Métodos Matemáticos 2
Tarea 3
Series, Series, Series
Fecha de entrega 18 abril 2006

1. Muestre que las siguientes series convergen al límite que se indican

$$s_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+1)(k+3)(k+5)} = \frac{23}{480} \qquad \text{y} \qquad s_2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3k-2}{k(k+1)(k+1)} = 1$$

2. Dada la siguiente relación de recurrencia $s_{n+1} = \sqrt{2+\sqrt{s_n}}$, muestre que

$$\lim_{n\to\infty} s_n = s_0 \qquad \text{con } s_0 \text{ raíz de polinomio } s^4 - 4s^2 - s + 4 = 0.$$

3. Para cuáles valores de las constantes α y β converge al siguiente serie

$$s_3 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^{\alpha}(\ln(\ln n))}$$

4. En un alarde de ociosidad Ud. puede comprobar con una calculadora que

$$\sum_{k=1}^{100} n^{-3} = 1{,}202007$$

   Ahora, en una arranque de inteligencia muestre que

$$1{,}202056 \leqslant \sum_{k=1}^{\infty} n^{-3} \leqslant 1{,}202057$$

5. Suponga que le interesa invertir un millón de Bolívares en bonos. El interés es del 25 % anual. Calcule cuanto tendrá en su cuenta, a los 25 años de haberlos invertidos, si los intereses se calculan y se abonan
   - sobre saldos semestrales
   - sobre saldos mensuales
   - sobre saldos diarios

6. Pruebe que la siguiente serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} \ln\left(\frac{n^r + (-1)^n}{n^r}\right) \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{es absolutamente convergente para } r = 2 \\ \text{es condicionalmente convergente para } r = 1 \end{array} \right.$$