\alpha}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\alpha}} - \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}/\bar{m}_{yy}^{1/2}, \quad (3.3.6)$$

$$Z(\tau_{\hat{\mu}}) = (\hat{s}/\hat{\sigma}_{Tl})t_{\hat{\mu}} + \hat{\lambda}'\hat{\sigma}_{Tl}m_y/\bar{m}_{yy}^{1/2}m_{yy}^{1/2} \quad (3.3.7)$$

Donde  $\bar{m}_{yy} = T^{-2} \sum (y_t - \bar{y})^2$ ,  $m_{yy} = T^{-2} \sum y_t^2$ ,  $m_y = T^{-3/2} \sum y_t$  y  $\hat{\lambda} = \frac{1}{2}(\hat{\sigma}_{Tl}^2 - \hat{s}^2)$ , donde  $\hat{\sigma}^2$  es la varianza muestral de los residuos,  $\hat{\lambda}' = \hat{\lambda}/\hat{\sigma}_{Tl}^2$ . Luego, la varianza de largo plazo es estimada de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}_{Tl}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w_{sl} \sum_{t=s+1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-s} \quad (3.3.8)$$

Donde  $w_{sl} = 1 - s/(l+1)$

De manera similar, el contraste permite la inclusión de una tendencia determinista, modificando los estadísticos de prueba de la siguiente manera:

$$Z(\tilde{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \tilde{\lambda}/M, \quad (3.3.9)$$

$$Z(t_{\tilde{\alpha}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\alpha}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}/M^{1/2}, \quad (3.3.10)$$

$$Z(t_{\tilde{\mu}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\mu}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl}m_y/M^{1/2}(M + m_y^2)^{1/2}, \quad (3.3.11)$$

$$Z(t_{\tilde{\beta}}) = (\tilde{s}/\tilde{\sigma}_{Tl})t_{\tilde{\beta}} - \tilde{\lambda}'\tilde{\sigma}_{Tl} \left( \frac{1}{2}m_y - m_{ty} \right) / (M/12)^{1/2}\bar{m}_{yy}^{1/2} \quad (3.3.12)$$

Donde  $m_y$ ,  $\bar{m}_{yy}$ ,  $\tilde{\lambda}$ ,  $\tilde{\lambda}'$  y  $\tilde{\sigma}_{Tl}$  son definidos al igual que en las ecuaciones 3.3.5 a 3.3.7 y  $m_{ty} = T^{5/2} \sum t_{yt}$ ,  $t_{\tilde{\mu}}$ ,  $t_{\tilde{\beta}}$  y  $t_{\tilde{\alpha}}$  son los estadísticos  $t$  de  $\tilde{\mu}$ ,  $\tilde{\alpha}$  y  $\tilde{\beta}$ , respectivamente. Por último la constante  $M = (1 - T^{-2})m_{yy} - 12m_{ty}^2 + 12(1 + T^{-1})m_{ty}m_y - (4 + 6T^{-1} + 2T^{-2})m_y^2$

### 3.3.3. Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock (1996)

Un defecto de los contrastes de raíz unitaria recién expuestos es su baja potencia si el verdadero proceso generador de datos es AR(1) cuyo coeficiente sea cercano a uno. Para mejorar la potencia de estos contrastes, Elliott, Rothenberg & Stock (1996) propusieron quitar los términos deterministas de la serie de tiempo. Los autores desarrollaron unos contrastes de punto-óptimo factible, denotados por  $P_T^\mu$  y  $P_T^r$ , los cuales toman en cuenta posibles problemas de autocorrelación en el término de error. El segundo contraste es denotado como el  $DF - GLS$ , el cual consiste en una modificación del contraste de Dickey-Fuller Aumentado. Se asume la siguiente forma para el proceso generador de los datos:

$$y_t = d_t + u_t \quad (3.3.13)$$

---


$$u_t = au_{t-1} + v_t \quad (3.3.14)$$

Donde  $d_t = \beta' z_t$  representa a los componentes determinísticos,  $v_t$  es un proceso de error estacionario de media cero. En el caso en que  $a = 1$ , las ecuaciones 3.3.13 y 3.3.14 implican que el proceso es  $I(1)$ , mientras que si  $|a| < 1$  significa que la serie es estacionaria.

Entonces el estadístico de punto óptimo factible será

$$P_T = \frac{S(a = \bar{a}) - \bar{a}S(a = 1)}{\hat{\omega}^2} \quad (3.3.15)$$

Donde  $S(a = \bar{a})$  y  $S(a = 1)$  son las sumas de cuadrados residuales de una regresión de mínimos cuadrados de  $y_a$  sobre  $Z_a$  con

$$y_a = (y_1, y_2 - ay_1, \dots, y_T - ay_{T-1}), \quad (3.3.16)$$

$$Z_a = (z_1, z_2 - az_1, \dots, z_T - az_{T-1}) \quad (3.3.17)$$

Por lo tanto,  $y_a$  es un vector columna  $T$  - dimensional y  $Z_a$  defin una matriz de dimensiones  $T \times q$ . El estimador para la varianza del proceso de error  $v_t$  puede ser estimado como

$$\hat{\omega} = \frac{\hat{\sigma}_v^2}{(1 - \sum_{i=1}^p \hat{a}^i)^2} \quad (3.3.18)$$

Donde  $\hat{\sigma}_v^2$  y  $\hat{a}_i$  para  $i = 1, \dots, p$  son tomados desde la regresión de mínimos cuadrados auxiliar.

$$\Delta y_t = a_0 + a_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Delta y_{t-p} + a_{p+1} + v_t \quad (3.3.19)$$

Finalmente, la cantidad escalar  $\bar{a}$  es fijada como  $\bar{a} = 1 + \frac{\bar{c}}{T}$ , donde  $\bar{c}$  denota una constante. Dependiendo de los términos deterministas incluidos originalmente, el valor de  $\bar{c}$  será -7 para el caso de una constante, mientras que será de -13.5 en el caso de que se presente una tendencia lineal.

A continuación Elliot et al (1996) han propuesto otro contraste basado en el contraste de Dickey Fuller, el cuál es un estadístico para probar  $\alpha_0 = 0$  basados en el siguiente modelo.

$$\Delta y_t^d = \alpha_0 y_{t-1}^d + \alpha_1 \Delta y_{t-1}^d + \dots + \alpha_p \Delta y_{t-p}^d + \varepsilon_t \quad (3.3.20)$$

Donde  $y_t^d$  son los residuos en la regresión auxiliar  $y_t^d \equiv y_t - \hat{\beta} z_t$ .

