

1. Considere una partícula de masa m moviéndose en un potencial central dado por $U(r) = -k/r$, con momento angular ℓ .
 - (a) Escriba la energía total de la partícula en coordenadas polares e identifique el potencial efectivo.
 - (b) A partir de la ecuación de la órbita, encuentre los tipos de movimiento posibles dependiendo de la energía total E de la partícula. Distinga para cada caso el valor de la excentricidad ε de la sección cónica. ¿Para qué valores de la energía el movimiento es acotado?
 - (c) Obtener el radio r_c de la órbita circular.
 - (d) Calcule el valor de la energía para la órbita circular.
 - (e) Si la partícula se encuentra en dicha órbita circular, y el valor de k se cambia súbitamente a la mitad, ¿Cómo cambia la energía total? ¿Cuál es el nuevo tipo de movimiento?

Solución: a) $E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \ell^2/2mr^2 - k/r = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - V(r)$; c) $r_c = \ell^2/km$; d) $E_{\text{circ}} = U(r_c)/2$; e) $E = 0 \forall k \rightarrow k/2$.

2. Considere el potencial dado por $U(r) = r^2/2$.
 - (a) ¿Para qué energías el movimiento es acotado?
 - (b) Obtener el radio de la órbita circular.
 - (c) Si la energía es de 5 J, $\ell = 4 \text{ kg m}^2/\text{s}$ y $m = 1 \text{ kg}$, ¿cuál es la distancia más próxima del movimiento al centro del potencial?
 - (d) Si el potencial fuera atractivo, $U(r) = -r^2/2$, ¿existiría el movimiento circular?

Solución: a) $E > 0$; b) $r_c^4 = \ell^2/m$; c) $r_p = \sqrt{2} \text{ m}$.

3. Considere el potencial de Yukawa,

$$U(r) = -\frac{k}{r}e^{-\frac{r}{r_0}} ,$$

donde k y r_0 son constantes positivas. Encuentre los tipos de movimiento posibles.

4. Se lanza un satélite artificial desde una plataforma a una distancia D del centro de la Tierra.

- (a) Obtener la velocidad de lanzamiento para que la órbita sea circular.
- (b) ¿Para qué velocidades la órbita es elíptica?

Solución: a) $v_\theta = \sqrt{GM_T/D}$; b) $v_\theta < v < v_{\text{escape}}$.

5. Asuma que la órbita de la tierra es circular y que la masa del Sol súbitamente disminuye a la mitad. ¿Qué órbita obtendría la Tierra? ¿Escaparía del sistema solar?