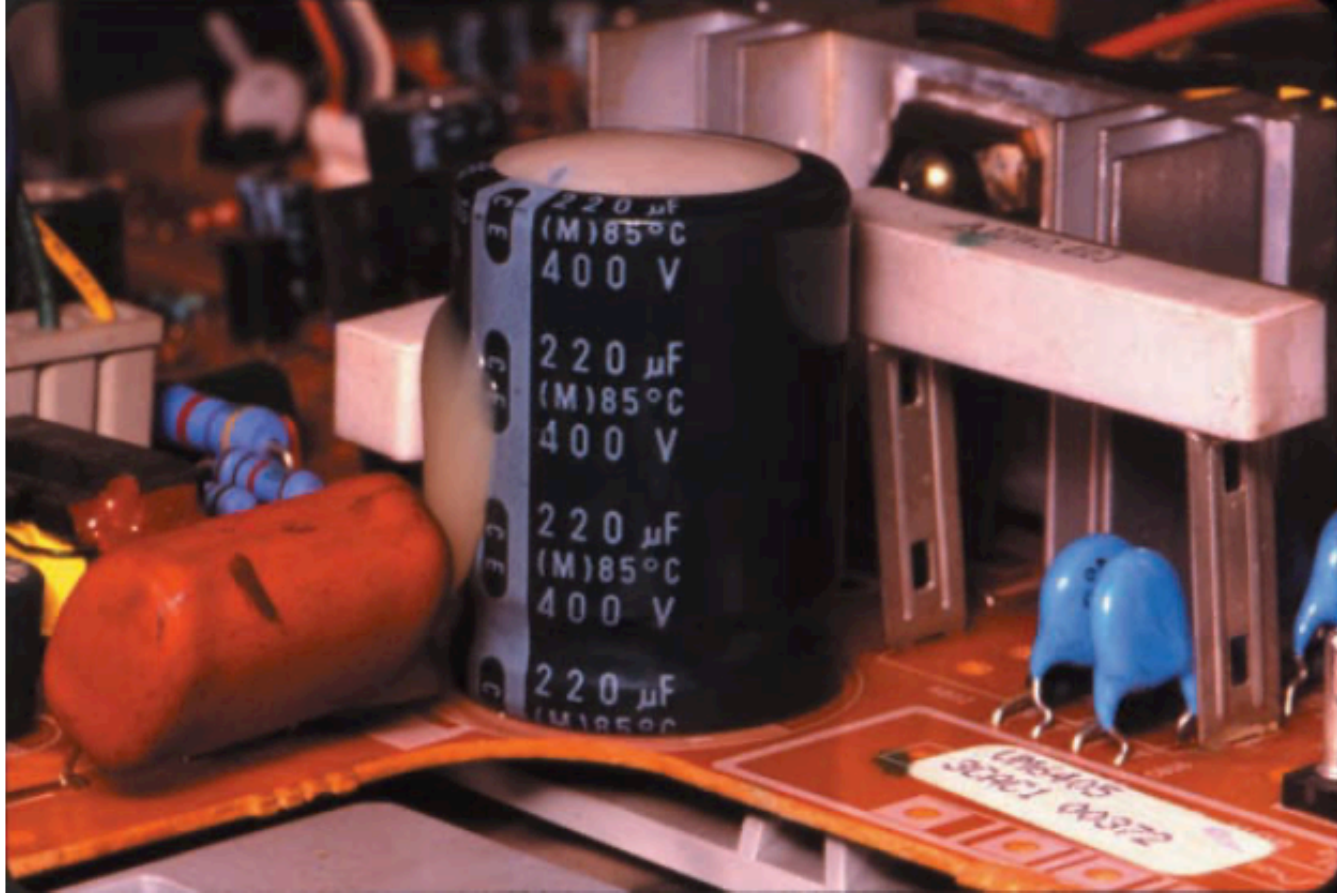
Física 2

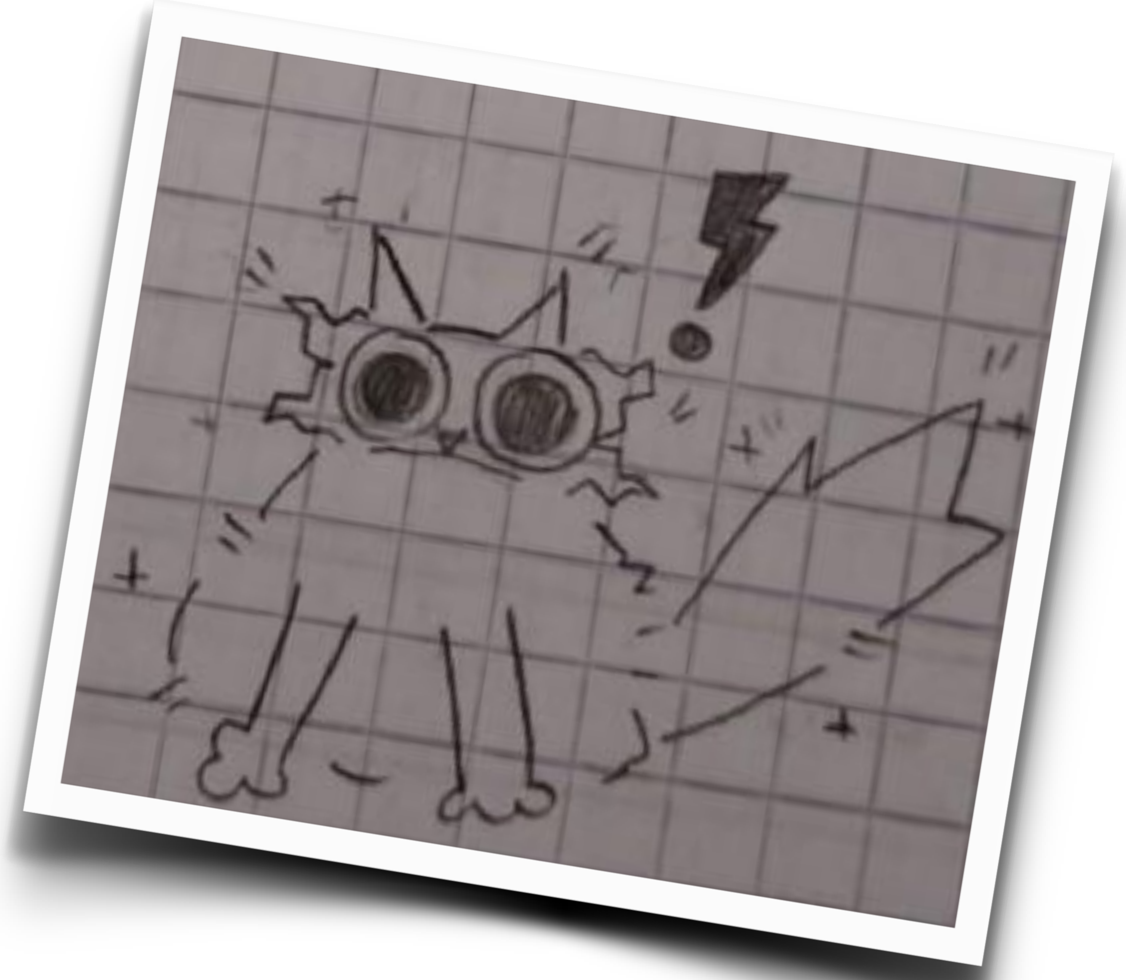
Módulo 2: Potencial eléctrico y capacitancia

Héctor Hernández - 2025

VI. Capacitancia



1. Capacitores y capacitancia
2. Capacitores en serie y en paralelo
3. Energía almacenada en un capacitor
4. Capacitores con dieléctrico



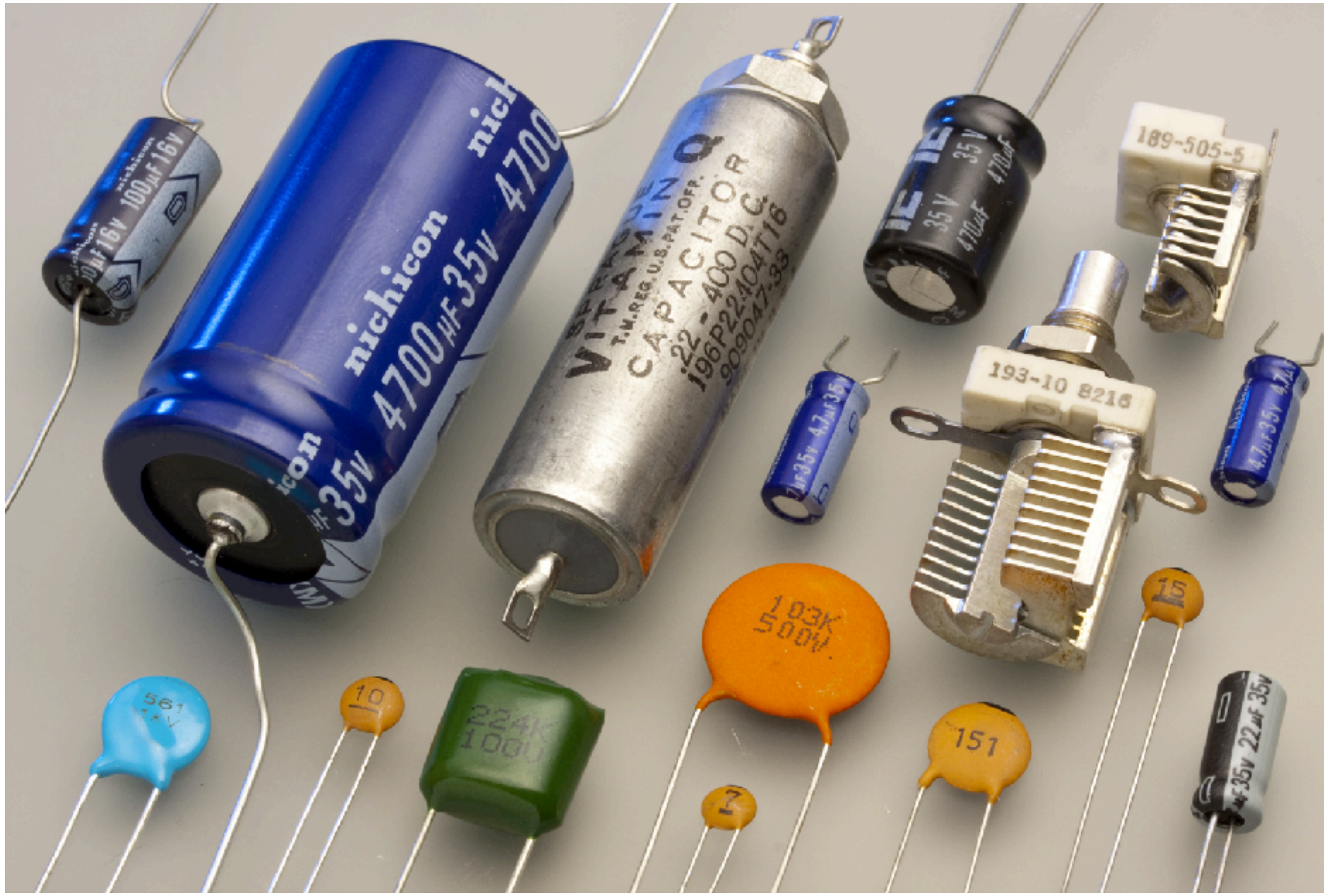
1. Capacitores y capacitancia

- Los capacitores (condensadores) son componentes muy importantes de los circuitos eléctricos de muchos dispositivos electrónicos, como: marcapasos, teléfonos móviles y ordenadores.