---

### 3.3.4. Contraste Kiatkowsky, Pesaran, Schmidt & Shin (1992)

Este contraste está pensando para detectar ya sea estacionariedad en tendencia o en nivel. A diferencia de los contrastes anteriores donde la hipótesis nula implicaba afirmar la presencia de una raíz unitaria, en este caso, la hipótesis nula dice relación con que el proceso sea estacionario. Para construir el contraste se considera el siguiente modelo de base:

$$y_t = \zeta t + r_t + \varepsilon_t \quad (3.3.21)$$

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad (3.3.22)$$

Donde  $r_t$  es una caminata aleatoria y el término de error se asume i.i.d  $(0, \sigma_u^2)$ . La hipótesis nula de este contraste consiste en afirmar que  $\mathcal{H}_0 : \sigma_u^2 = 0$ , en cuyo caso, la tendencia  $r_t$  sería igualmente una tendencia determinista en lugar de estocástica.

### 3.3.5. Contraste de Canova & Hansen (1995) para estacionariedad estable

## 3.4. Resultados de los contrastes de raíz unitaria

A continuación se aplicará el contraste de Dickey-Fuller aumentado bajo el supuesto de que el proceso subyacente tiene drift y tendencia y bajo el supuesto de que sólo tiene drift.

Cuadro 3.2: Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con drift)

	Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_2$	-2.5725	-1.6393	-2.57	-2.87	-3.44
$\phi_1$	3.4095	1.6354	3.79	4.61	6.47

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

El cuadro 3.2 muestra que la evidencia estadística provista por la realización de la serie es apenas suficiente para rechazar la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  a un nivel de significancia de 10 %. Por otro lado, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \rho) = (0, 1)$  no puede ser rechazada.



Con respecto a la serie de precios de supermercados la evidencia va en la misma dirección.

De acuerdo a lo anterior, la serie no contendría una raíz unitaria. De todas maneras, es necesario formular otras representaciones del proceso, como bien podría ser incluir una tendencia determinista (a continuación) o utilizar otros contrastes.

Cuadro 3.3: Contraste de Dickey-Fuller aumentado (con tendencia determinista)

	Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	-3.4073	-2.1143	-3.13	-3.42	-3.98
$\phi_2$	3.9655	1.6848	4.05	4.71	6.15
$\phi_3$	5.84	2.2351	5.36	6.30	8.34

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

El cuadro 3.3 muestra que para el caso de la serie de precios mayoristas, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  se rechaza a un nivel de significancia de 10 %. Mientras que la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$  no muestra evidencia estadística suficiente para ser rechazada a los niveles de significancia propuestos. Por último, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$  puede ser rechazada sólo a un 10 % de significancia.

Para el caso de la serie de precios de supermercado, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : \rho = 1$  no puede ser rechazada a ninguno de los niveles de significancia propuestos. Mientras que el contraste tampoco provee información suficiente para rechazar  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (0, 0, 1)$ . Por último, la hipótesis  $\mathcal{H}_0 : (\alpha, \beta, \rho) = (\alpha, 0, 1)$  puede ser rechazada sólo a un 10 % de significancia.

El resultado de este contraste es más bien contradictorio, pues no permite concluir que ambas series contengan una raíz unitaria, bajo los diferentes escenarios que sus hipótesis configuran. Queda la posibilidad entonces de que las series tengan un comportamiento estacionario en tendencia, situación que será abordada con el contraste KPSS.

Cuadro 3.4: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup>  
(con tendencia determinista)

	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$	$Z(t_{\hat{\beta}})$
Mayorista	-22.1367	1.5224	2.2482
Supermercado	-11.958	1.0702	1.6795

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

Si se observa el cuadro 3.4 puede observarse que el contraste claramente rechaza la hipótesis de raíz unitaria, aunque no permite identificar con claridad la estructura de los términos deterministas.

Cuadro 3.5: Contraste Phillips & Perron<sup>a</sup> (con tendencia determinista)

	$Z(t_{\hat{\alpha}})$	$Z(t_{\hat{\mu}})$
Mayorista	-13.3185	2.5034
Supermercado	-6.8785	1.846

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

Al observar el cuadro 3.5 queda de manifiesto el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria, aunque por cierto no se puede afirmar con exactitud el comportamiento de los términos deterministas.

Cuadro 3.6: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con tendencia determinista)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
-3.1558	-2.0504	-2.57	-2.89	-3.48

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

Cuadro 3.7: Contraste de Elliot, Rothenberg & Stock  
(con constante)

Estadístico		Valores críticos		
Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
-2.3519	-0.8837	-1.62	-1.94	-2.57

<sup>a</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

<sup>b</sup>: Con un rezago, de acuerdo a criterio BIC.

Cuadro 3.8: Contraste KPSS (con tendencia determinista)

Estadístico			Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	0.2657	0.3246	0.119	0.146	0.216

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

<sup>b</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

Cuadro 3.9: Contraste KPSS (sin tendencia determinista)

Estadístico			Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	Mayorista <sup>a</sup>	Supermercado <sup>b</sup>	90 %	95 %	99 %
$\tau_3$	2.5592	2.9497	0.347	0.463	0.739

<sup>a</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

<sup>b</sup>: Con cinco rezagos de acuerdo a la siguiente regla  $\sqrt[4]{4 \times (n/100)}$ .

---

Cuadro 3.10: Contraste de Canova & Hansen<sup>a</sup>

	Estadístico	valor-p
$2\pi/52,14$	0.227	0.6999
$4\pi/52,14$	0.2603	0.6133
$6\pi/52,14$	0.32	0.4755
$8\pi/52,14$	0.2532	0.6312
$10\pi/52,14$	0.3436	0.4287
$12\pi/52,14$	0.2876	0.547
$14\pi/52,14$	0.2109	0.7432
$16\pi/52,14$	0.2976	0.5239
$18\pi/52,14$	0.2948	0.5304
$20\pi/52,14$	0.383	0.3595
$22\pi/52,14$	0.306	0.5052
$24\pi/52,14$	0.3091	0.4985
$26\pi/52,14$	0.2195	0.7199
$28\pi/52,14$	0.4032	0.3282
$30\pi/52,14$	0.3891	0.3498
$32\pi/52,14$	0.1906	0.7979
$34\pi/52,14$	0.2511	0.6367
$36\pi/52,14$	0.2742	0.5789
$38\pi/52,14$	0.6599	0.0982
$40\pi/52,14$	0.2673	0.5959
$42\pi/52,14$	0.2401	0.6652
$44\pi/52,14$	0.1919	0.7945
$46\pi/52,14$	0.5093	0.2012
$48\pi/52,14$	0.303	0.5119
$50\pi/52,14$	0.2531	0.6314
$52\pi/52,14$	0.476	0.235
<i>joint</i>	5.1191	1

