Física II

Módulo 1: Campo Eléctrico

Héctor Hernández - 2024

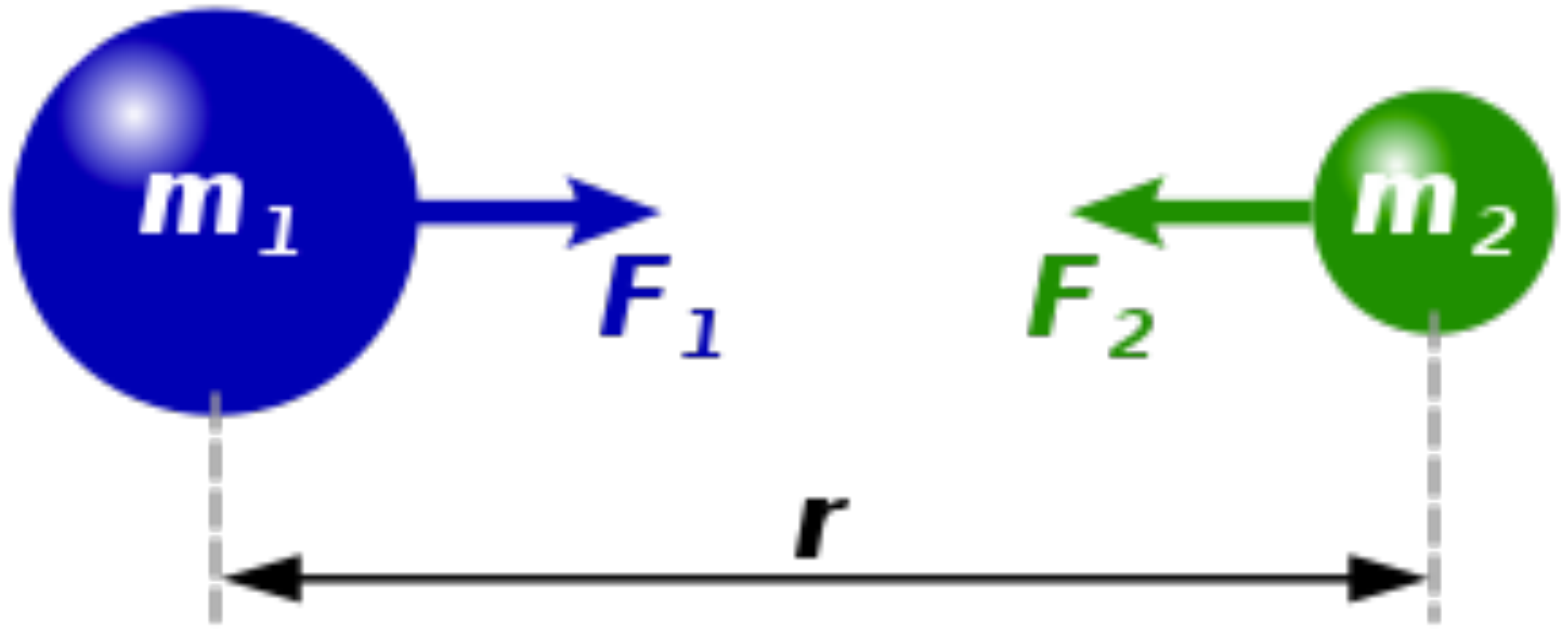
I. Cargas y campos eléctricos

1. Carga eléctrica
2. Conductores, aislantes y carga por inducción
3. Ley de Coulomb
4. Campo eléctrico
5. Principio de superposición

En capítulos anteriores…
… la Gravedad

En capítulos anteriores…
… la Gravedad

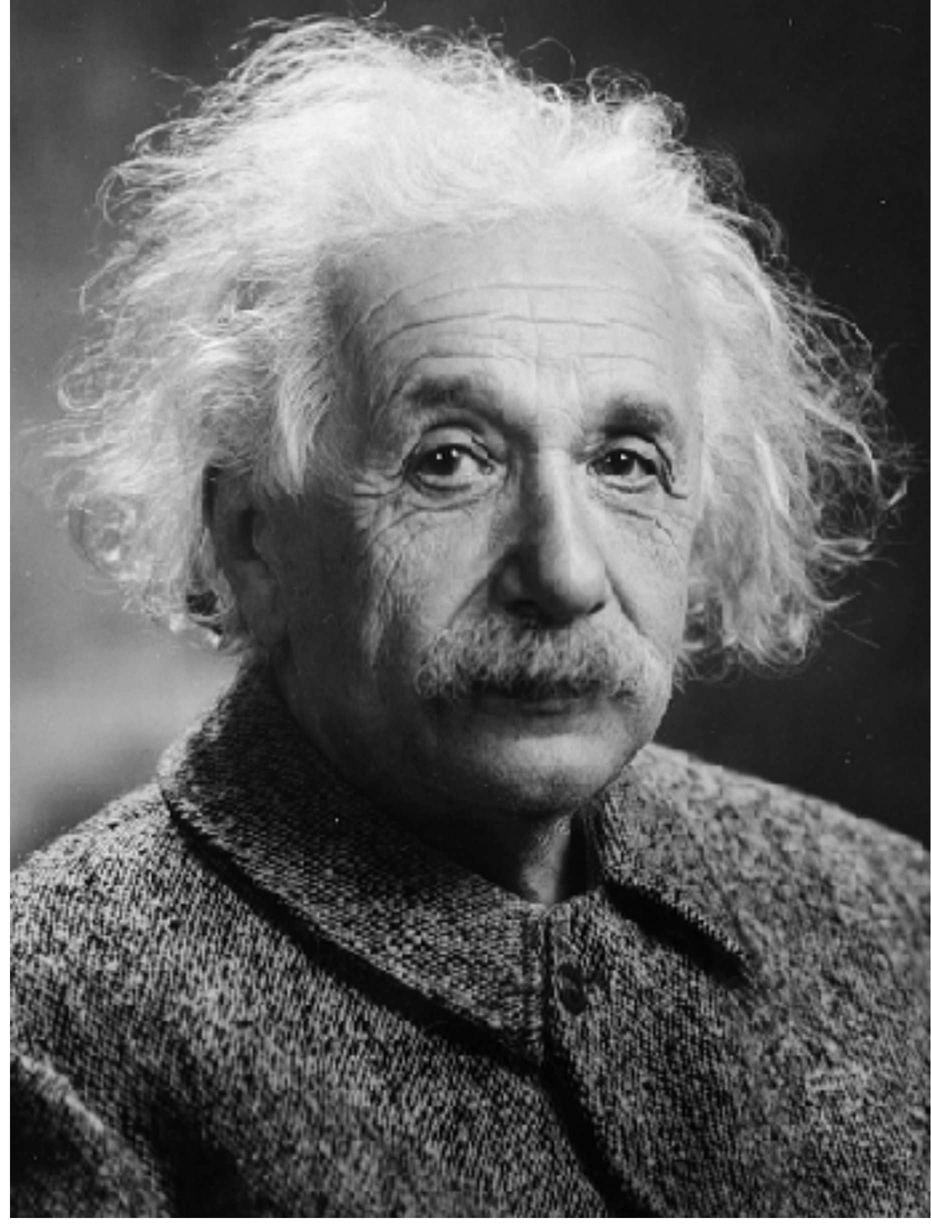
$$\mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\mathbf{v})$$



$$F_1 = F_2 = G\,\frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

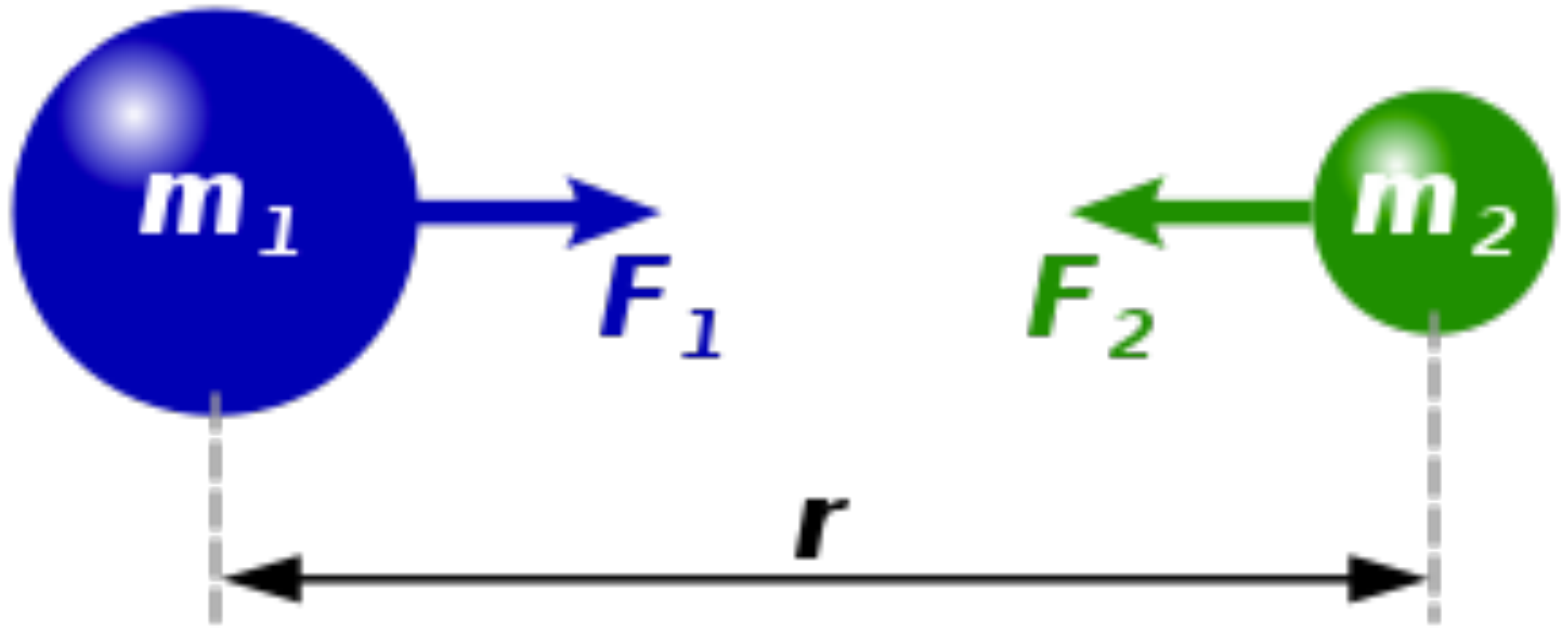
$$G = 6.67430(15) \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3{\cdot}\mathrm{kg}^{-1}{\cdot}\mathrm{s}^{-2}$$

En capítulos anteriores…
… la Gravedad



$$\mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\mathbf{v})$$

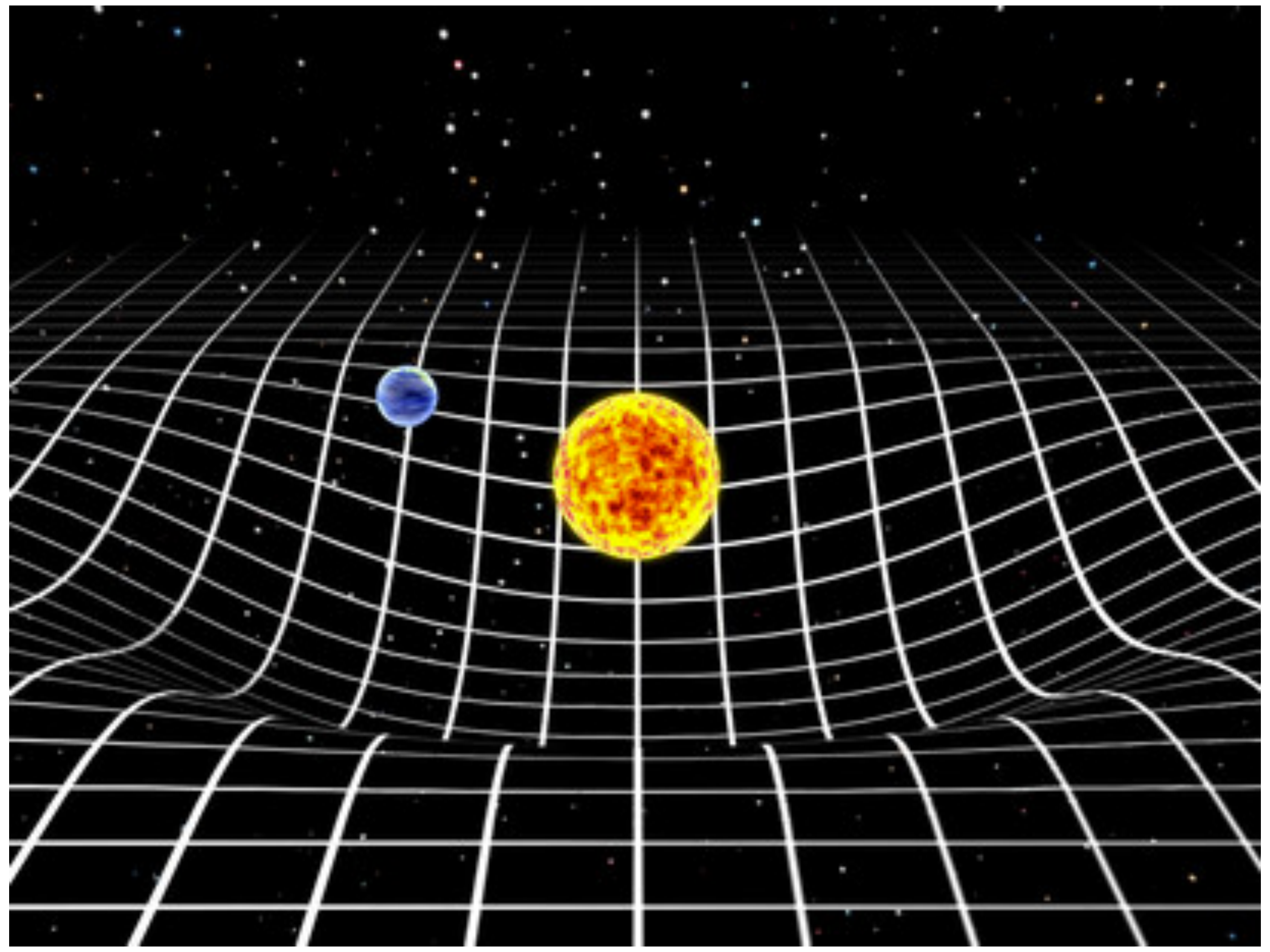
$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$



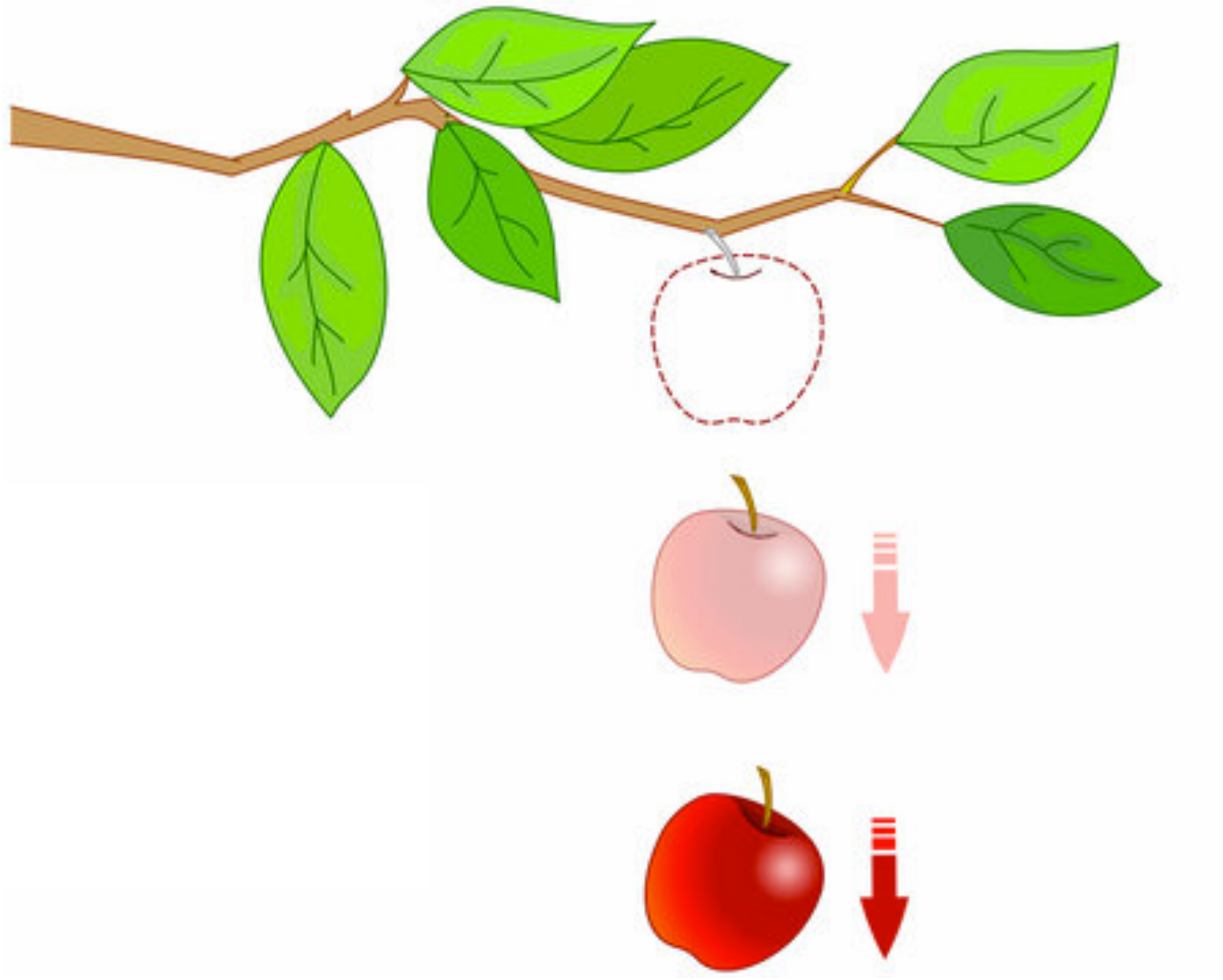
$$F_1 = F_2 = G\,\frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$

$$G = 6.67430(15) \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

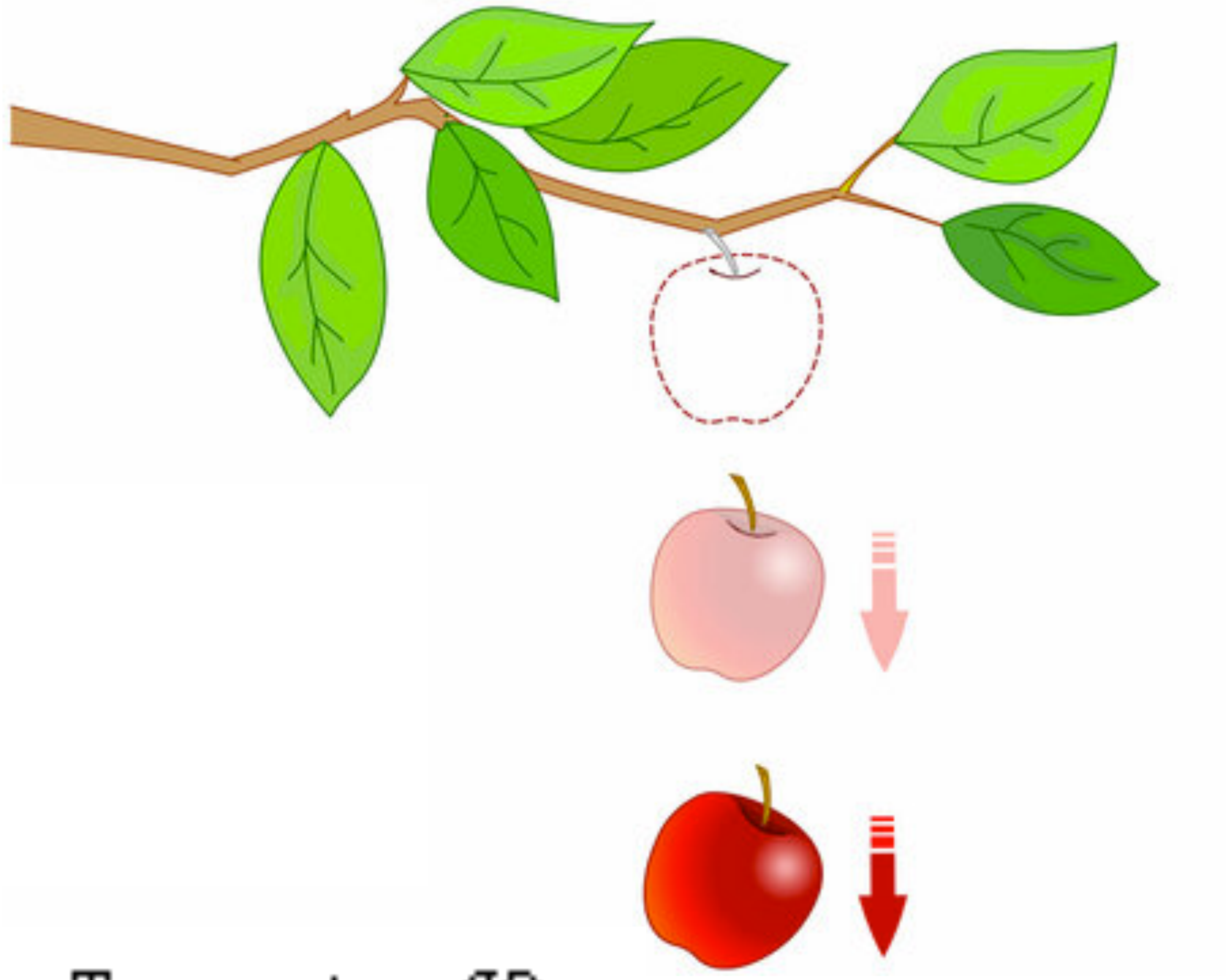
$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} \approx 2.076647442844 \times 10^{-43}\ \mathrm{N}^{-1}.$$



El concepto de campo

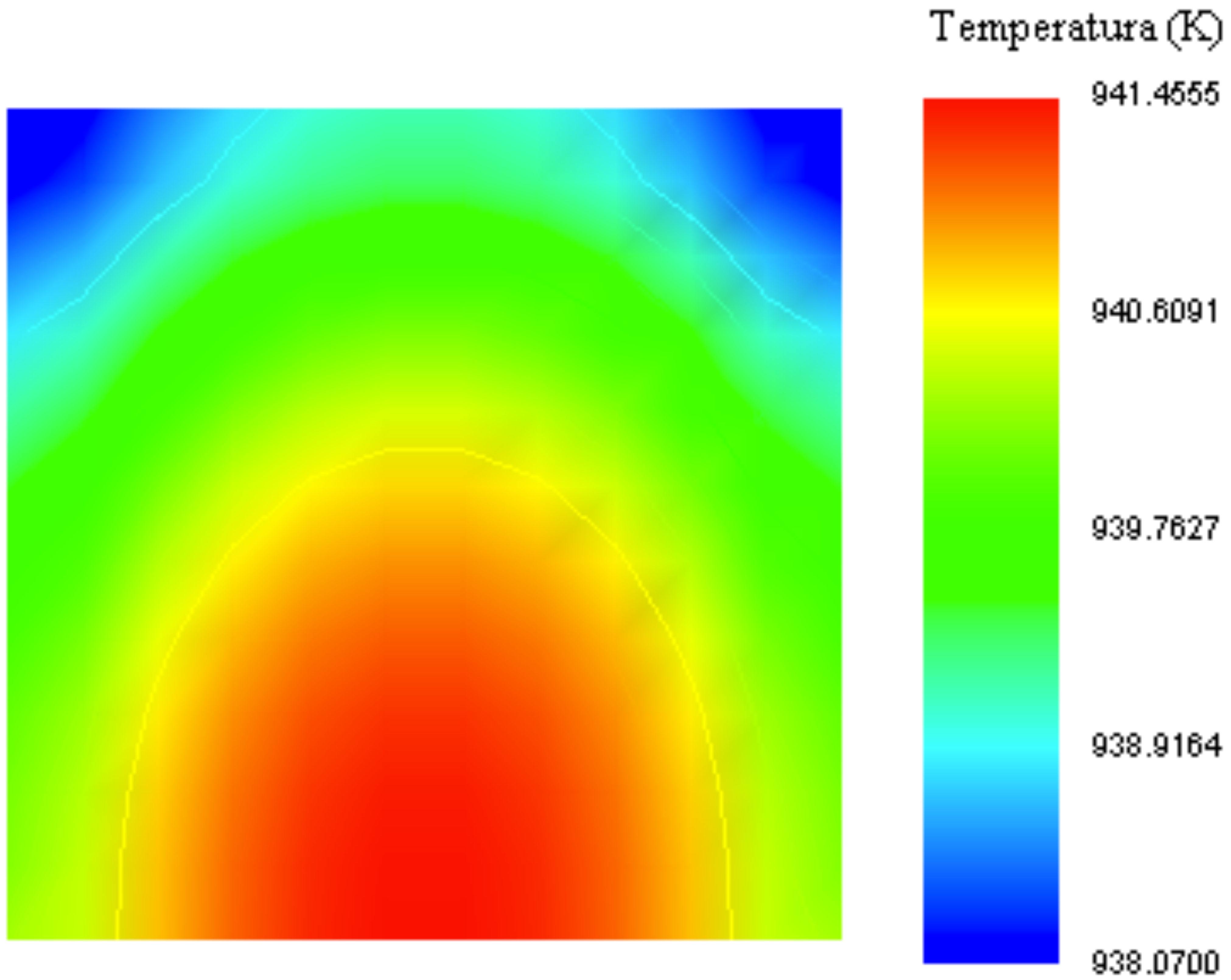


El concepto de campo



Campo escalar:

$$f : \mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x, y, z) = 3x + 2y - z$$

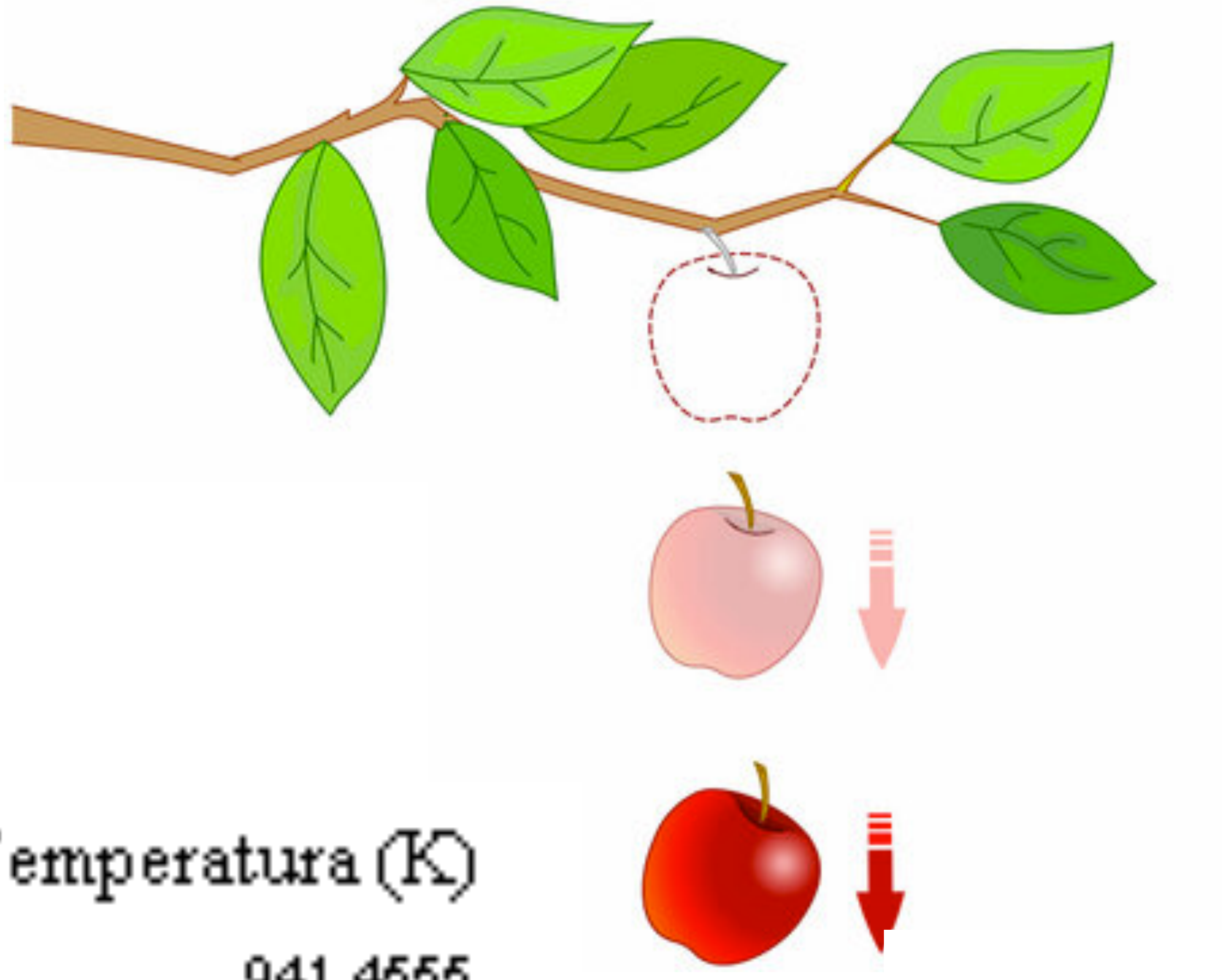


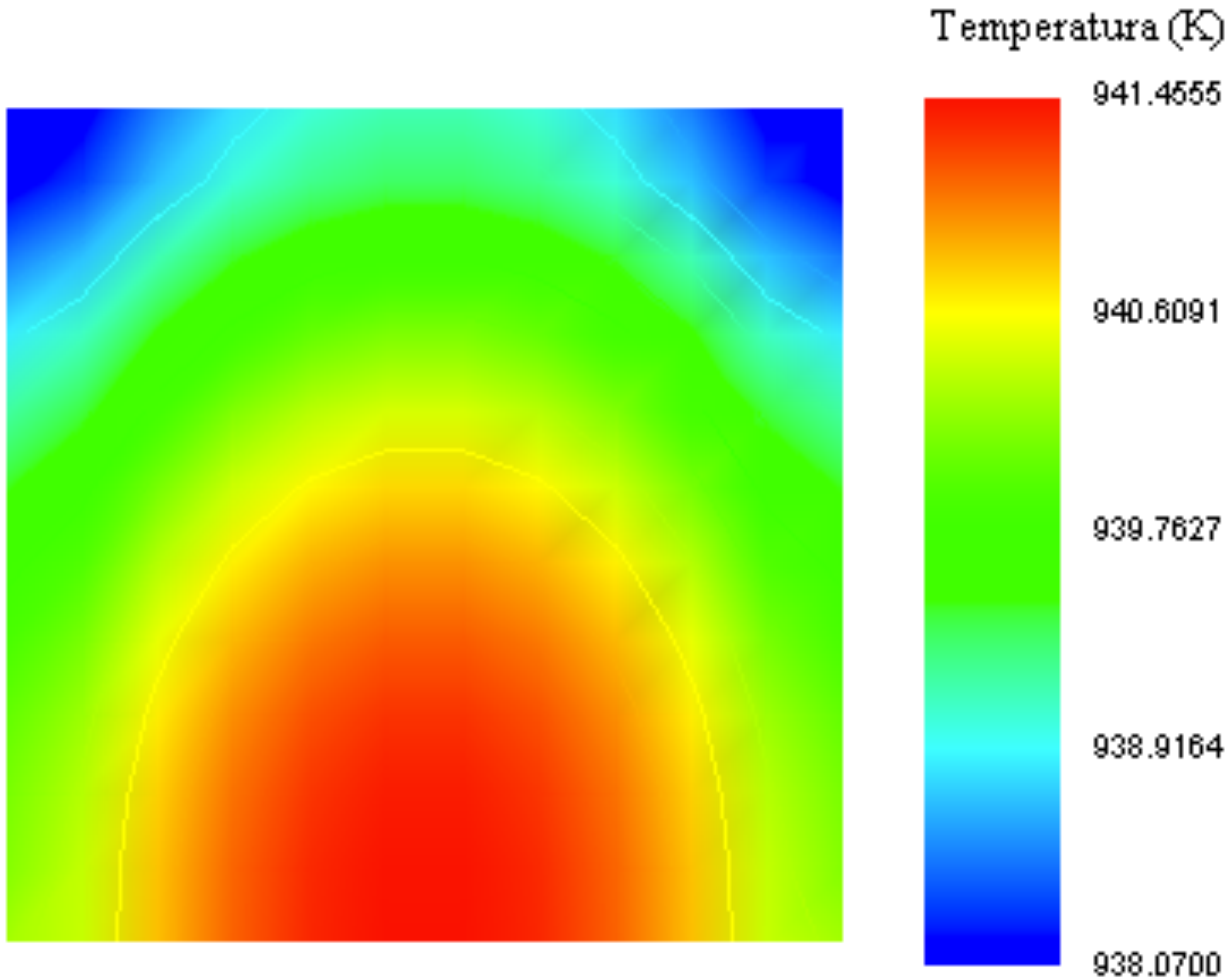
El concepto de campo

Campo escalar:

$$f : \mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x, y, z) = 3x + 2y - z$$