- Estudiaremos sus propiedades, examinaremos su función en combinación con otros elementos de un circuito.

- Por sí solos, los capacitores se utilizan a menudo para almacenar energía eléctrica y liberarla cuando se necesita; con otros componentes del circuito,

- Los capacitores suelen actuar como parte de un filtro que permite el paso de algunas señales eléctricas mientras bloquea otras.



- Un capacitor es un dispositivo utilizado para almacenar carga eléctrica y energía eléctrica. Consta de al menos dos conductores eléctricos separados una cierta distancia. (Estos conductores eléctricos se denominan a veces "electrodos", pero es más correcto decir que son "placas del capacitor”).

- El espacio entre los capacitor puede ser simplemente un vacío, "condensador de vacío". Sin embargo, el espacio suele estar relleno de un material aislante conocido como dieléctrico.

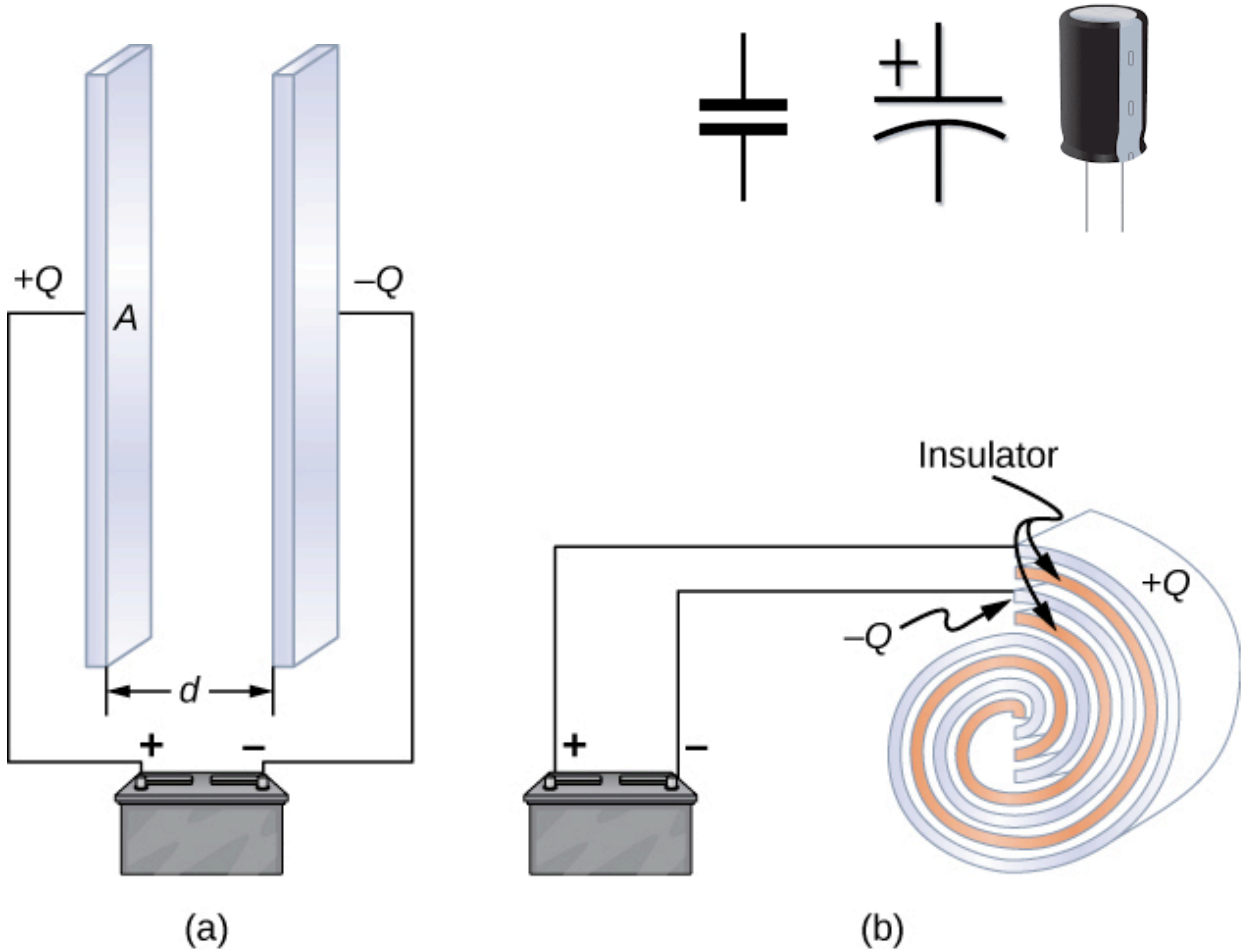
- La cantidad de almacenamiento en un condensador está determinada por una propiedad llamada capacitancia.

- Los capacitores tienen aplicaciones que van desde el filtrado de la estática de la recepción de radio hasta el almacenamiento de energía en desfibriladores cardíacos.

- Normalmente, los capacitores comerciales tienen dos partes conductoras cercanas entre sí pero que no se tocan.

- Cuando los terminales de la batería se conectan a un capacitor inicialmente sin carga, el potencial de la batería mueve una pequeña cantidad de carga de magnitud *Q* de la placa positiva a la negativa.

- El capacitor permanece neutro en general, pero con las cargas +*Q* y -*Q* residiendo en placas opuestas.



Capacitor de placas paralelas

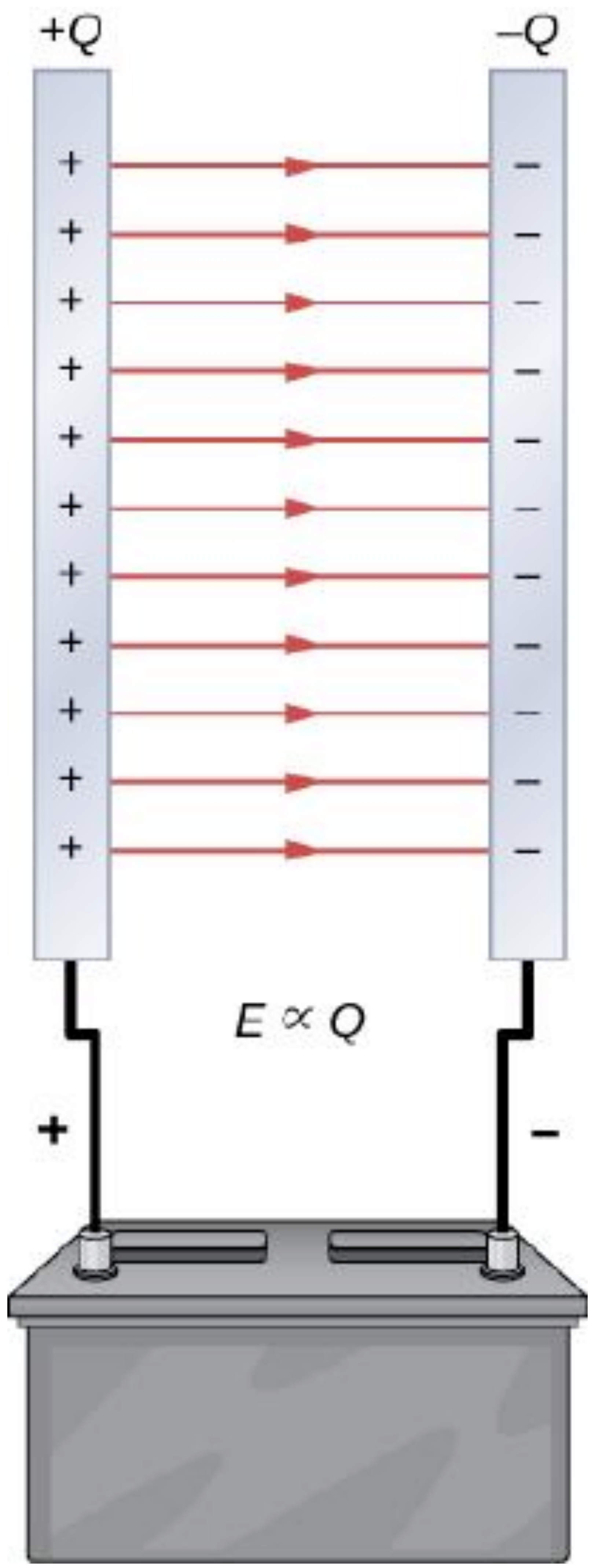
- Un sistema compuesto por dos placas conductoras paralelas idénticas separadas por una distancia se denomina capacitor de placas paralelas.

- La magnitud del campo eléctrico en el espacio entre las placas paralelas es $E=\sigma/\epsilon_0$, donde σ denota la densidad de carga superficial en una de las placas.