<sup>a</sup>: El contraste utiliza términos trigonométricos

# Capítulo 4

## Análisis de cointegración

### 4.1. Cointegración y análisis de las relaciones de largo plazo

#### Apuntes de Farías (2017a)

Dutoit et al. (2010, p. 15) define la transmisión en este contexto como “(...) la relación entre los precios de dos mercados relacionados; por ejemplo, entre el precio internacional de un producto y su precio doméstico

En econometría, la estimación de las relaciones entre variables que presentan tendencia reviste complejidad, porque su estructura puede provocar que se consideren significativas relaciones completamente espurias (Granger y Newbold, 1974)

Estas técnicas (cointegración) corresponden a los modelos de cointegración, que en la actualidad son utilizados con frecuencia en los estudios de transmisión de precios (análisis horizontal) y de transferencia de costos (análisis vertical)

En este caso,  $\Pi$  puede ser factorizado en una matriz  $\alpha\beta'$ , donde  $\alpha$  es una matriz de dimensión  $n \times r$  que representa la velocidad de ajuste al equilibrio, mientras que  $\beta$  es una matriz de dimensión  $n \times r$  que representa los coeficientes de largo plazo

#### Apuntes de Juselius

- The time series describing cumulated trend-adjusted shocks is usually called a stochastic trend. It is a cumulation of random shocks with zero mean and constant variance. If
- with a linear deterministic trend component. Thus, the difference between a stochastic and deterministic trend is that the increments of a stochastic trend change randomly, whereas those of a deterministic trend are constant over time.

- 
- It is easy to see that if inflation rate is  $I(1)$  with a non-zero mean, then prices will contain a integrated twice cumulated of order stochastic two, or in trend,  $t$  s=1 notation  $i=1$  s i . pt We say  $I(2)$ . that trend-adjusted prices are
  - We shall argue below that, unless a unit root is given a structural interpretation, the choice of one representation or the other is as such not very important, as long as there is consistency between the economic analysis and the choice. However, from an econometric point of view the choice between the two representations is usually crucial for the whole empirical analysis and should therefore be carefully considered.
  - variable. Because a cointegrating relation does not necessarily correspond to an interpretable economic relation, we make a further distinction between the statistical concept of a ‘cointegration relation’ and the economic concept of a ‘long-run equilibrium relation’.
  - say second that stochastic the distinction trend, between  $u_{2i}$ , as a long-run a long-run and structural medium-run trend stochastic or not. trend Thus, in one this might case is between an  $I(1)$  stochastic trend with no linear trend and a near  $I(1)$  stochastic trend with a linear trend.

**Definición 4.1.1.** Sea  $\{\mathbf{x}_t\}$  un proceso estocástico para  $t = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$ . Si

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}_t] = -\infty < \mu < \infty \quad (4.1.1)$$

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}_t - \mu]^2 = \Sigma_0 < \infty \quad \forall t \quad (4.1.2)$$

$$\mathbb{E}[(\mathbf{x}_t - \mu)(\mathbf{x}_{t+h} - \mu)] = \Sigma_h \quad \forall t \text{ y } h \quad (4.1.3)$$

Entonces  $\mathbf{x}_t$  es debilmente estacionario. La estacionariedad estricta requiere que la distribución de  $(x_{t1}, \dots, x_{tk})$  es la misma que  $(x_{t1+h}, \dots, x_{tk+h})$  para  $h = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots$

for time  $t$  based on the available information at time  $t-1$ . For example, a VAR model with autocorrelated and or heteroscedastic residuals would describe agents that do not use all information in the data as efficiently as possible. This is because by including the

For example, a VAR model with autocorrelated and or heteroscedastic residuals would describe agents that do not use all information in the data as efficiently as possible.

Simulation studies have shown that valid statistical inference is sensitive to violation of some of the assumptions, such as parameter non-constancy, autocorrelated residuals (the higher, the worse) and skewed residuals, while quite robust to others, such as excess kurtosis and residual heteroscedasticity. This will be discussed in more detail in

- the use of intervention dummies to account for significant political or institutional events during the sample;
- conditioning on weakly or strongly exogenous variables;
- checking the measurements of the chosen variables;
- changing the sample period to avoid fundamental regime shift or splitting the sample into more homogeneous periods.

and the model has been extended to contain  $D_t$ , a vector of deterministic components, such as a constant, seasonal dummies and intervention dummies. The autoregressive formulation is useful for expressing hypotheses on economic behaviour, whereas the moving average representation is useful when examining the properties of the process.

Si asumimos un modelo  $VAR(2)$  bi-dimensional

$$(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 L - \mathbf{\Pi}_2 L^2) \mathbf{x}_t = \mathbf{\Phi} D_t + \varepsilon_t \quad (4.1.4)$$

La función características es entonces

$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1,11} & \pi_{1,12} \\ \pi_{1,21} & \pi_{1,22} \end{bmatrix} z - \begin{bmatrix} \pi_{2,11} & \pi_{2,12} \\ \pi_{2,21} & \pi_{2,22} \end{bmatrix} z^2 \quad (4.1.5)$$

$$= \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1,11}z & \pi_{1,12}z \\ \pi_{1,21}z & \pi_{1,22}z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{2,11}z^2 & \pi_{2,12}z^2 \\ \pi_{2,21}z^2 & \pi_{2,22}z^2 \end{bmatrix} \quad (4.1.6)$$

$$= \begin{bmatrix} (1 - \pi_{1,11}z - \pi_{2,11}z^2) & (-\pi_{1,12}z - \pi_{2,12}z^2) \\ (-\pi_{1,21}z - \pi_{2,21}z^2) & (1 - \pi_{1,22}z - \pi_{2,22}z^2) \end{bmatrix} \quad (4.1.7)$$

y

$$|\mathbf{\Pi}(z)| = (1 - \pi_{1,11}z - \pi_{2,11}z^2)(1 - \pi_{1,22}z - \pi_{2,22}z^2) - (\pi_{1,12}z + \pi_{2,12}z^2)(\pi_{1,21}z + \pi_{2,21}z^2) \quad (4.1.8)$$

$$= 1 - a_1z - a_2z^2 - a_3z^3 - a_4z^4 \quad (4.1.9)$$

---


$$= (1 - \rho_1 z)(1 - \rho_2 z)(1 - \rho_3 z)(1 - \rho_4 z) \quad (4.1.10)$$

El determinante entrega información valiosa sobre el comportamiento dinámico del proceso.