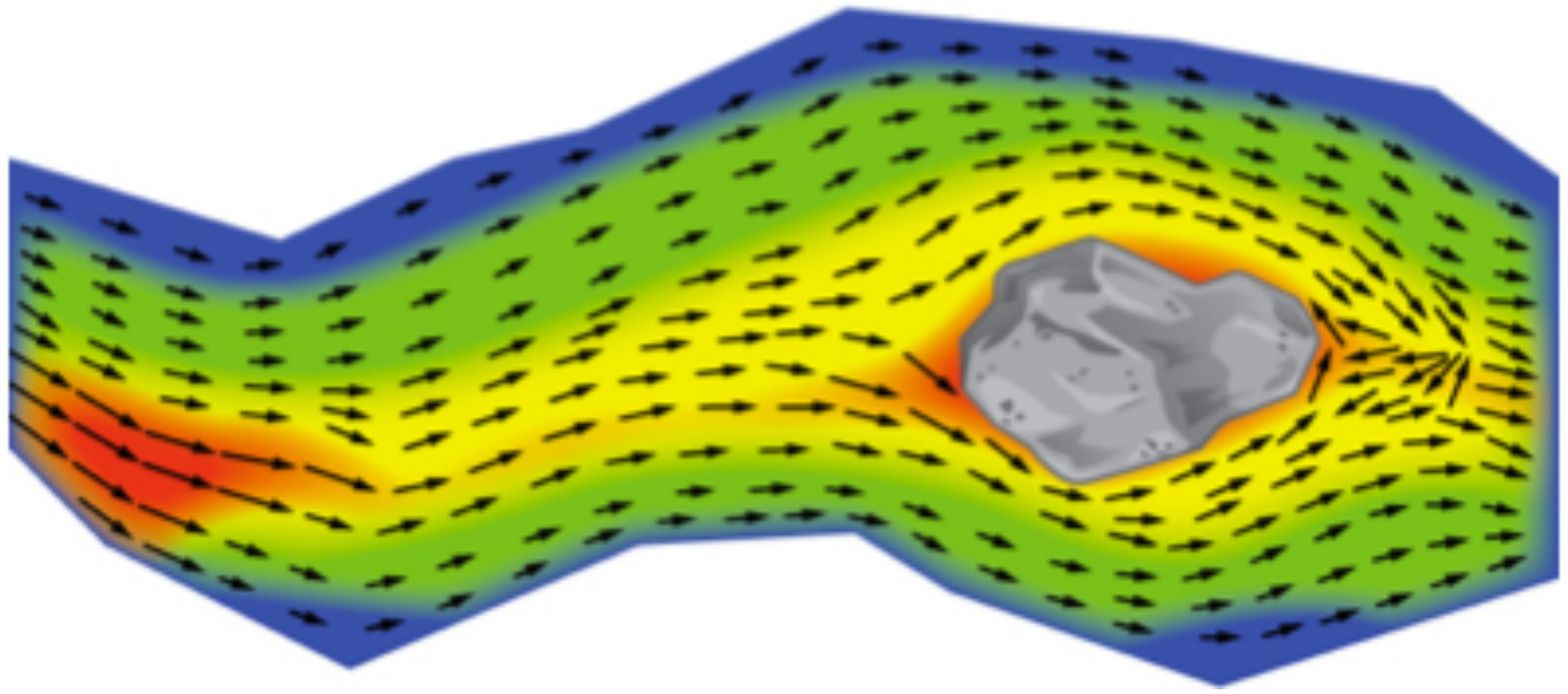




Campo Vectorial:

$$F : \mathbb{R}^2 \Rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$\vec{F}(x, y) = \left(2y^2 + x\right)\mathbf{i} + \cos(x)\mathbf{j}$$



$$F : \mathbb{R}^3 \Rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = \langle P(x, y, z), Q(x, y, z), S(x, y, z)\rangle$$

$$\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = P(x, y, z)\hat{\mathbf{i}} + Q(x, y, z)\hat{\mathbf{j}} + S(x, y, z)\hat{\mathbf{k}}$$

Ejemplo

Sea $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = \left(2y^2 + x - 4\right)\hat{\mathbf{i}} + \cos(x)\hat{\mathbf{j}}$ un campo vectorial en $\mathbb{R}^2$.
Este es un ejemplo de un campo vectorial continuo, ya que ambas funciones componentes son continuas.
¿Qué vector está asociado con el punto $(0,-1)$?

$$\vec{\mathbf{F}}(0,1) = \left(2(-1)^2 + 0 - 4\right)\hat{\mathbf{i}} + \cos(0)\hat{\mathbf{j}} = -2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}}$$

Ejemplo

Dado el campo $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = \dfrac{y}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{i}}, -\dfrac{x}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{j}}.$ y lo queremos graficar

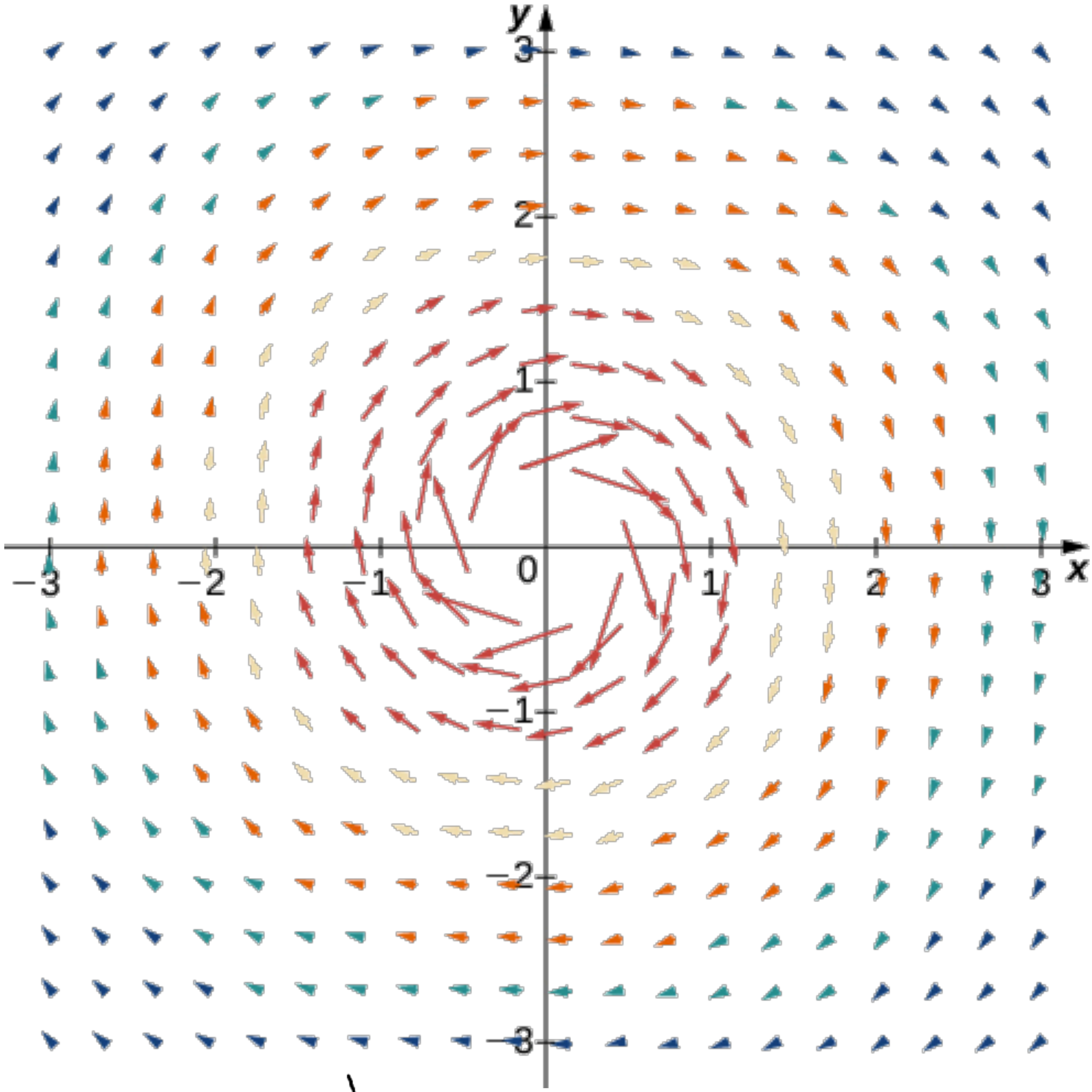
(x, y)	$\vec{\mathbf{F}}(x, y)$	(x, y)	$\vec{\mathbf{F}}(x, y)$	(x, y)	$\vec{\mathbf{F}}(x, y)$
$(1, 0)$	$\langle 0, -1\rangle$	$(2, 0)$	$\langle 0, -\frac{1}{2}\rangle$	$(1, 1)$	$\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$
$(0, 1)$	$\langle 1, 0\rangle$	$(0, 2)$	$\langle \frac{1}{2}, 0\rangle$	$(-1, 1)$	$\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
$(-1, 0)$	$\langle 0, 1\rangle$	$(-2, 0)$	$\langle 0, \frac{1}{2}\rangle$	$(-1, -1)$	$\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
$(0, -1)$	$\langle -1, 0\rangle$	$(0, -2)$	$\langle -\frac{1}{2}, 0\rangle$	$(1, -1)$	$\langle -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

$$\vec{\mathbf{F}}(x,y) = \frac{y}{x^2+y^2}\,\hat{\mathbf{i}}, -\frac{x}{x^2+y^2}\hat{\mathbf{j}}.$$

$$|\vec{\mathbf{F}}(a,b)| = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{\left(a^2+b^2\right)^2}} = \sqrt{\frac{1}{a^2+b^2}}$$

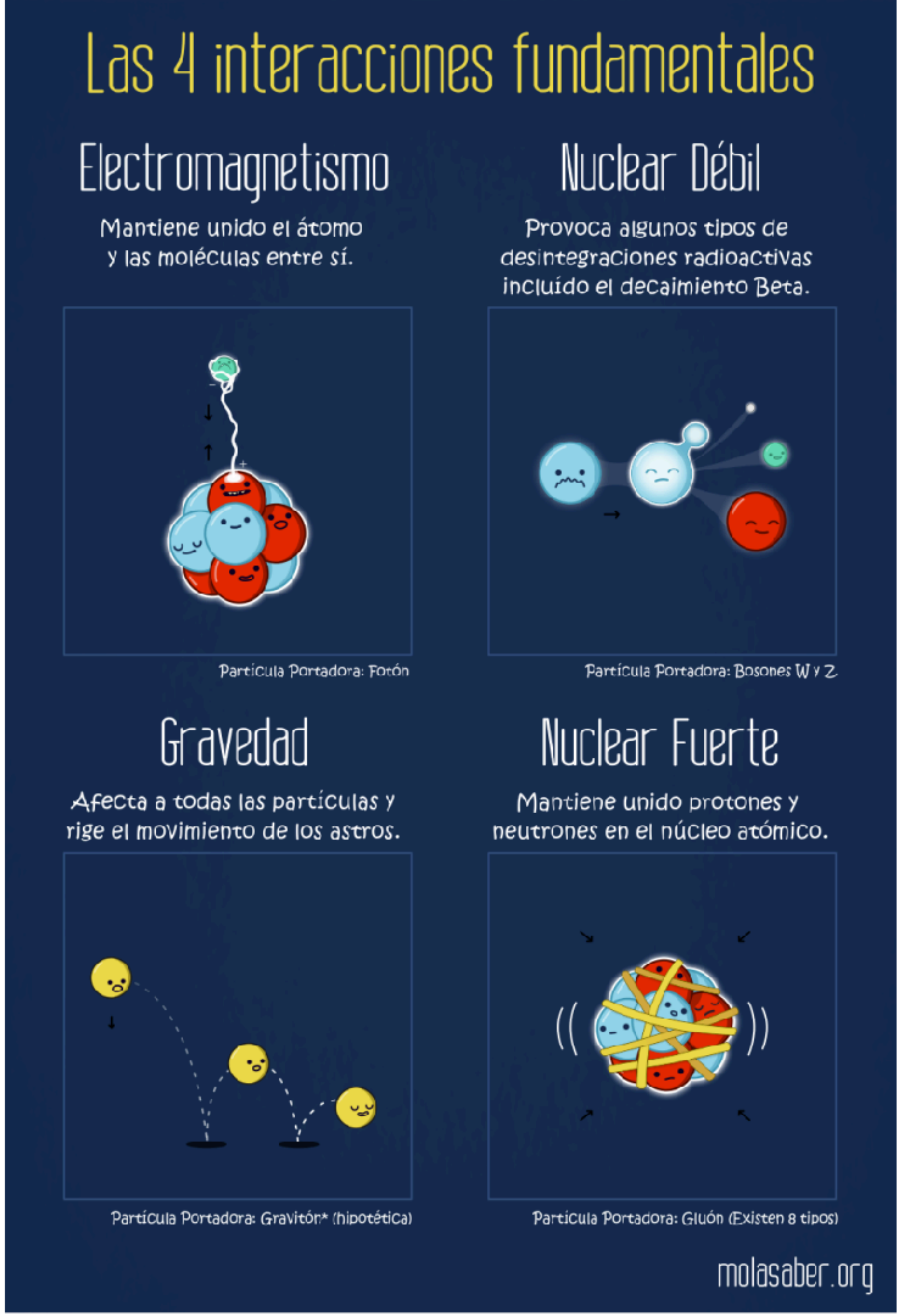
$$\|\vec{\mathbf{F}}(a,b)\| \to \infty \text{ a medida que } (a,b) \to (0,0)$$

$$\vec{\mathbf{F}}(a,b)\cdot(a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}}) = 0$$



Demuestre que el campo vectorial $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = \left\langle \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, -\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right\rangle$ es un campo vectorial unitario .

- Existen cuatro fuerzas fundamentales (interacciones o campos) que son las responsables de todos los fenómenos que podemos observar en el Universo.



1. Carga eléctrica, un poco de historia

- En un principio la electricidad producida por trozos de ámbar previamente frotados con lana, el magnetismo asociado a rocas y la electricidad generada por celdas químicas eran fenómenos que no estaban relacionados.

- No fue hasta 1820 cuando H. C. Oersted descubrió que una corriente eléctrica está rodeada por un campo magnético, que podía desviar la aguja de una brújula.

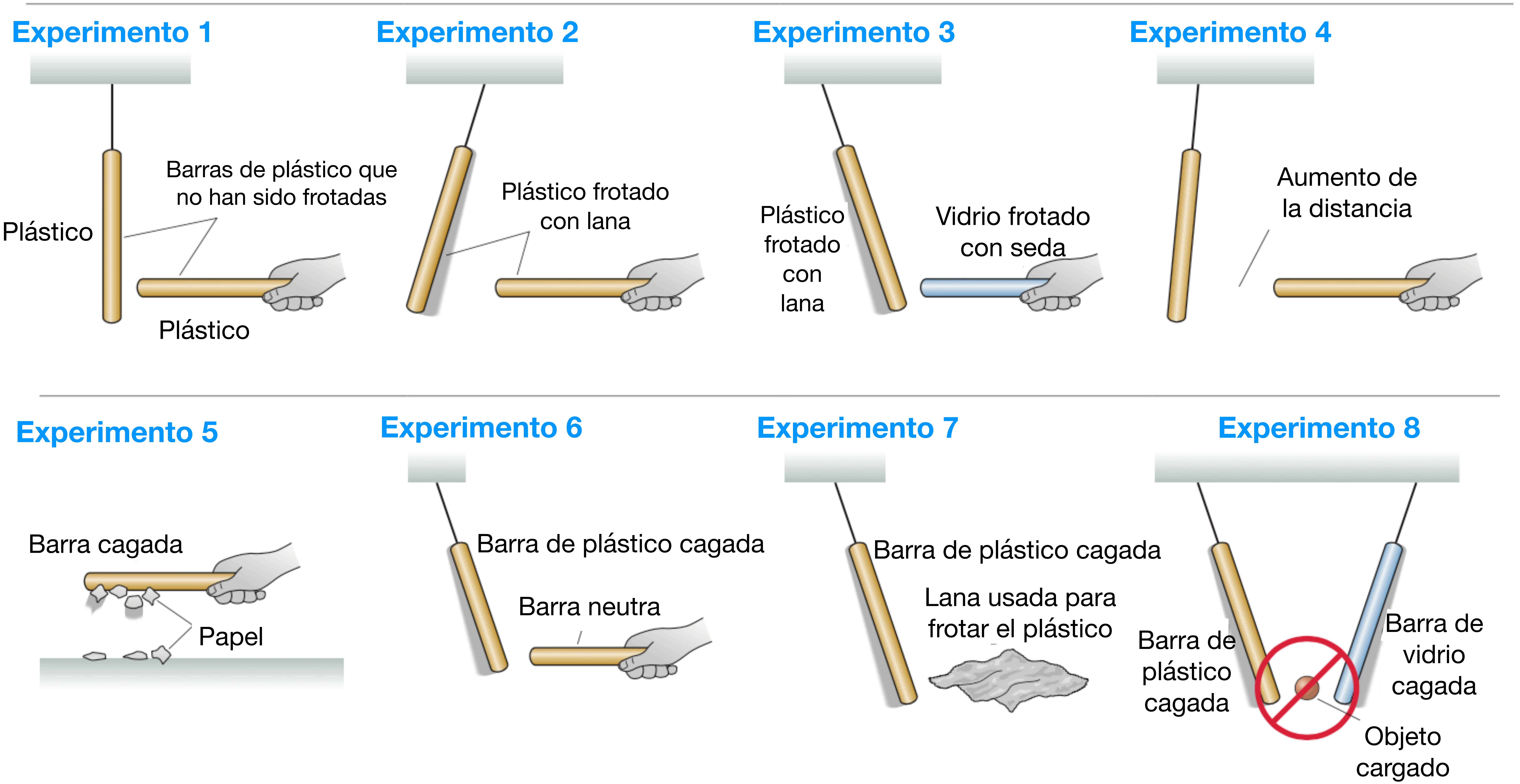
- Las relaciones entre estos fenómenos fueron descubiertos durante el siglo XIX por científicos cuyos nombres están inmortalizados en muchas de las unidades utilizadas en el electromagnetismo: Ampère, Ohm, Henry, Faraday…

- En este curso iniciamos el estudio de la fuerza eléctrica, que actúa sobre todos los objetos que tienen una propiedad llamada **carga eléctrica**.

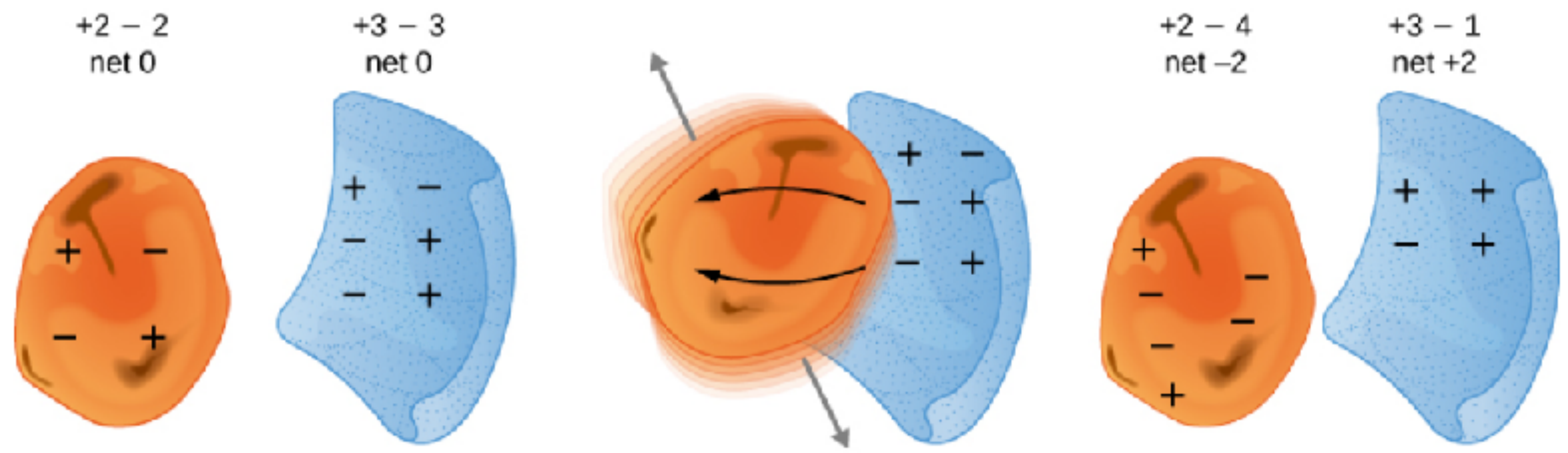
- La fuerza eléctrica, a diferencia de la gravedad, se manifiesta como una fuerza de atracción o una fuerza de repulsión.

- La fuerza eléctrica ayuda a mantener unidos los átomos, por lo que tiene una importancia fundamental en la materia. Pero también gobierna la mayoría de las interacciones cotidianas, desde las interacciones químicas hasta los procesos biológicos.

Descubriendo la electricidad



=> Video <=



- El físico William Gilbert (1544-1603) estudió esta fuerza de atracción utilizando ámbar y otras sustancias.

- Experimentó con varios metales y descubrió que los metales nunca mostraban esta fuerza, mientras que los minerales sí.

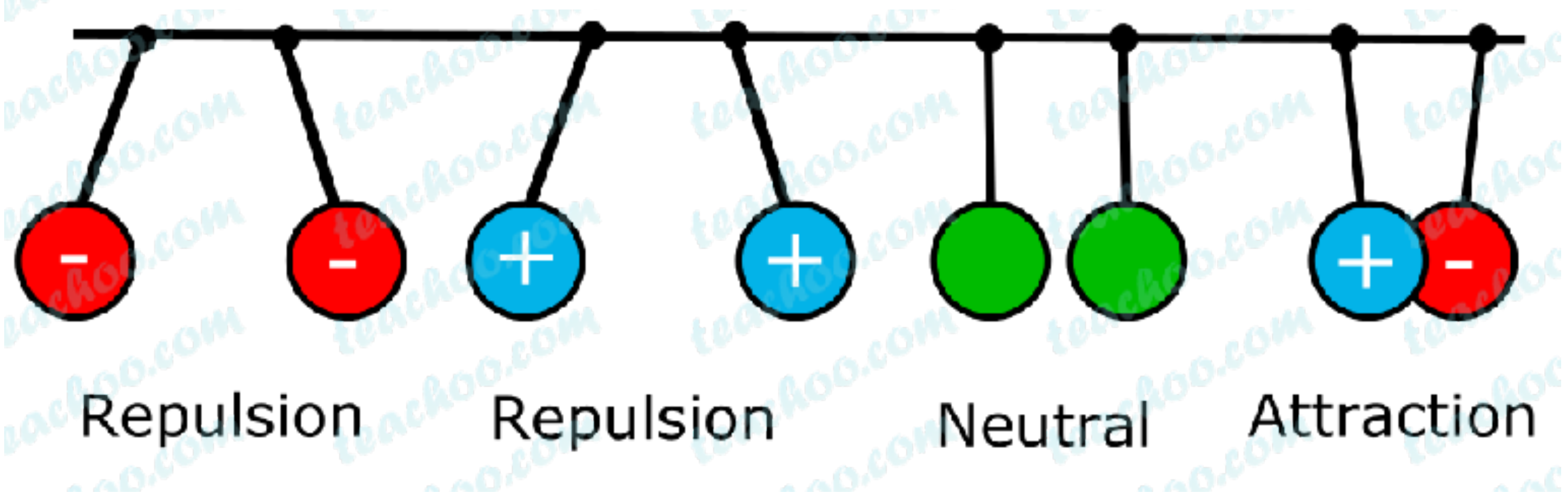
- Había dos tipos de una propiedad eléctrica; esta propiedad acabó llamándose **carga eléctrica**.
- La diferencia entre los dos tipos de carga eléctrica radica en las direcciones de las fuerzas eléctricas que provoca cada tipo de carga:

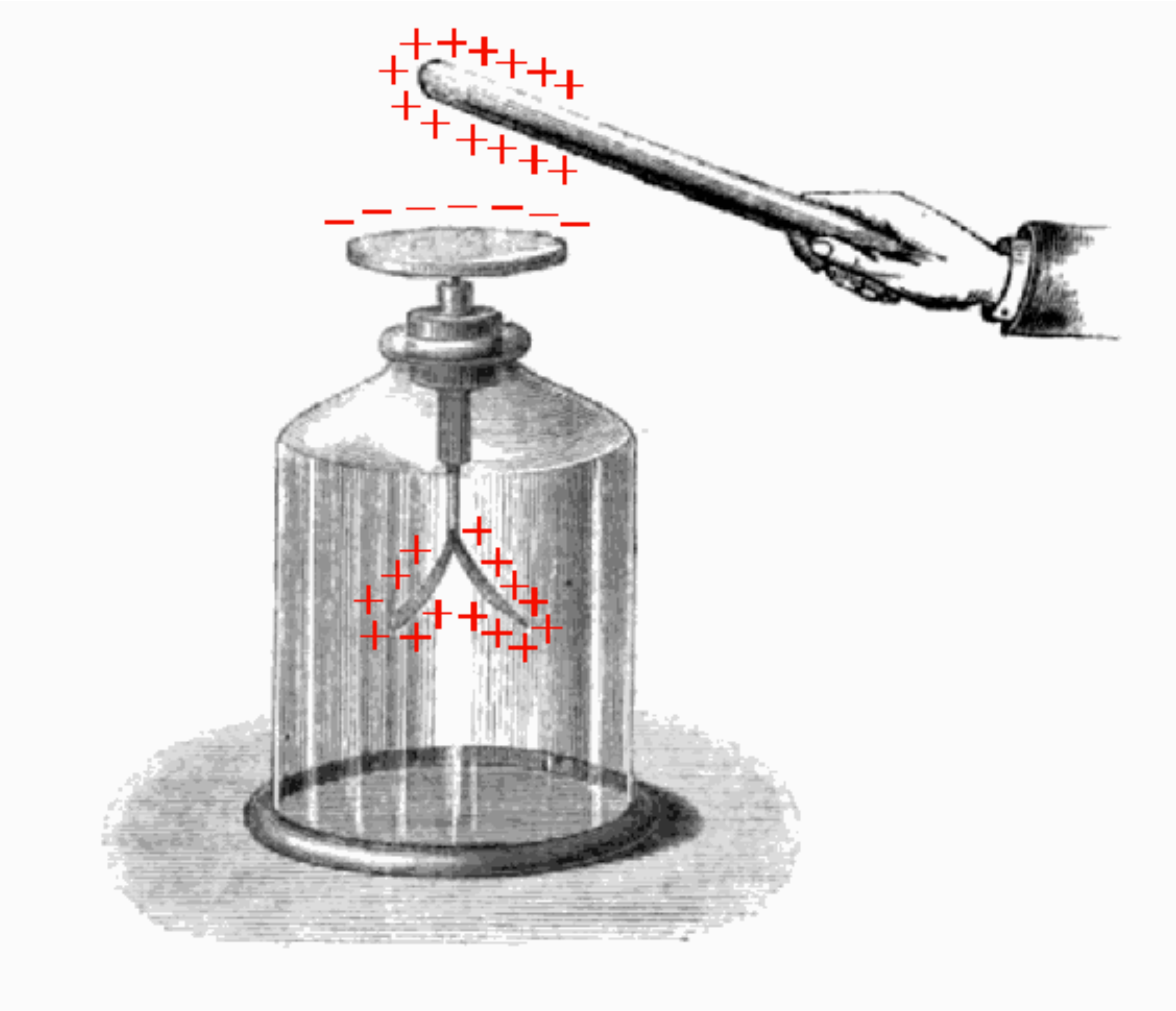
- Son repulsivas cuando existe el mismo tipo de carga en dos objetos que interactúan
- Son atractivas cuando las cargas son de tipos opuestos.

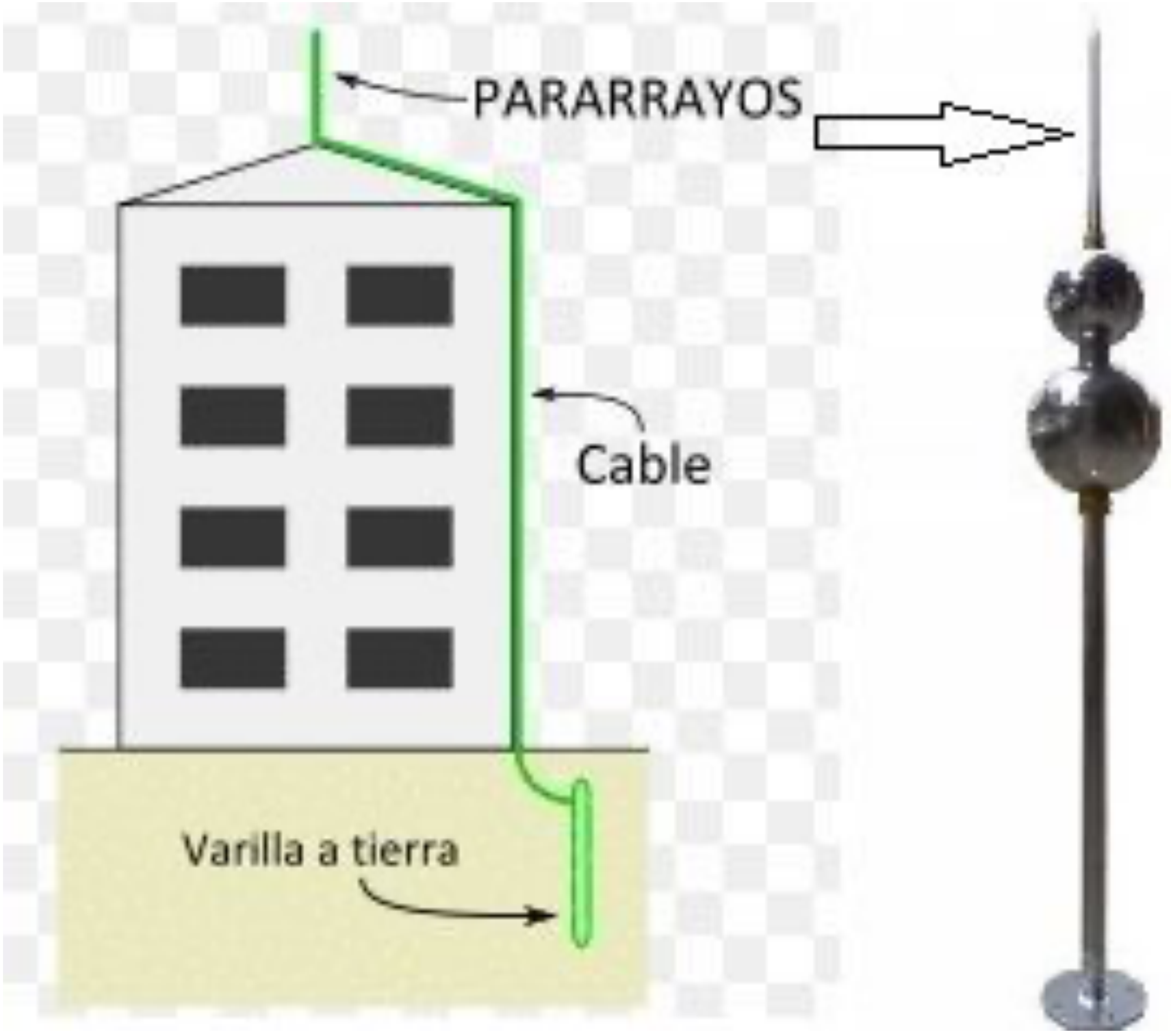
- Las observaciones:

1. La fuerza actúa sin contacto físico entre los dos objetos.
2. La fuerza puede ser atractiva o repulsiva (repulsión y atracción electrostática).
3. No todos los objetos se ven afectados por esta fuerza.
4. La magnitud de la fuerza disminuye al aumentar la distancia de separación entre los objetos.