- Los capacitores con diferentes características físicas (como la forma y el tamaño de sus placas) almacenan diferentes cantidades de carga para la misma tensión aplicada V a través de sus placas.
- La capacitancia C de un capacitor se define como

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\left[1F = \frac{1C}{1V}\right]$$



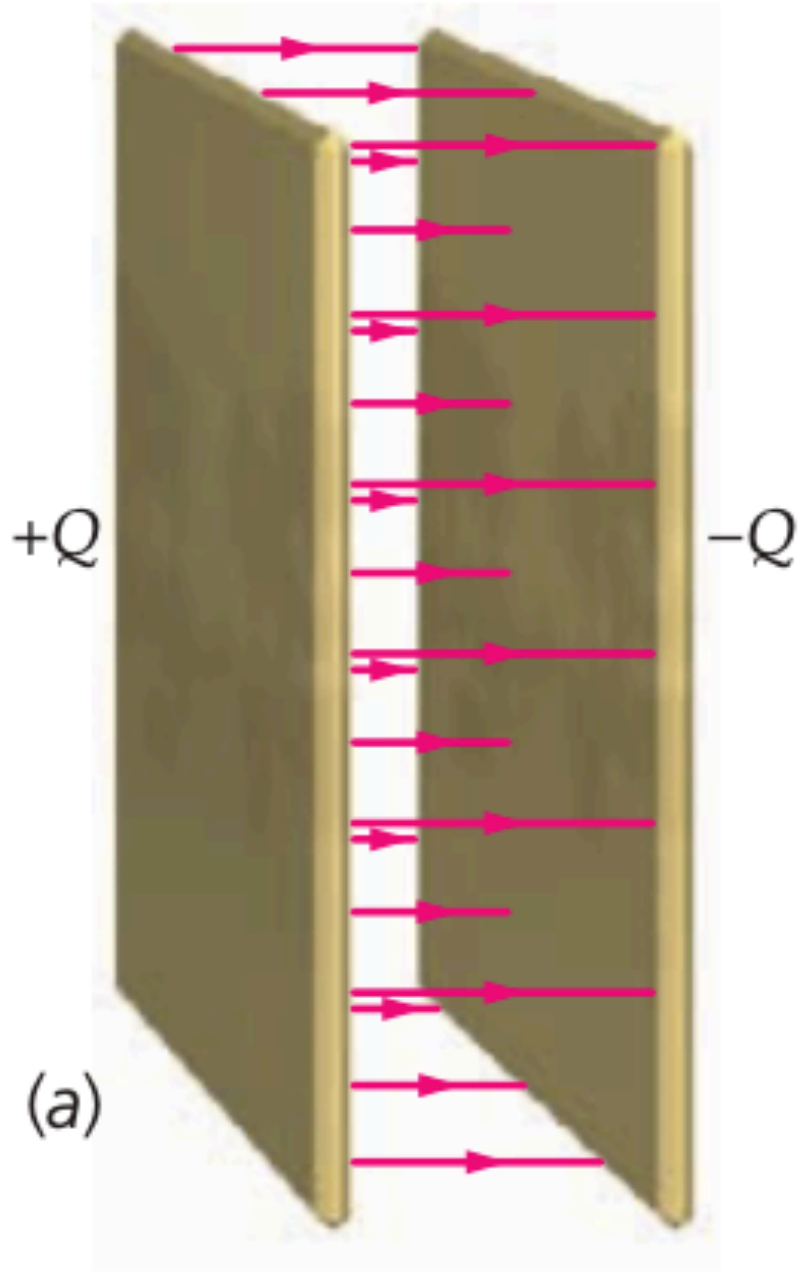
Capacitor de placas paralelas

$$C = \frac{Q}{V} \qquad \left[1F = \frac{1C}{1V}\right]$$

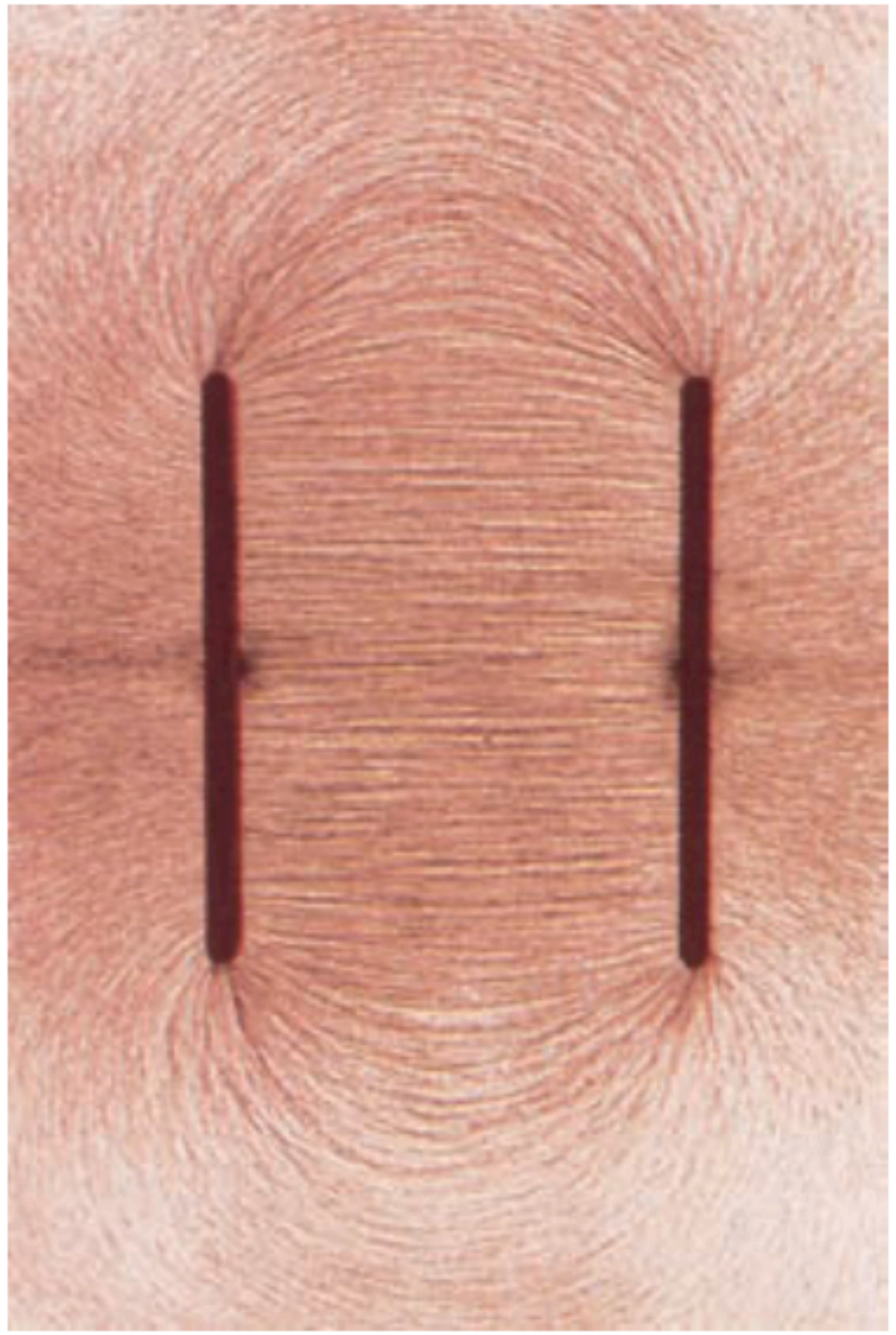
- La unidad SI de capacidad es el faradio (F), que recibe su nombre de Michael Faraday (1791-1867).

- Dado que la capacidad es la carga por unidad de voltaje, un faradio es un culombio por un voltio.

- Por definición, un capacitor de 1,0 F es capaz de almacenar 1,0 C de carga (una cantidad muy grande de carga) cuando la diferencia de potencial entre sus placas es de sólo 1,0 V.

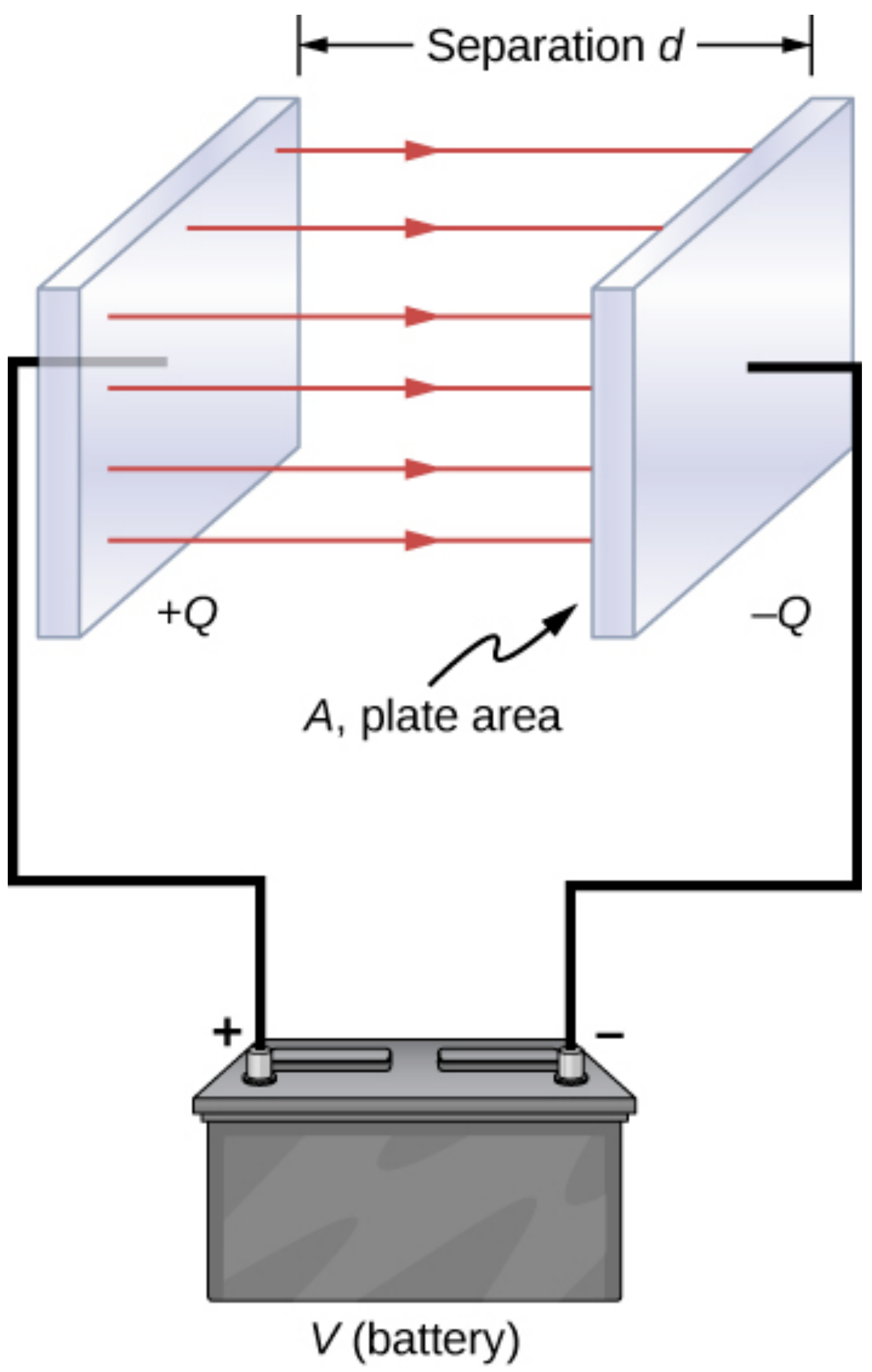


(a)


(b)

- Un faradio es una capacidad muy grande. Los valores típicos de capacitancia van desde los picofaradios hasta los milifaradios que también incluyen los microfaradios

- El capacitor de placas paralelas tiene dos placas conductoras idénticas, cada una con una superficie A, separadas por una distancia d .
- Cuando se aplica una tensión V al capacitor, éste almacena una carga Q.
- Podemos ver cómo su capacitancia puede depender de A y d considerando las características de la fuerza de Coulomb.