Luego

$$\mathbf{x}_t = \frac{\mathbf{\Pi}^a(L)(\mathbf{\Phi}\mathbf{D}_t + \varepsilon_t)}{(1 - \rho_1 z)(1 - \rho_2 z)(1 - \rho_3 z)(1 - \rho_4 z)} + \tilde{\mathbf{X}}^0, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.1.11)$$

$$= \left( \frac{\mathbf{\Pi}_1^a L + \mathbf{\Pi}_2^a L^2}{(1 - \rho_2 z)(1 - \rho_3 z)(1 - \rho_4 z)} \right) \left( \frac{\varepsilon_t + \mathbf{\Phi}D_t}{(1 - \rho_1 L)} \right) + \mathbf{X}^0, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.1.12)$$

## 4.2. Estimación basada en la verosimilitud para el modelo VAR irrestricto

Cuando el modelo no tiene restricciones sobre sus parámetros (como las que pueden surgir debido a la presencia de raíces unitarias) el modelo puede estimarse por MCO, caso que coincide con el estimador de *Full information maximum likelihood*

Si escribimos el modelo en su versión apilada

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{B}'\mathbf{Z}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (4.2.1)$$

$$\varepsilon_t \sim IN_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}) \quad (4.2.2)$$

Donde:

- $\mathbf{B}' = [\mu_0, \mathbf{\Pi}_1, \mathbf{\Pi}_2, \dots, \mathbf{\Pi}_k]$

- $\mathbf{Z}'_t = [1, \mathbf{x}'_{t-1}, \mathbf{x}'_{t-2}, \dots, \mathbf{x}'_{t-k}]$

- $\mathbf{X}^0 = [\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}'_{-1}, \dots, \mathbf{x}'_{-k+1}]$

La función de verosimilitud será la siguiente:

$$\log L(\mathbf{B}, \mathbf{\Omega}, \mathbf{X}) = -T \frac{p}{2} \log(2\pi) - T \frac{1}{2} \log |\mathbf{\Omega}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}'\mathbf{Z}_t)' \mathbf{\Omega}^{-1} (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}'\mathbf{Z}_t) \quad (4.2.3)$$

Si calculamos  $\frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{B}}$ , tendremos

$$\sum_{t=1}^T \mathbf{x}_t \mathbf{Z}'_t = \tilde{\mathbf{B}}' \sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}'_t$$



Entonces, el estimador de máxima verosimilitud es

$$\tilde{\mathbf{B}}' = \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t \mathbf{Z}_t') \left( \sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t' \right)^{-1} = \mathbf{M}_{xZ} \mathbf{M}_{ZZ}^{-1} \quad (4.2.4)$$

Luego calculando  $\frac{\partial \log L}{\partial \hat{\mathbf{\Omega}}} = \mathbf{0}$

$$\hat{\mathbf{\Omega}} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{\epsilon}}_t \hat{\mathbf{\epsilon}}_t' \quad (4.2.5)$$

El valor máximo de la función de Verosimilitud, será el siguiente:

$$\log L_{\max} = -\frac{P}{2} T \log(2\pi) - \frac{1}{2} T \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \quad (4.2.6)$$

Mostraremos que  $\log L_{\max} = -\frac{1}{2} T \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + K$ ,  $K \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) &= \hat{\mathbf{\epsilon}}_t' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\epsilon}}_t \\ &= \sum_{ij} \hat{\epsilon}_{t,i} (\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1})_{ij} \hat{\epsilon}_{t,j} \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{ij} (\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1})_{ij} \hat{\epsilon}_{t,i} \hat{\epsilon}_{t,j} \\ &= \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\epsilon}}_t \hat{\mathbf{\epsilon}}_t'\} \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Luego, se tiene que

$$\sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' = \sum_{t=1}^T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\epsilon}}_t \hat{\mathbf{\epsilon}}_t'\} \quad (4.2.9)$$

$$= T \sum_{t=1}^T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\epsilon}}_t \hat{\mathbf{\epsilon}}_t' / T\} \quad (4.2.10)$$

$$= T \text{traza}\{\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\Omega}}\} \quad (4.2.11)$$

$$= T \text{traza}\{\mathbf{I}_p\} = Tp \quad (4.2.12)$$

De donde se desprende que

$$\log L_{\max} = -T \frac{1}{2} \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| - \underbrace{T \frac{p}{2} - T \frac{p}{2} \log(2\pi)}_{+K} \quad (4.2.13)$$

---

**NOTA PARA RECORDAR:** si las variables del modelo están formuladas en logaritmo la desviación estándar de cada una de estas puede ser interpretada como un porcentaje de error

#### 4.2.1. Contraste de razón de verosimilitud

$$-2 \log Q(\mathcal{H}_k/\mathcal{H}_{k+1}) = T(\log |\hat{\mathbf{\Omega}}_k| - \log |\hat{\mathbf{\Omega}}_{k+1}|) \sim \chi_{p^2}^2 \quad (4.2.14)$$

Criterios de selección

$$\text{AIC} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{2}{T} \quad (4.2.15)$$

$$\text{SC} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{\log T}{T} \quad (4.2.16)$$

$$\text{Hannah-Quinn} = \log |\hat{\mathbf{\Omega}}| + (p^2 k) \frac{2 \log \log T}{T} \quad (4.2.17)$$

Todos los criterios en común están basados en el máximo valor que alcanza la función de verosimilitud del modelo, más un factor que penaliza por el número de parámetros estimados.

**Al momento de la determinación del número de rezagos, volver a revisar tabla 4.5 de la página 92**

$$\text{Trace correlation} = 1 - \text{traza}(\hat{\mathbf{\Omega}}[\text{Cov}(\mathbf{\Delta x}_t)]^{-1})/p \quad (4.2.18)$$

#### El contraste de Ljung-Box

$$\text{Ljung-Box} = T(T+2) \sum_{h=1}^{T/4} (T-h)^{-1} \text{traza}(\hat{\mathbf{\Omega}}'_h \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\Omega}}'_h \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1}) \quad (4.2.19)$$

Donde  $\hat{\mathbf{\Omega}}_h = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{\varepsilon}}_t \hat{\mathbf{\varepsilon}}'_{t-h}$ . El estadístico se considera distribuido aproximadamente según una  $\chi^2$  con  $p^2(T/4 - k + 1) - p^2$  grados de libertad.