- La unidad, en el SI, de la carga eléctrica es el culombio (C), en honor al físico francés Charles Augustine de Coulomb (1736-1806).







- Benjamin Franklin (1706 -1790) señaló que el comportamiento observado podía explicarse suponiendo que uno de los dos tipos de carga permanecía inmóvil, mientras que el otro tipo de carga fluía de un trozo de lámina al otro. Un exceso de lo que él llamaba "fluido eléctrico" lo denominó "electricidad positiva" y la deficiencia del mismo, "electricidad negativa".

=> Video <=

La electricidad se manifiesta en muchas formas

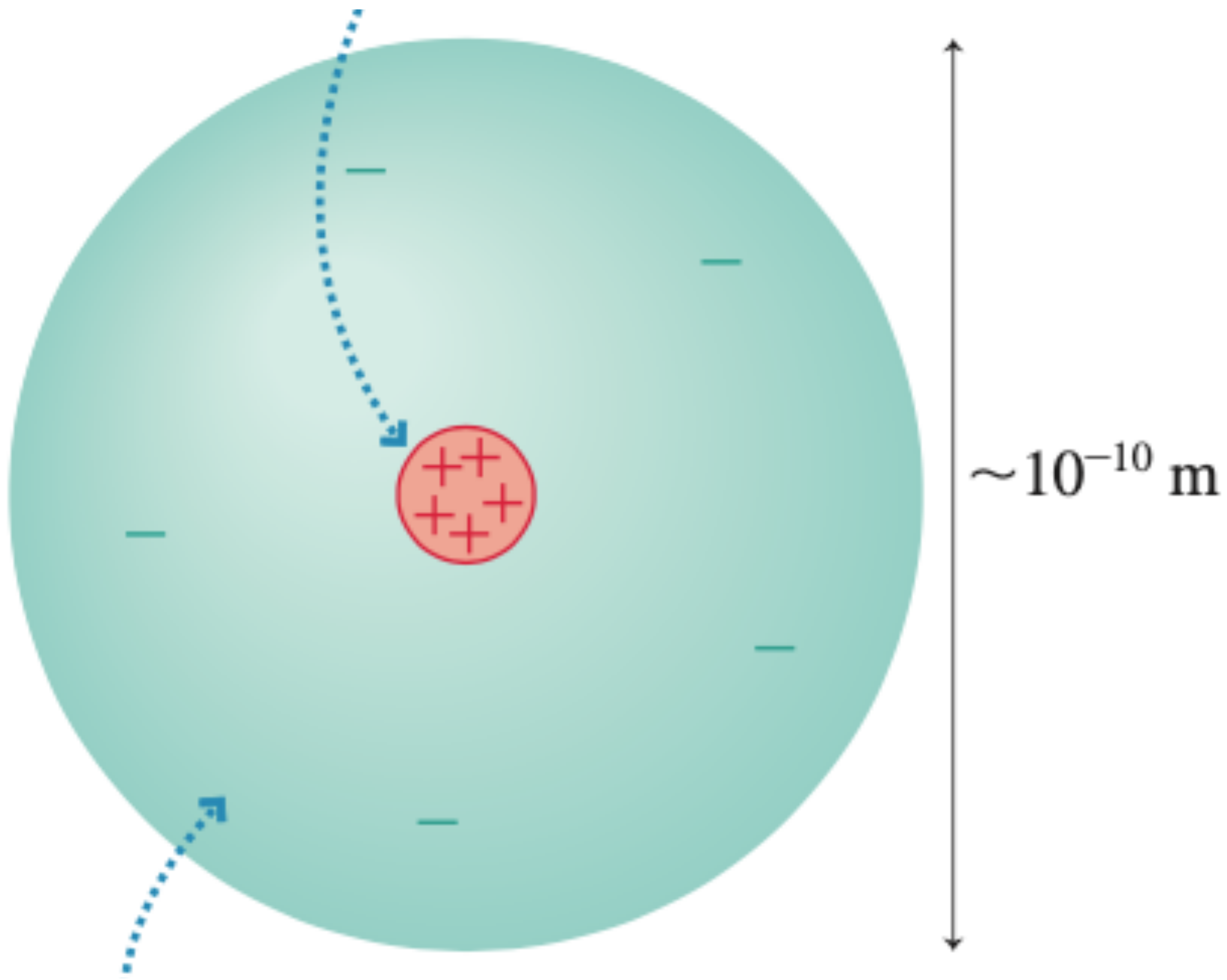
=> Video <=

=> Video <=

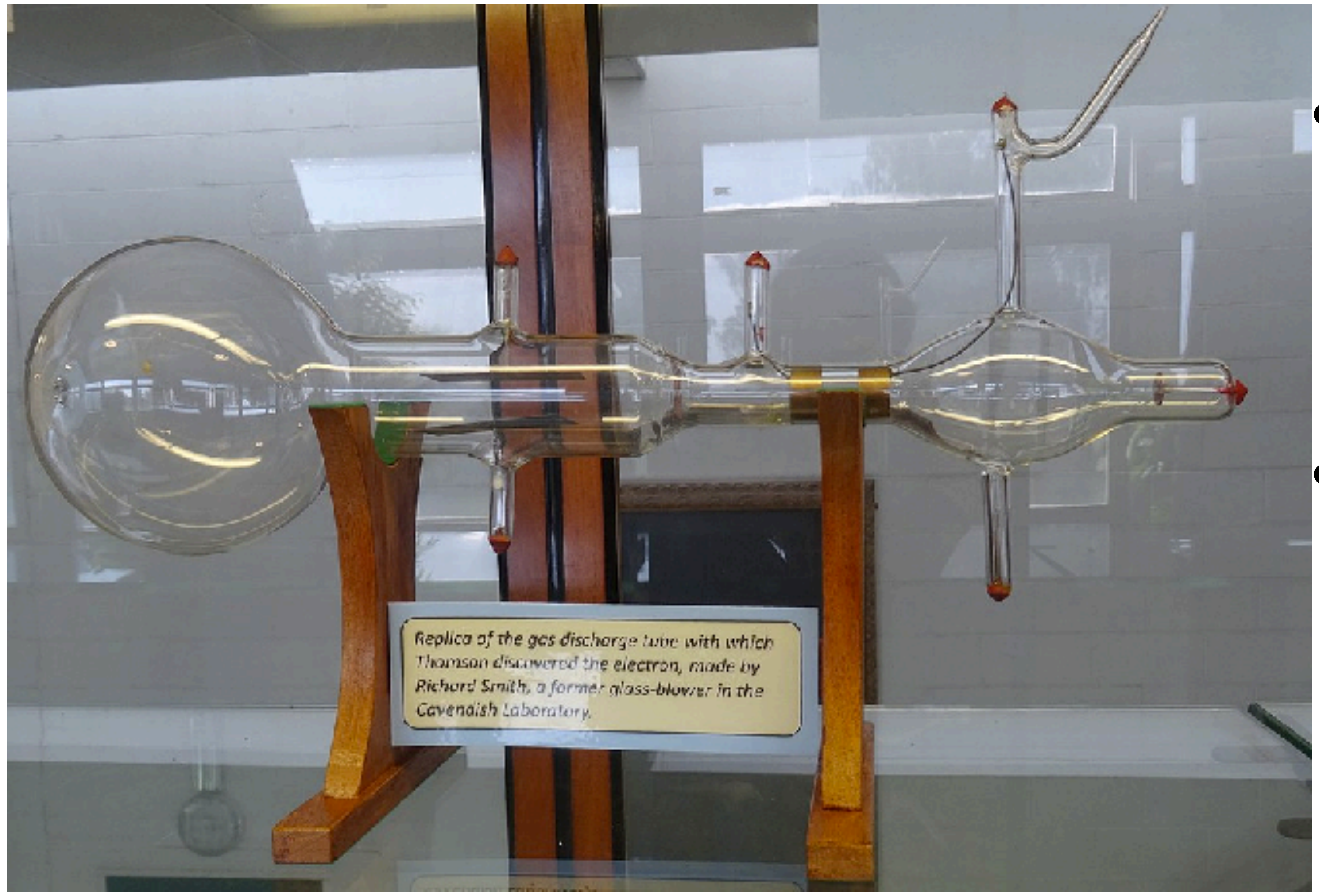
El origen de las cargas: La estructura del átomo

- En 1897, el físico J. J. Thomson estudiaba los rayos catódicos y descubrió el electrón.
- Unos años antes, William Crookes había demostrado que estos "rayos" estaban cargados negativamente.
- Thomson preparó un haz puro de estas partículas y las envió a través de campos eléctricos y magnéticos, y ajustó las distintas intensidades de campo para estudiar las desviaciones de los rayos.
- Con este experimento, pudo determinar la relación carga-masa de la partícula. Esta relación demostró que la masa de la partícula era mucho menor que la de cualquier otra partícula conocida hasta entonces Con el tiempo, esta partícula pasó a llamarse **electrón**.

Núcleo con carga positiva



Nube de electrones con carga negativa



- **La carga está cuantizada:** la carga eléctrica viene en cantidades discretas (salvo los quarks), y hay una cantidad mínima posible de carga que puede tener un objeto.
- En el sistema SI, esta cantidad mínima es:

$$e \equiv 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

=> Video <=

	Masa (kg)	Carga
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$

- **La carga se conserva:** no hay destrucción ni creación neta de carga eléctrica, en todo proceso electromagnético la carga total de un sistema aislado se conserva.

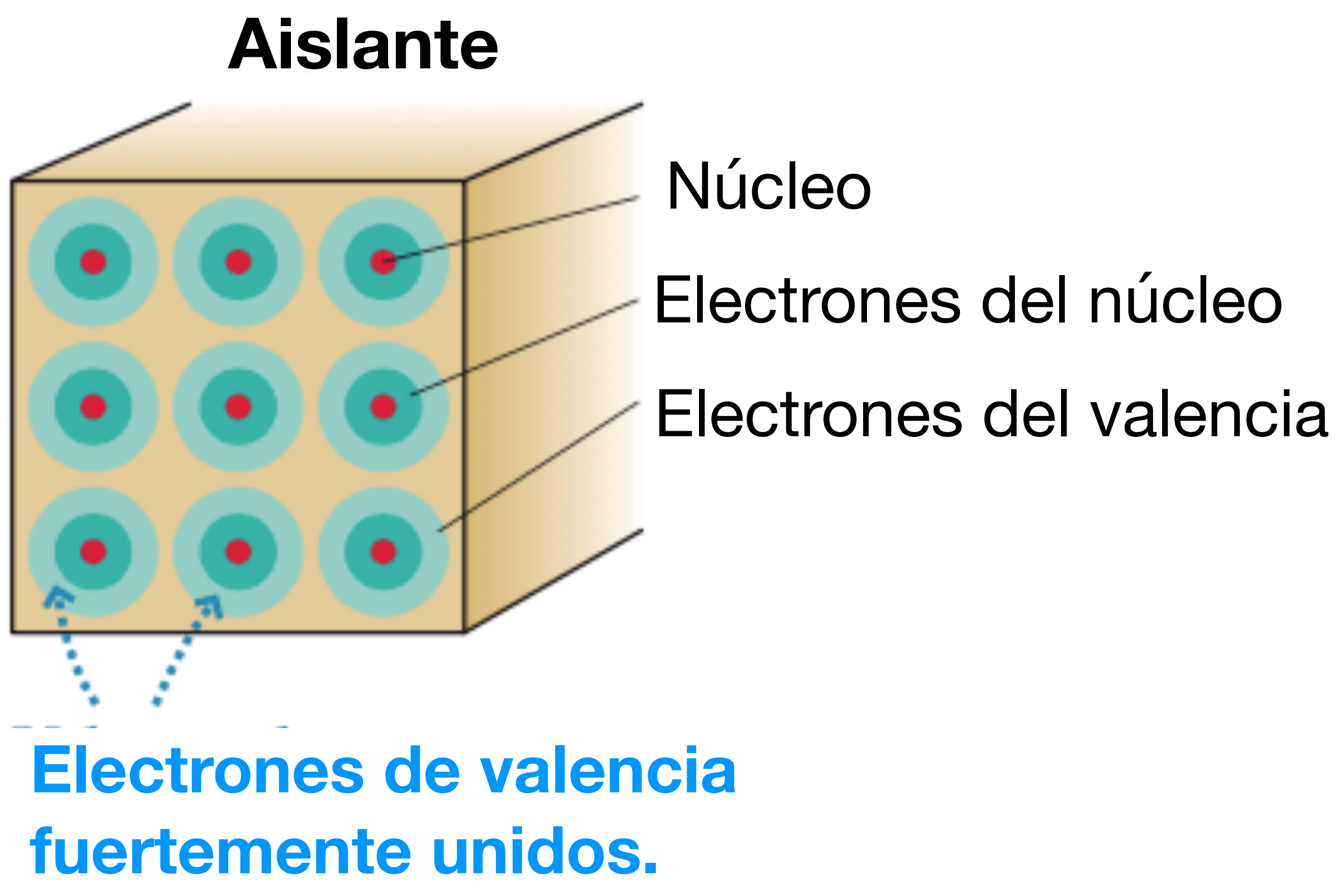
2. Conductores, aislantes y carga por inducción

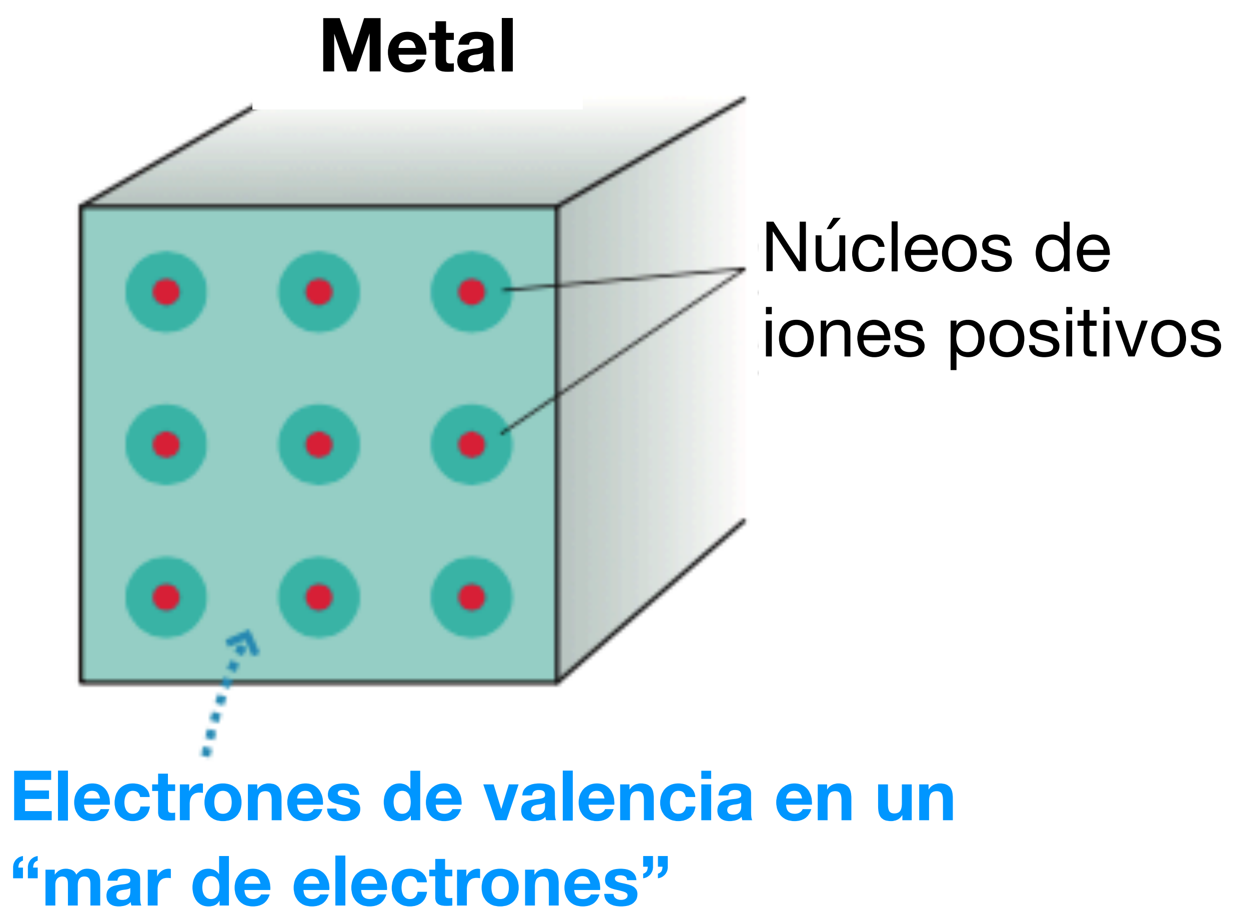
- En los materiales **conductores** (metales) existen electrones que se encuentran débilmente unidos a los átomos. Estos electrones errantes, o "libres", se denominan electrones de conducción. Por eso el cobre es un excelente conductor de la carga eléctrica.

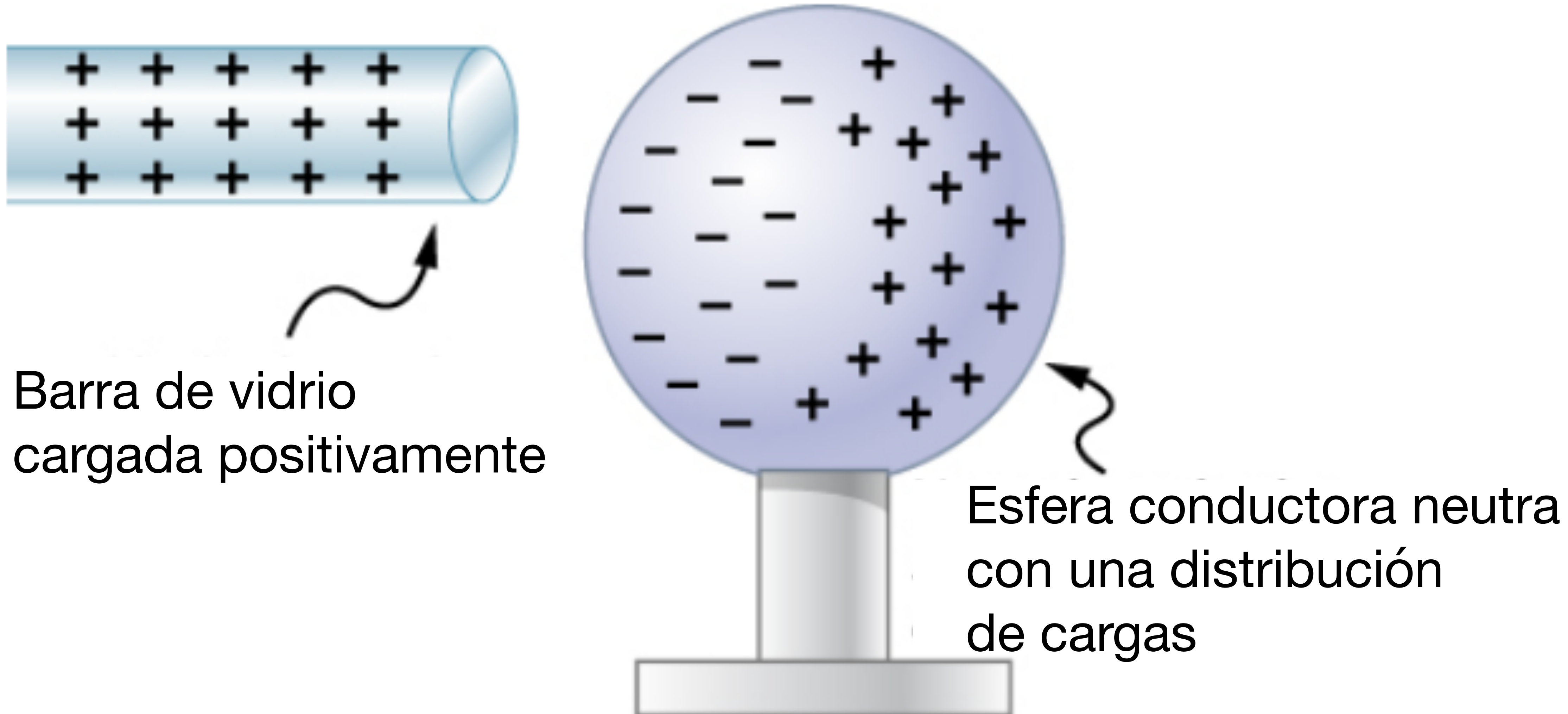
- Los materiales **aislantes**, están hechos de materiales que carecen de electrones de conducción. Las cargas eléctricas apenas podrían fluir por el material.

- **Polarización inducida**. Una varilla de vidrio cargada positivamente atrae la carga negativa y dejando el otro lado de la esfera cargado positivamente.

- Aunque la esfera sigue siendo en general eléctricamente neutra, ahora tiene una **distribución de cargas.**







3. Ley de Coulomb

El experimento: si dos objetos tienen cada uno una carga eléctrica, entonces ejercen una fuerza eléctrica el uno sobre el otro. La magnitud de la fuerza es linealmente proporcional a la carga neta de cada objeto e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

La constante de proporcionalidad, en el Sistema Internacional (SI), se escribe como:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \mathrm{\ N\ m^2/C^2}$$

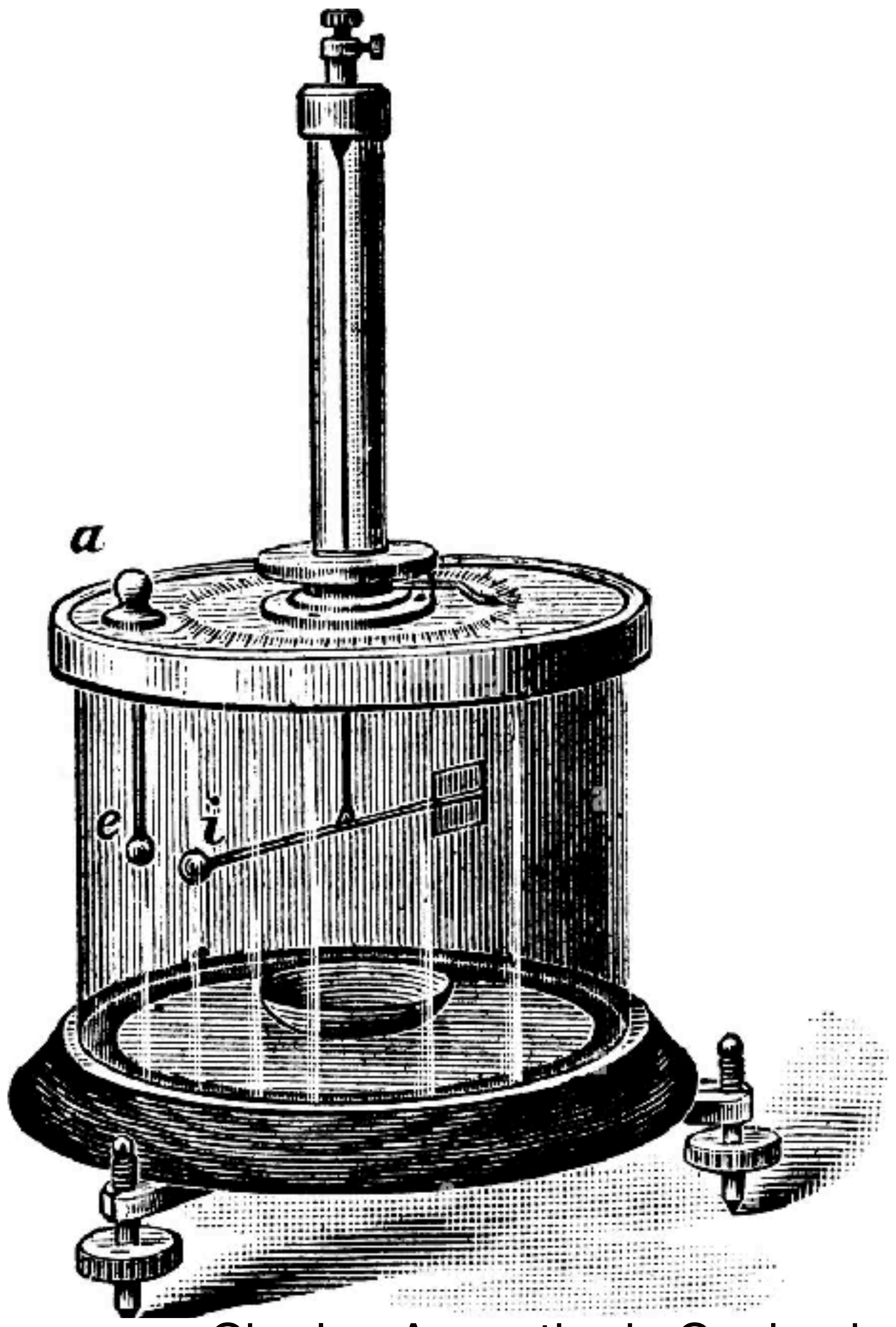
$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \mathrm{\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}}$$

La permitividad del vacío

$$4\pi\epsilon_0 = \frac{10^7}{c^2}$$

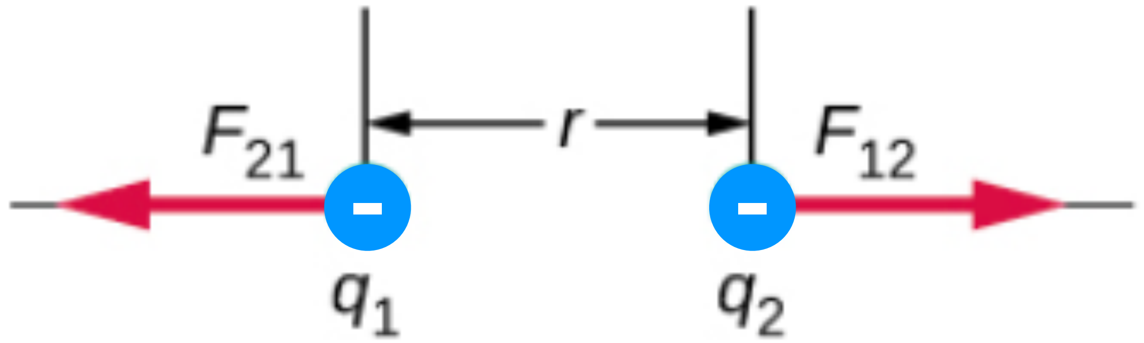
Velocidad de la luz en el vacío

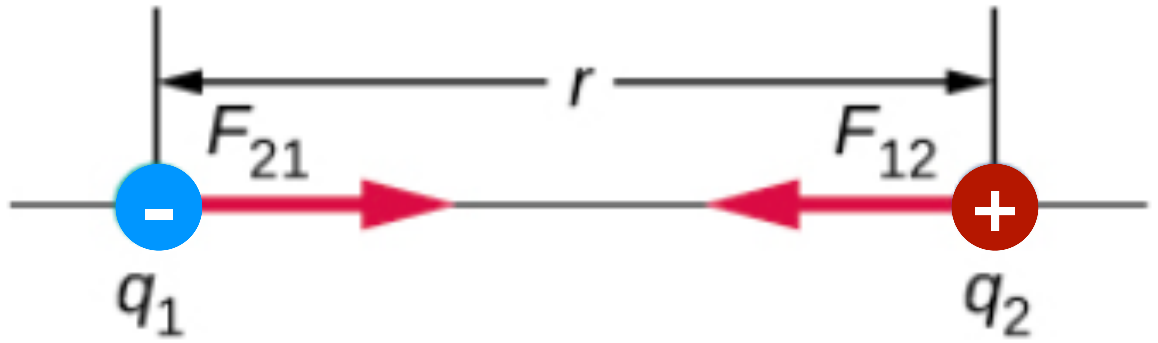
$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$



Charles-Augustin de Coulomb
(1736 - 1806)

- La magnitud de la fuerza eléctrica (o fuerza de Coulomb) entre dos partículas cargadas eléctricamente es igual a:
- Las fuerzas se dirigen a lo largo de la línea que une las dos cargas.
- Las fuerzas son repulsivas para dos cargas similares y atractivas para dos cargas opuestas.





=> Video <=

La unidad de carga

- La unidad de carga del SI, es el **culombio** C
- Se ha medido que la unidad fundamental de carga tiene el valor:

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- Y una masa de

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Robert Andrews Millikan
(1868 - 1953)

Un culombio corresponde a la carga de $6,241509074 \times 10^{18}$ electrones

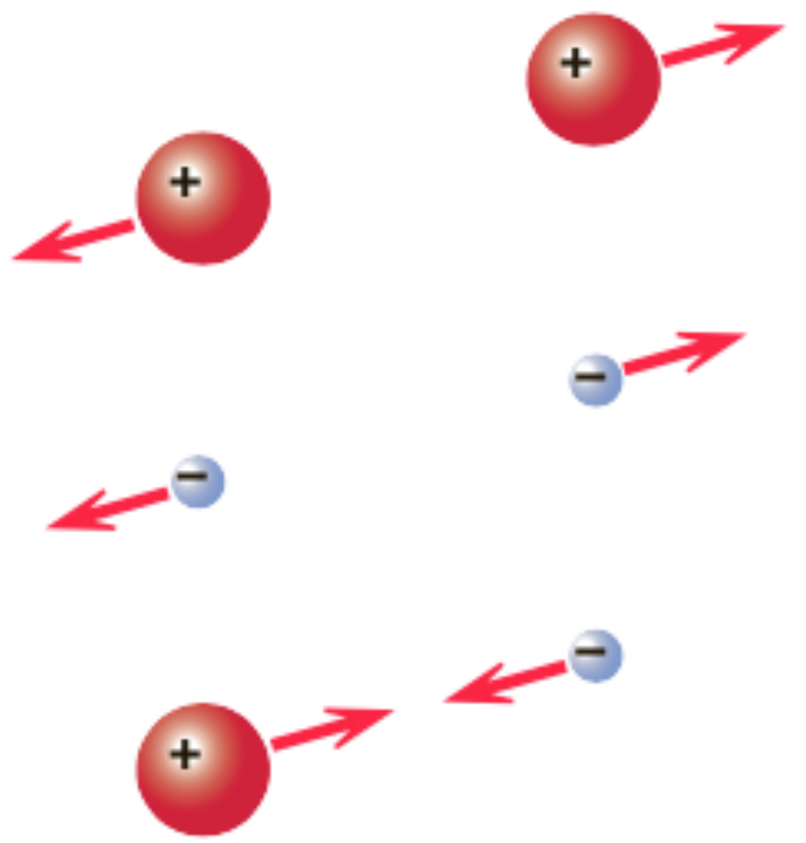
$$e = \frac{1\text{C}}{6,241509074 \times 10^{18}} = 1,602176634 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Ejemplo: El átomo de hidrógeno está formado por un solo protón y un solo electrón. Calculemos la fuerza eléctrica sobre el electrón debida al protón.