- La densidad de carga superficial σ en las placas es $$\sigma = \frac{Q}{A}$$

- Sabemos que cuando d es pequeño, el campo eléctrico entre las placas es bastante uniforme (ignorando los efectos de borde) y que su magnitud viene dada por

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

- Como el campo eléctrico $\vec{E}$ entre las placas es uniforme, la diferencia de potencial entre las placas es

$$V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

- Por lo tanto, la capacidad de un capacitor de placas paralelas resulta ser

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Ejemplo

(a). Cuál es la capacitancia de un capacitor de placas paralelas con placas metálicas de área de $1,00\ \mathrm{m}^2$ y separadas por $1,00\ \mathrm{mm}$?

(b). Cuánta carga se almacena en este capacitor si se le aplica una tensión de $3,00 \times 10^3\ \mathrm{V}$?

En el SI $\mathrm{F/m}$ es equivalente a $\mathrm{C^2/N \cdot m^2}$ $\Longrightarrow$ $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} = 8,85 \dfrac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right) \frac{1,00\ \mathrm{m}^2}{1,00 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 8,85 \times 10^{-9}\ \mathrm{F} = 8,85\ \mathrm{nF}$$

- Este pequeño valor de capacitancia indica lo difícil que es fabricar un dispositivo con una gran capacitancia.

$$Q = CV = \left(8,85 \times 10^{-9}\ \mathrm{F}\right)\left(3,00 \times 10^3\ \mathrm{V}\right) = 26,6\ \mu\mathrm{C}$$

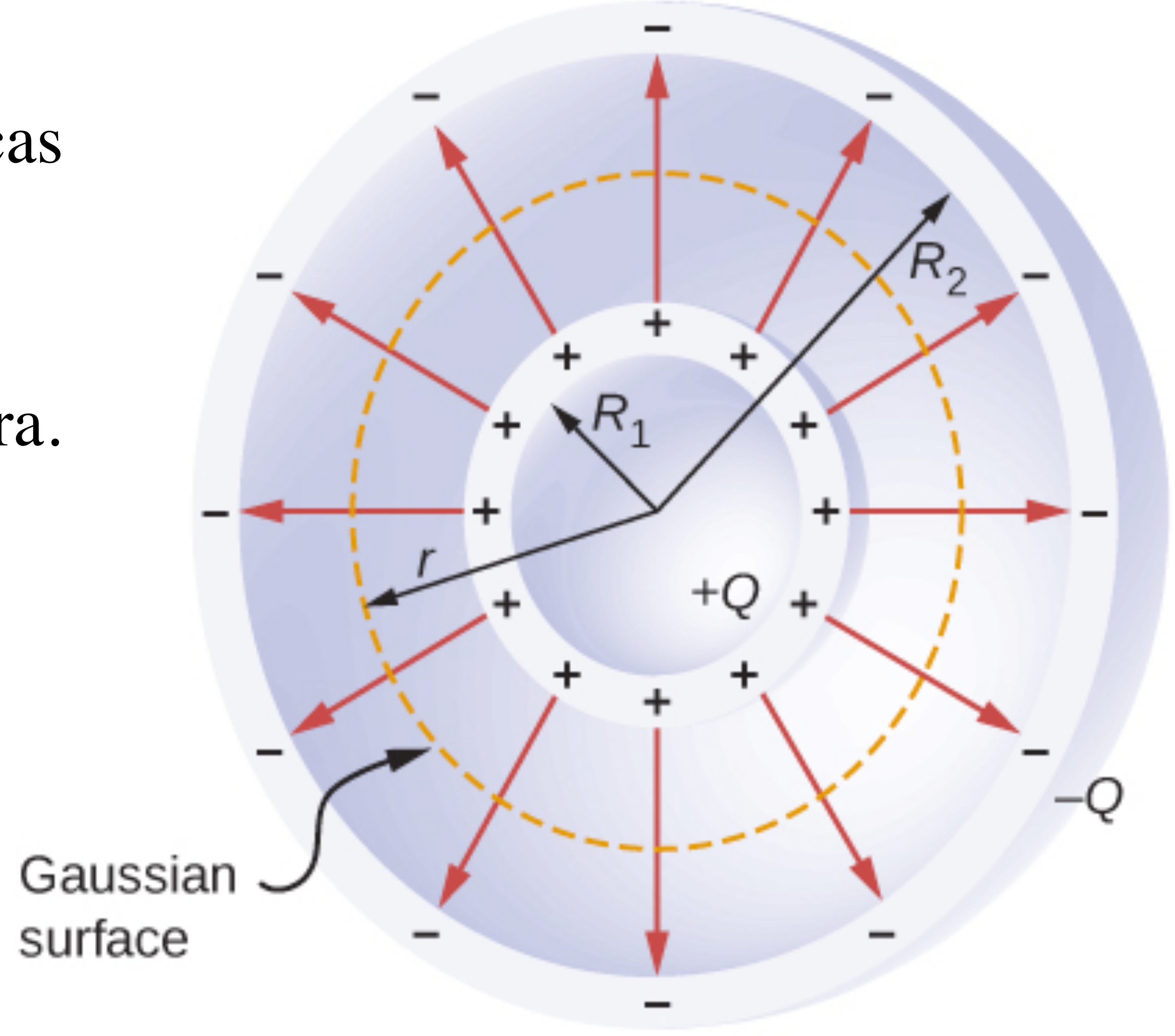
- Notemos que si deseamos construir un capacitor de placas paralelas con una capacitancia de 1,0 F con las placas separadas por 1,0 mm

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1,0\ \mathrm{F})\left(1,0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}\right)}{8,85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}} = 1,1 \times 10^8\ \mathrm{m}^2$$

- ¡Cada placa cuadrada tendría que tener 10 km de lado!

Capacitor esférico

- Un condensador esférico consiste en dos carcasas esféricas conductoras concéntricas de radios R_1 y R_2.
- Las cáscaras tienen cargas iguales y opuestas $+Q$ y $-Q$.
- Por simetría, el campo eléctrico entre las cáscaras se dirige radialmente hacia afuera.
- Podemos obtener la magnitud del campo aplicando la ley de Gauss sobre una superficie esférica gaussiana de radio r concéntrica con las conchas.
- La carga encerrada es $+Q$, por lo tanto



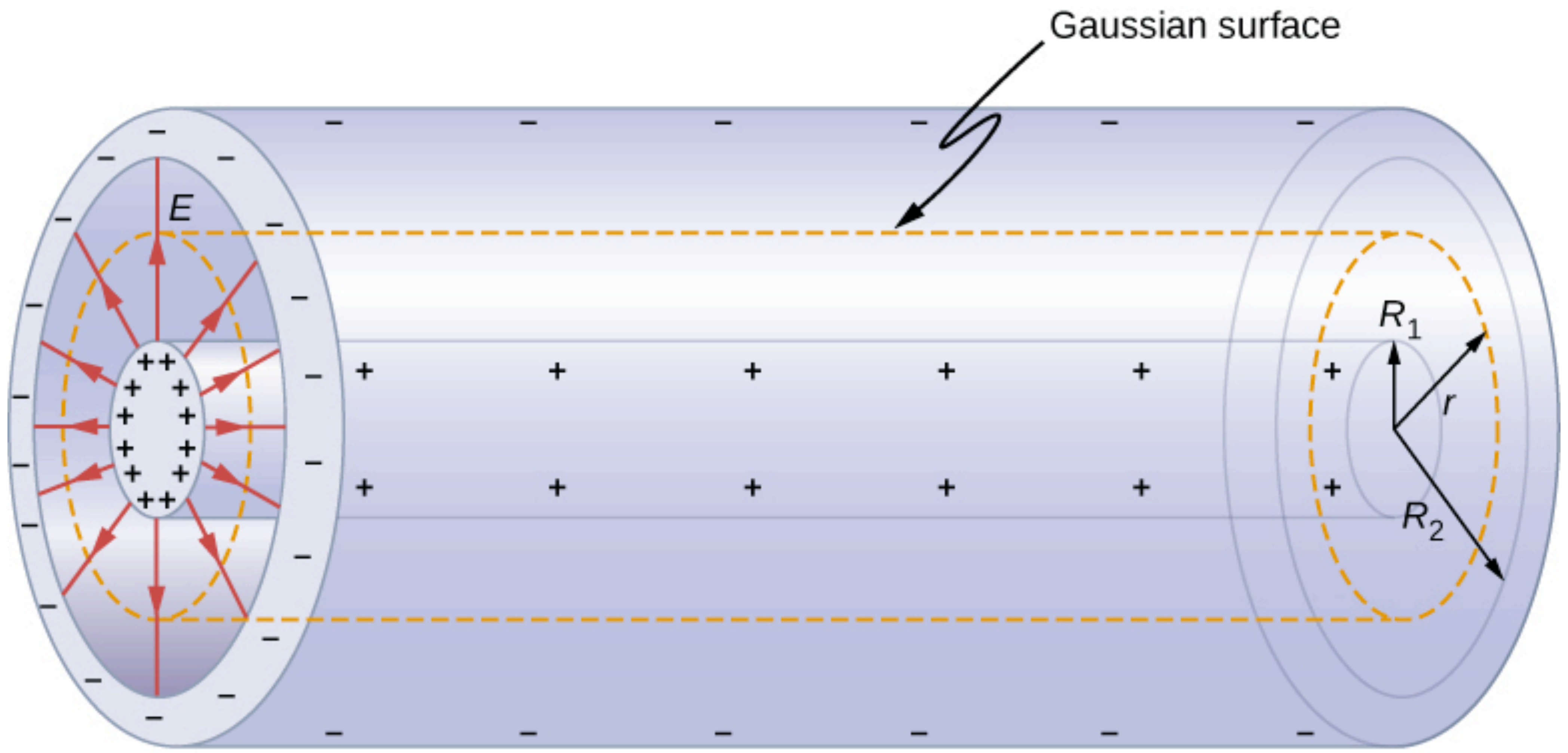
$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