También puede utilizarse un contraste propuesto por Godfrey(1988), el cual consiste en regresar los residuos del modelo VAR estimado,  $\hat{\mathbf{\varepsilon}}_t$ , sobre  $k$  variables rezagadas,  $\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2}, \dots, \mathbf{x}_{t-k}$  y el  $j$ -ésimo residuo rezagado

$$\hat{\mathbf{\varepsilon}}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \mathbf{A}_\varepsilon \hat{\mathbf{\varepsilon}} \quad (4.2.20)$$

---

### 4.2.2. Modelo Vectorial de Corrección del Error (VECM)

Suponga que cada componente de una serie de tiempo  $K$ -dimensional  $y_t$  es  $I(1)$ . Entonces, la ecuación (VAR) no será una formulación adecuada de este modelo debido a que los términos  $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$  son todos no estacionarios. De todas formas, sustituyendo

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{I}_k + \mathbf{\Gamma}_1 \quad (4.2.21)$$

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{\Gamma}_i - \mathbf{\Gamma}_{i-1} \quad i = 1, \dots, p-1 \quad (4.2.22)$$

$$\mathbf{A}_p = -\mathbf{\Gamma}_{p-1} \quad (4.2.23)$$

En la ecuación (2.8), reagrupando términos y utilizando que  $\Delta \mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_{i-1} \quad \forall i$ , podemos reescribir esta ecuación como

$$\Delta \mathbf{y}_t = \mu + \mathbf{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{\Gamma}_2 \Delta \mathbf{y}_{t-2} + \dots + \mathbf{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + \mathbf{u}_t \quad (4.2.24)$$

Naturalmente, ambas ecuaciones describen el mismo modelo, pero preferimos usar la ecuación (4.2.24) cuando  $\mathbf{y}_t$  es  $I(1)$ , debido a que cada término es estacionario en este caso. Entonces, cuando  $\mathbf{y}_t$  es  $I(1)$ , podemos encontrar un modelo apropiado para  $y_t$  diferenciando cada componente de  $\mathbf{y}_t$  una vez, y llevando a cabo la regresión basada en la ecuación (4.2.24). De todas formas, entonces no podremos tomar en cuenta que podría haber dependencias entre algunos de los componentes de  $\mathbf{y}_t$ . Por ejemplo, dos de los componentes podrían tener una tendencia en común, o podría existir una combinación lineal de los componente de  $y_t$  la cual fuera estacionaria. Este problema suele resolverse utilizando incluyendo un **término de corrección del error**  $\mathbf{\Pi} \mathbf{y}_{t-1}$  en la ecuación (4.2.24), donde  $\mathbf{\Pi}$  es una matriz  $K \times K$  de cuyo rango  $rank(\mathbf{\Pi}) < K$ , debido a que si  $\mathbf{\Pi}$  tuviera rango completo, entonces  $\mathbf{\Pi}$  es invertible, de manera que la variable no estacionaria  $\mathbf{y}_{t-1}$  puede ser escrita como la suma de términos estacionarios, lo que es una contradicción. Entonces,  $rank(\mathbf{\Pi}) = r < K$  lo cual implica que existen  $(K \times r)$  - matrices  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$  de rango  $r$  tales que  $\mathbf{\Pi} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}'$ . Entonces, cada una de las  $r$  filas de  $\boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1}$  es una combinación lineal estacionaria de los componentes de  $y_t$  y es llamada una **relación de cointegración**. El número  $r$ , el cual es igual al número de relación de cointegración es llamado el **rango de cointegración**. Como la matriz  $\boldsymbol{\beta}$  contiene todos los coeficiente de las relaciones de cointegración, es llamada **la matriz de cointegración**. La matriz  $\boldsymbol{\alpha}$ , la cual es la matriz de coeficientes de los términos estacionarios  $\boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1}$  en la ecuación (4.2.25), es llamada la matriz de carga.

---

**Definición 4.2.1.** Un modelo **VECM** de orden  $p$  se define como

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}' \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \boldsymbol{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_t \quad t = 1, \dots, T \quad (4.2.25)$$

Donde  $\mathbf{y}_t = [y_{1t}, \dots, y_{Kt}]'$  es un vector aleatorio de  $K \times 1$ ,  $\boldsymbol{\mu}$  es un vector constante de  $(K \times 1)$ ,  $\boldsymbol{\alpha}$  y  $\boldsymbol{\beta}$  son matrices  $(K \times r)$  tales que  $\text{rank}(\boldsymbol{\alpha}) = \text{rank}(\boldsymbol{\beta}) < K$ ,

### 4.2.3. El contraste de cointegración de Johansen

Considere el siguiente modelo

$$\Delta \mathbf{y}_t = \boldsymbol{\Pi} \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\Gamma}_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \boldsymbol{\Gamma}_{p-1} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_t \quad (4.2.26)$$

Donde  $\mathbf{y}_t$  es un proceso  $K$ -dimensional y  $\text{rk}(\boldsymbol{\Pi}) = r$  con  $0 \leq r \leq K$ .

$$\mathcal{H}_0 : \text{rk}(\boldsymbol{\Pi}) = r_0 \quad \text{versus} \quad \mathcal{H}_1 : r_0 < \text{rk}(\boldsymbol{\Pi}) \leq r_1 \quad (4.2.27)$$

Lütkepohl(2005, pp. 294) Lütkepohl(2005, pp.340) Tso (1981) Para regresión de rango reducido

**Proposición 4.2.1.** Sea  $M := I_T - \Delta \mathbf{X}'(\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}')^{-1} \Delta \mathbf{X}$ ,  $R_0 := \Delta \mathbf{Y} M$  y  $R_1 = \mathbf{Y}_{-1} M$ . Además

$$S_{ij} := R_i R_j' / T, \quad i = 0, 1, \quad (4.2.28)$$

$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K$  los autovalores de  $S_{11}^{-1/2} S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} S_{11}^{-1/2}$ , y  $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_K$ , los correspondientes autovectores ortonormales

$$\begin{aligned} \log l = & -\frac{KT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}_u| \\ & - \frac{1}{2} \text{tr}[(\Delta \mathbf{Y} - \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}' \mathbf{Y}_{-1} - \boldsymbol{\Gamma} \Delta \mathbf{X}) \boldsymbol{\Sigma}_u (\Delta \mathbf{Y} - \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\beta}' \mathbf{Y}_{-1} - \boldsymbol{\Gamma} \Delta \mathbf{X})] \end{aligned} \quad (4.2.29)$$

Desde el resultado anterior puede plantearse el siguiente estadístico de razón de verosimilitud (LRT) para contrastar (4.2.27)

---


$$\begin{aligned}
\lambda_{LR}(r_0, r_1) &= 2[\log l(r_1) - \log l(r_0)] \\
&= T \left[ - \sum_{i=1}^{r_1} \log(1 - \lambda_i) + \sum_{i=1}^{r_0} \log(1 - \lambda_i) \right] \\
&= -T \sum_{i=r_0+1}^{r_1} \log(1 - \lambda_i)
\end{aligned} \tag{4.2.30}$$