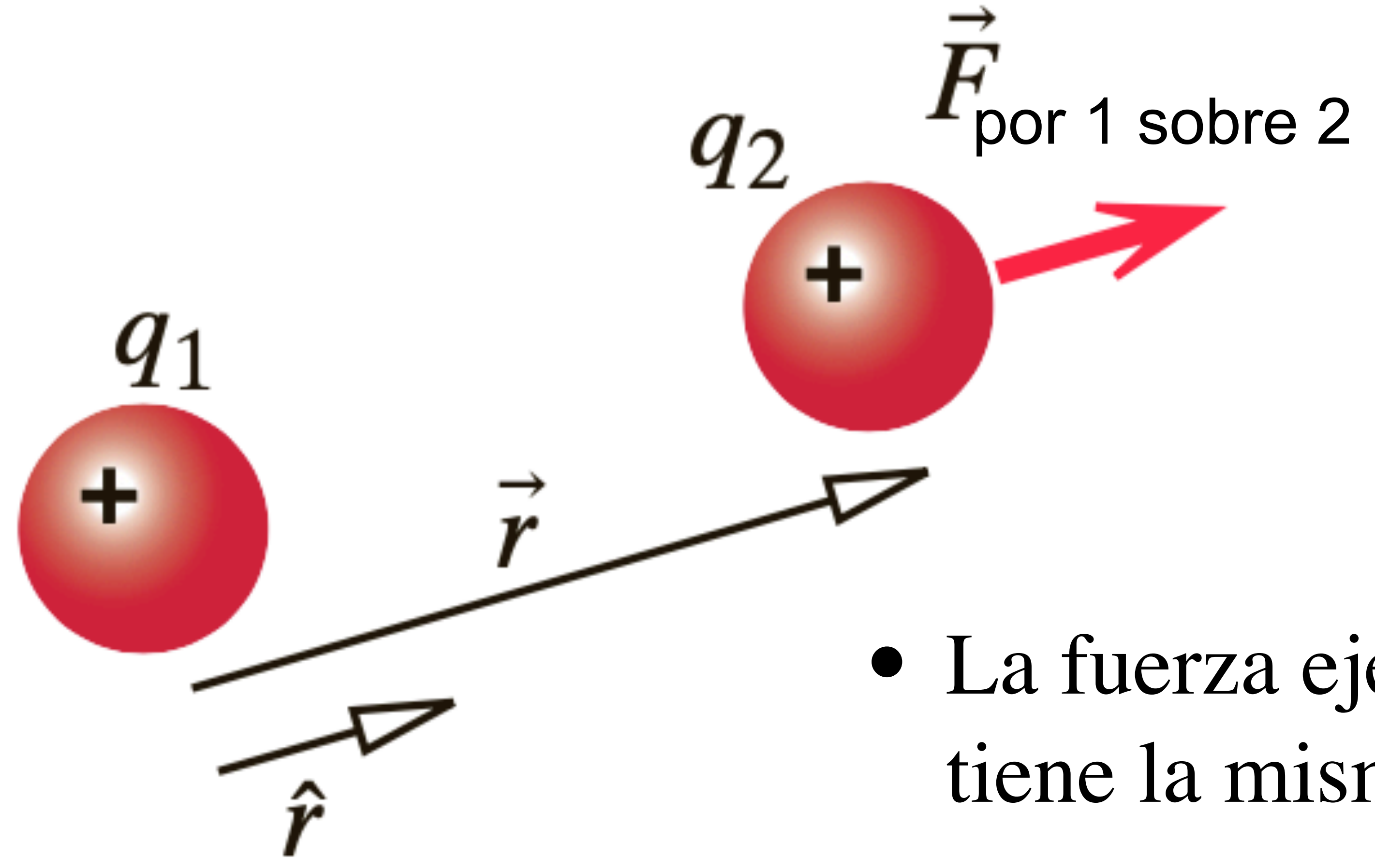
$$q_1 = +e = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$q_2 = -e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$r = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$
$$= \frac{1}{4\pi\left(8.85 \times 10^{-12}\frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\right)}\frac{\left(1.602 \times 10^{-19}\text{C}\right)^2}{\left(5.29 \times 10^{-11}\text{m}\right)^2}$$
$$= 8.25 \times 10^{-8} \text{ N}$$

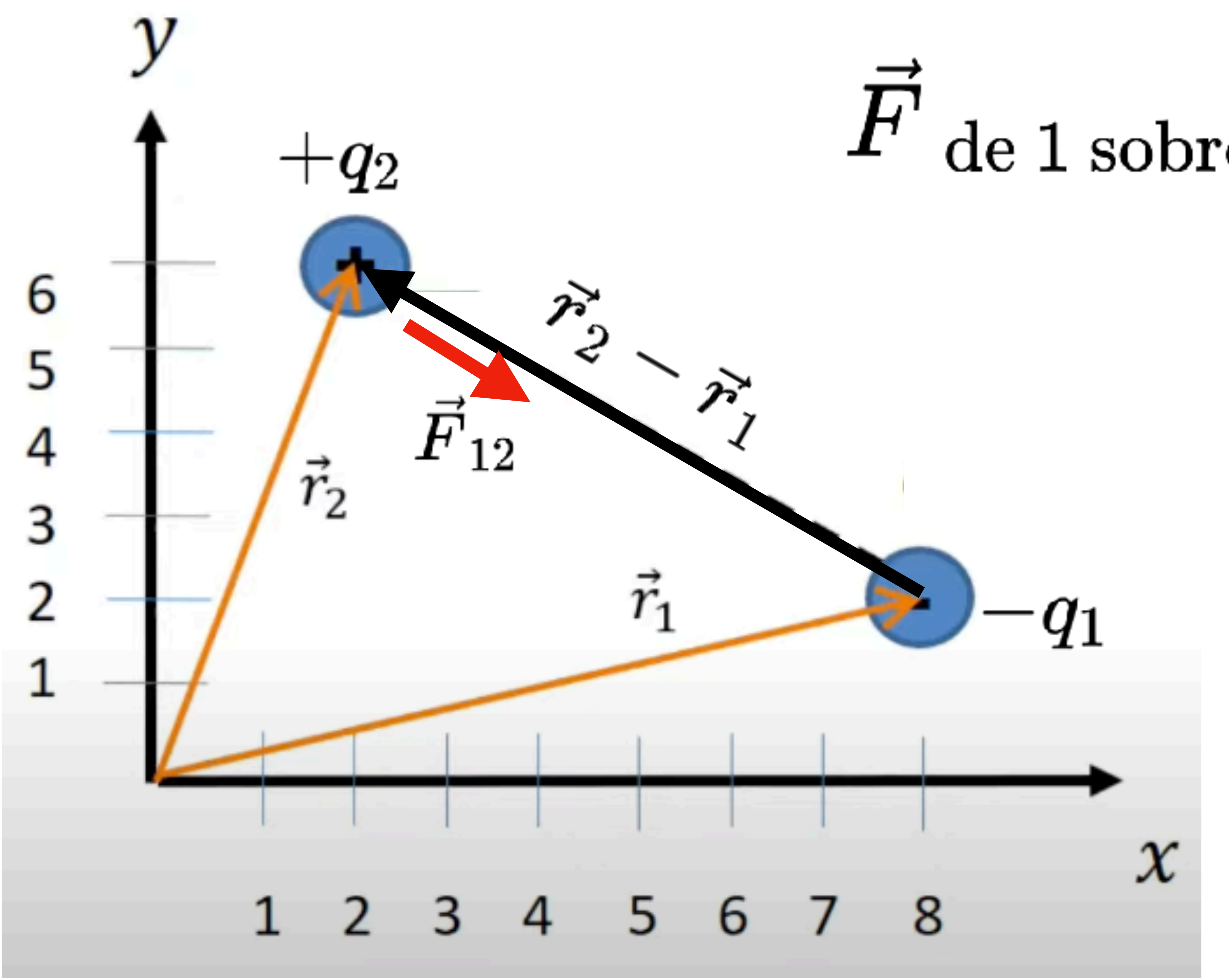
- Los protones se repelen
- Los electrones se repelen.
- Los protones y los electrones se atraen.



- La fuerza eléctrica ejercida por la carga 1 sobre la carga 2.



- La fuerza ejercida por la carga 2 sobre la carga 1 tiene la misma magnitud pero sentido contrario.



$$\vec{F}_{\text{de 1 sobre 2}} = \vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$

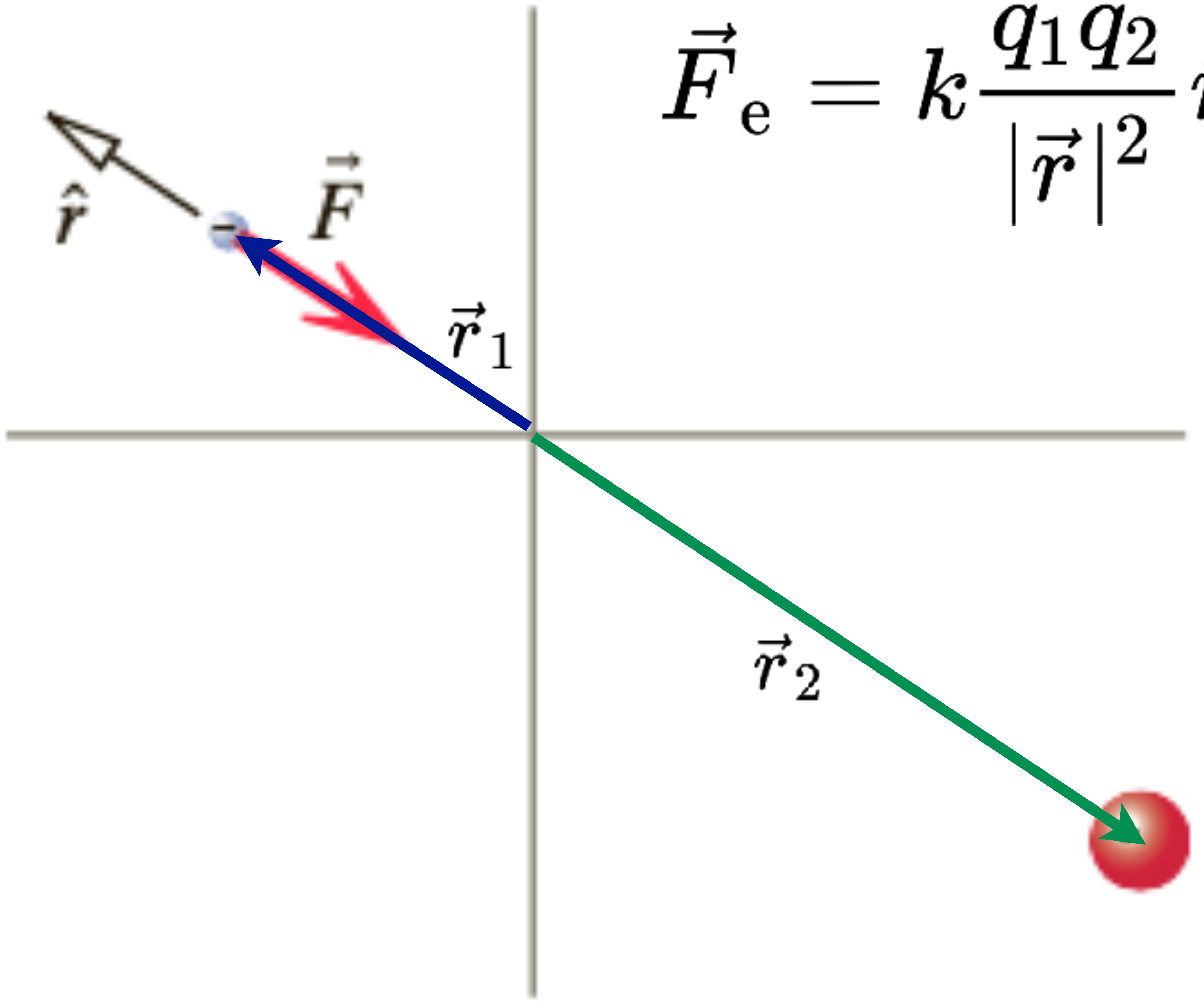
q_1 y q_2 son las cargas eléctricas de las partículas.
$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ es la posición de 2 relativa a 1.

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9\,\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$$

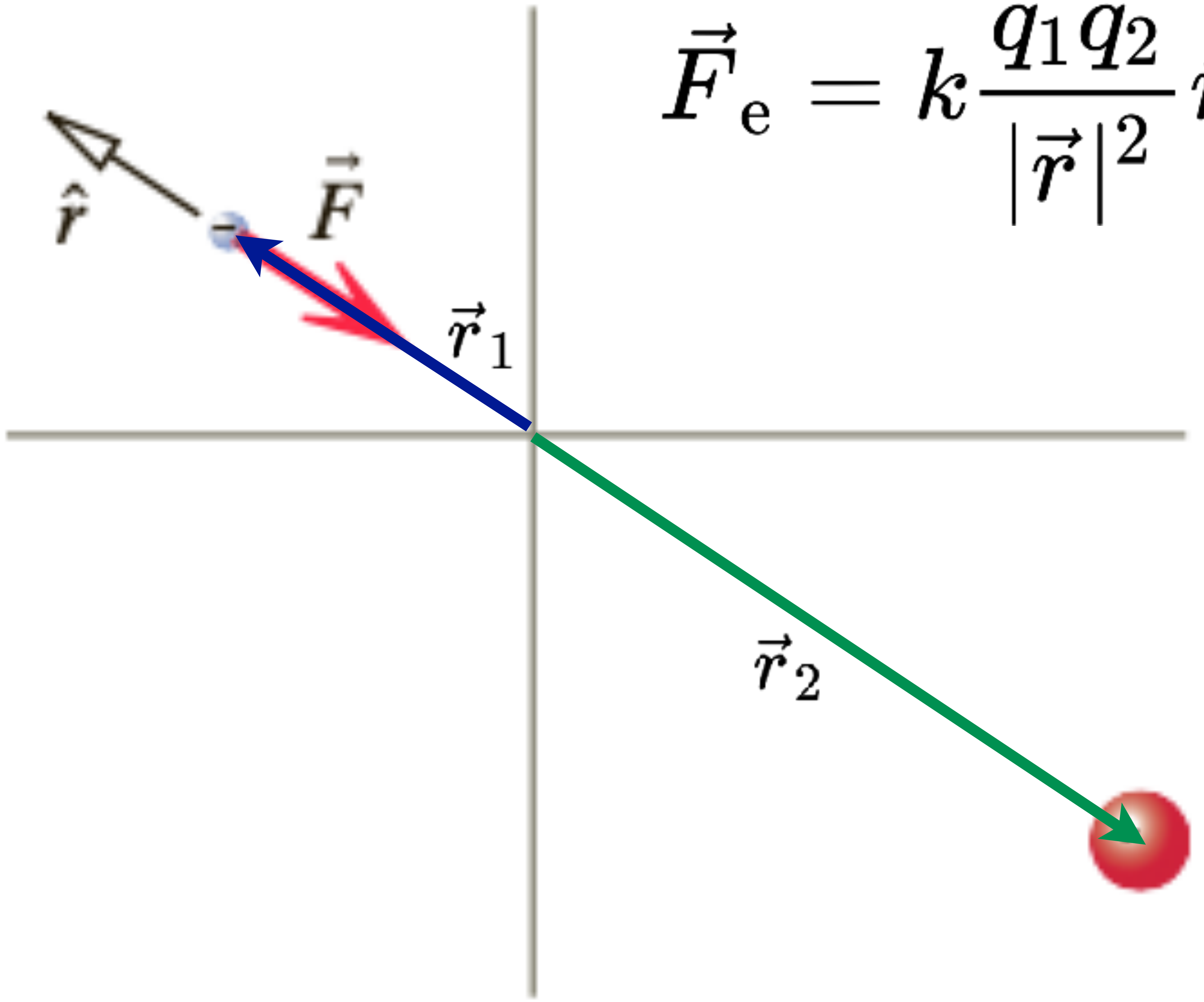
Ejemplo: Un electrón está situado en $\langle -3, 2, 0 \rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en $\langle 6, -4, 0 \rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

$$\vec{F}_{\mathrm{e}} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$



Ejemplo: Un electrón está situado en $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

$$\vec{F}_{\mathrm{e}} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$



Datos:

$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

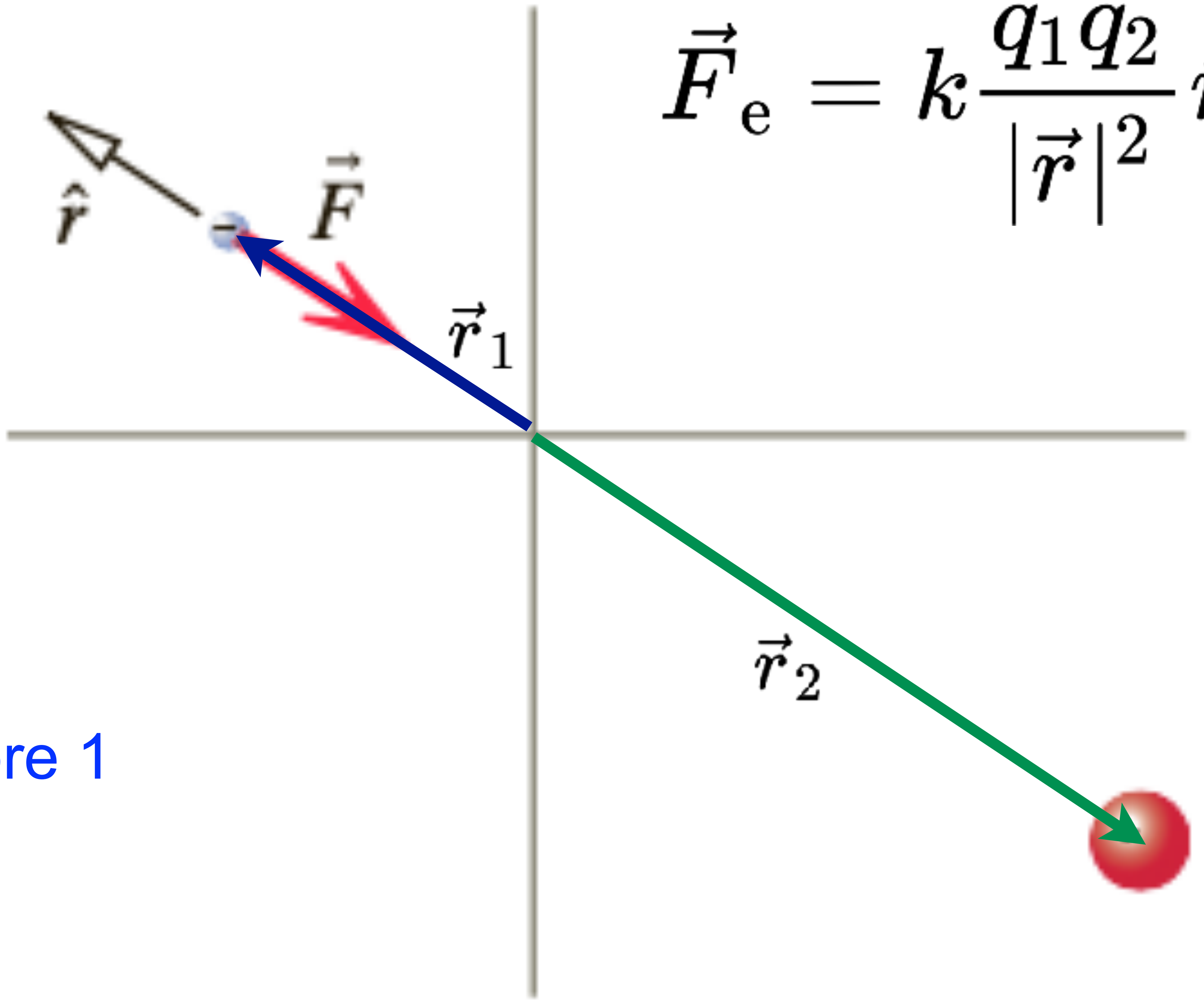
$$q_2 = 2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

Ejemplo: Un electrón está situado en $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

$$\vec{F}_e = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$



Datos:

$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

$$q_2 = 2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

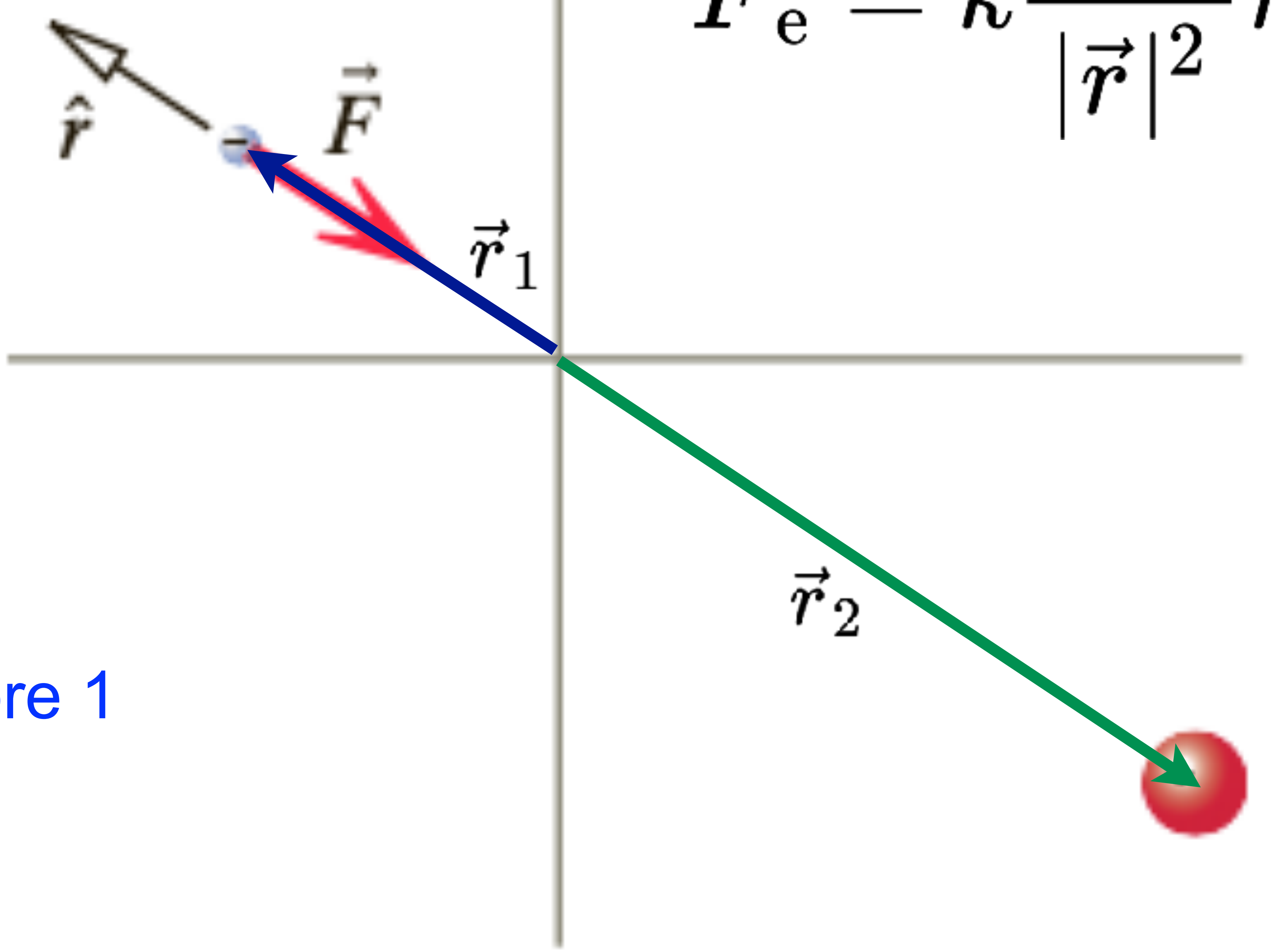
$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \langle -9, 6, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$ <= Fuerza que 2 ejerce sobre 1

$$|\vec{r}| = 1,08 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}$$

$$\hat{r} = \langle -0,83; 0,55; 0\rangle$$

Ejemplo: Un electrón está situado en $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

$$\vec{F}_{\mathrm{e}} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$



Datos:

$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$
$$q_2 = 2 \cdot 1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$
$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \langle -9, 6, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$ <= Fuerza que 2 ejerce sobre 1

$$|\vec{r}| = 1,08 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}$$

$$\hat{r} = \langle -0,83; 0,55; 0\rangle$$

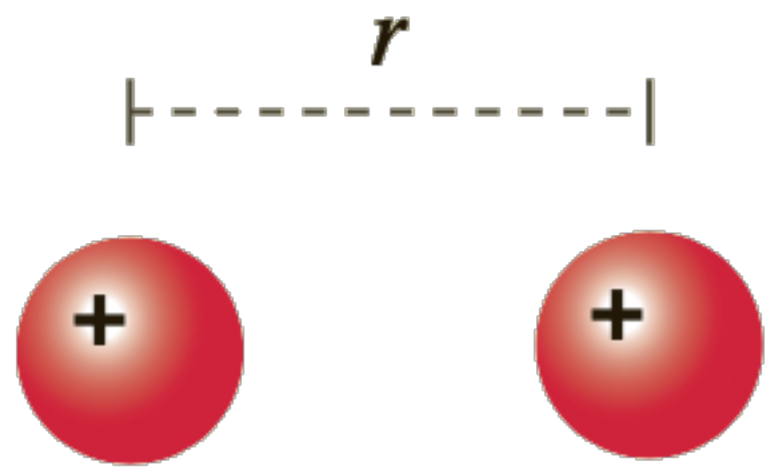
$$\vec{F}_{21} = \left(9 \times 10^{9}\frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}\right)\frac{(3,2 \times 10^{-19}\mathrm{C})(-1,6 \times 10^{-19}\mathrm{C})}{(1.08 \times 10^{-8}\ \mathrm{m})^2}\langle -0,83; 0,55; 0\rangle$$
$$= \langle 3,28; -2.19; 0\rangle \times 10^{-12}\ \mathrm{N}$$

$$|\vec{F}_{21}| = 3.94 \times 10^{-12}\ \mathrm{N}$$

¿No es una fuerza muy pequeña?

- **Comparación de las fuerzas eléctricas y gravitacionales**

Dos protones están a una distancia *r* el uno del otro, de centro a centro. Encontrar la relación entre la magnitud de la fuerza eléctrica que un protón ejerce sobre el otro y la magnitud de la fuerza gravitacional que un protón ejerce sobre el otro.



$$F_{\text{elec}} = \left(9 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}\right) \frac{\left(1,6 \times 10^{-19}\mathrm{C}\right)^2}{r^2}$$

$$F_{\text{grav}} = \left(6,7 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}\right) \frac{\left(1.7 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}\right)^2}{r^2}$$

$$\frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} = 1,2 \times 10^{36}$$

	Masa (kg)	Carga
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$

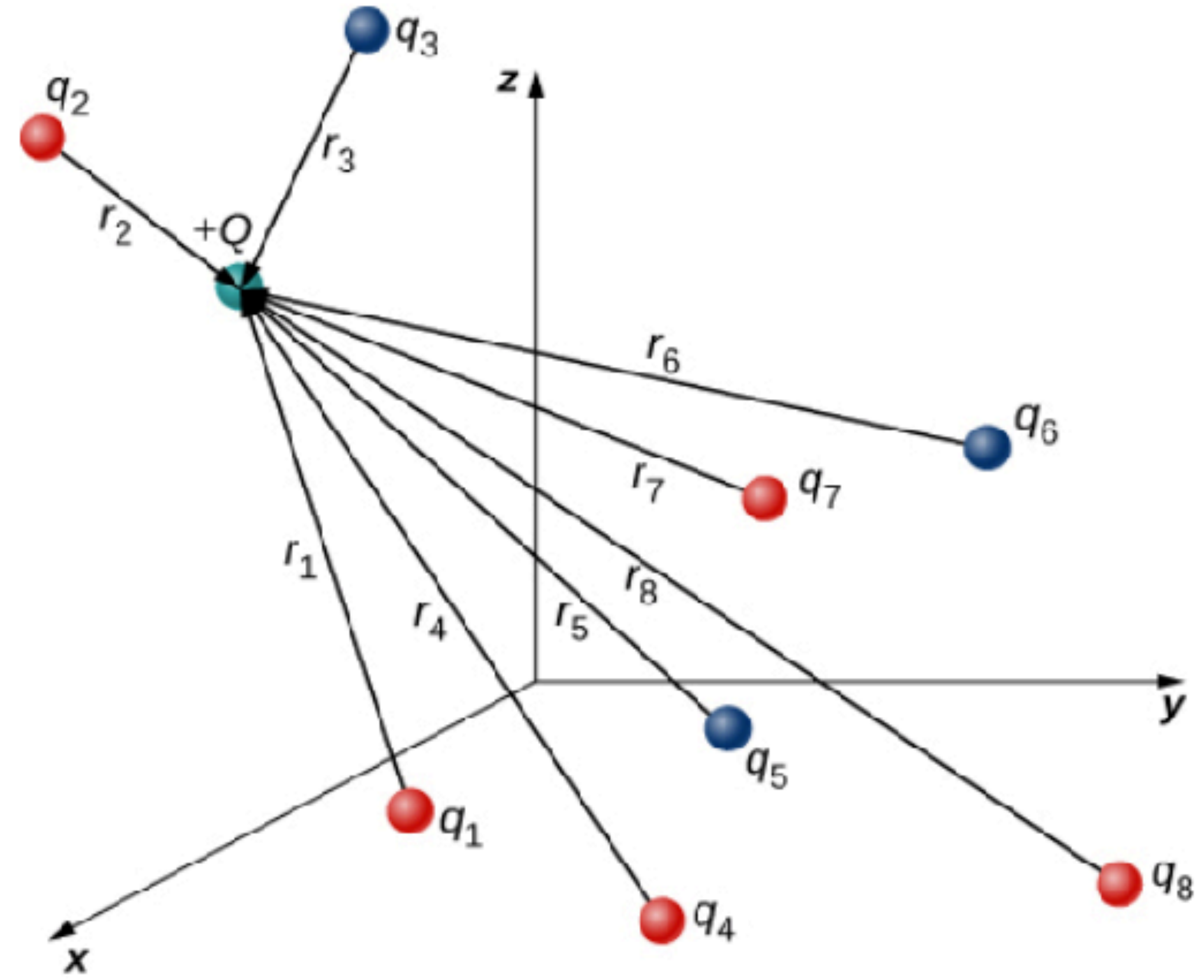
$$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

La repulsión eléctrica de dos protones es mayor que su atracción gravitacional por un factor de
1,200,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000

Si las interacciones eléctricas son intrínsecamente mucho más fuertes que las gravitacionales ¿por qué somos mucho más conscientes de las fuerzas gravitacionales en nuestra vida cotidiana?