$$\Delta V = -\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}\right)\cdot(\hat{r}\,dr) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R_1-R_2}{R_1R_2}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{|V_2-V_1|} = 4\pi\epsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$$

$$R_2 > R_1$$

Capacitor cilíndrico

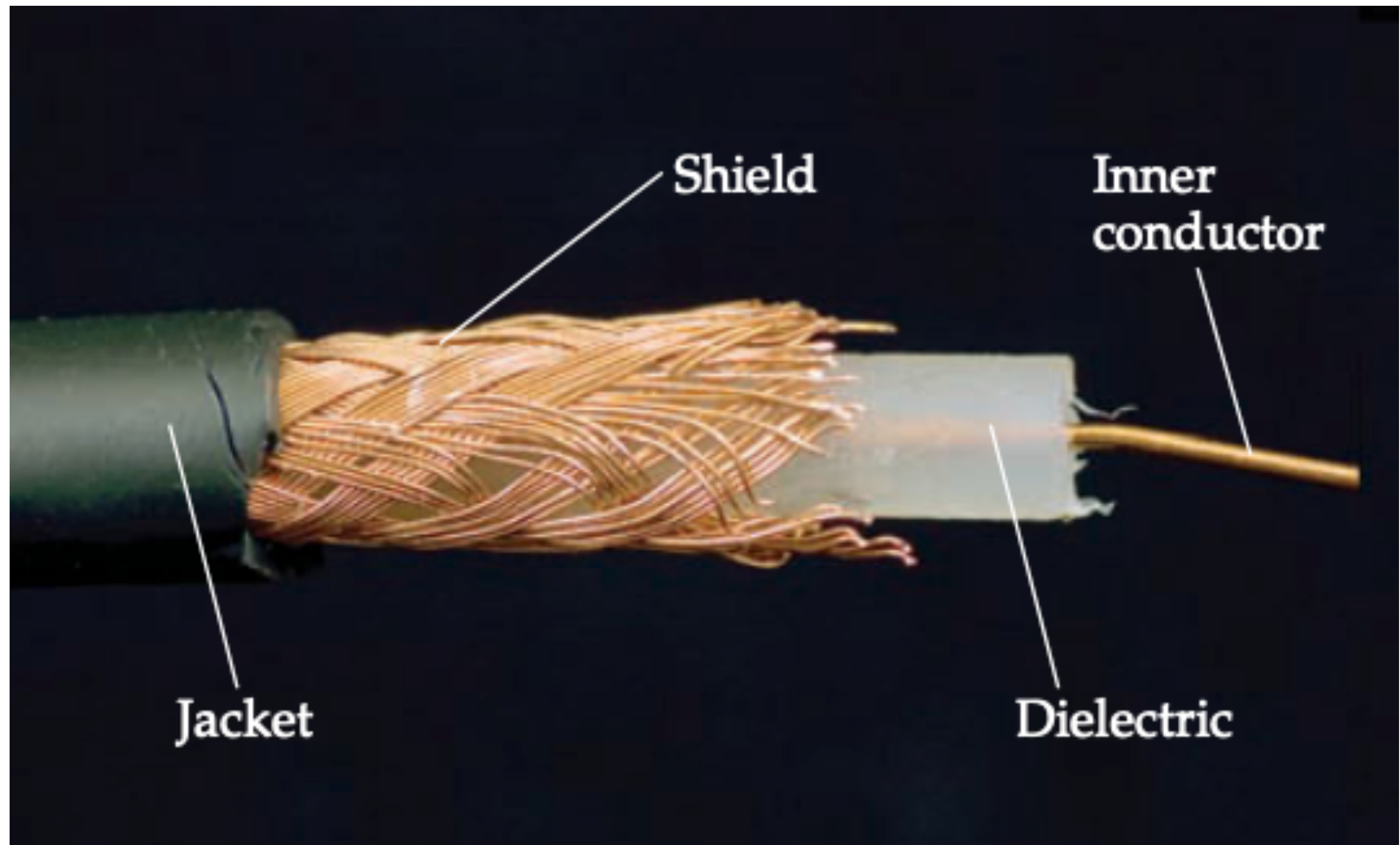


- Formado por dos cilindros conductores concéntricos.
- El cilindro interior, de radio R_1 , puede ser una cáscara o ser completamente sólido. El cilindro exterior es una cáscara de radio interior R_2.
- Supondremos que la longitud de cada cilindro es l y que las cargas en exceso $+Q$ y $-Q$ residen en los cilindros interior y exterior.
- El campo eléctrico entre los conductores se dirige radialmente hacia fuera desde el eje común de los cilindros. Utilizando la ley de Gauss

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}dA = E(2\pi r l) = \frac{Q}{\epsilon_0} \;\Rightarrow\; \vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{Q}{rl}\hat{r}$$

$$\Delta V = -\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}\hat{r}\cdot(\hat{r}dr) = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}[\ln r]_{R_1}^{R_2} = -\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}\ln\left[\frac{R_2}{R_1}\right]$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{|V_2 - V_1|} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$$