Cabe destacar que bajo la hipótesis nula, el estadístico no sigue una distribución estándar por lo que los valores críticos deben obtenerse mediante simulación. En particular, depende del número de relaciones de cointegración y del tipo de hipótesis alterna a utilizar. Dos especificaciones son las más utilizadas en la literatura:

$$\mathcal{H}_0 : rk(\mathbf{\Pi}) = r_0 \quad \textit{versus} \quad \mathcal{H}_1 : r_0 < rk(\mathbf{\Pi}) \leq K \tag{4.2.31}$$

y

$$\mathcal{H}_0 : rk(\mathbf{\Pi}) = r_0 \quad \textit{versus} \quad \mathcal{H}_1 : rk(\mathbf{\Pi}) = r_0 + 1 \tag{4.2.32}$$

El estadístico  $\lambda_{LR}(r_0, K)$  para contrastar (4.2.31) se denomina comunmente como el estadístico *de la traza* para testear el rango de cointegración, mientras que  $\lambda_{LR}(r_0, r_0 + 1)$  es llamado estadístico de *máximo autovalor*.

## 4.3. Resultados

### 4.3.1. Determinación del rango de cointegración

```
## $L01
## [1] 0.187144
##
## $df
## [1] 4
##
## $`p-value`
## [1] 0.9958859
```

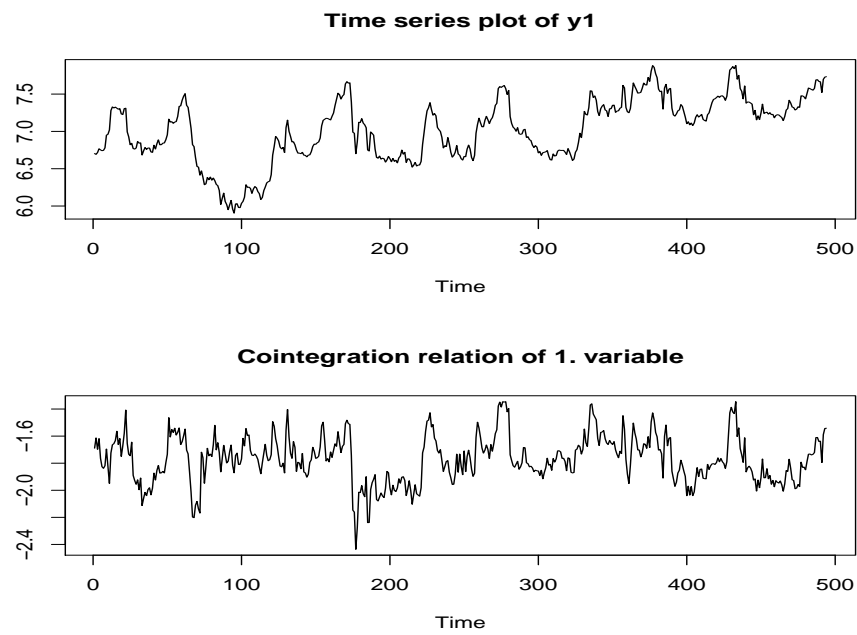


Figura 4.1: Número de Rezagos para el contraste de Independencia

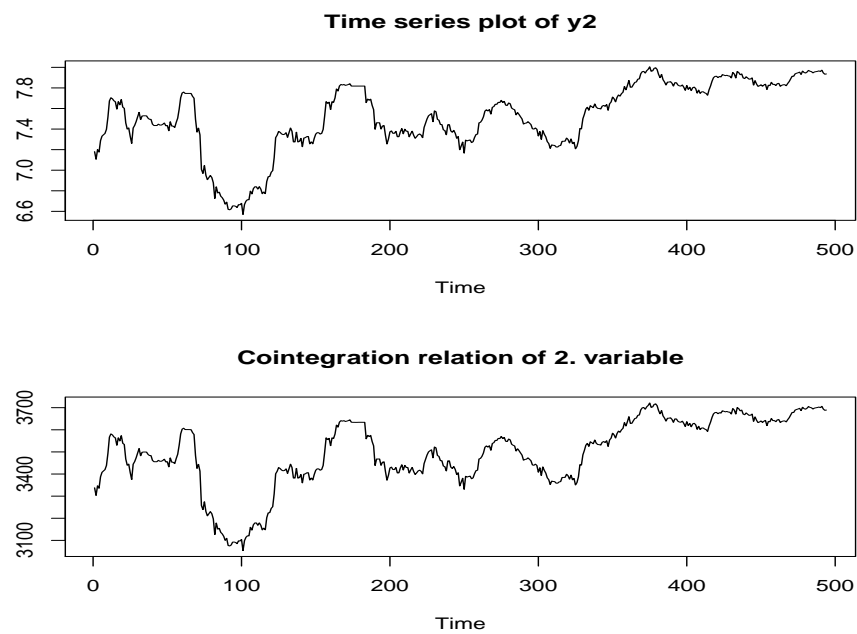


Figura 4.2: Número de Rezagos para el contraste de Independencia

```
##
## #####
## # Johansen-Procedure #
```