Múltiples cargas

$$\boxed{\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i}}$$

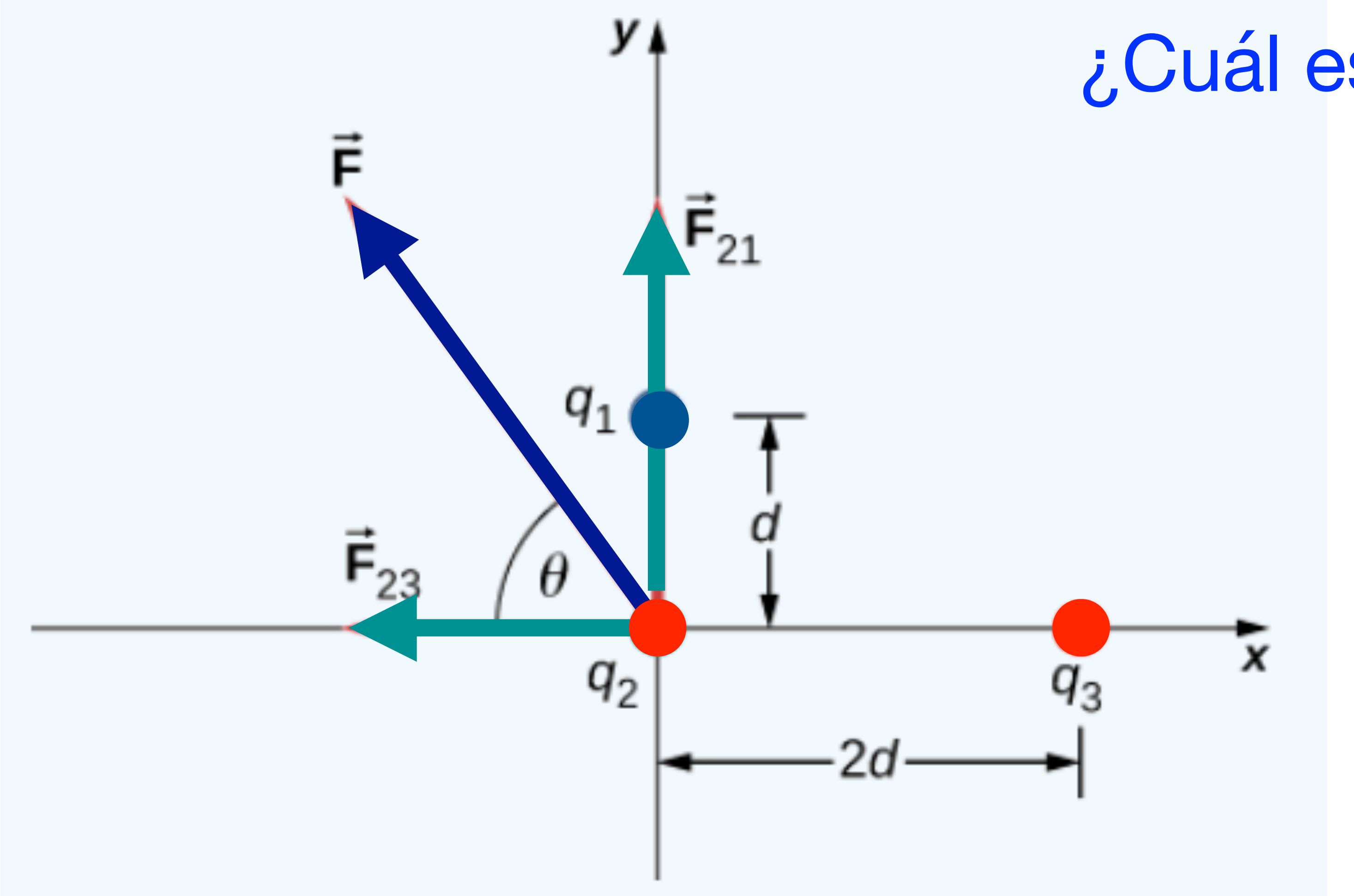


$$\vec{F}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\hat{r}_i = \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|}$$

Ejemplo: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:

$$q_1 = 2e\,,\; q_2 = -3e\,,\; q_3 = -5e \text{ y } d = 2,0\times 10^{-7}\text{ m}$$



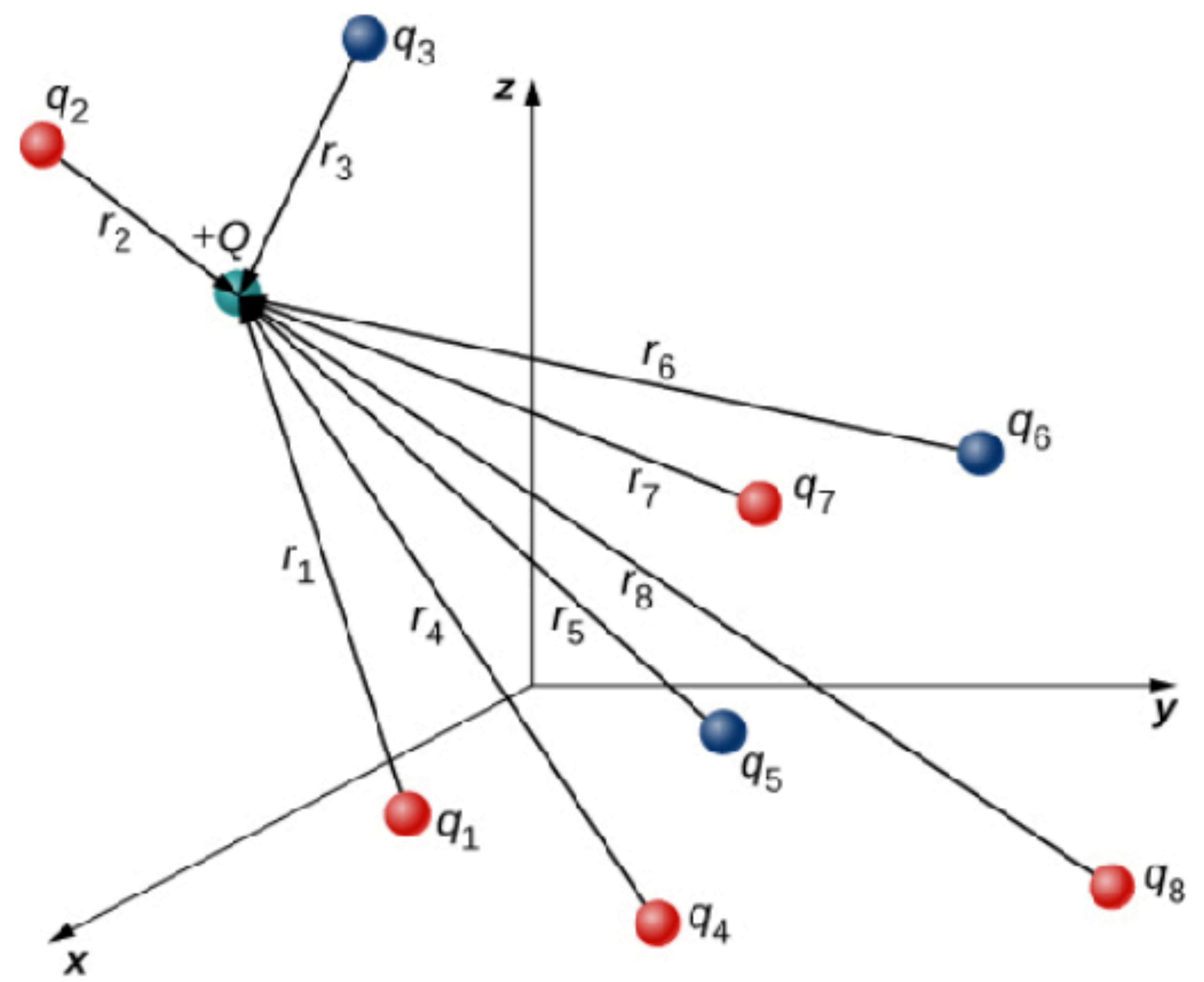
¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{F} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2}\hat{j} + \left(-\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}\hat{i}\right)\right]$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Múltiples cargas

$$\boxed{\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i}}$$

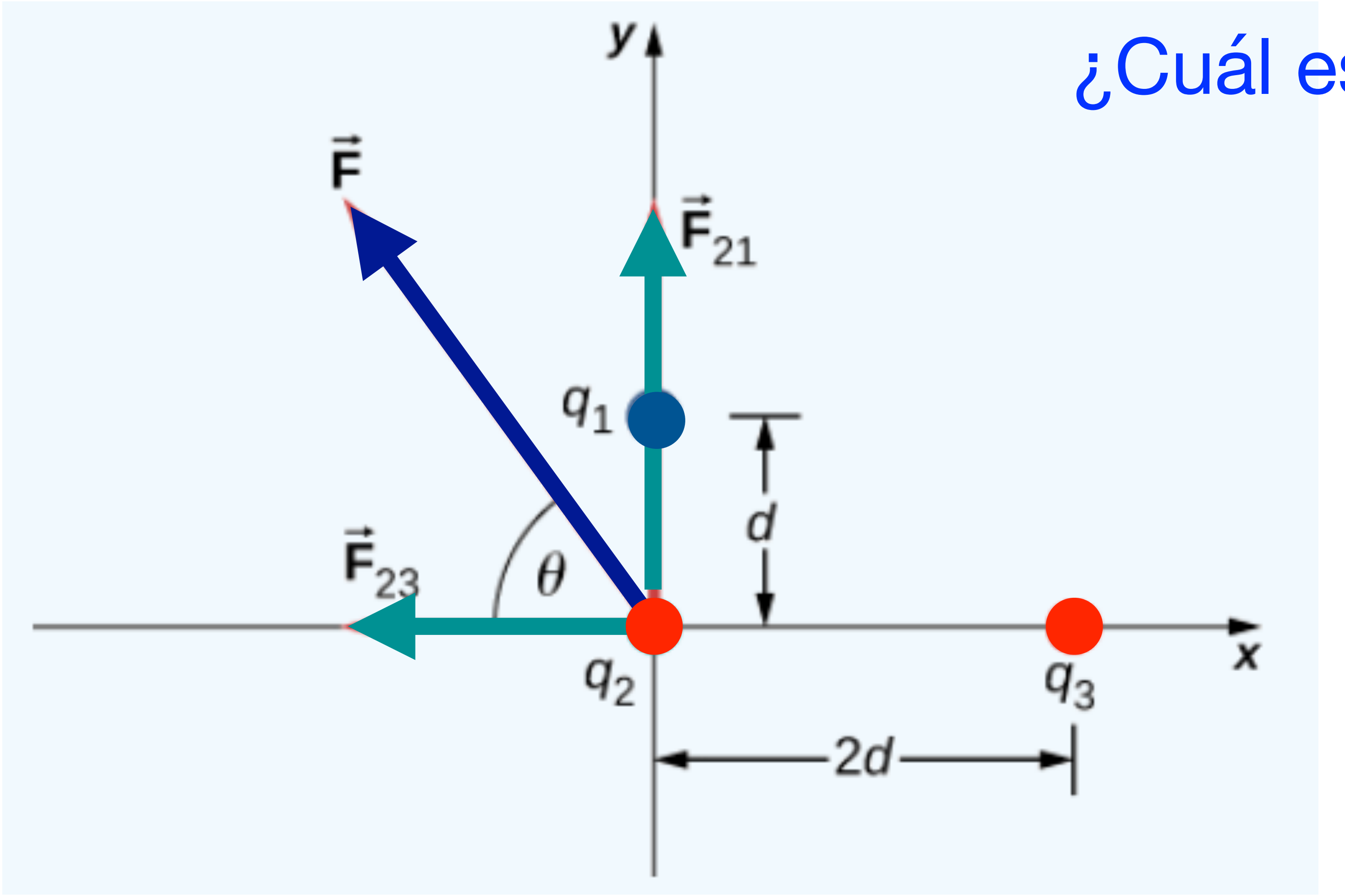


$$\vec{F}(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\hat{r}_i = \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|}$$

Ejemplo: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:

$$q_1 = 2e\,,\ q_2 = -3e\,,\ q_3 = -5e \text{ y } d = 2,0\times10^{-7}\ \text{m}$$



¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{F} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2}\hat{j} + \left(-\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2}\hat{i}\right)\right]$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F_x = -F_{23} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(3)(5)e^2}{(2d)^2}$$

$$= -\left[9,0\times10^{9}\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right]\frac{15\left(1,60\times10^{-19}\text{C}\right)^2}{\left(2(2,0\times10^{-7})\ \text{m}\right)^2}$$

$$= -2,16\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$F_y = F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(3)(2)e^2}{d^2}$$

$$= \left(9,0\times10^{9}\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{6\left(1,60\times10^{-19}\text{C}\right)^2}{\left(2,0\times10^{-7}\ \text{m}\right)^2}$$

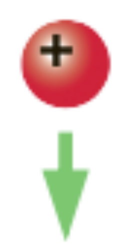
$$= 3,46\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$F = \sqrt{(-2,16\times10^{-14})^2 + (3,46\times10^{-14})^2} = 4.08\times10^{-14}\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3.46\times10^{-14}\ \text{N}}{-2.16\times10^{-14}\ \text{N}}\right) = -58^\circ$$

4. Campo eléctrico

Experimento mental: Tras evacuar el aire de la habitación (para evitar colisiones con las moléculas de aire), sostienes un protón delante de ti y lo sueltas. No hay otros objetos cerca. Observamos que el protón comienza a moverse hacia abajo, ganando velocidad (acelerando) a razón de 9,8 m/s cada segundo



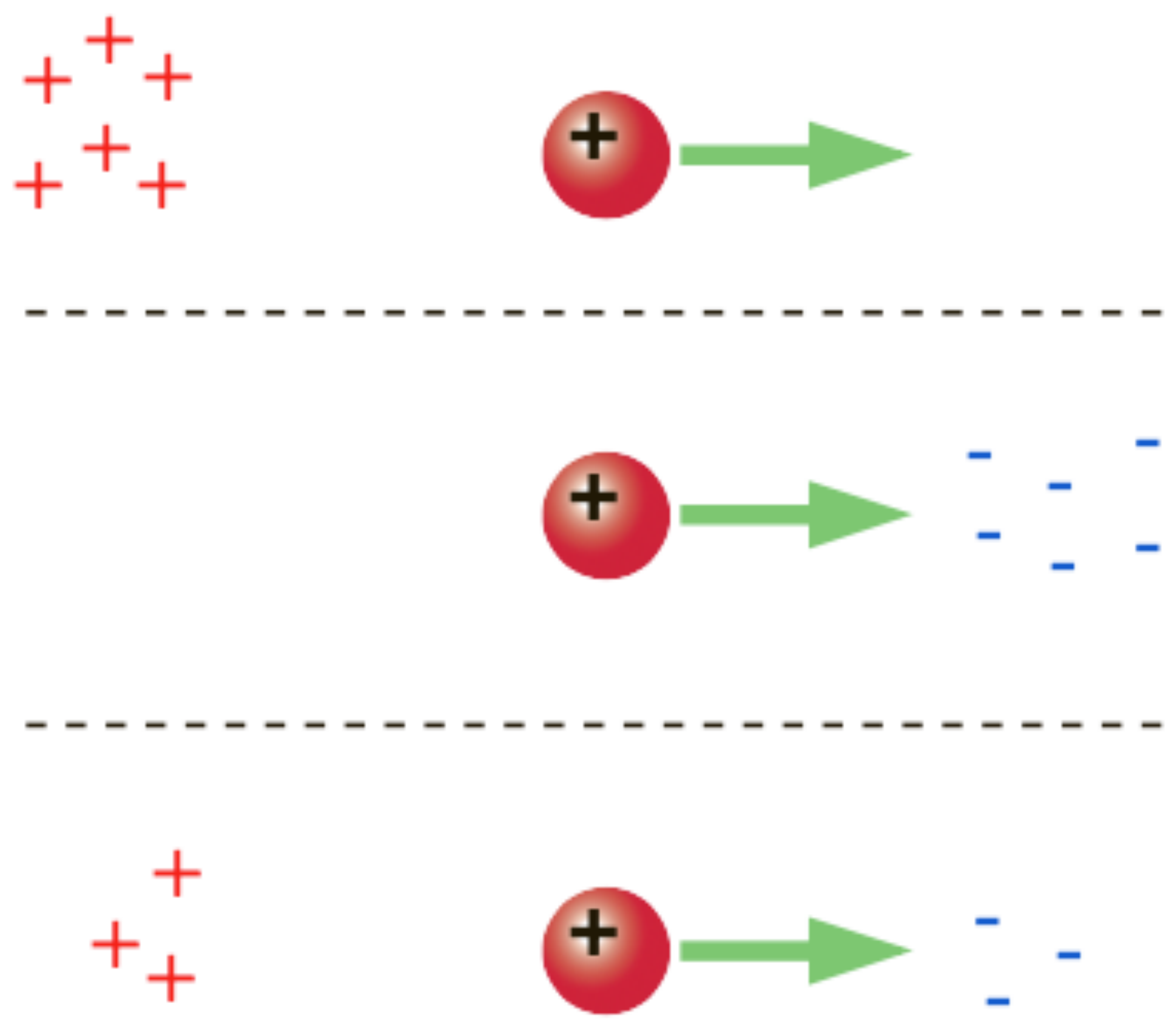
¿A qué crees que se debe este cambio en la velocidad del protón?

Supongamos ahora que, más tarde, sueltas otro protón en el mismo lugar. Pero esta vez observas que el protón comienza a moverse hacia la derecha, ganando velocidad

¿A qué puede deberse este cambio en la velocidad del protón?

	Masa (kg)	Carga
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$

Es posible que la interacción que causa la aceleración del protón sea una interacción eléctrica, ya que las interacciones eléctricas pueden tener un gran efecto sobre las cargas

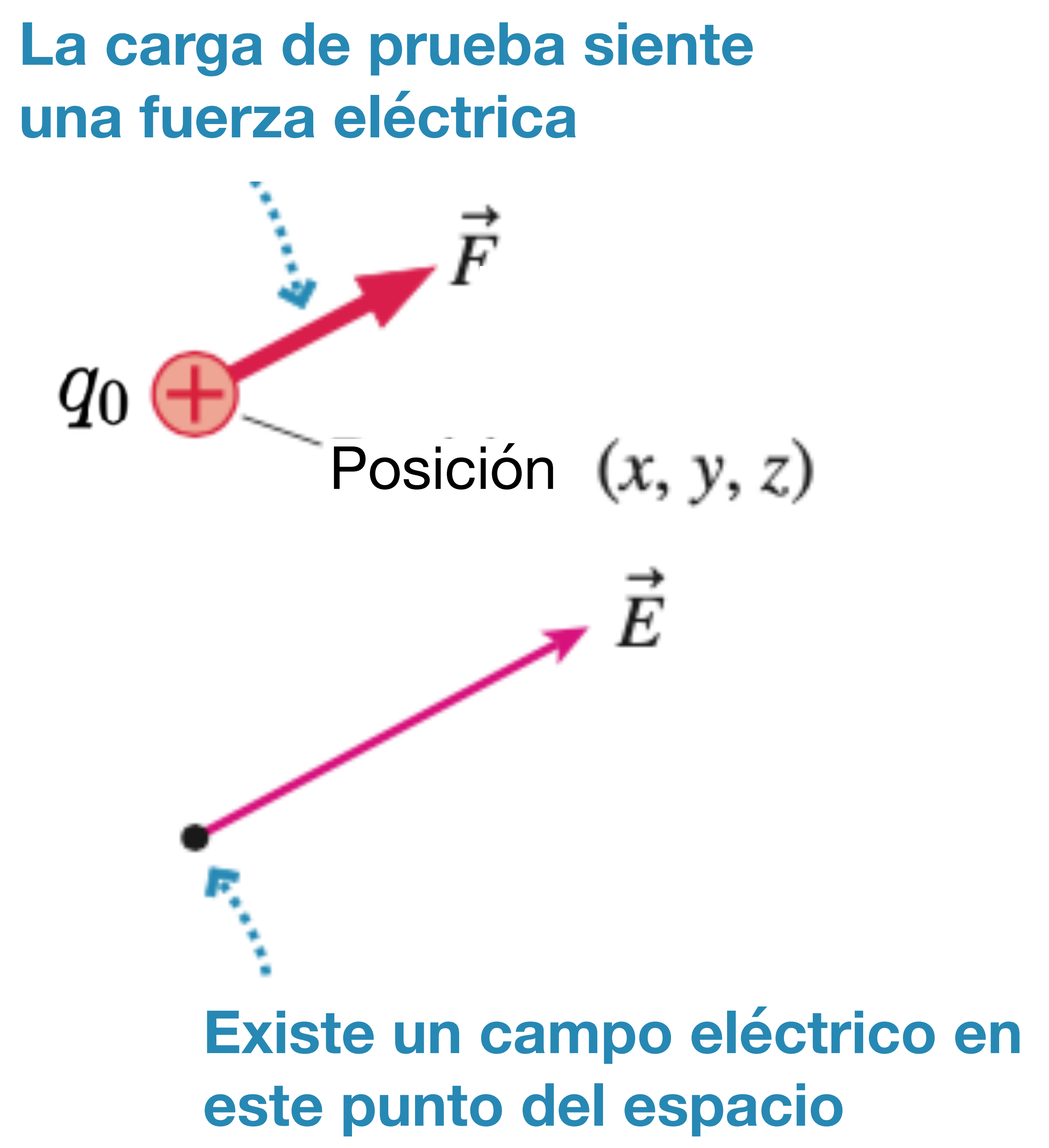


La idea básica es que el campo eléctrico es el agente que ejerce una fuerza eléctrica sobre una partícula cargada.
Es decir, que las partículas cargadas interactúan a través del campo eléctrico.

Postulamos:

1. Un conjunto de cargas, que llamamos cargas fuente, altera el espacio que las rodea creando un campo eléctrico $\vec{E}$ en todos los puntos del espacio.

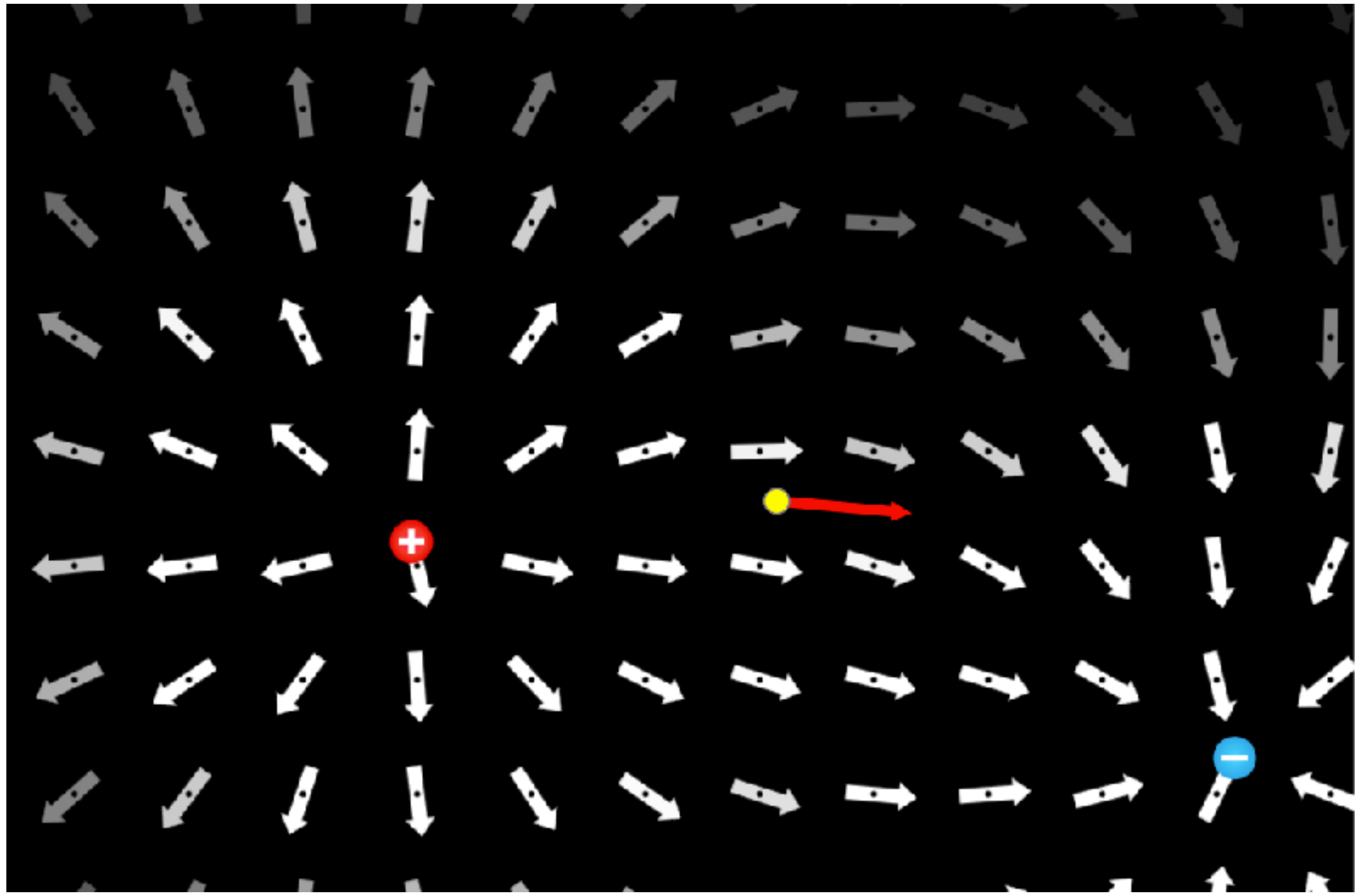
2. Una carga q en el campo eléctrico experimenta la fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ ejercida por el campo. La fuerza sobre una carga positiva está en la dirección de $\vec{E}$; la fuerza sobre una carga negativa está dirigida en sentido contrario a $\vec{E}$.



$$\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}(r) \equiv \frac{\vec{F}(r)}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Las unidades del SI para el campo eléctrico son newtons por culombio $\left[\mathrm{N\,C^{-1}}\right]$
Más adelante nos encontraremos con una unidad llamada voltio. Una unidad alternativa (y más habitual) para el campo eléctrico es voltios por metro $\left[\mathrm{V\,m^{-1}}\right]$.

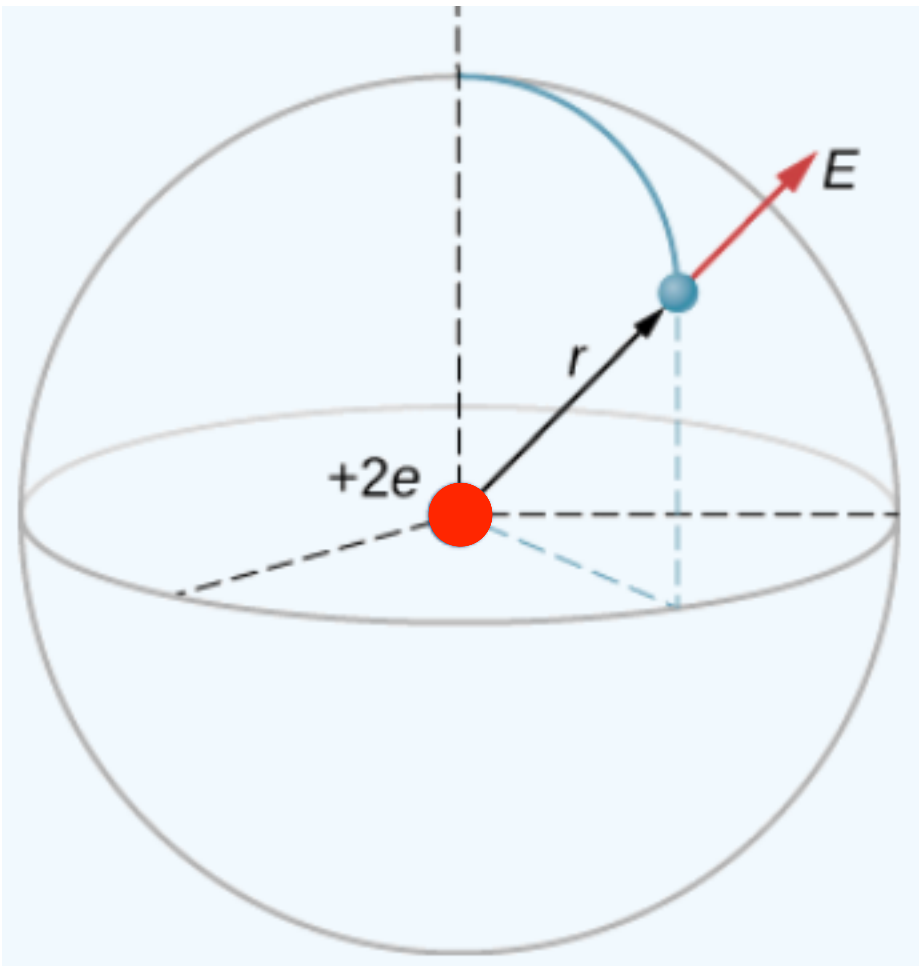
Cálculo de campos eléctricos



Simulador PhET

Ejemplo: En un átomo de helio ionizado, la distancia más probable entre el núcleo y el electrón es $r = 26,5 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}$

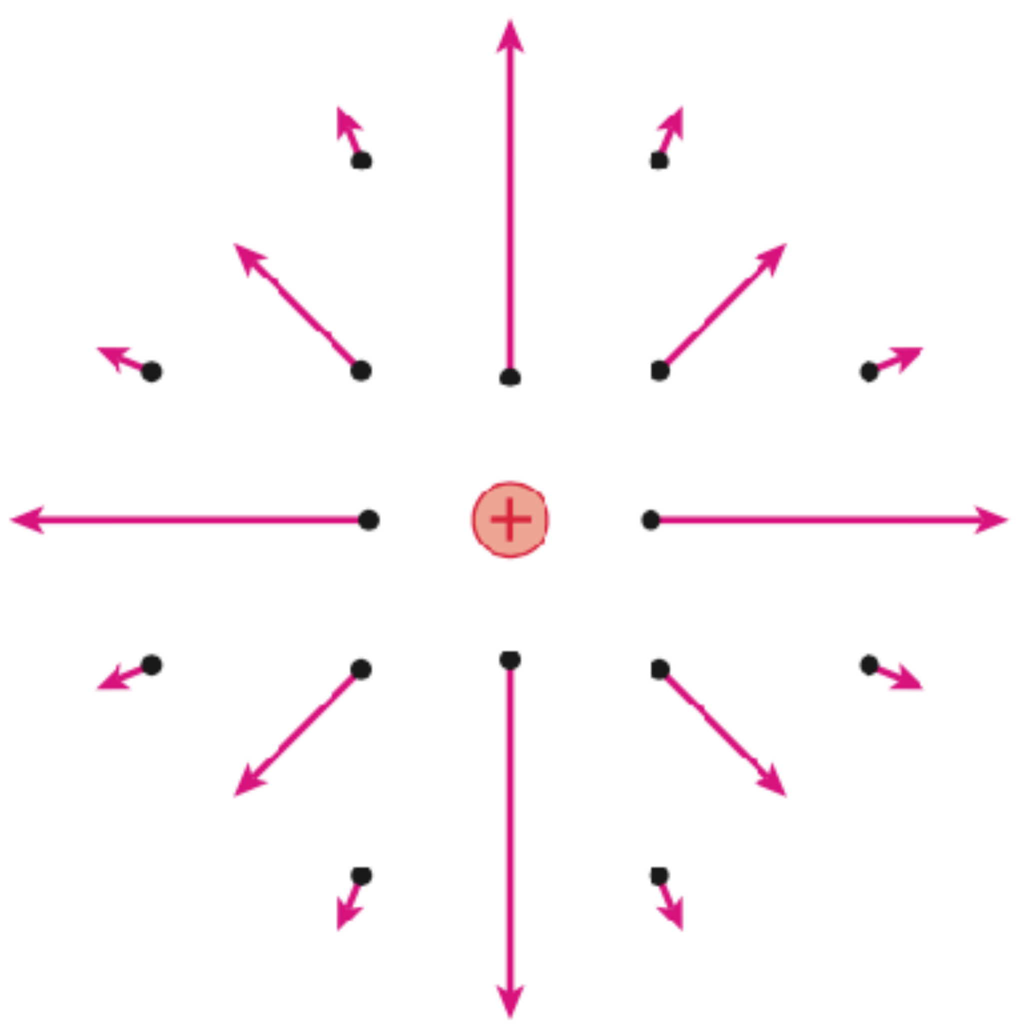
¿Cuál es el campo eléctrico debido al núcleo en el lugar donde se encuentra el electrón?



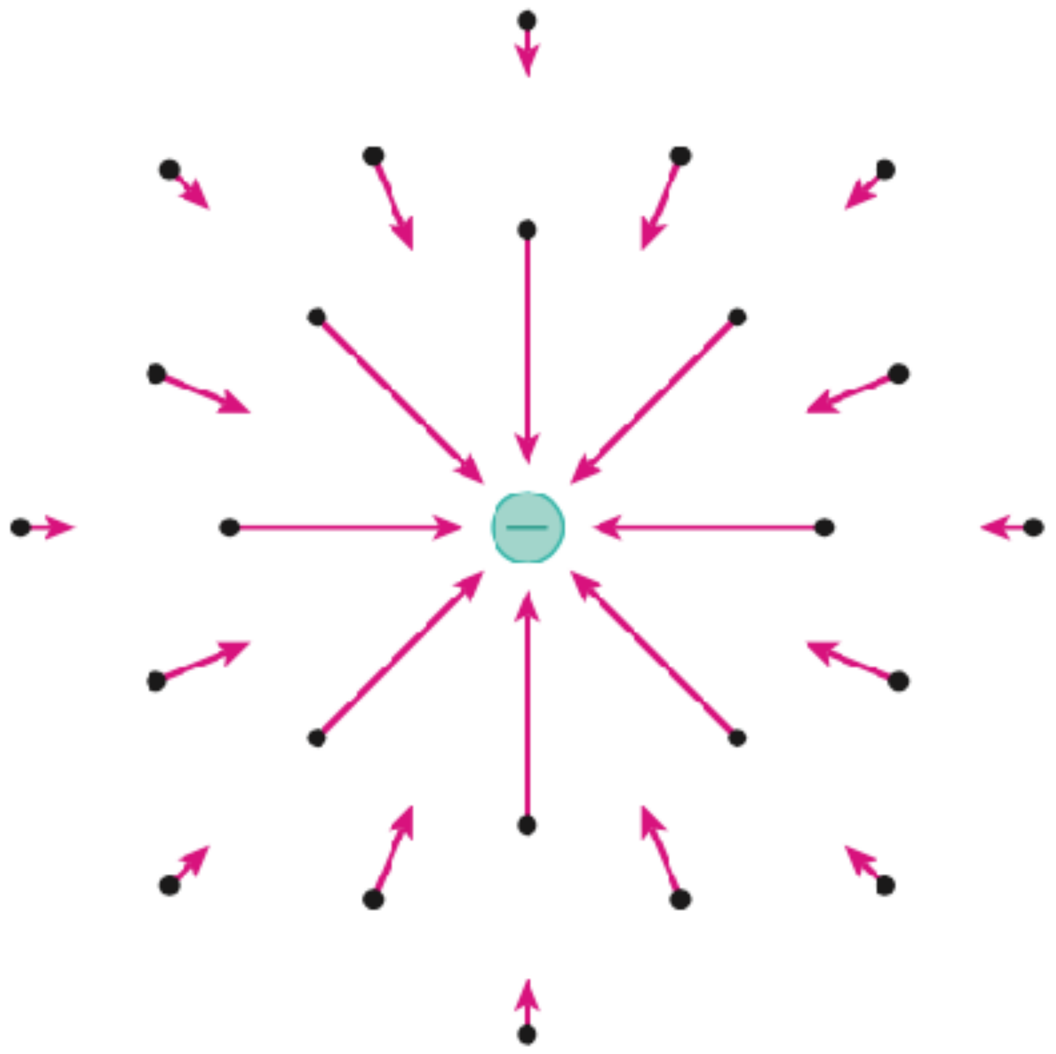
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\left(8,85 \times 10^{-12}\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\right)}\frac{2\left(1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}\right)}{\left(26,5 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}\right)^2}\hat{r} = 4,1 \times 10^{12}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\hat{r}$$

El campo eléctrico de una carga puntual positiva



El campo eléctrico de una carga puntual negativa



$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

1. El diagrama es sólo una muestra representativa de los vectores del campo eléctrico. El campo existe en todos los demás puntos.