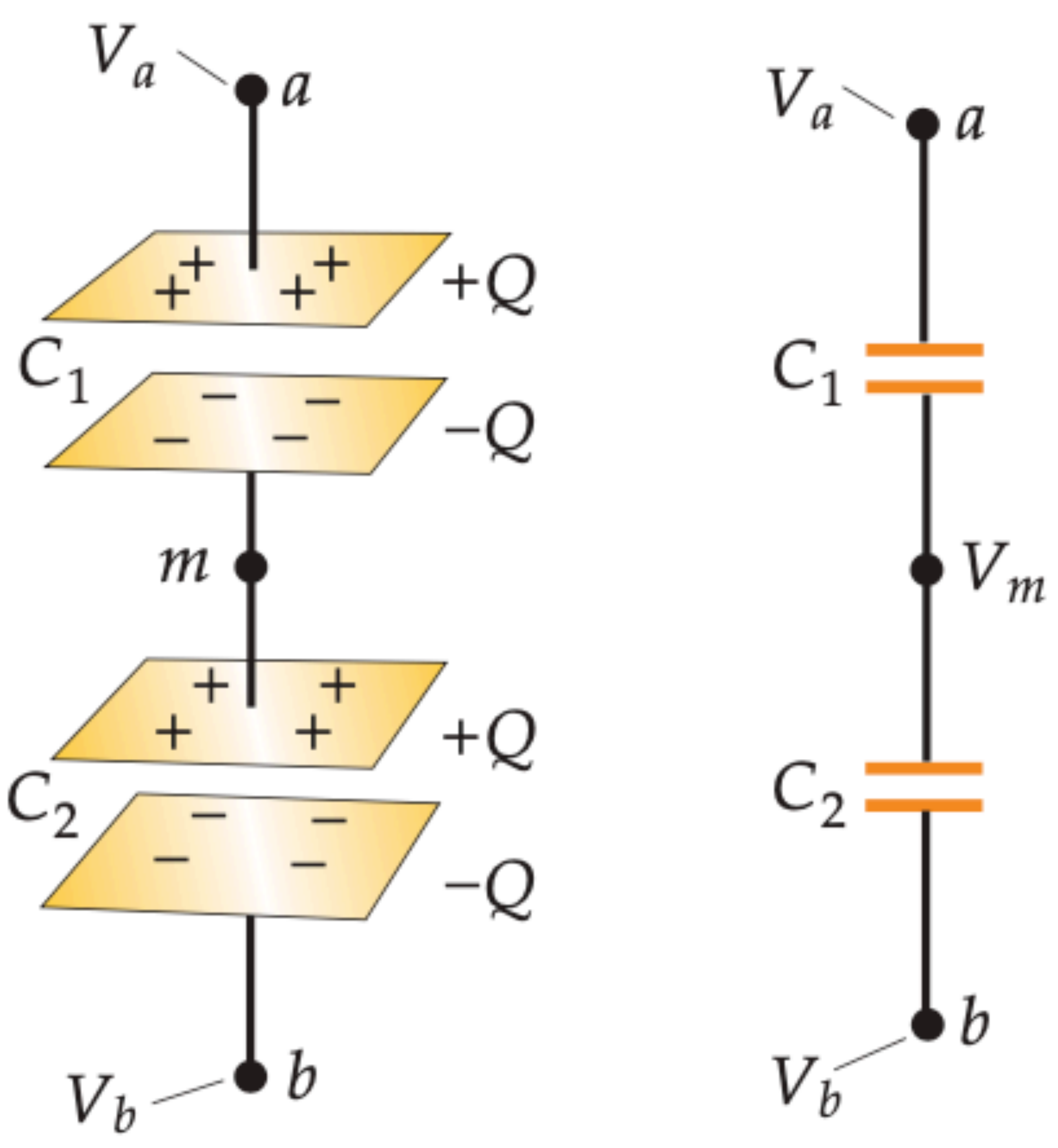


$$R_2 > R_1$$

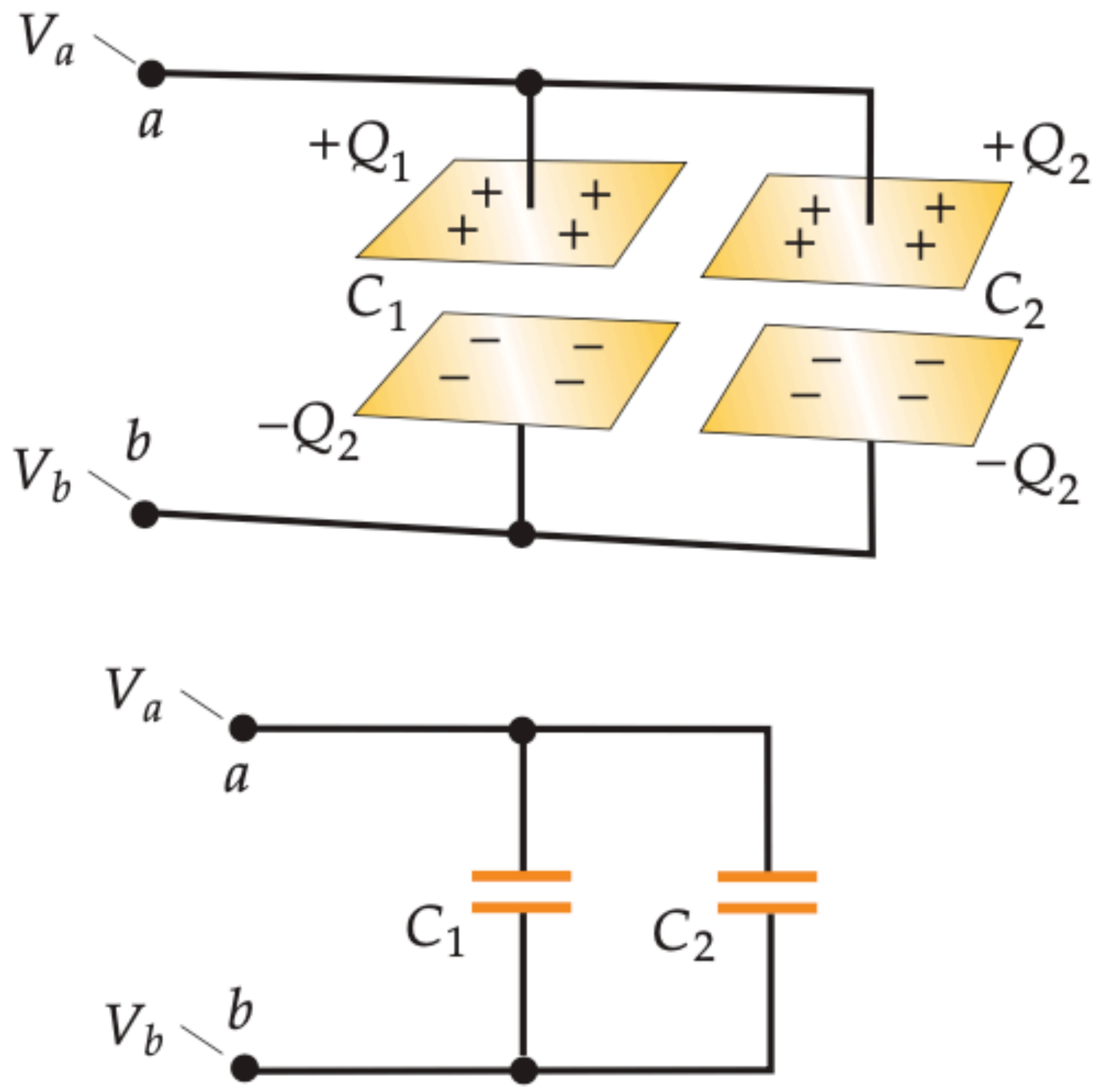
2. Capacitores en serie y en paralelo

- Se puede conectar varios capacitores entre sí para utilizarlos en diversas aplicaciones.
- Las conexiones múltiples de capacitores se comportan como un único capacitores equivalente.
- La capacidad total de este capacitor equivalente depende tanto de los capacitores individuales como de su conexión.
- Los capacitores pueden disponerse en dos tipos de conexiones simples y comunes, conocidas como serie y paralelo.

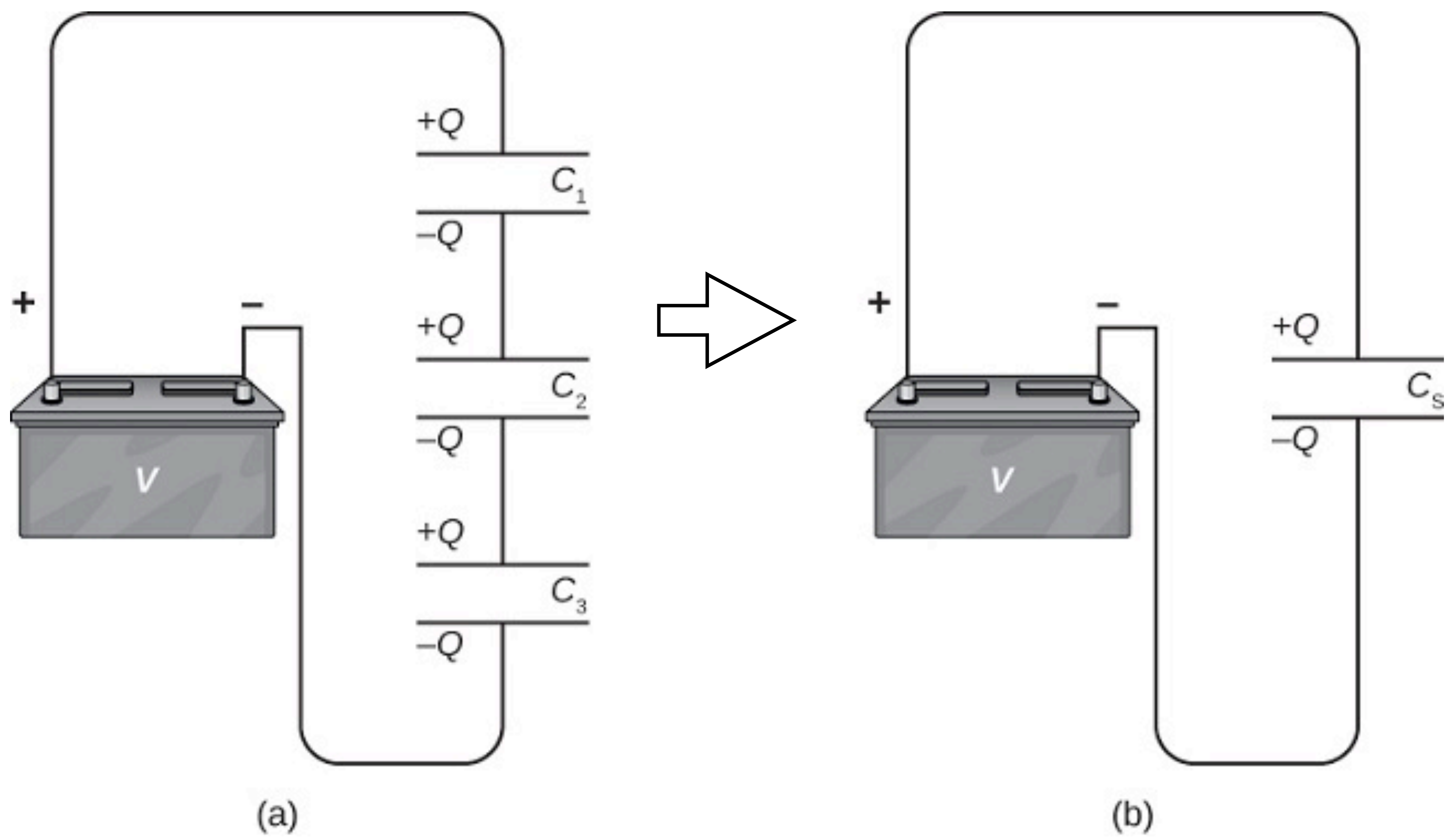
- Capacitores en serie



- Capacitores en paralelo



La combinación en serie de capacitores



- Cualquier número de capacitores conectados en serie equivale a un capacitor cuya capacitancia equivalente es menor que la menor de las capacitancias de la combinación en serie.
- Todos los capacitores de una combinación en serie tienen la misma carga.
- Cuando esta combinación en serie se conecta a una batería con voltaje V, cada uno de los capacitores adquiere una carga idéntica Q.
- Se inducen cargas en las otras placas de modo que la suma de las cargas en todas las placas, y la suma de las cargas en cualquier par de placas del capacitor, es cero.
- La caída de potencial $V_1 = Q/C_1$ en un capacitor puede ser diferente de la caída de potencial $V_2 = Q/C_2$ en otro capacitor, porque, generalmente, los capacitores pueden tener diferentes capacitancias.

$$V_1 = \frac{Q}{C_1},\ V_2 = \frac{Q}{C_2},\ V_3 = \frac{Q}{C_3},\ \cdots$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots$$

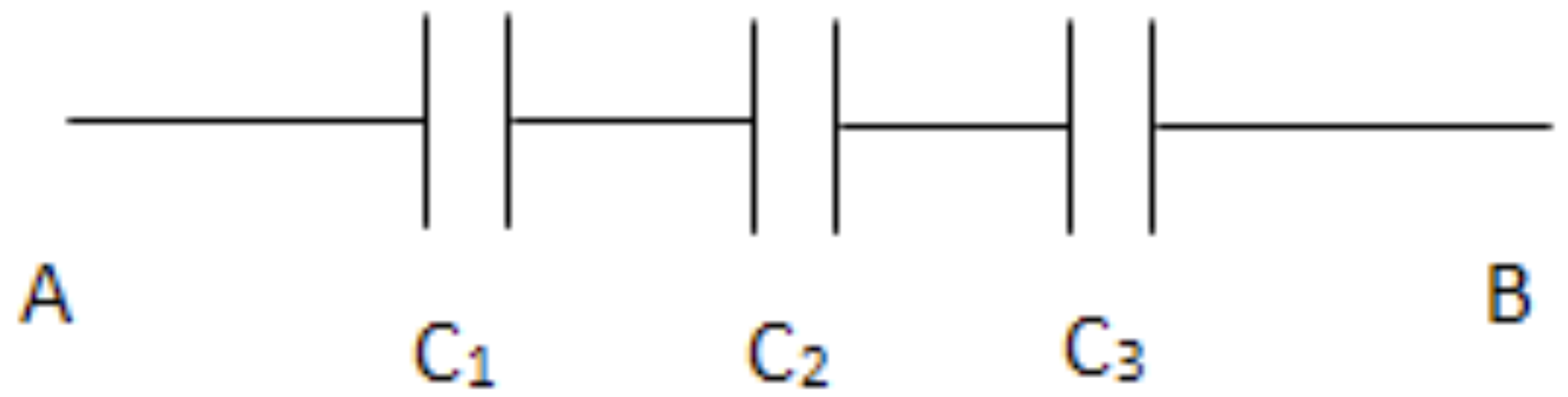
$$\frac{Q}{C_S} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \cdots$$

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

Ejemplo

- Encontrar la capacitancia total de tres capacitores conectados en serie, dado que sus capacitancias individuales son $1{,}00\mu F$, $5{,}00\mu F$ y $8{,}00\mu F$.