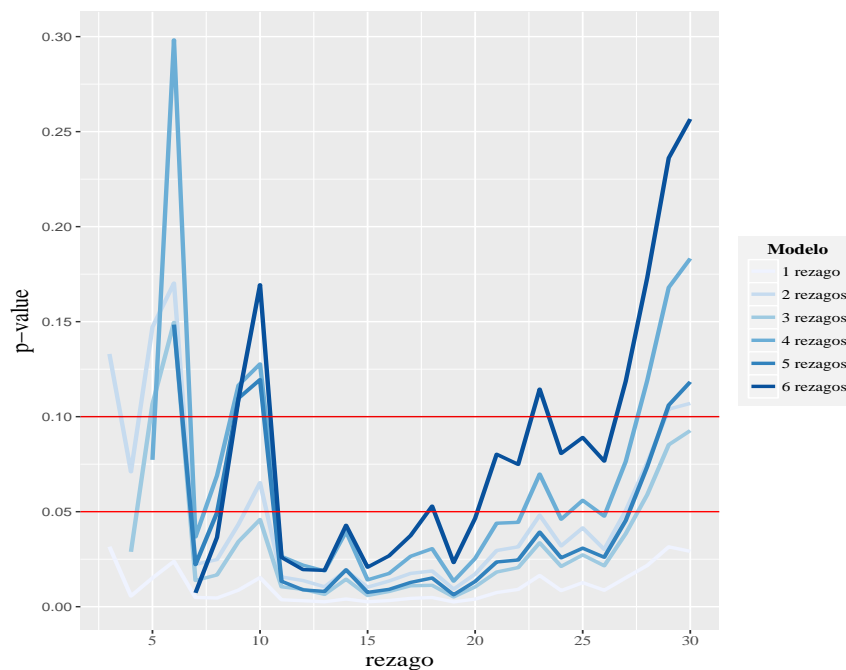
---

```
## #####
##
## Estimation and testing under linear restrictions on beta
##
## The VECM has been estimated subject to:
##  $\beta = H\phi$  and/or  $\alpha = A\psi$ 
##
##      [,1]
## [1,]  1.00
## [2,] -1.06
## [3,]  0.98
##
## Eigenvalues of restricted VAR (lambda):
## [1] 0.0825
##
## The value of the likelihood ratio test statistic:
## 2.91 distributed as chi square with 2 df.
## The p-value of the test statistic is: 0.23
##
## Eigenvectors, normalised to first column
## of the restricted VAR:
##
##      [,1]
## [1,]  1.00
## [2,] -1.06
## [3,]  0.98
##
## Weights W of the restricted VAR:
##
##              [,1]
## mayorista.d   -0.1138
## supermercado.d 0.0459
## #####
## ###Model VECM
## #####
## Full sample size: 494  End sample size: 491
## Number of variables: 2  Number of estimated slope parameters 10
```

```

## AIC -5462.592  BIC -5416.431  SSR 4.514969
## Cointegrating vector (estimated by ML):
##   mayorista supermercado    const
## r1      1      -1.168669  1.778087
##
##
##                               ECT                               mayorista -1
## Equation mayorista      -0.1155(0.0249)***  0.1992(0.0469)***
## Equation supermercado  0.0533(0.0134)***  0.0585(0.0252)*
##
##                               supermercado -1      mayorista -2
## Equation mayorista      0.2295(0.0824)**      0.0547(0.0476)
## Equation supermercado -0.0270(0.0443)      0.0703(0.0256)**
##
##                               supermercado -2
## Equation mayorista      0.1593(0.0816).
## Equation supermercado  0.0182(0.0439)

```



```

## #####
## ###Model VECM
## #####
## Full sample size: 494  End sample size: 486
## Number of variables: 2  Number of estimated slope parameters 30
## AIC -5399.275  BIC -5269.503  SSR 4.338197
## Cointegrating vector (estimated by ML):

```



---

```

##      mayorista supermercado      const
## r1          1      -1.090485 1.185426
##
##
##
##      ECT      mayorista -1
## Equation mayorista -0.1371(0.0297)*** 0.2053(0.0495)***
## Equation supermercado 0.0241(0.0158) 0.0734(0.0263)**
##      supermercado -1      mayorista -2
## Equation mayorista 0.2011(0.0890)* 0.0628(0.0503)
## Equation supermercado -0.0728(0.0473) 0.0873(0.0267)**
##      supermercado -2      mayorista -3
## Equation mayorista 0.1627(0.0886). 0.0333(0.0500)
## Equation supermercado -0.0183(0.0471) 0.0405(0.0266)
##      supermercado -3      mayorista -4
## Equation mayorista 0.0460(0.0888) -0.0487(0.0493)
## Equation supermercado 0.0356(0.0472) 0.0227(0.0262)
##      supermercado -4      mayorista -5
## Equation mayorista 0.0771(0.0872) -0.0381(0.0490)
## Equation supermercado 0.0823(0.0463). -0.0309(0.0260)
##      supermercado -5      mayorista -6
## Equation mayorista 0.0163(0.0866) 0.0742(0.0487)
## Equation supermercado -0.0314(0.0460) 0.0445(0.0259).
##      supermercado -6      mayorista -7
## Equation mayorista 0.0195(0.0844) 0.0337(0.0488)
## Equation supermercado 0.0131(0.0448) 0.0743(0.0259)**
##      supermercado -7
## Equation mayorista 0.1745(0.0828)*
## Equation supermercado -0.0192(0.0440)

```

	Estadístico	Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	$p = 2$	90 %	95 %	99 %
$r \leq 1$	2.66	6.50	8.18	11.65
$r = 0$	49.54	15.66	17.95	23.52

Cuadro 4.1: Contraste de la *la traza* de cointegración de Johansen

---

Estadístico		Valores críticos		
$\mathcal{H}_0$	$p = 2$	90 %	95 %	99 %
$r \leq 1$	2.66	6.50	8.18	11.65
$r = 0$	46.88	12.91	14.90	19.19

Cuadro 4.2: Contraste del *máximo autovalor* de cointegración de Johansen

## Capítulo 5

# Procesos de transmisión asimétricos

### 5.1. Modelo de vectores de corrección del error por umbrales (TVECM)

**Definición 5.1.1.** Una serie de tiempo  $K$ -dimensional  $\mathbf{y}_t$  se dice que sigue un modelo TVECM de  $k$ -regímenes de orden  $p$  si satisface

$$\Delta y_t = c_j + \Pi_j \mathbf{y}_{t-1} + \Gamma_{1j} \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \dots + \Gamma_{(p-1),j} \Delta \mathbf{y}_{t-p+1} + u_{tj}, \quad \text{si } \gamma_{j-1} \leq y_{t-d-1} \leq \gamma_j \quad (5.1.1)$$

#### 5.1.1. El contraste de Hansen & Seo (2002)

Cuando estimamos un modelo TVECM resulta vital discernir si este modelo no lineal tiene una performance superior a la que tendría un modelo lineal VECM. Hansen & Seo (2002) propusieron un contraste

---

### 5.1.2. Contrastes de linealidad

### 5.1.3. Estimación del modelo

### 5.1.4. Relaciones dinámicas a corto plazo

## 5.2. Resultados de la aplicación

### 5.2.1. Análisis de las relaciones asimétricas

### 5.2.2. Especificación del sistema

### 5.2.3. Estimación del modelo TVECM

### 5.2.4. Funciones de impulso respuesta

### 5.2.5. Diagnósticos del modelo

```
## 790 (1.6%) points of the grid lead to regimes with percentage of observations <
## There were 2 thresholds/cointegrating combinations ( -0.04397886460139 / 0.938
## which minimize the SSR in the first search, the first one -0.04397886 0.93880
```