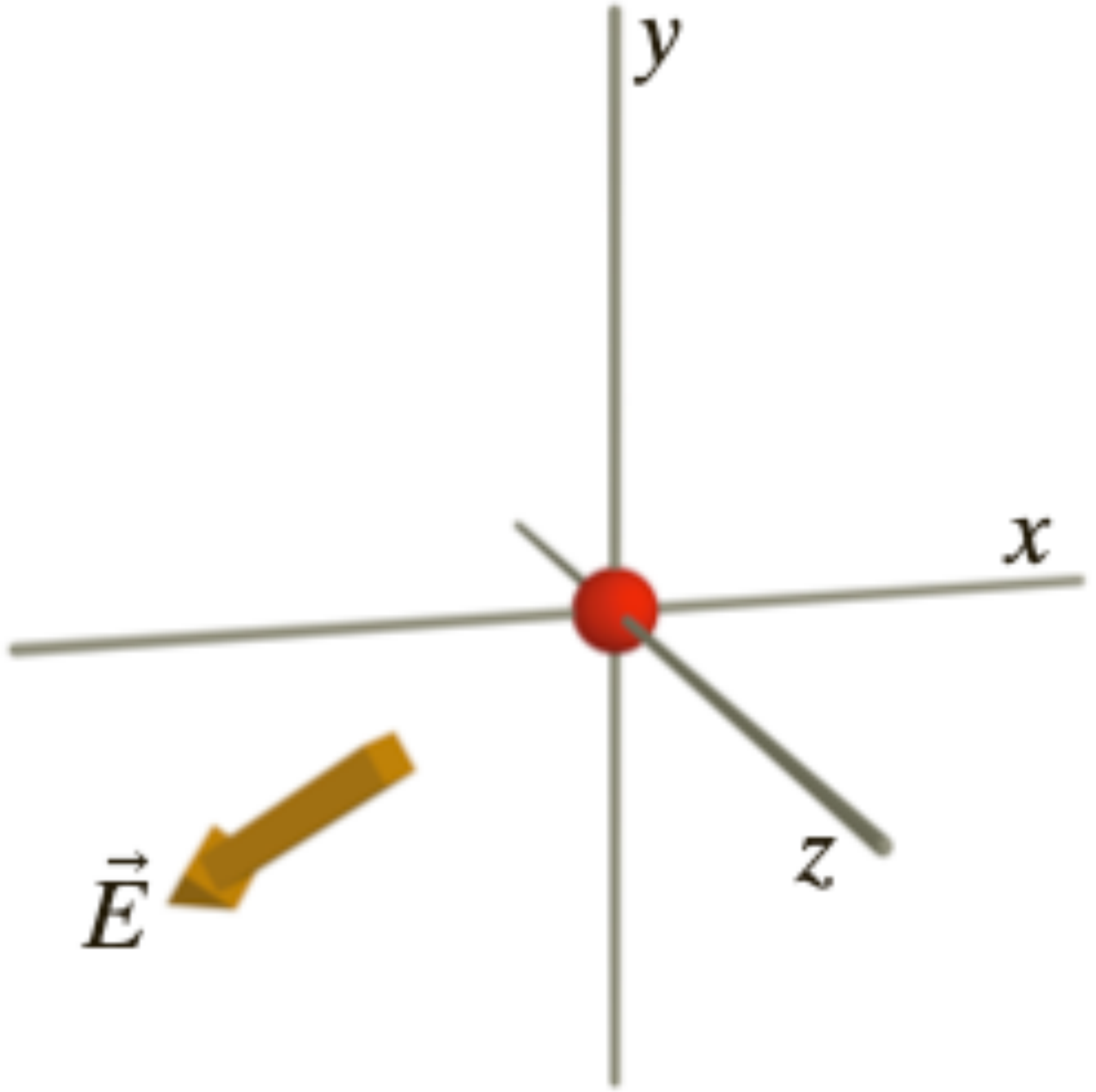
2. La flecha indica la dirección y la intensidad del campo eléctrico en el punto al que está unida, es decir, en el punto donde se sitúa la cola del vector. La longitud de cualquier vector es significativa sólo en relación con las longitudes de otros vectores.

3. Un vector de campo eléctrico no es una cantidad espacial. No se "estira" de un punto a otro. Cada vector representa el campo eléctrico en un punto del espacio

Ejemplo: Una partícula con carga +2 nC se encuentra en el origen.
¿Cuál es el campo eléctrico debido a esta partícula en el lugar de observación: $\langle$-0,2; -0,2; -0,2$\rangle$ m?

1 nC = 1×10^{-9} C

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



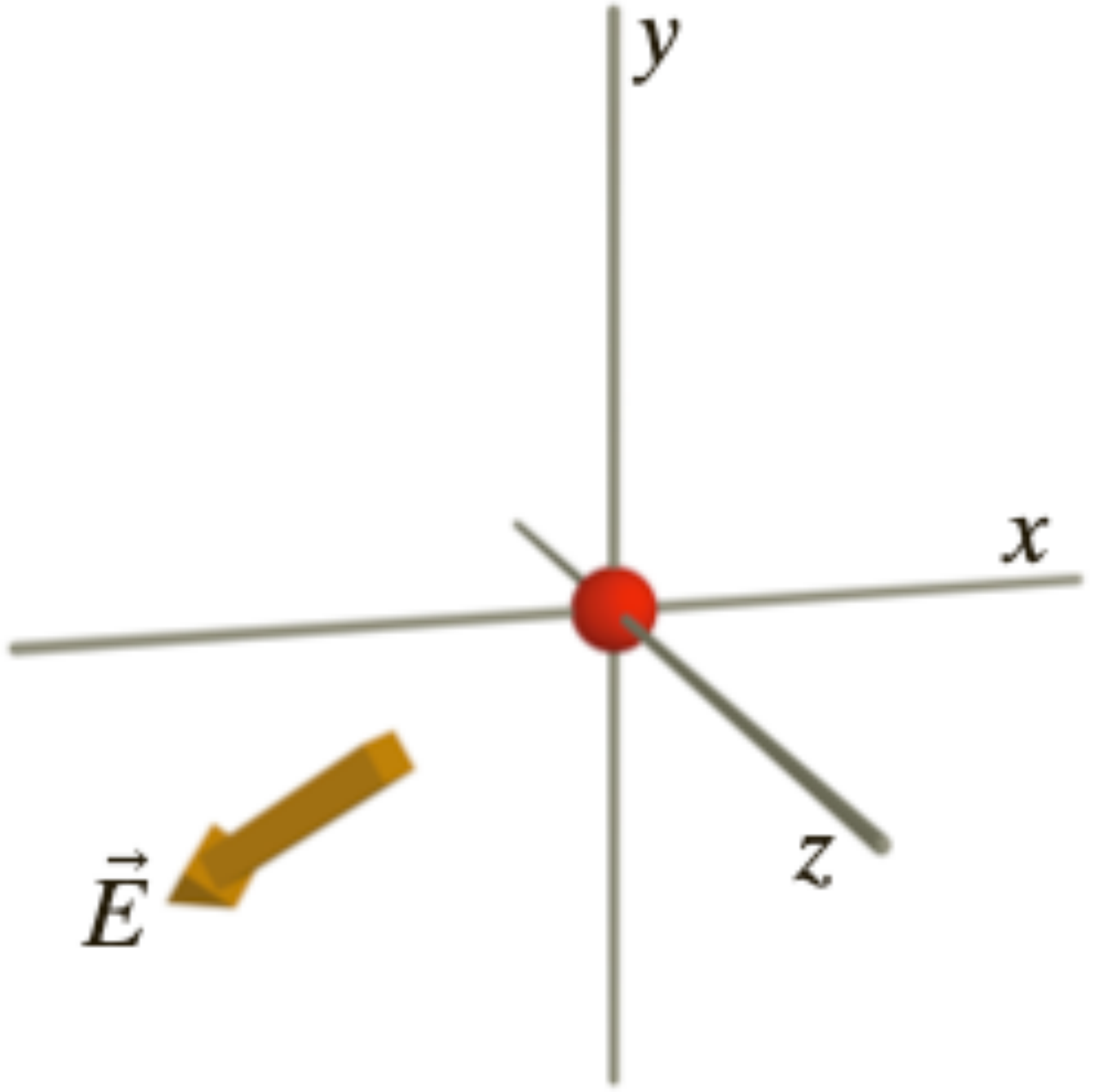
Ejemplo: Una partícula con carga +2 nC se encuentra en el origen.
¿Cuál es el campo eléctrico debido a esta partícula en el lugar de observación: ⟨-0,2; -0,2; -0,2⟩ m?

1 nC = 1×10^{-9} C

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= \langle \text{ lugar de observación } \rangle - \langle \text{ lugar de la fuente } \rangle \\
&= \langle -0,2; -0,2; -0,2 \rangle \text{m} - \langle 0,0,0 \rangle \text{m} \\
\vec{r} &= \langle -0,2; -0,2; -0,2 \rangle \text{m} \\
|\vec{r}| &= \sqrt{(-0,2)^2 + (-0,2)^2 + (-0,2)^2} = \sqrt{3(0,2)^2} = 0,2\sqrt{3}\text{ m} \\
\hat{r} &= \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\langle -0,2; -0,2; -0,2 \rangle \text{m}}{0,2\sqrt{3}\text{ m}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\langle 1;1;1 \rangle
\end{aligned}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \left(9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\left(\frac{2 \times 10^{-9}\text{C}}{(0,2\sqrt{3})^2\text{ m}^2}\right) = 150,0\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

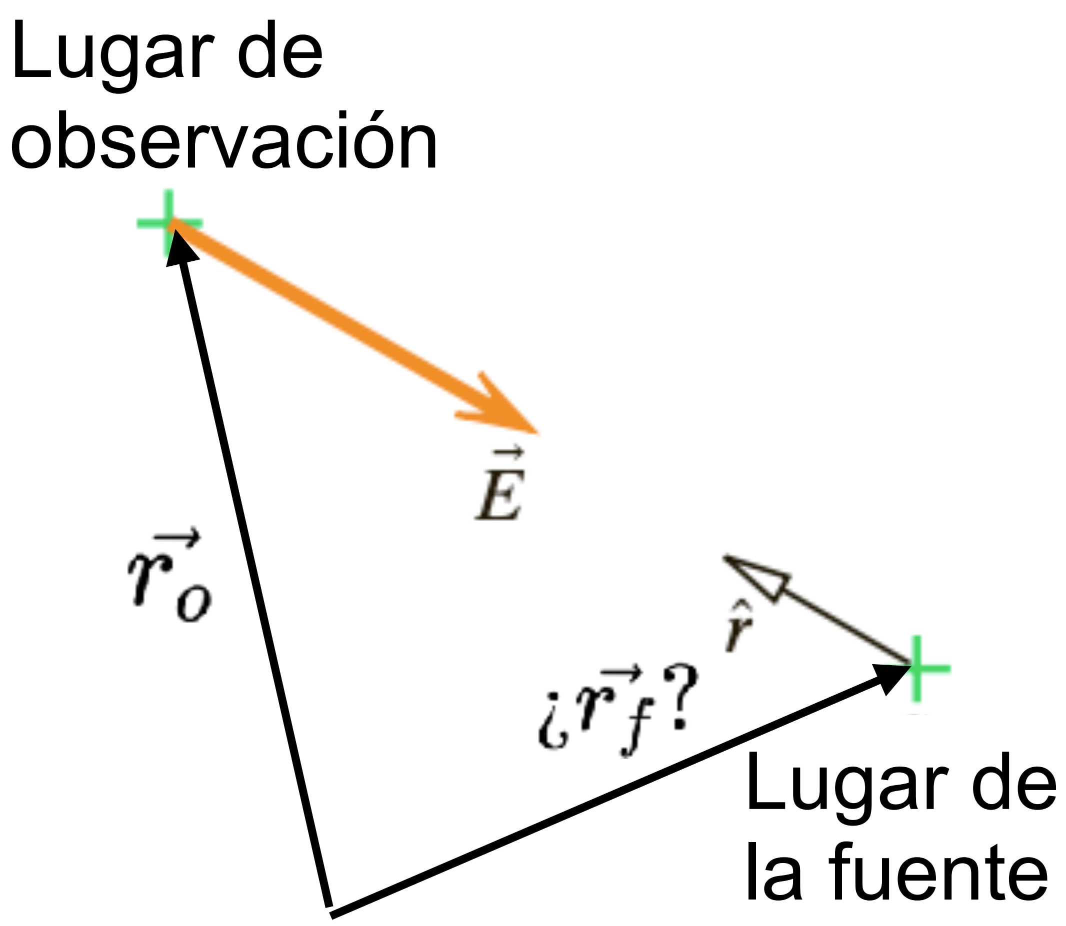


$$\begin{aligned}
\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \\
&= \left(150,0\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\langle 1;1;1 \rangle\right) \\
&= -86,6\langle 1,1,1 \rangle\ \frac{\text{N}}{\text{C}}
\end{aligned}$$

Ejemplo: El campo eléctrico en la posición ⟨-0,13; 0,14; 0⟩ m es de $\langle 6,48; -8,64; 0\rangle \times 10^3$ N/C
La única partícula cargada en los alrededores tiene carga -3 nC.

¿Cuál es la ubicación de esta partícula?

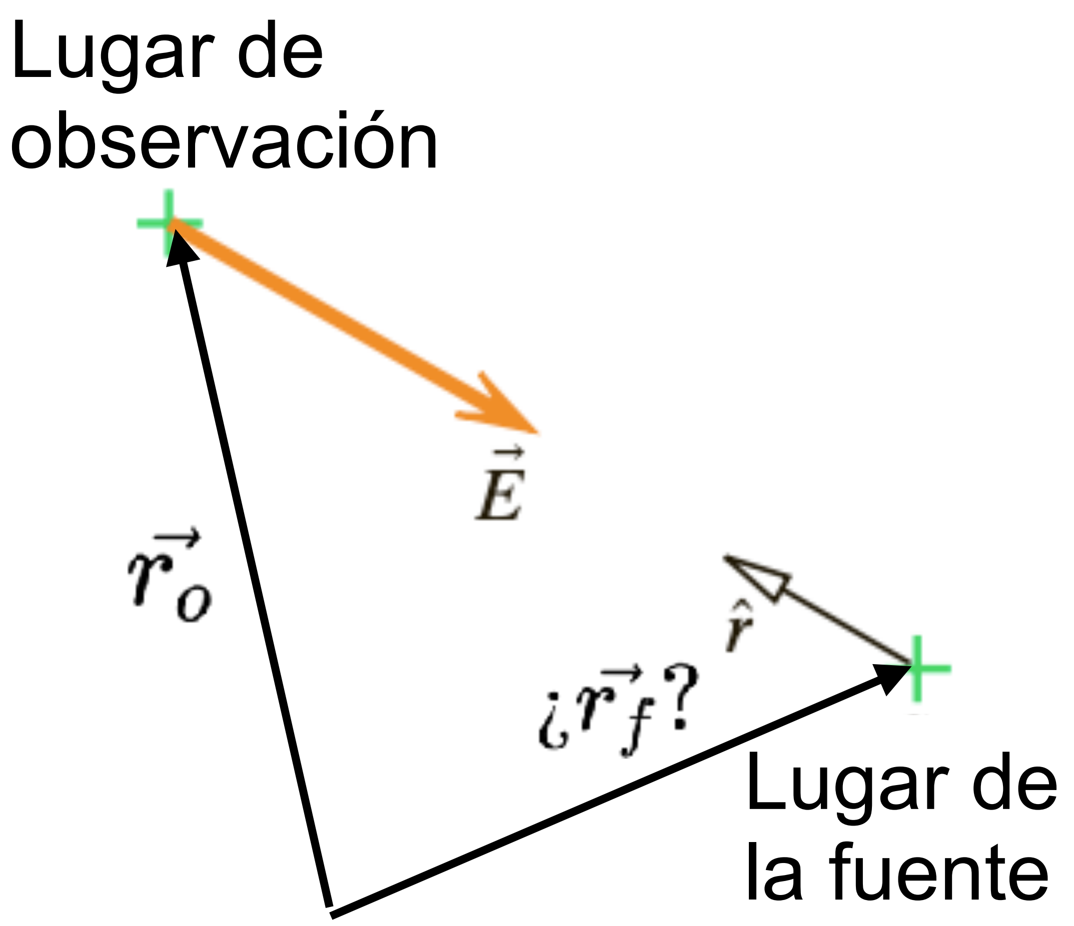
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



Ejemplo: El campo eléctrico en la posición ⟨-0,13; 0,14; 0⟩ m es de $\langle 6,48; -8,64; 0\rangle \times 10^3$ N/C
La única partícula cargada en los alrededores tiene carga -3 nC.

¿Cuál es la ubicación de esta partícula?

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



Observemos que $\hat{r} = -\hat{E}$

$$|\vec{E}| = \sqrt{\left(6,48\times 10^3\right)^2 + \left(-8,64\times 10^3\right)^2}\ \mathrm{N/C} = 1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2} \Rightarrow \ |\vec{r}| = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{E}|}}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{9\times 10^9\mathrm{Nm^2/C^2}\,\frac{3\times 10^{-9}\mathrm{C}}{1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}}} = 0,05\ \mathrm{m}$$

$$\hat{E} = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} = \frac{\langle 6,48\times 10^3; -8,64\times 10^3; 0\rangle \mathrm{N/C}}{1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}} = \langle 0,6; -0,8; 0\rangle$$

$$\hat{r} = -\hat{E} = \langle -0,6; 0,8; 0\rangle$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \Rightarrow \vec{r} = \hat{r}r = \langle -0,6; 0,8; 0\rangle\ 0,05\ \mathrm{m} = \langle -0,03; 0,04; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_o - \vec{r}_f$$

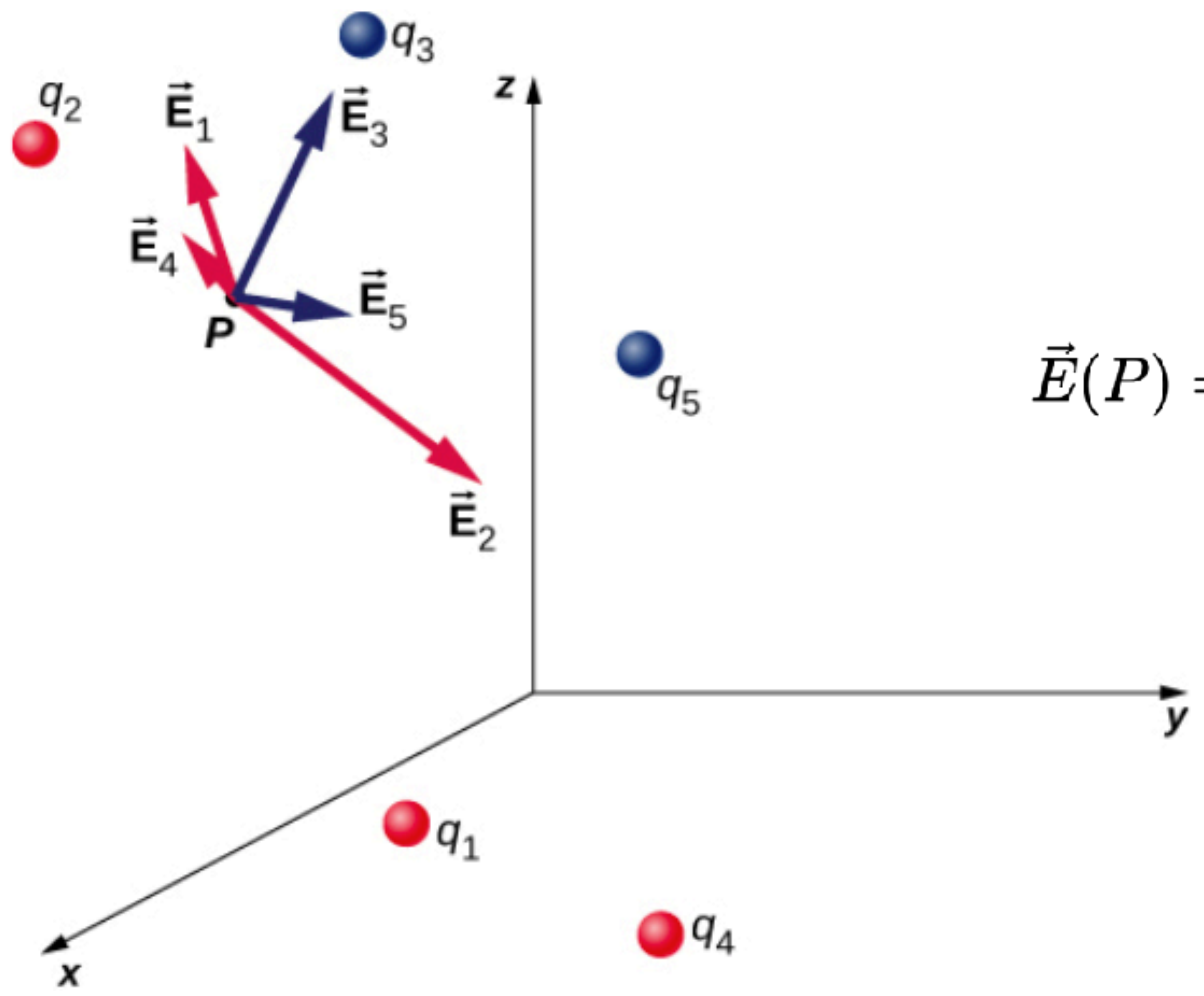
$$\vec{r}_f = \langle -0,13; 0,14; 0\rangle - \langle -0,03; 0,04; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r}_f = \langle -0,1; 0,1; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

5. Principio de superposición

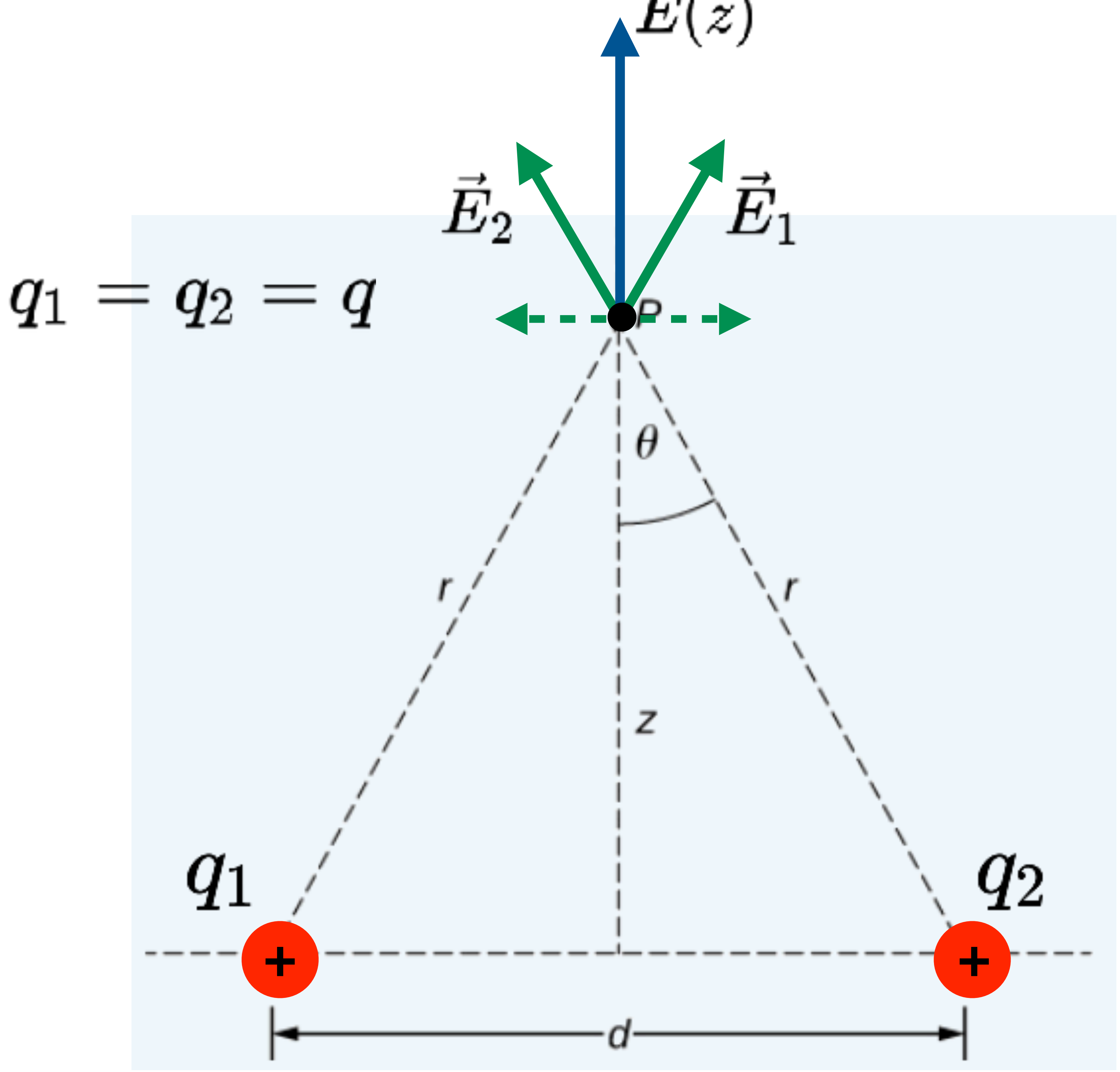
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Supongamos que tenemos N cargas fuente $q_1, q_2, q_3, \ldots q_N$ situadas en las posiciones $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots \vec{r}_N$, aplicando N fuerzas electrostáticas sobre una carga de prueba q. El campo neto generado por todas estas cargas es



$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \ldots + \frac{q_N}{r_1^2}\hat{r}_N\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

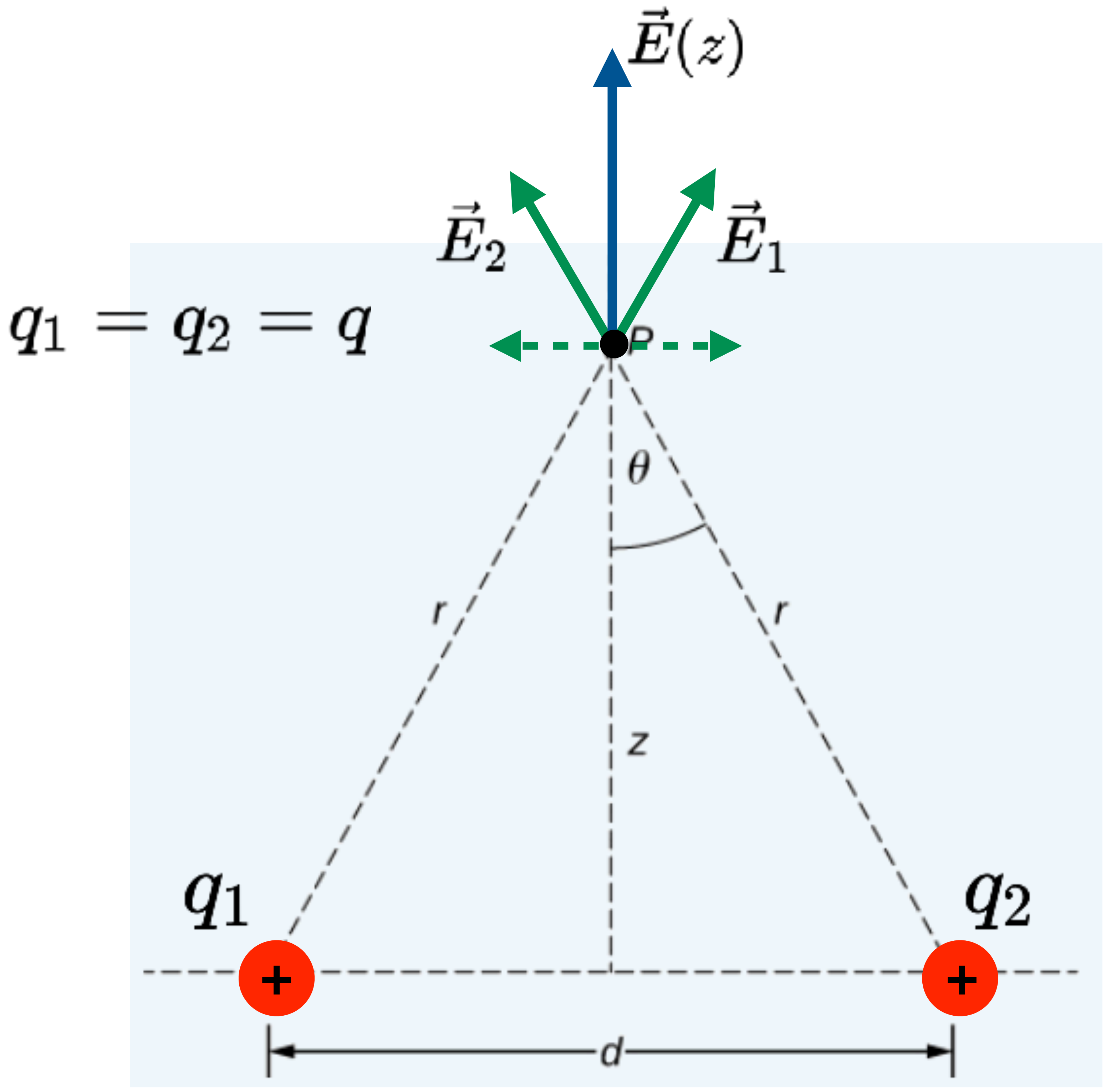
Ejemplo: Encontrar el campo eléctrico (magnitud y dirección) a una distancia z por encima del punto medio entre dos cargas iguales $+q$ que están a una distancia d. Compruebe que el resultado es consistente con lo que esperaría cuando $z \gg d$.



Ejemplo: Encontrar el campo eléctrico (magnitud y dirección) a una distancia z por encima del punto medio entre dos cargas iguales $+q$ que están a una distancia d. Compruebe que el resultado es consistente con lo que esperaría cuando $z \gg d$.

