Practica 1

MAP y BD gaussianas

UPC
telecom BCN
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

1 BD Gaussianas (Sintéticas)

Caso 1: $\mathbf{x}|\mathrm{c}: \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_c, \sigma^2\mathbf{I})$; Ejemplo de C=2 clases, d=3 características

Caso 2: $\mathbf{x}|\mathrm{c}: \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_c, \mathbf{C})$; Ejemplo QPSK C=4 clases, d=2 características

Variables M_means y M_covar en soft de laboratorio

Al aplicar MAP para los casos 1 ó 2:

- Las funciones discriminantes son lineales con los vectores de características.
- Las fronteras separadoras son rectas (d=2), planos (d=3), hiperplanos en general.
- Ecuación de frontera: $\boxed{\boldsymbol{L}^T\boldsymbol{x} + K = 0}$ $\Longrightarrow$

$$L_1x_1 + L_2x_2 + \cdots + L_dx_d + K = 0$$

1 BD Gaussianas (Sintéticas)

Caso 3: $\boldsymbol{x}|\mathrm{c}: \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_c, \mathbf{C}_c)$; Ejemplo de C=4 clases, d=2 características

Variables M_means y M_covar en soft de laboratorio

Al aplicar MAP para el caso 3:

- Las funciones discriminantes son cuadráticas con los vectores de características.
- Las fronteras separadoras son hiper-cuadráticas en general.
- Ecuación de frontera: $\boxed{\boldsymbol{x}^T\mathbf{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{L}^T\boldsymbol{x} + K = 0}$

Ejemplo d=2

$$x_1^2 Q_{11} + x_2^2 Q_{22} + x_1 Q_{12} x_2 + x_2 Q_{21} x_1 + L_1 x_1 + L_2 x_2 + K = 0$$

1 BD Gaussianas (Sintéticas)

Obtención de clasificador cuadrático con Matlab:

Diseño de clasificador a partir de base de datos de entreno formada por los vectores en la matriz X y las etiquetas en el vector Labels:

```
quaclass = fitcdiscr(X,Labels,'discrimType','quadratic')
```

Obtención parámetros de frontera entre dos clases class1 y class2

```
K = quaclass.Coeffs(class1,class2).Const;
L = quaclass.Coeffs(class1,class2).Linear;
Q = quaclass.Coeffs(class1,class2).Quadratic;
```

Obtención de etiquetas o predicciones de una base de datos de vectores en matriz X

```
Labels_predict= predict(quaclass,X);
```

2 Parámetros analizados en la práctica

1. **Distancia de Mahalanobis:** la distancia cuadrática de Mahalanobis de una observación $\mathbf{x}$ respecto a una distribución de media $\boldsymbol{\mu}$ y de matriz de covarianza $\mathbf{C}$ se define como:

$$\boxed{D_M(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}$$

   En ocasiones se generaliza a la distancia cuadrática de Mahalanobis entre dos vectores:

$$D_M(\mathbf{x},\mathbf{y}) = (\mathbf{x}-\mathbf{y})^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

2. **Scatter Plott**

3. **Matriz de Confusión**

4. **Receiver Operating Characteristic**: ROC