

Práctica 7

Kmeans y compresión de imágenes



Departament de Teoria
del Senyal i Comunicacions



INFORMACIÓN / ÍNDICE

- En esta práctica no se proporciona software o ficheros generados previamente.
- Su ponderación en la nota final es de 15 %

6.1 Diseño de función kmeans (40%)

6.2 Aplicación en cuantificación de imágenes (40%)

6.3 Aplicación sobre base de datos propia (20%)

1 Diseño de función kmeans (40%)

1. Generación de una Base de Datos sintética (Gaussiana, $d=3$) formada por L clústeres.
 - Generación aleatoria de media, matriz de covarianza y probabilidad de clase (proporción de elementos de cada clase). Por ejemplo con: `mvnrd.m`
2. Programación función: `CLP_Kmeans`
 - `function [Centroides, Labels]=CLP_Kmeans(BD,K)`
 - Probar la función programada para detectar L centroides sobre la Base de Datos generada de L clústeres.
 - Análisis de trayectorias de los centroides. Por ejemplo con $L=4$, $K=4$, $d=2$
3. Ajuste del modelo. $L=4$, $K=1:10$; Obtenga las medidas de calidad en función de K :
 - Función objetivo
 - Trazas de matrices

1 Diseño de función kmeans

```
function [Centroides, Labels]=CLP_Kmeans(BD,K)
```

No utilice nombre de función igual al de una ya existente en Matlab

- Inicializar K centroides aleatoriamente

Inicio bucle:

- Asignar cada vector al centroide más similar (min distancia)
- Calcular los nuevos centroides

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \mathbf{x}; \quad i = 1, \dots, K$$

- Verificar Criterio de para bucle (Iteración máxima, Función objetivo, etc,...)

Diseño de función de predicción:

```
function [Labels]=Predict_Kmeans(BD,Centroides)
```

No utilice nombre de función igual al de una ya existente en Matlab

1 Diseño de función kmeans

Obtenga las medidas de calidad en función de K (K=c en las fórmulas):

- Función objetivo

$$J_e = \sum_{i=1}^c \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \|\mathbf{x} - \mathbf{m}_i\|^2$$

- Trazas de matrices

Scatter matrix for the i cluster

$$\mathbf{S}_i = \sum_{\mathbf{x} \in D_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T$$

Within-cluster scatter matrix

$$\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^c \mathbf{S}_i \quad \mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in D} \mathbf{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^c n_i \mathbf{m}_i$$

Between-cluster scatter matrix

$$\mathbf{S}_B = \sum_{i=1}^c n_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T$$

Total scatter matrix

$$\mathbf{S}_T = \sum_{\mathbf{x} \in D} (\mathbf{x} - \mathbf{m})(\mathbf{x} - \mathbf{m})^T = \mathbf{S}_W + \mathbf{S}_B$$

$$\min Tr(\mathbf{S}_T^{-1} \mathbf{S}_W); \quad \max Tr(\mathbf{S}_W^{-1} \mathbf{S}_B)$$

2 Aplicación en cuantificación de imágenes (40%)

Una imagen se representa mediante una variable de dimensiones:

$$N_v \cdot N_h \cdot 3$$

imread.m; función para cargar imágenes
archivadas en directorio del path

Por tanto se tendrán N píxeles o elementos de la BD

$$N = N_v \cdot N_h$$

Imresize.m; función para re-escalar N
Intentar $100000 < N < 200000$

de dimensión **d=3** (rojo, azul, verde)

$$x(n) = [r(n), g(n), b(n)]^T$$

Cada coordenada se representa mediante 24 bits, con lo cual se pueden representar un número de colores distintos:

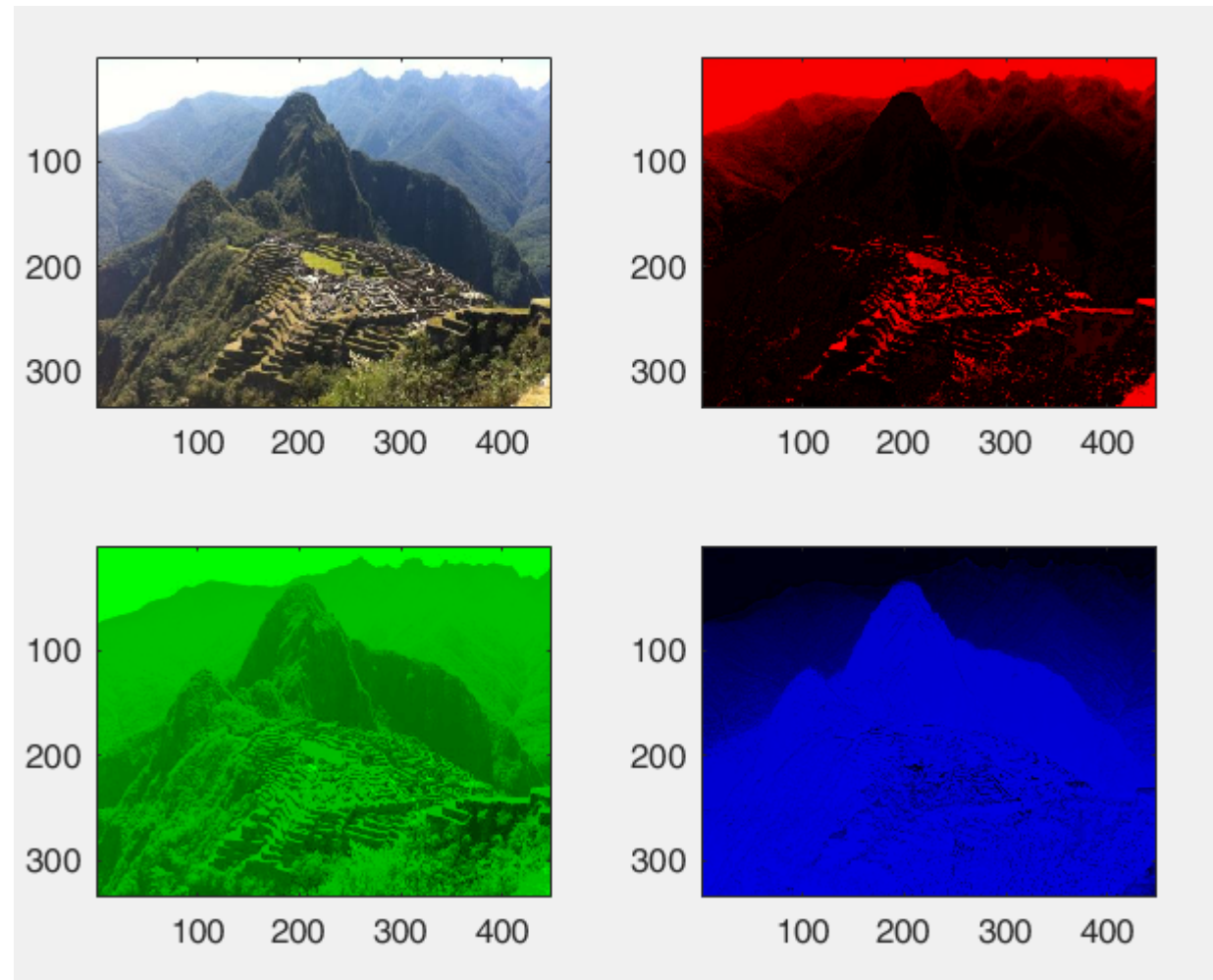
$$(2^8)^3 = 16777216$$

Mediante el algoritmo Kmeans se cuantifica la imagen mediante K colores distintos.

2 Aplicación en cuantificación de imágenes

Ejemplo:

Imagen original y representación de sus 3 componentes RGB.



2 Aplicación en cuantificación de imágenes

Resultados a presentar:

- Scatter-plot (Clústeres en 2D)
- Clústeres en 3D
- Imagen cuantificada (Conjunta, componentes RGB resultantes)
- Cuantificación de nuevas imágenes
- Etc,...

3 Aplicación sobre base de datos propia (20%)

Obtener BD propia. Por ejemplo de los enlaces:

- <http://www-stat.stanford.edu/~tibs/ElemStatLearn/data.html>
- <http://archive.ics.uci.edu/ml/>
- <http://www.cs.toronto.edu/~delve/data/datasets.html>
- <https://code.google.com/archive/p/cmaterdb/>
- Otros

Aplicar Kmeans sobre la BD.

- BD no etiquetada: Interpretar los clústeres.
- BD etiquetada: Comparar las etiquetas con la clusterización obtenida a partir de los centroides.
- Otros análisis.