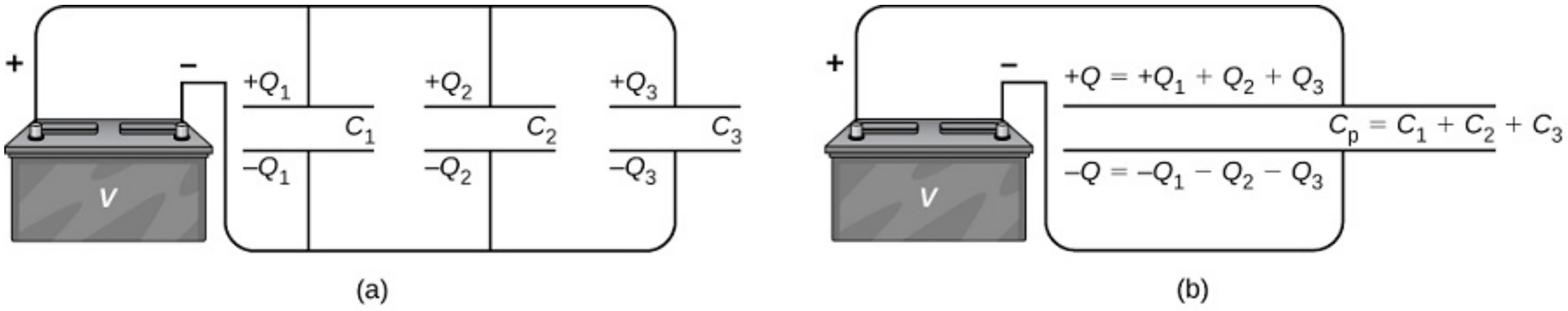
$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



$$\begin{aligned}\frac{1}{C_S} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \\ &= \frac{1}{1,00\mu F} + \frac{1}{5,00\mu F} + \frac{1}{8,00\mu F} \\ &= \frac{1,325}{\mu F}\end{aligned}$$

$$C_S = \frac{\mu F}{1,325} = 0,755\mu F.$$

La combinación en paralelo de capacitores



- Como los capacitores están conectados en paralelo, todos tienen la misma tensión V a través de sus placas.
- Sin embargo, cada capacitor del circuito en paralelo puede almacenar una carga diferente.
- Para encontrar la capacitancia equivalente Cp del circuito en paralelo, observamos que la carga total Q almacenada es la suma de todas las cargas individuales:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$$

$$C_p V = C_1 V + C_2 V + C_3 V + \cdots$$

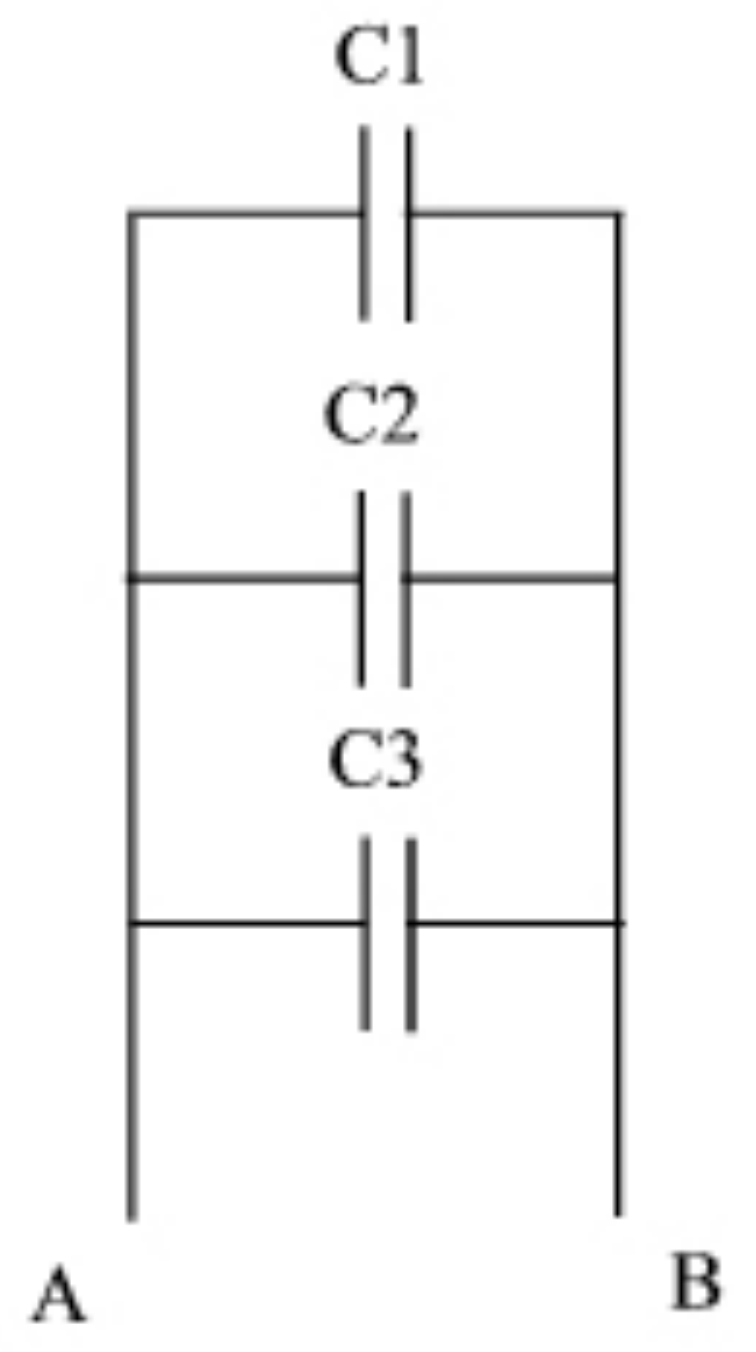
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

$$Q_1 = C_1 V \,,\, Q_2 = C_2 V \,,\, Q_3 = C_3 V \,, \cdots$$

Ejemplo

- Encontrar la capacitancia neta de tres capacitores conectados en paralelo, dado que sus capacitancias individuales son $1{,}0\mu F$, $5{,}0\mu F$ y $8{,}0\mu F$.

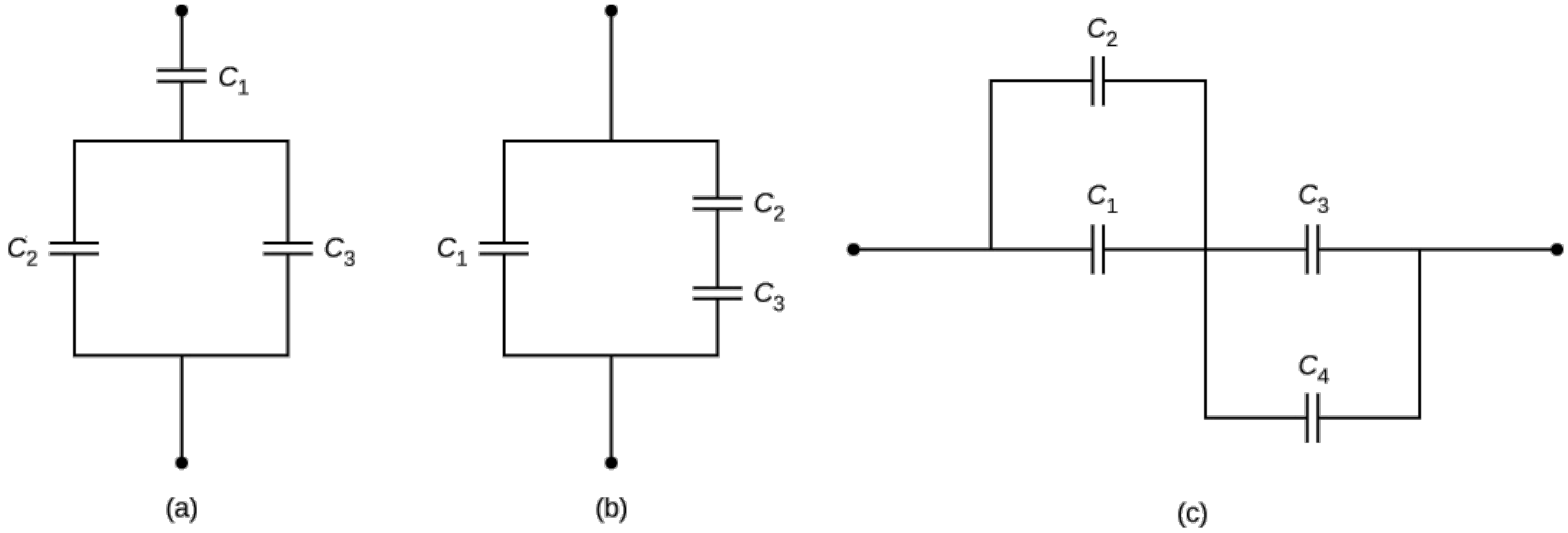
$$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



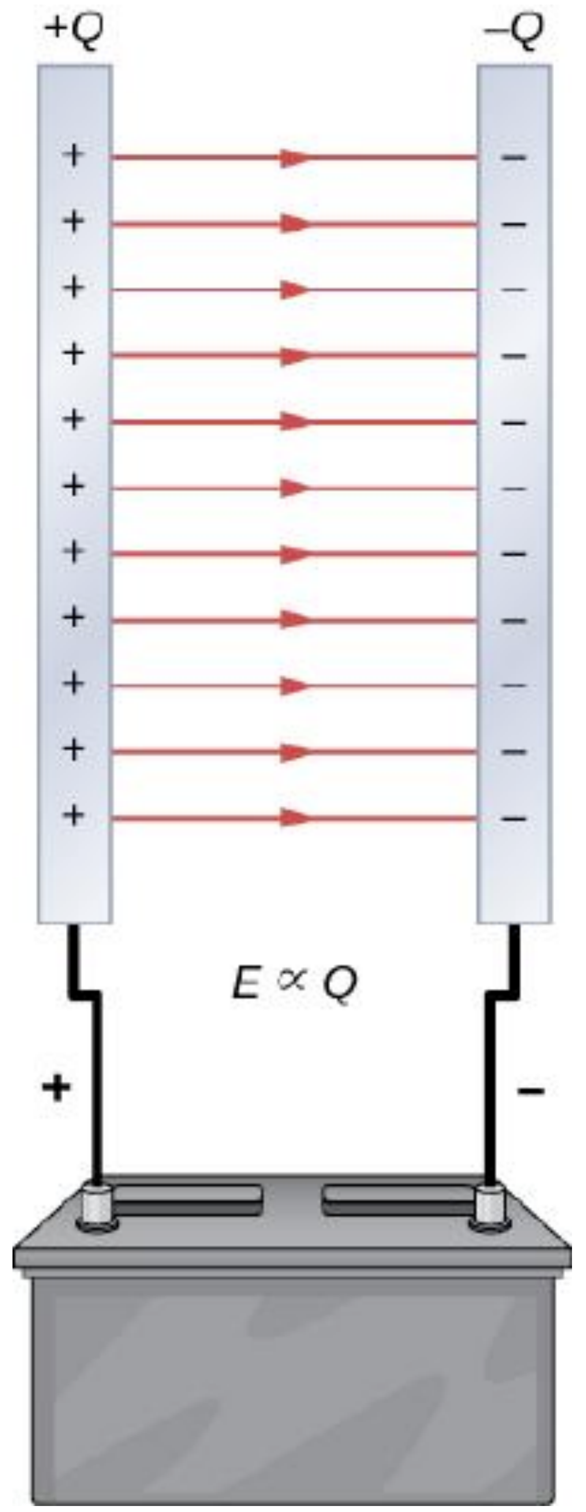
$$\begin{aligned} C_p &= C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 1,0\mu F + 5,0\mu F + 8,0\mu F \\ &= 14,0\mu F \end{aligned}$$

Ejercicio

- Determine la capacidad neta C de cada circuito de capacitores que se muestra a continuación.
- Suponga que $C1 = 1.0\,pF$, $C2 = 2.0\,pF$, $C3 = 4.0\,pF$ y $C4 = 5.0\,pF$.
- Encuentre la carga en cada capacitor, suponiendo que hay una diferencia de potencial de 12,0 V a través de cada circuito.