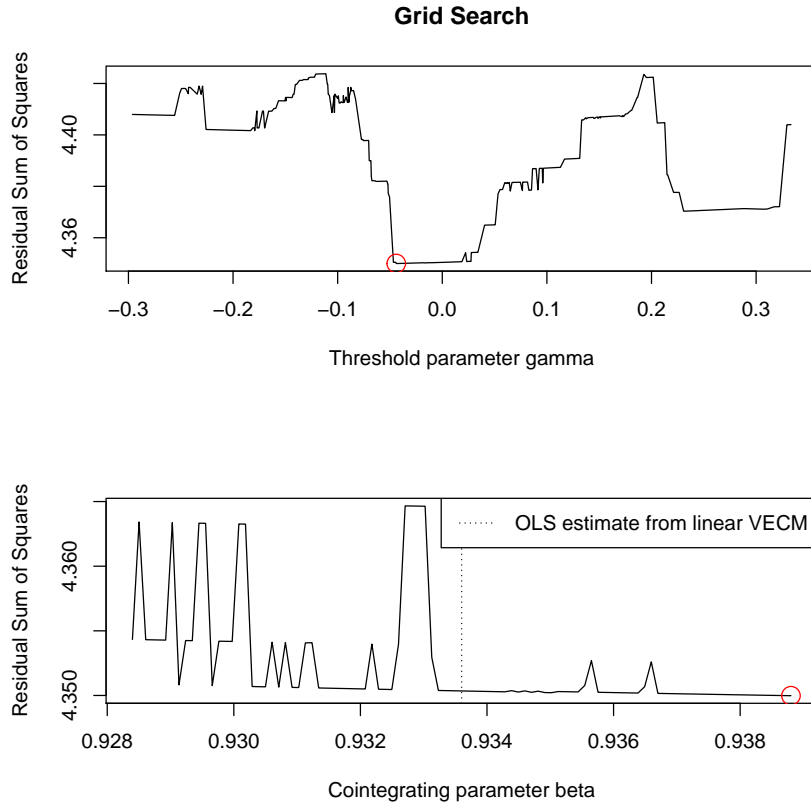
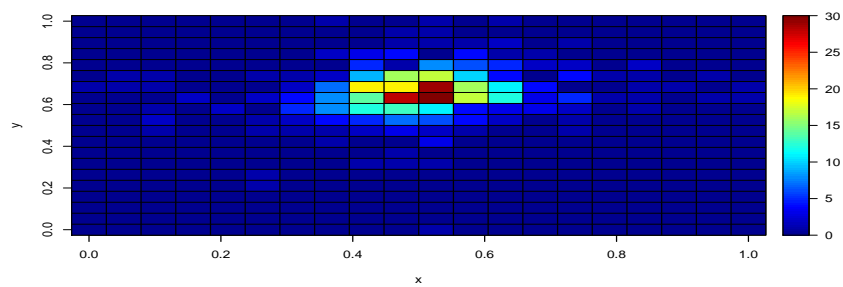
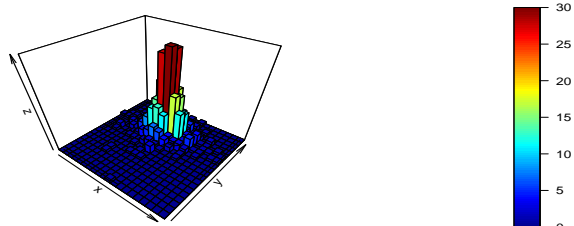
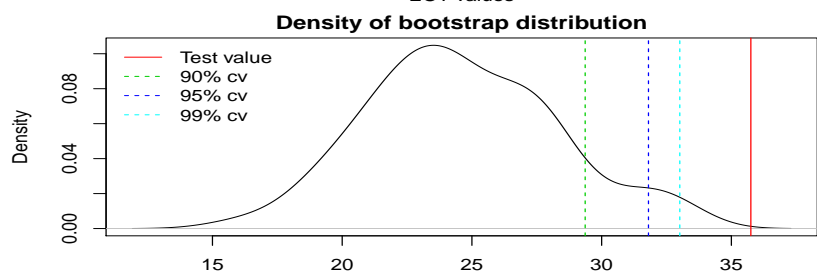
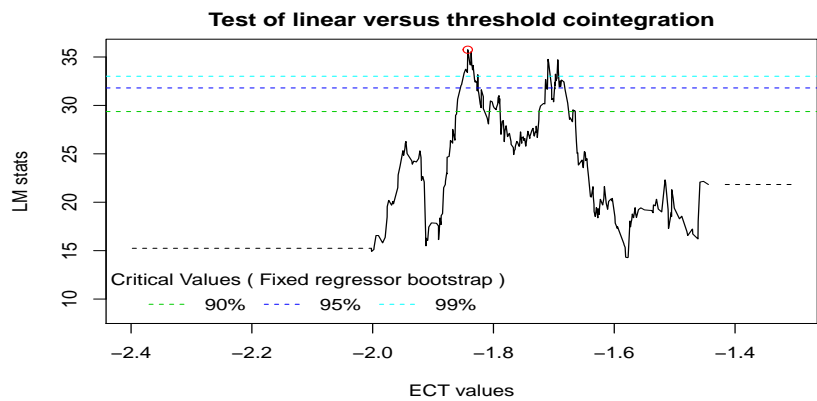


Figura 5.1: Modelo de corrección del error por umbrales

$$\begin{pmatrix} \Delta X_t^1 \\ \Delta X_t^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} -0,1563 \\ 0,1116 \end{pmatrix} ECT_{-1} + \begin{pmatrix} -0,0193 \\ 0,0138 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0979 & 0,2550 \\ 0,0250 & -0,0168 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{t-1}^1 \\ \Delta X_{t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0759 & 0,2788 \\ 0,0428 & -0,0330 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{t-2}^1 \\ \Delta X_{t-2}^2 \end{pmatrix} & \text{if } TH \\ \begin{pmatrix} -0,2379 \\ -0,0612 \end{pmatrix} ECT_{-1} + \begin{pmatrix} 0,0208 \\ 0,0154 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,2802 & 0,1576 \\ 0,1009 & -0,1198 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{t-1}^1 \\ \Delta X_{t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0600 & -0,0507 \\ 0,1142 & 0,0542 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{t-2}^1 \\ \Delta X_{t-2}^2 \end{pmatrix} & \text{if } TH \end{cases} \quad (5.2.1)$$



```
## $JB
##
## JB-Test (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object mono
## Chi-squared = 758.79, df = 4, p-value < 2.2e-16
##
##
```

---

```
## $Skewness
##
## Skewness only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object mono
## Chi-squared = 33.819, df = 2, p-value = 4.531e-08
##
##
## $Kurtosis
##
## Kurtosis only (multivariate)
##
## data: Residuals of VAR object mono
## Chi-squared = 724.97, df = 2, p-value < 2.2e-16
## $multi
##      E df    P(Chi > E)
## 1 261.0274  4 2.738934e-55
##
## $univ
##      E df    P(Chi > E)
## mayorista    87.69408  2 9.067181e-20
## supermercado 173.33336  2 2.296880e-38
```





## Capítulo 6

## Conclusiones



## Capítulo 7

## Bibliografía