

1. Sea un disco de masa M y radio R . Obtenga,
 - (a) El momento de inercia respecto al eje perpendicular que pasa por el centro del disco.
 - (b) El momento de inercia respecto a un eje que contiene al diámetro.
 - (c) El momento de inercia con respecto a un eje en el plano del disco y tangente al borde del mismo.
 - (d) Si el disco cae rodando por un plano inclinado, razone si su velocidad es mayor que si cayese deslizándose sin rozamiento
2. Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OX vale $ma^2/3$,
 - (a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OY y OZ ?
 - (b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de las diagonales de la placa?
 - (c) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los lados de la placa?
3. Sea una placa cuadrada de masa m y lado $2a$, situada en el plano XY con lados paralelos a los ejes y centro en el origen. Sabiendo que el momento de inercia alrededor del eje OZ vale $2ma^2/3$,
 - (a) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes OX y OY ?
 - (b) ¿Cuánto valen los momentos de inercia respecto de los ejes $O'X'$, $O'Y'$ y $O'Z'$, paralelos a los anteriores con $\overrightarrow{OO'} = (0, a, a)$?
 - (c) ¿Es el sistema de referencia $O'X'Y'Z'$ un sistema de ejes principales?
 - (d) ¿Cuánto valen los elementos no diagonales del tensor de inercia respecto del sistema de referencia $O'X'Y'Z'$?
4. Considere una espira cuadrada sin masa, de lado a , en cuyos vértices se colocan cuatro masas m puntuales.
 - (a) ¿Cuánto valen los momentos principales de inercia respecto del centro de masas de la espira?
 - (b) Escriba la matriz de inercia respecto de los ejes trasladados del centro de masas a un vértice de la espira.
 - (c) ¿Cuánto valen los momentos principales de inercia en un vértice de la espira?
5. Considere la misma espira, en la que ahora se colocan dos masas m puntuales en dos vértices opuestos de la espira y dos masas $2m$ en los otros dos vértices.
 - (a) Escriba la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY paralelos a los lados.
 - (b) Escriba la matriz de inercia respecto del sistema con origen en el centro de masas de la espira y ejes XY según las diagonales.
 - (c) Si se forzara la espira a girar con velocidad constante ω alrededor de un eje paralelo a un lado de la espira, ¿cuál es el momento de las fuerzas en el sistema de ejes principales? (Ecuaciones de Euler).

6. Sea una espira cuadrada de un metro de lado y 2 kg de masa. Sabiendo que el momento de inercia de una varilla de longitud L y masa m respecto de un eje perpendicular que pasa por el centro vale $mL^2/12$,
- (a) ¿Cuánto vale el momento de inercia de la espira respecto al eje perpendicular a la misma que pasa por su centro?
 - (b) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto de la diagonal de la espira?
 - (c) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto al eje perpendicular que pasa por un vértice?
 - (d) ¿Cuánto vale el momento de inercia respecto de un lado de la espira?
7. Sea un anillo de radio 2 m y masa m centrado en el plano XY .
- (a) Obtenga los momentos principales de inercia respecto del centro del anillo.
 - (b) Obtenga los momentos principales de inercia respecto del punto $(1, 1, 0)$.
 - (c) ¿Cuáles son los ejes principales en el apartado anterior?
8. Considere el movimiento de un sólido libre.
- (a) Razone si el momento angular es una constante del movimiento.
 - (b) Si los tres momentos principales de inercia son iguales, razone si el movimiento del sólido alrededor de un eje cualquiera es siempre estable.
 - (c) Si $I_1 > I_2 > I_3$, razone si el movimiento del sólido alrededor de I_2 es inestable.
 - (d) Si $I_1 = I_2 \neq I_3$, razone si el movimiento del sólido alrededor de I_3 es inestable.
9. Considere una peonza cónica de masa m , radio r y altura h que se mueve en un campo gravitatorio, manteniendo el vértice fijo.
- (a) ¿Cuánto vale el momento de inercia alrededor del eje de revolución?
 - (b) ¿Cuánto vale la distancia del vértice al centro de masas de la peonza?
 - (c) Escriba la energía potencial para una determinada inclinación θ de la peonza.
10. Considere una polea —en forma de disco, de masa M — en la que se enrolla un hilo, de masa despreciable, de cuyo extremo pende una masa puntual m .
- (a) Obtenga las energías cinética y potencial del sistema en el movimiento de caída de la masa puntual.
 - (b) ¿Cuánto vale la aceleración lineal de la masa m y la aceleración angular de la polea?

11. Sea un sistema de cuatro masas $m_1(0, 0, 0)$, $m_2(l, 0, 0)$, $m_2(0, l, 0)$, $m_2(l, l, 0)$, situadas en los vértices de un cuadrado de lado l , con las coordenadas indicadas (tomando el eje y hacia arriba y el eje x hacia la derecha) y unidas por varillas rígidas de masa despreciable.
- (a) Calcule las coordenadas del centro de masas.
 - (b) Calcule el tensor de inercia respecto a los ejes x , y y z .
 - (c) Calcule el tensor de inercia respecto al centro de masas por transporte paralelo y compruebe el resultado calculando explícitamente $\mathbf{I}_{11}^{\text{CM}}$ y $\mathbf{I}_{12}^{\text{CM}}$.
 - (d) Calcule los ejes principales y momentos principales de inercia.
 - (e) Si se ‘cuelga’ el cuadrado de m_1 , en el plano xy , y se separa ligeramente del equilibrio en dicho plano, describa el movimiento usando las ecuaciones de Euler.
 - (f) Halle la solución si la separación de la posición de equilibrio es pequeña.
12. Considere el objeto de la figura, en el que la masa de la barra que une las masas $m_1 > m_2$ es despreciable. Suponga que el sistema está sujeto por el centro de masas y su posición, tal y como indica la figura, es inclinada en el plano vertical.
- (a) Calcule el tensor de inercia en el sistema centro de masas.
 - (b) Encuentre los ejes principales en este sistema de referencia.
 - (c) Si se suelta el objeto, obtener el movimiento en el sistema laboratorio.
 - (d) ¿Qué hubiera ocurrido si en lugar de estar sujeto por el CM, hubiera estado sujeto por el centro de la barra? ¿Cuáles serían las ecuaciones de movimiento?