Por simetría, en la dirección x:

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\text{sen }\theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\text{sen }\theta = 0$$



En la dirección z:

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{r^2}\cos\theta$$

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{\left[z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]}\frac{z}{\left[z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2qz}{\left[z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{\mathbf{k}}$$

$$r^2 = z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\left[z^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}}$$

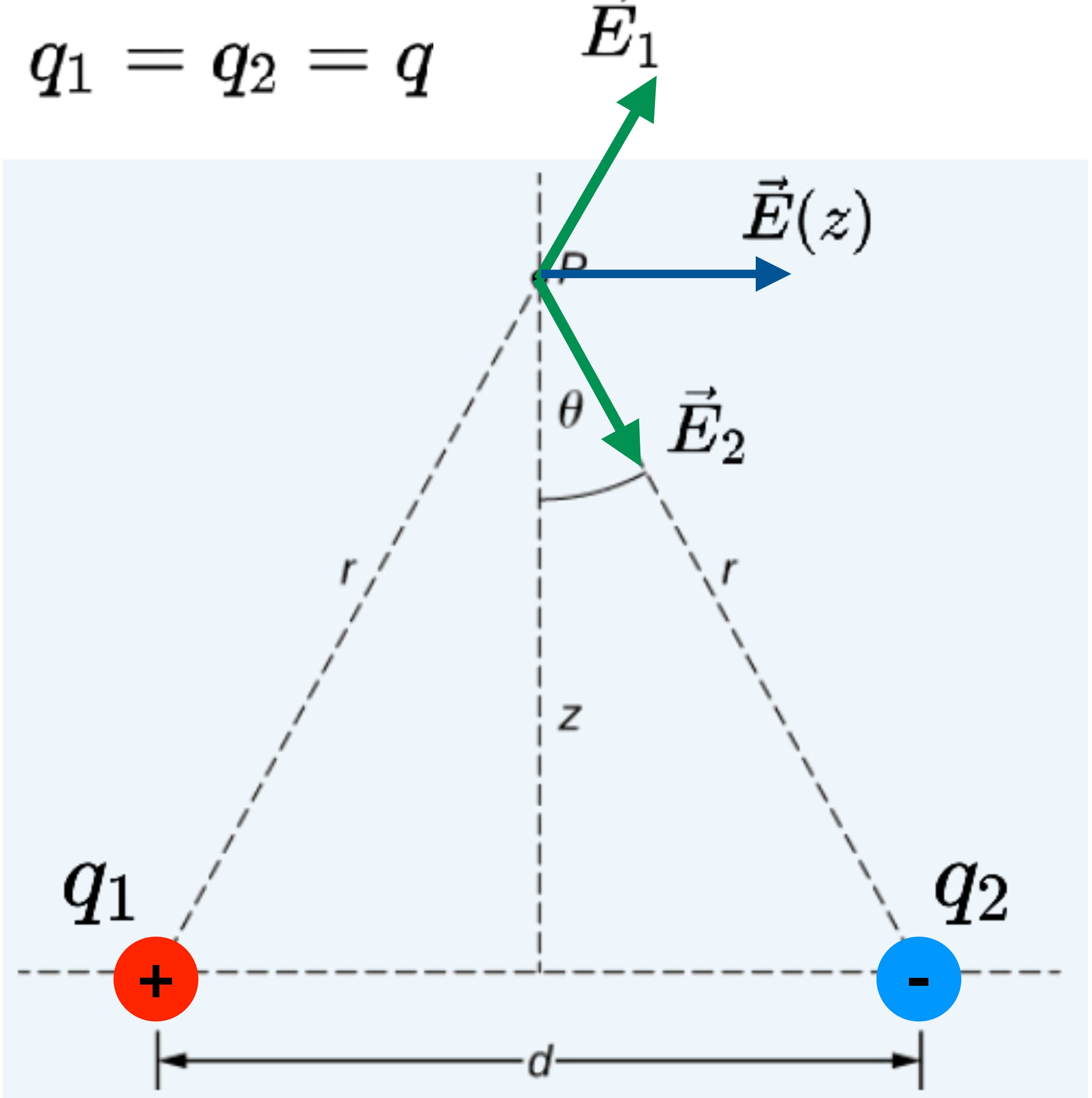
Si $z \gg d$.

$$\lim_{d\to 0}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2qz}{\left[z^2\right]^{3/2}}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2qz}{z^3}\hat{\mathbf{k}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{z^2}\hat{\mathbf{k}}$$

Notemos que si las cargas son iguales y de signos opuestos (**dipolo**), las componentes verticales serían las que cancelan

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\cos\theta = 0$$

$$q_1 = q_2 = q$$



Y en la dirección x tendríamos:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{\mathbf{i}}$$

$$r^2 = z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}}$$

Si $z \gg d$.

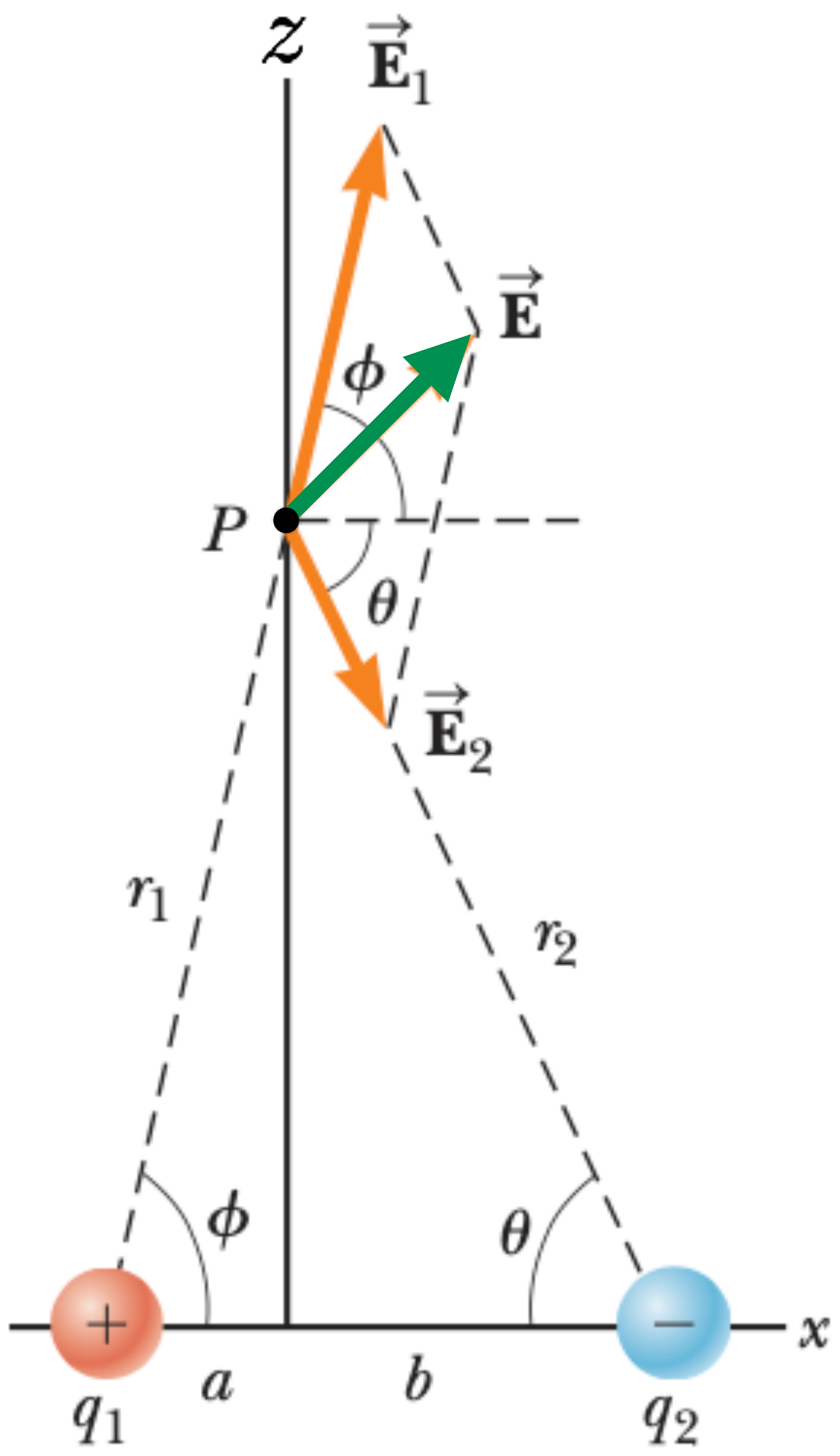
$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{z^3}\hat{\mathbf{i}}$$

En el caso más general donde: $q_1 \neq q_2$ y $a \neq b$

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = k_e \frac{|q_1|}{a^2+z^2}\cos\phi\,\hat{\mathbf{i}} + k_e \frac{|q_1|}{a^2+z^2}\operatorname{sen}\phi\,\hat{\mathbf{k}}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = k_e \frac{|q_2|}{b^2+z^2}\cos\theta\,\hat{\mathbf{i}} - k_e \frac{|q_2|}{b^2+z^2}\operatorname{sen}\theta\,\hat{\mathbf{k}}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = k_e \frac{|q_1|}{a^2+z^2}\cos\phi + k_e \frac{|q_2|}{b^2+z^2}\cos\theta$$

$$E_z = E_{1z} + E_{2z} = k_e \frac{|q_1|}{a^2+z^2}\operatorname{sen}\phi - k_e \frac{|q_2|}{b^2+z^2}\operatorname{sen}\theta$$

Si: $q_1 = q_2 = q\,,\quad a = b = \dfrac{d}{2}$ entonces: $\theta = \phi$, $r_1 = r_2 = r$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}$$

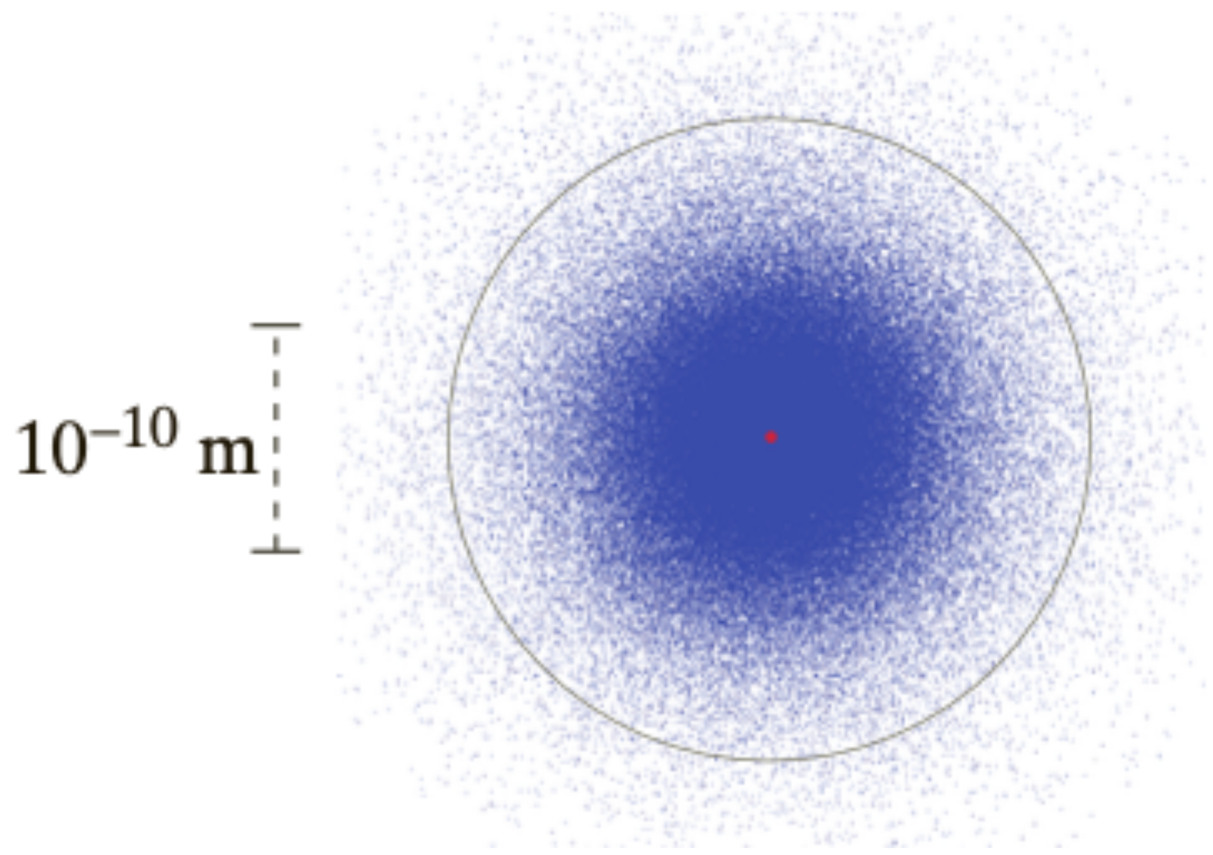
$$E_x = k_e \frac{q}{a^2+z^2}\cos\theta + k_e \frac{q}{a^2+z^2}\cos\theta = 2k_e \frac{q}{a^2+z^2}\cos\theta$$

$$E_z = k_e \frac{q}{a^2+z^2}\operatorname{sen}\theta - k_e \frac{q}{a^2+z^2}\operatorname{sen}\theta = 0$$

$$E_x = 2k_e \frac{q}{a^2+z^2}\left[\frac{a}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}\right] = k_e \frac{2aq}{\left(a^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2+z^2\right]^{3/2}}$$

Momento Dipolar Eléctrico



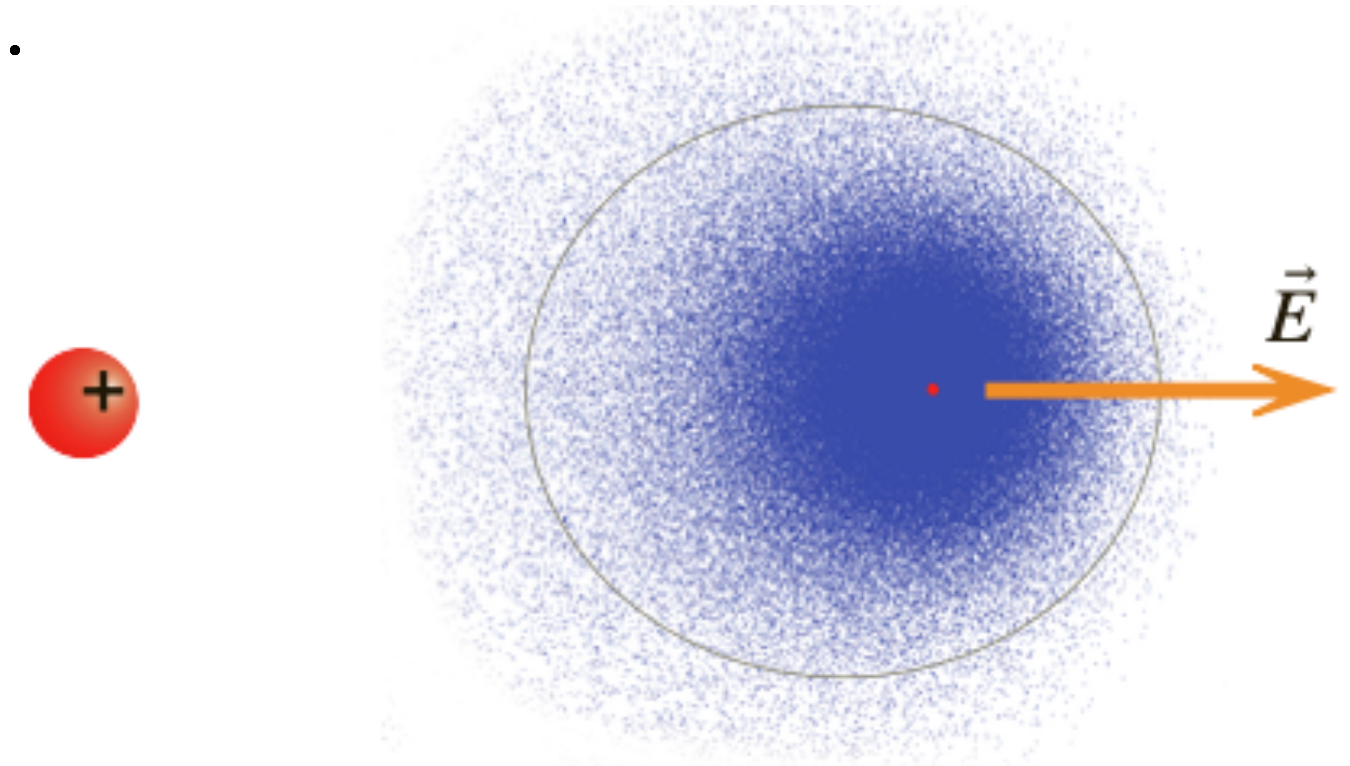
- Distribución de probabilidad "nube de electrones".

- En el hidrógeno la nube está formada por un solo electrón, pero en otros átomos la nube electrónica está formada por muchos electrones.

- La ubicación media del electrón está en el centro, en el mismo lugar que el núcleo.

- Es tan probable encontrar el electrón a la derecha del núcleo como a la izquierda del núcleo.

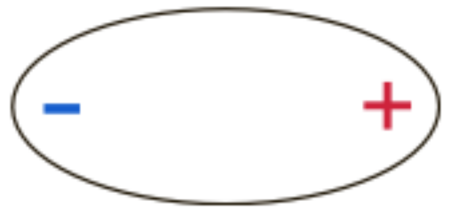
- La nube de electrones no siempre está centrada con respecto al núcleo.



- Una carga positiva crea un campo eléctrico que desplaza la nube de electrones del átomo de hidrógeno hacia la izquierda (y desplaza el núcleo de hidrógeno hacia la derecha).

- Se dibuja una elipse a través de regiones de densidad constante. Ahora es más probable que el electrón se encuentre a la izquierda del núcleo que a la derecha.

- Podemos aproximar un átomo polarizado como una nube de electrones aproximadamente esférica cuyo centro está desplazado del núcleo positivo.



- El campo eléctrico de un dipolo es proporcional al producto qd, llamado "momento eléctrico del dipolo" y denotado por p.

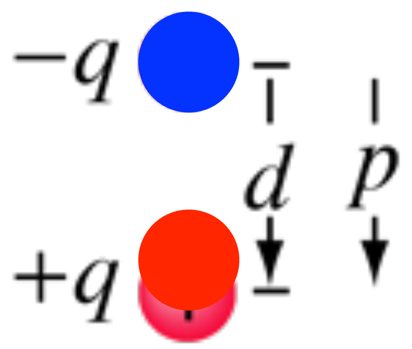
$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{i}}$$

Si $z \gg d$.

$$p = qd$$

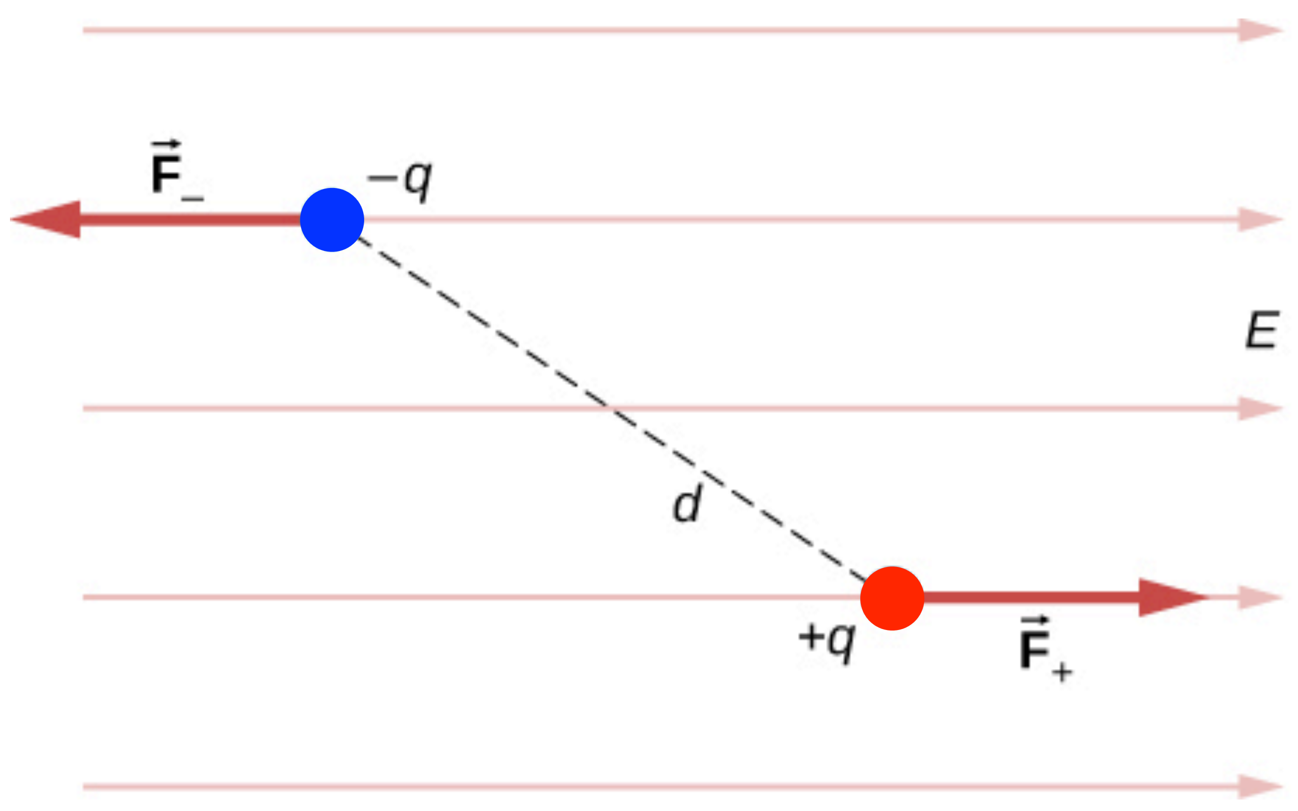
$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} \hat{\mathbf{i}}$$

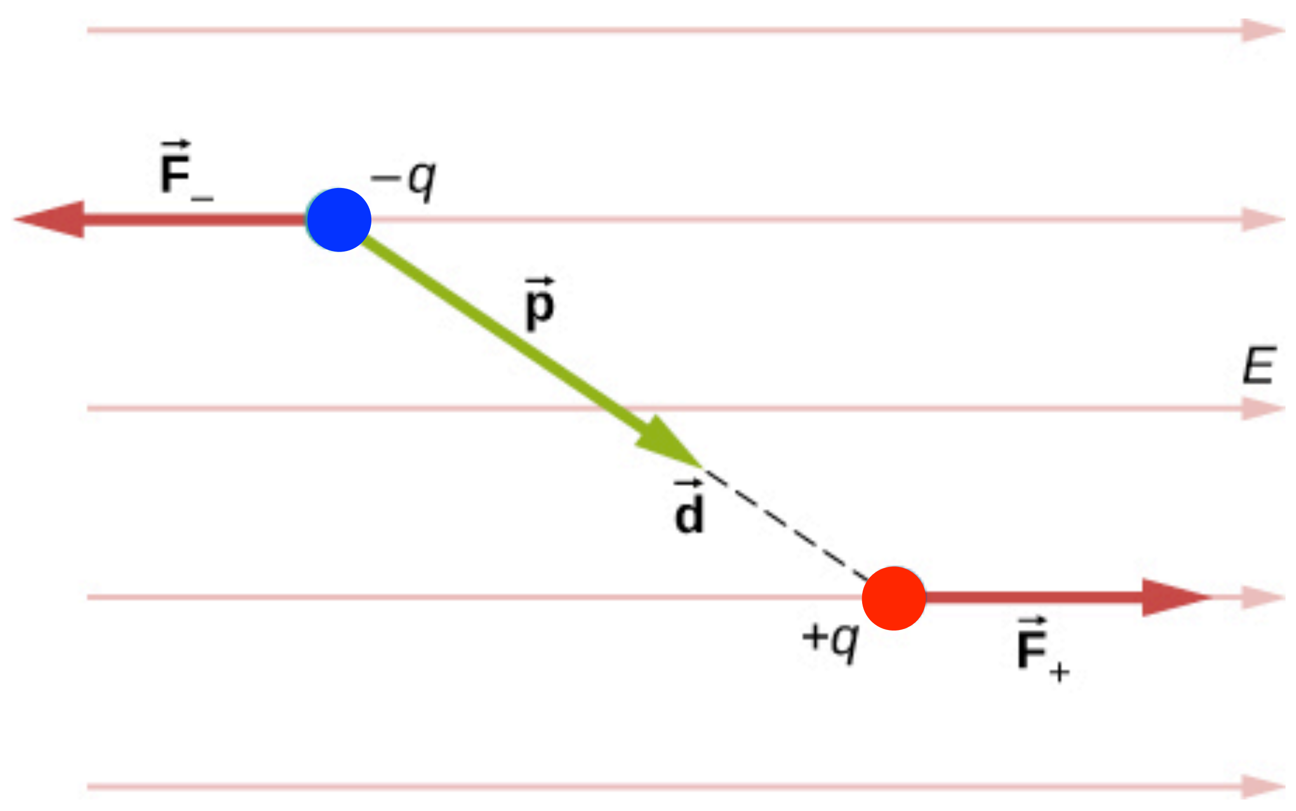
- Se puede definir como una cantidad vectorial que apunta de la **carga negativa a la carga positiva.**



$$\vec{p} = q\vec{d}$$

- Consideremos ahora lo que le ocurre a un dipolo cuando se coloca en un campo externo $\vec{E}$.





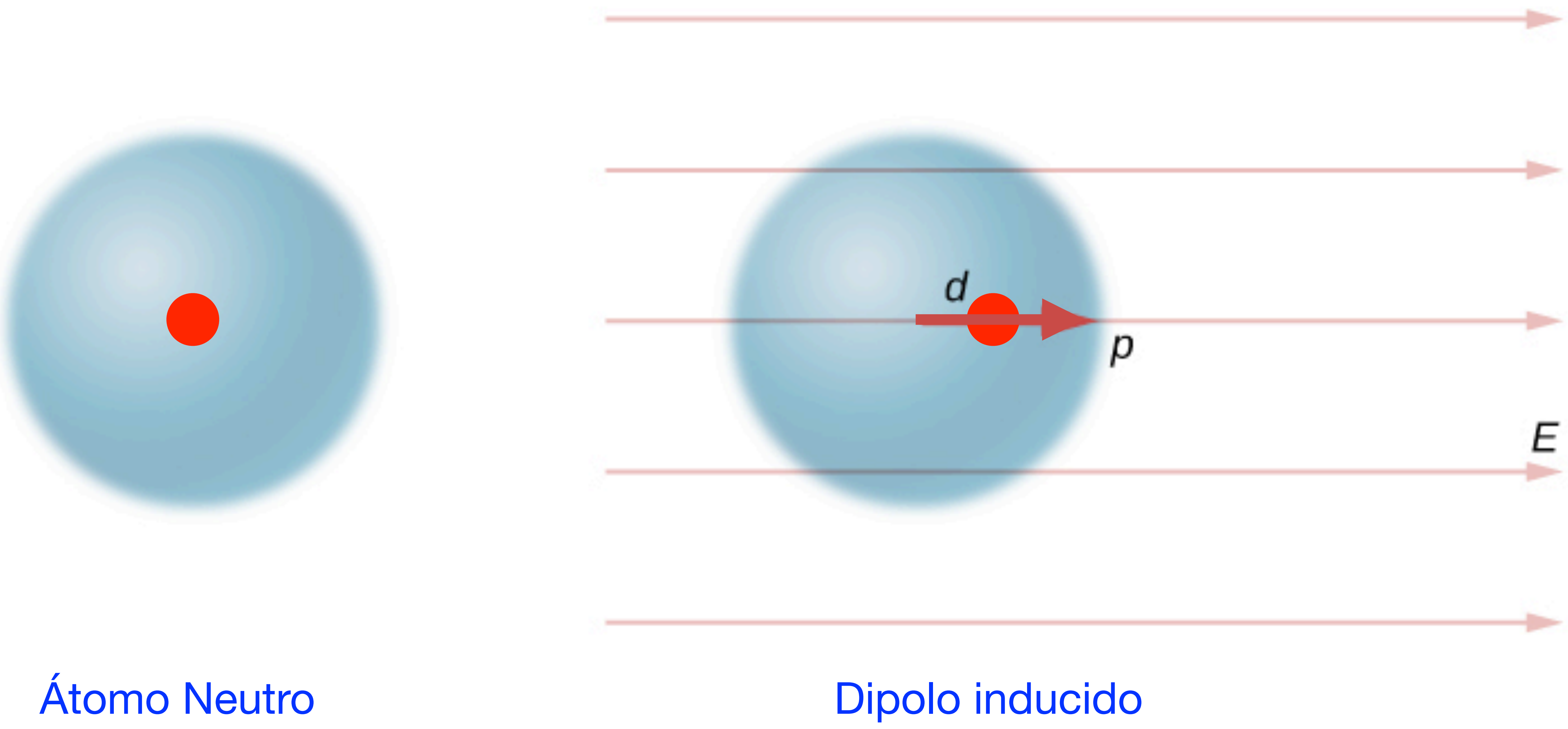
- Las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Sin embargo, existe un torque:

$$\begin{aligned}
\vec{\tau} &= \left(\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+\right) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_-\right) \\
&= \left[\left(\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (+q\vec{E}) + \left(-\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (-q\vec{E})\right] \\
&= q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}
\end{aligned}$$

Dipolos inducidos

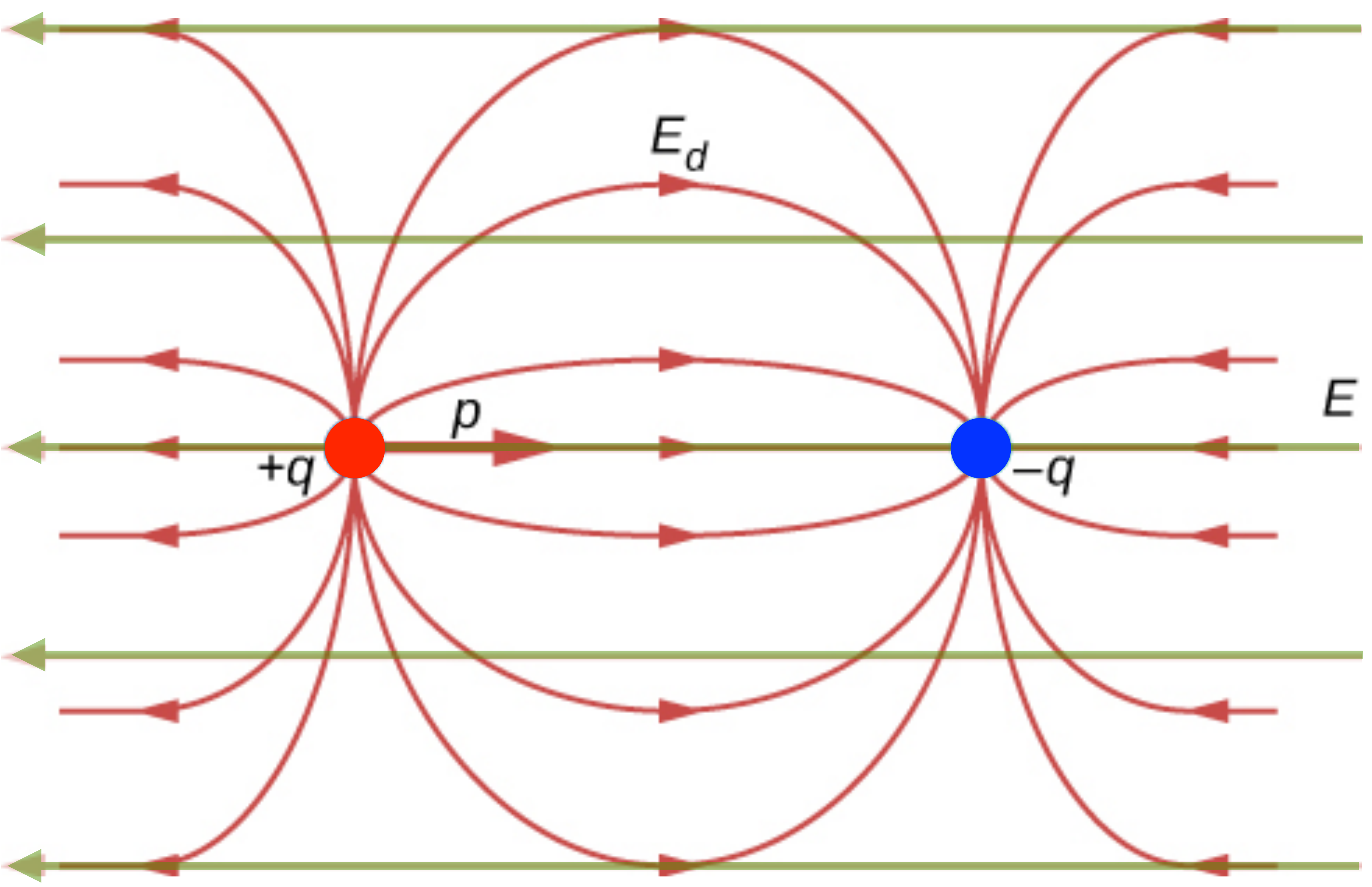
- Los átomos neutros tienen cantidades iguales de carga positiva y negativa.

- Cuando se exponen en un campo eléctrico externo los átomos adquieren un momento dipolar inducido



- El momento dipolar acaba alineado en paralelo al campo eléctrico externo.

- Una vez que la alineación del dipolo se ha completado, el efecto neto es la disminución del campo eléctrico total



$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_{\text{externo}} + \vec{E}_{\text{dipolo}}$$

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{z^3}$$

- **Polarización**: Experimentalmente se ha ha encontrado que para casi todos los materiales, la cantidad de polarización inducida (el momento dipolar de los átomos o moléculas polarizados) es directamente proporcional a la magnitud del campo eléctrico aplicado: $\vec{p} = \alpha \vec{E}$

- El átomo polarizado tiene un momento dipolar $p = qs$. El átomo, que ahora es un dipolo inducido, hace un campo eléctrico $\vec{E}_2$ en la ubicación de la carga puntual. Podemos escribir una expresión para la magnitud de $\vec{E}_2$:

$$\left|\vec{E}_2\right| = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha E_1}{r^3}$$

- Conocemos $\vec{E}_1$, el campo eléctrico de la carga puntual en el lugar del dipolo

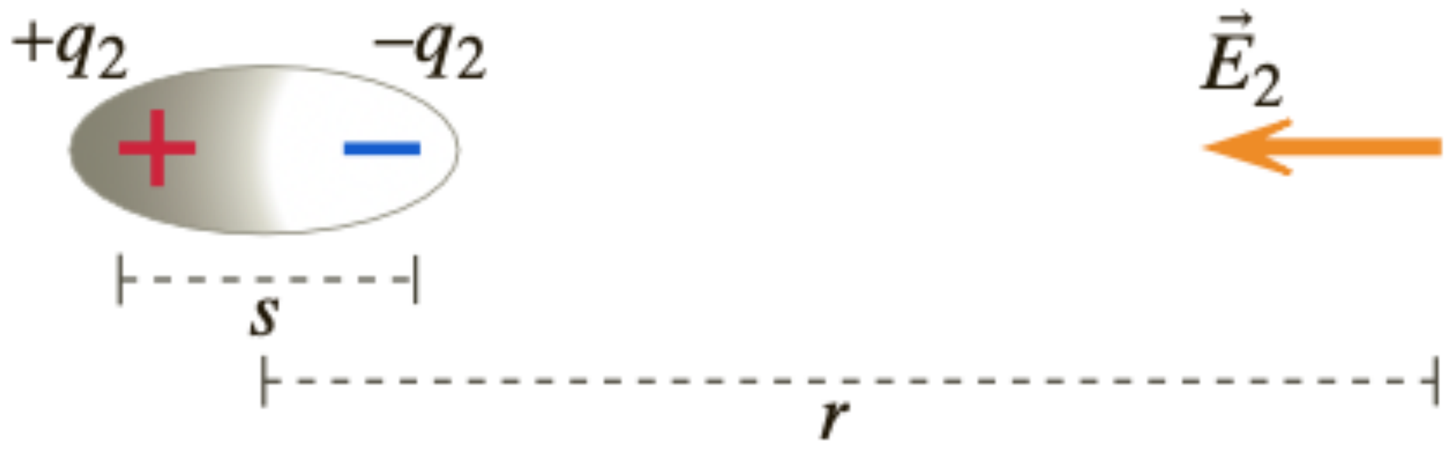
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha}{r^3}E_1 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha}{r^3}\right)\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1}{r^5}\right)$$

- La fuerza sobre la carga puntual:

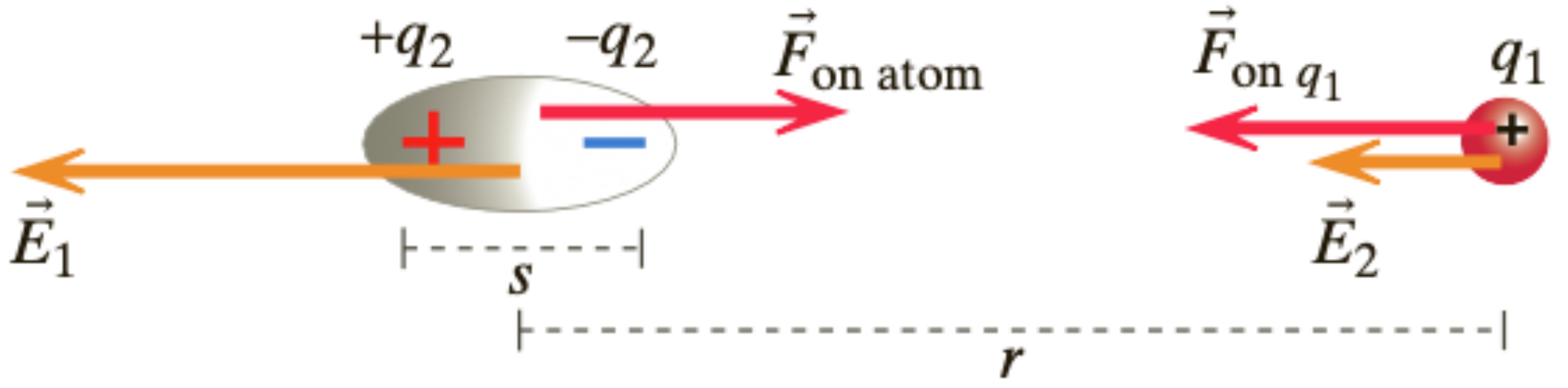
$$\vec{F}_1 = q_1\vec{E}_2 = q_1\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1}{r^5}\right)\hat{r} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r}$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r} \qquad \propto 1/r^5$$

- En la ubicación del átomo existe un campo eléctrico $\vec{E}_1$ debido a la carga puntual.



- El átomo polarizado crea un campo eléctrico $\vec{E}_2$ en el lugar de la carga puntual.

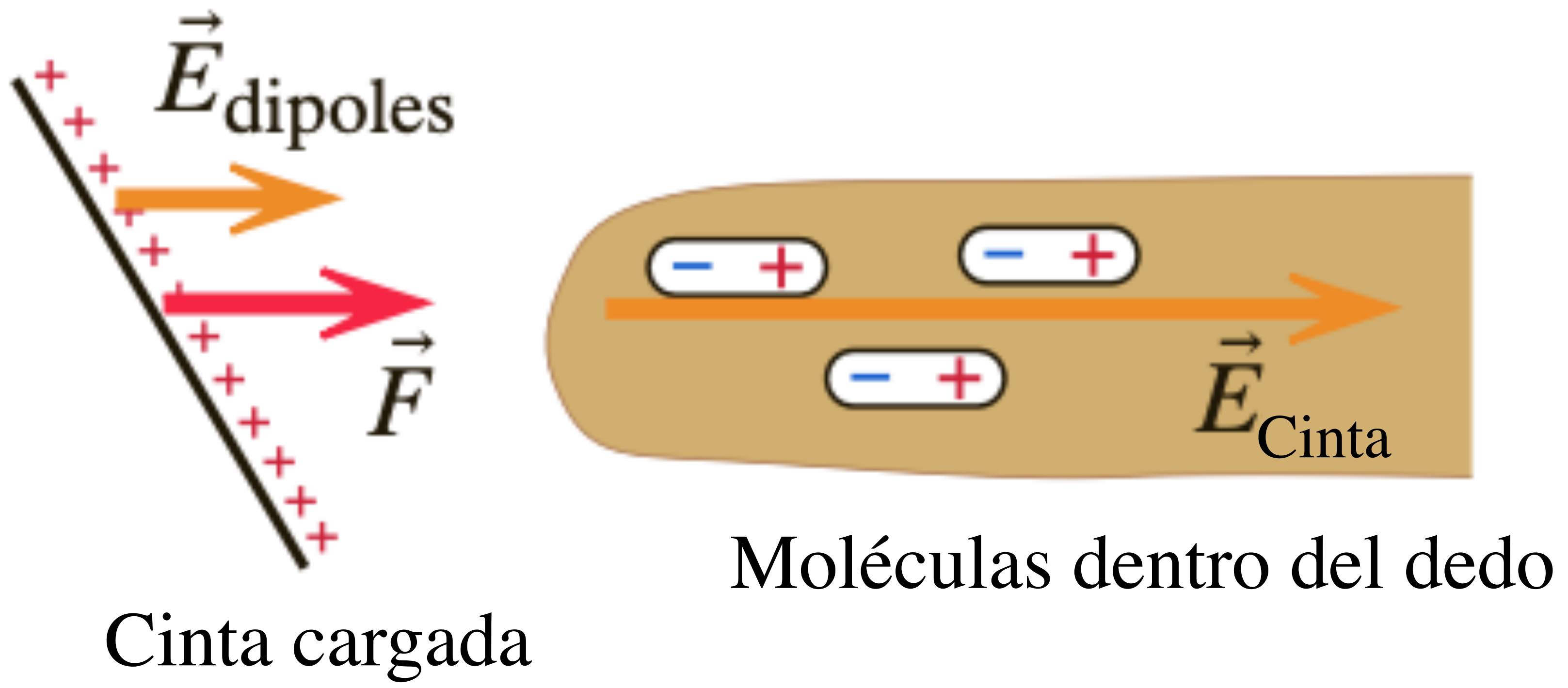


- La fuerza sobre la carga puntual es igual en magnitud a la fuerza sobre el átomo polarizado debida al campo eléctrico de la carga puntual.

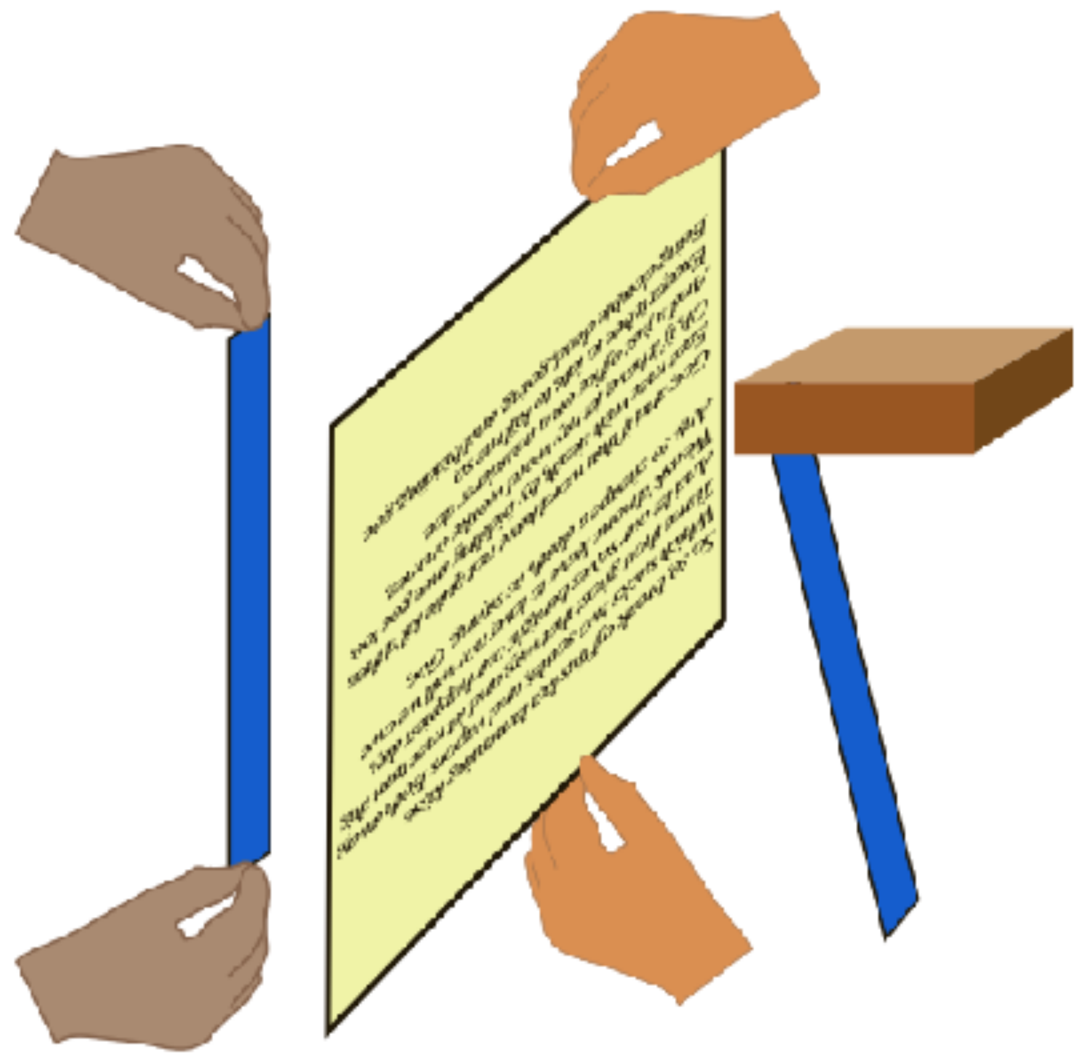
- ¿Por qué los objetos cargados positiva y negativamente son fuertemente atraídos por la materia neutra?

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r}$$

  - La cinta cargada positivamente crea un campo eléctrico que se aleja de la cinta.
  - Este campo eléctrico está presente dentro de su mano, y afecta a los átomos, moléculas e iones dentro de su mano.
  - Los dipolos inducidos en su dedo crean un campo eléctrico en la ubicación de la cinta, que atrae la cinta.



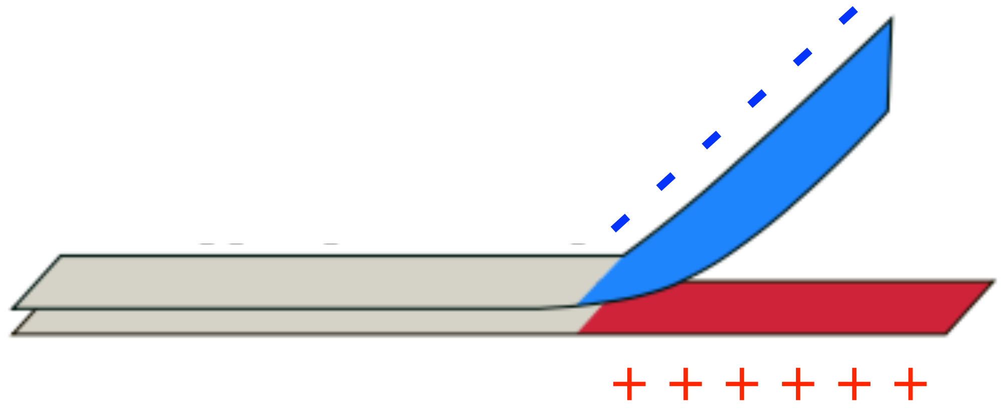
- La atracción entre la mano neutra y una cinta cargada que cuelga cambia mucho más rápidamente con la distancia ($1/r^5$)
- Mientras que la interacción entre dos cintas cargadas ($1/r^2$)



- El principio de superposición establece que la presencia de materia no afecta al campo eléctrico producido por un objeto cargado. La materia que interviene no "apantalla" ni "blinda" el campo eléctrico.
- Su escritorio no "apantalla" ni "blinda" su libro del campo gravitatorio de la Tierra.

¿Cuánta carga hay en un objeto cargado?

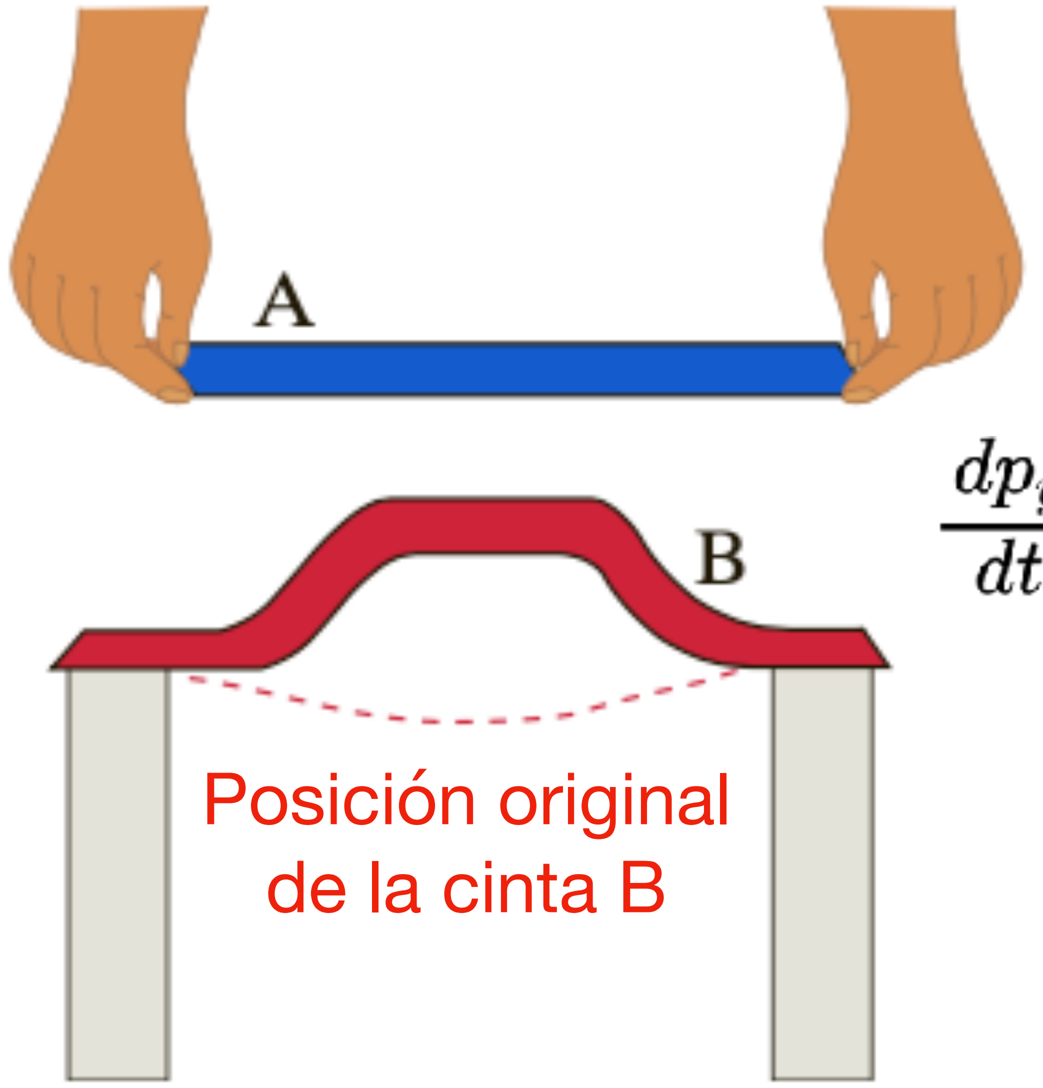
- Cintas y bolígrafos de plástico, pelotas de ping-pong, globos y varillas de cristal pueden cargarse eléctricamente frotándolos con un material adecuado.



- Sería útil saber, aproximadamente, cuánta carga sobrante hay en un pequeño objeto cuando se carga. Conocer un orden de magnitud aproximado: 10 C, 0,1 C o 0,00000001 C?

- Experimento:

- Si el trozo de cinta de 20 cm de longitud tiene una masa de unos 0,15 g, y la cinta inferior empieza a levantarse cuando la cinta superior está a unos 2,5 cm de distancia, entonces, (magnitud de la carga de las cintas es la misma)



$$\frac{dp_y}{dt} = F_{\text{electric}} - F_{\text{grav}}$$

$$0 = Q_{\text{B}} E_{\text{A},y} - mg$$

$$E_{\text{A},y} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_{\text{A}}}{d^2}$$

$$Q_A = Q_B = Q$$

$$Q_{\text{B}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_{\text{A}}}{d^2} \approx mg \quad \Rightarrow \quad Q \approx \sqrt{\frac{mgd^2}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}}$$

$$Q \approx \sqrt{\frac{(1,5 \times 10^{-4}\ \text{kg})(9,8\ \text{N/kg})(0,025\ \text{m})^2}{\left(9 \times 10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right)}} \approx 1 \times 10^{-8}\text{C} = 10\ \text{nC}$$

- Es esta estimación aproximada: un objeto pequeño cargado por frotamiento suele tener una carga del orden de 10 nC.

Fracción de átomos de superficie con exceso de carga

- Suponiendo que la carga neta de la cinta negativa se distribuye uniformemente por su superficie, podemos estimar la fracción de esos átomos superficiales que han ganado un exceso de electrones o iones negativos.
- ¿Qué fracción de los átomos de la superficie cargada de la cinta ha ganado o perdido carga? (Supongamos que un átomo gana o pierde como máximo una carga de electrón).

Consideremos la superficie de una cinta de 1 cm de ancho y 20 cm de largo:

$$A = (0.2\ \mathrm{m})(0.01\ \mathrm{m}) = 2 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$

Área aproximada de la sección transversal ocupada por un átomo cuyo radio es aproximadamente 1×10^{-10} m.

$$A_{\mathrm{atom}} \approx \left(2 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}\right)^2 = 4 \times 10^{-20}\ \mathrm{m}^2$$

Número de átomos en la superficie:

$$\frac{A}{A_{\mathrm{atom}}} = \frac{2 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2}{4 \times 10^{-20}\ \mathrm{m}^2} = 5 \times 10^{16}\ \text{átomos}$$

Número de electrones (o iones) en exceso:

$$Q \approx 1 \times 10^{-8}\ \mathrm{C} = 10\ \mathrm{nC}$$

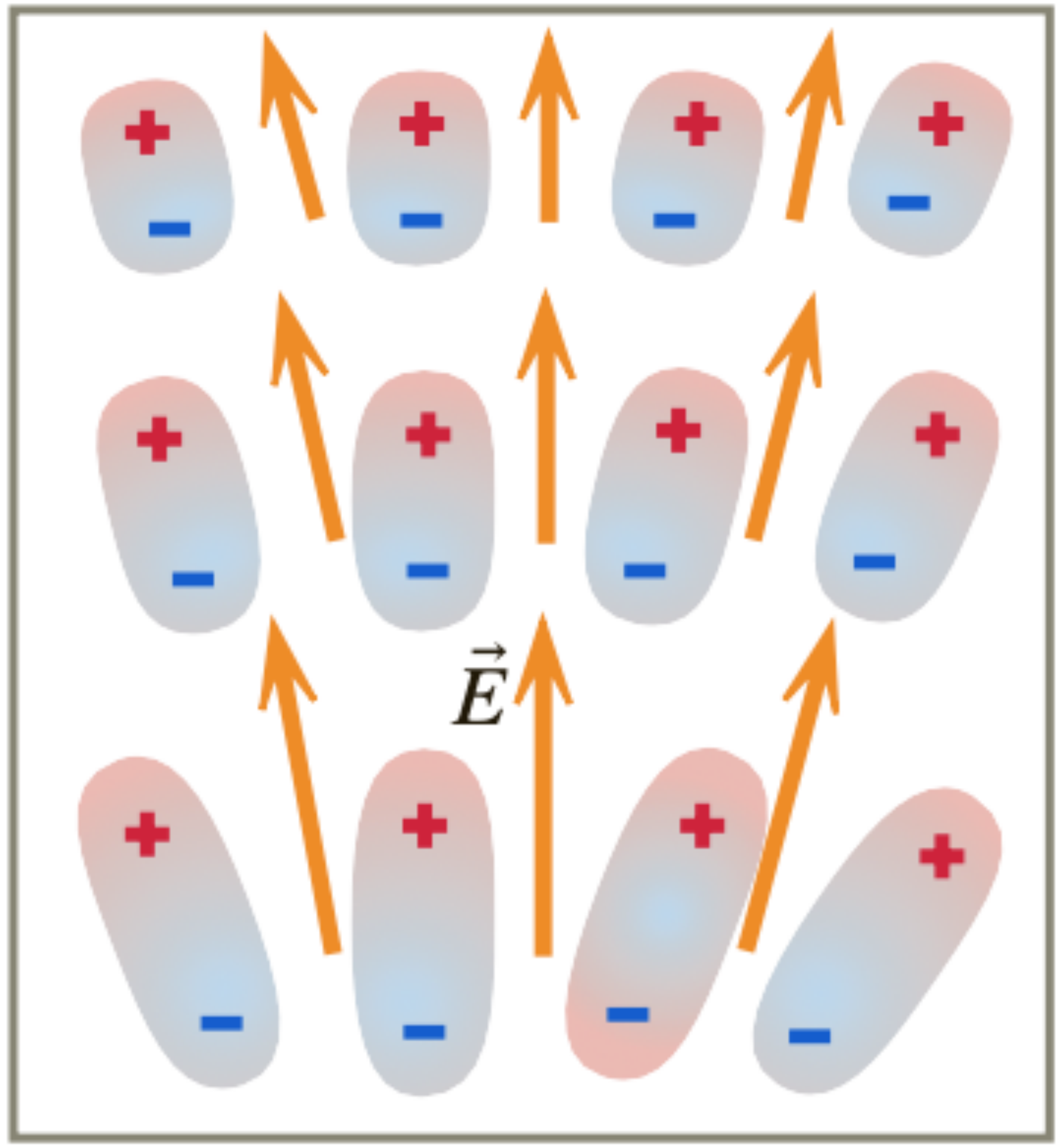
$$\frac{1 \times 10^{-8}\ \mathrm{C}}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 6.25 \times 10^{10}$$

Fracción de átomos de superficie con exceso de carga:

$$\frac{6.25 \times 10^{10}}{5 \times 10^{16}} \approx 1 \times 10^{-6}$$

Sólo uno de cada millón de átomos de la superficie de la cinta ha adquirido un exceso de electrones o ha perdido un electrón, una pequeña fracción.

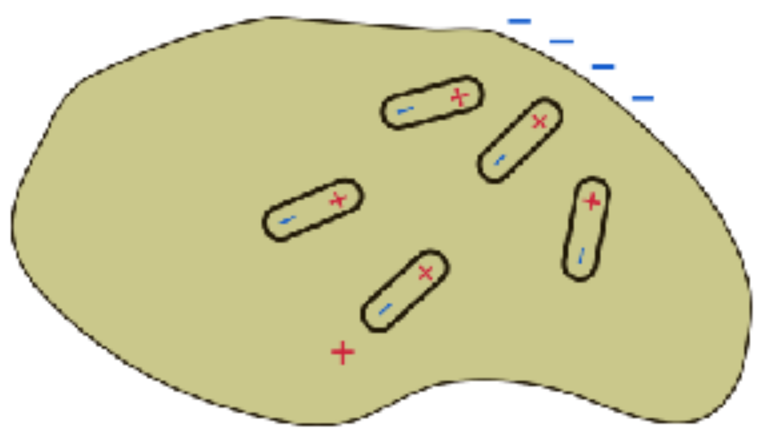
Polarización en aislantes



- En los aislantes, todos los electrones están firmemente ligados a los átomos o moléculas que componen el material.
- Hemos visto que un átomo o molécula individual puede ser polarizado por un campo eléctrico aplicado, produciendo un dipolo inducido de dimensiones atómicas o moleculares.

- Los electrones de un átomo o molécula de un aislante cambian ligeramente de posición, pero permanecen ligados a la molécula: ninguna partícula cargada puede moverse más de un diámetro atómico.

- En cada molécula, los electrones se han desplazado una distancia muy corta, y las moléculas no son libres de moverse. Sin embargo, el efecto neto puede ser muy grande porque hay muchas moléculas en el aislante que se ven afectadas.
- Las moléculas polarizadas se alinean con el campo eléctrico que las está polarizando, y cuanto más fuerte es el campo eléctrico mayor es el "estiramiento" del dipolo inducido.

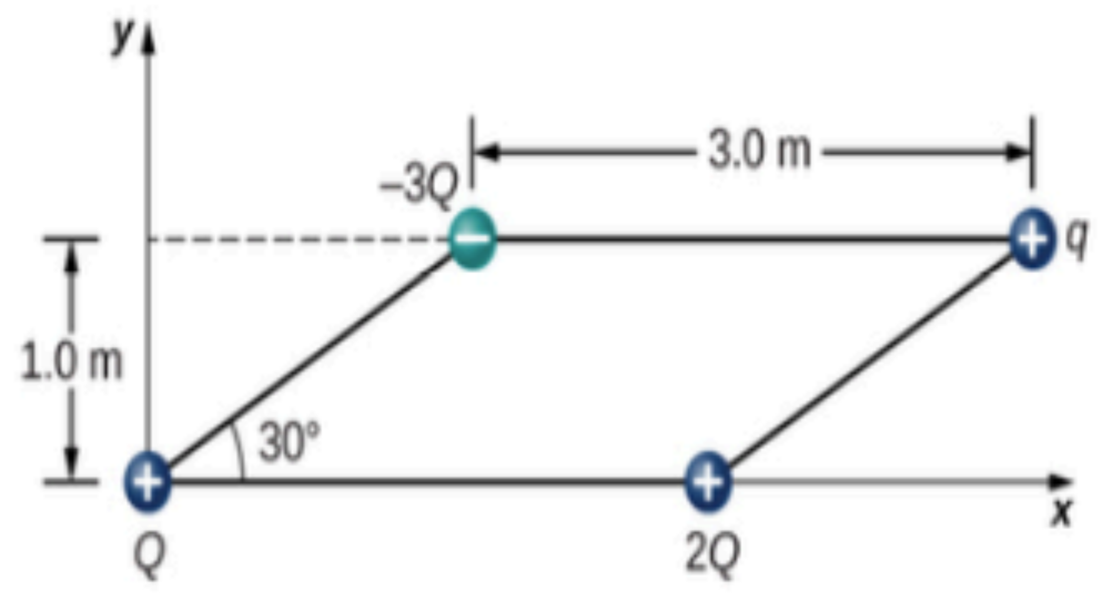


- Como la nube de electrones se desplaza sólo una pequeña distancia cuando un átomo o molécula se polariza, este proceso puede tardar mucho menos de un nanosegundo.

- Como no hay partículas cargadas móviles en un aislante, el exceso de carga se queda donde está. El exceso de carga puede estar localizado en el interior de un aislante, o puede estar ligado a un punto particular de la superficie sin esparcirse a lo largo de esa superficie.

Problemas propuestos

1. Cuatro partículas cargadas se colocan en las esquinas de un paralelogramo. Si $q = 5,0\ \mu$C y $Q = 8,0\ \mu$C ¿Cuál es la fuerza neta sobre q?



Sol: $\vec{F}_{\text{net}} = \langle 0{,}049;\ 0{,}09;\ 0\rangle$ N

2. Una carga $q_1 = 6$ nC está situada en el origen. Una segunda carga $q_2 = -5$ nC se encuentra en el punto $\langle 5{,}0; 8{,}0; 0\rangle$ cm.

   a) ¿Cuál es el campo eléctrico neto en el punto $A = \langle -4{,}0;\ 8{,}0;\ 0\rangle$ cm debido a q_1 y q_2?

   b) Si otra carga de $q_3 = -3$ nC se ubica en el punto A ¿Cuál sería la fuerza que sentiría q_3?

   Sol: (a) $\vec{E}_{\text{net}} = \langle 2{,}54;\ 6{,}04;\ 0\rangle \times 10^3$ N/C. (b) $\vec{F}_3 = \langle -7{,}51 \times 10^{-6};\ -1{,}81 \times 10^{-5};\ 0\rangle$ N

3. Un dipolo formado por cargas puntuales +4nC y −4nC separadas por una distancia de 2 mm está centrado en el punto $\langle 0{,}03; 0{,}15; 0\rangle$ m. Una bola de plástico hueca con radio 3 cm y carga $-0,2$ nC distribuida uniformemente sobre su superficie está centrada en el lugar $\langle 0{,}11; 0{,}15; 0\rangle$ m ¿Cuál es el campo eléctrico neto en la posición C, $\langle 0{,}03; 0{,}04; 0\rangle$ m?

   Sol: $\vec{E}_{\text{net}} = \langle 57{,}2;\ 187;\ 0\rangle$ N/C