3. Energía almacenada en un capacitor



- La energía almacenada en un capacitor es energía potencial electrostática y, por tanto, está relacionada con la carga Q y la tensión V entre las placas.
- Un capacitor cargado almacena energía en el campo eléctrico entre sus placas.
- Cuando un condensador cargado se desconecta de una batería, su energía permanece en el campo en el espacio entre sus placas.

- El espacio entre las placas tiene un volumen Ad, y está lleno de un campo electrostático uniforme E.
- La energía total U_C del condensador está contenida en este espacio.
- La densidad de energía u_E en este espacio es simplemente U_C dividida por el volumen Ad.
- Si conocemos la densidad de energía, la energía se puede encontrar como $U_C = u_E(Ad)$.

- Más adelante veremos que la densidad de energía en una región del espacio libre ocupada por un campo eléctrico E depende sólo de la magnitud del campo y es

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

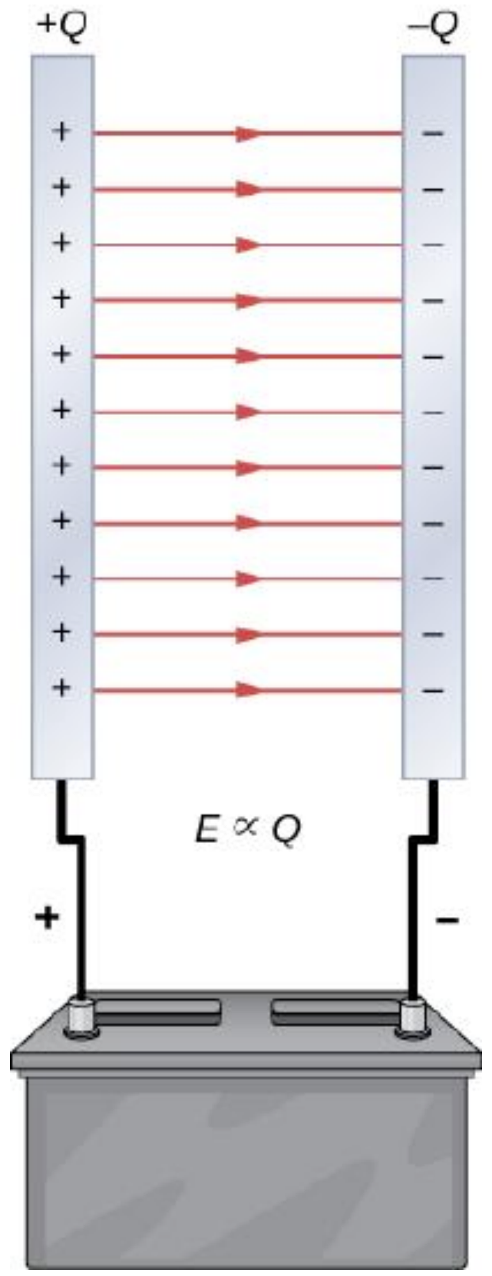
- Si multiplicamos la densidad de energía por el volumen entre las placas, obtenemos la cantidad de energía almacenada entre las placas de un condensador de placas paralelas

$$U_C = u_E(Ad) = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 Ad = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{V^2}{d^2} Ad = \frac{1}{2} V^2 \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{1}{2} V^2 C$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$U_C = \frac{1}{2} V^2 C = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV$$

- Consideremos un capacitor cualquiera sin carga (no necesariamente de placas paralelas).
- Lo conectamos a través de una batería, dándole una diferencia de potencial V=q/C entre sus placas.
- Inicialmente, la carga en las placas es Q=0.
- A medida que el capacitor se carga, la carga se acumula gradualmente en sus placas, y después de algún tiempo, alcanza el valor Q.
- Para mover una carga infinitesimal dq de la placa negativa a la placa positiva (de un potencial más bajo a uno más alto), la cantidad de trabajo dW que debe realizarse en dq es:



$$dW = V dq = \frac{q}{C} dq$$

- Este trabajo se convierte en la energía almacenada en el campo eléctrico del capacitor. Para cargar el capacitor hasta una carga Q, el trabajo total necesario es

$$W = \int_0^Q dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

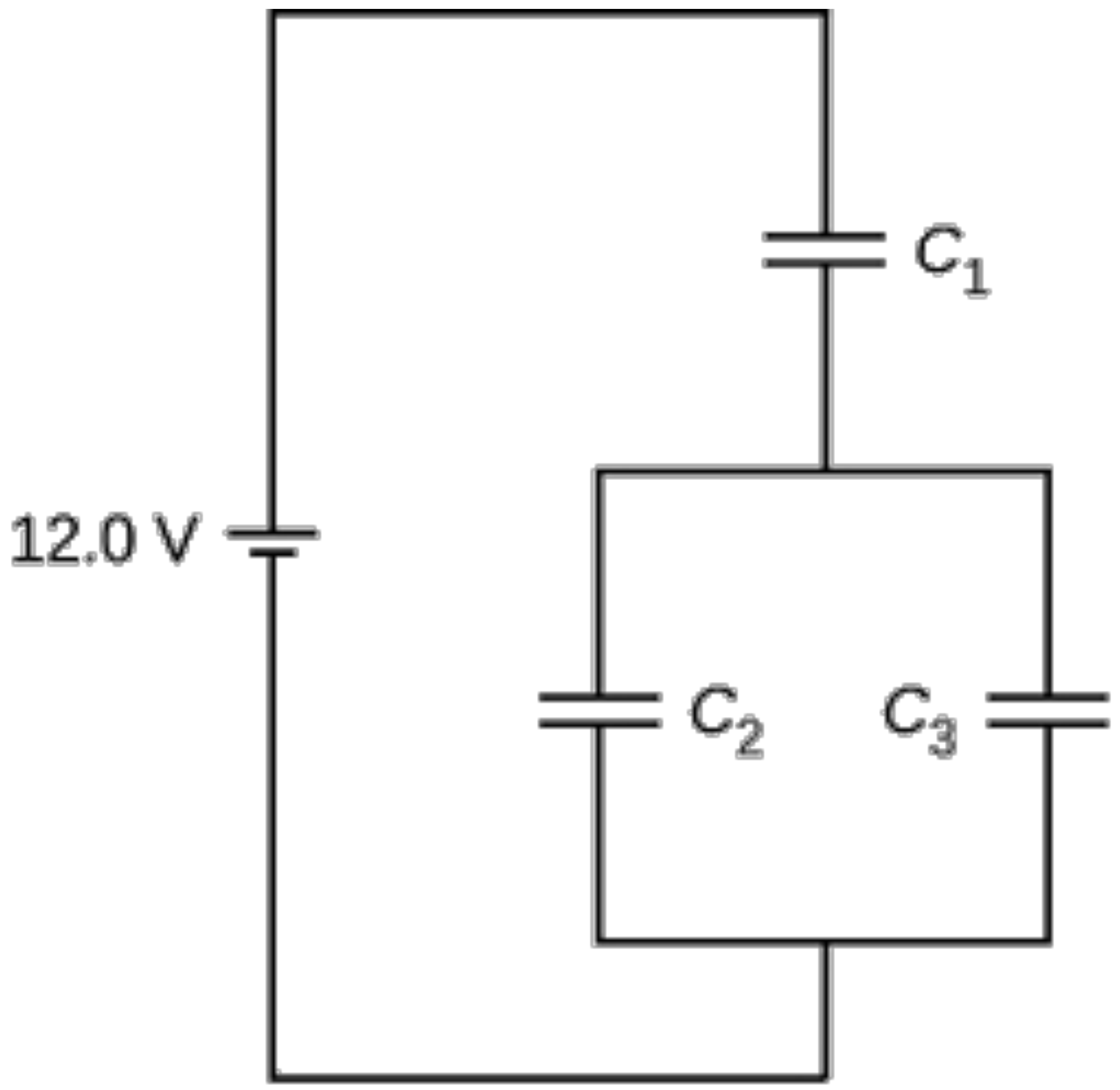
- Esta ecuación es válida para cualquier tipo de capacitor.

- Notemos que si conocemos la energía almacenada en un capacitor, para uno de placas paralelas resulta:

$$u_E = \frac{U_C}{Ad} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\frac{1}{Ad} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\epsilon_0 A/d}\frac{1}{Ad} = \frac{1}{2}\frac{1}{\epsilon_0}\left(\frac{Q}{A}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{(E\epsilon_0)^2}{2\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{2}E^2$$

Ejemplo

- Calcule la energía almacenada en el circuito de capacitores de la figura cuando los condensadores están totalmente cargados y cuando las capacitancias son: C_1=12,0 μF, C_2=2,0 μF y C_3=4,0 μF, respectivamente.



$$12.0V = V_1 + V_{23} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{Q_1}{12,0\,\mu F} + \frac{Q_1}{6,0\,\mu F} \Rightarrow Q_1 = 48,0\,\mu C.$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{48,0\,\mu C}{12,0\,\mu F} = 4,0\text{ V}$$

$$V_2 = V_3 = 12,0\text{ V} - 4,0\text{ V} = 8,0\text{ V}$$

$$Q_2 = C_2V_2 = (2,0\,\mu F)(8,0\,V) = 16,0\,\mu C$$
$$Q_3 = C_3V_3 = (4,0\,\mu F)(8,0\,V) = 32,0\,\mu C$$

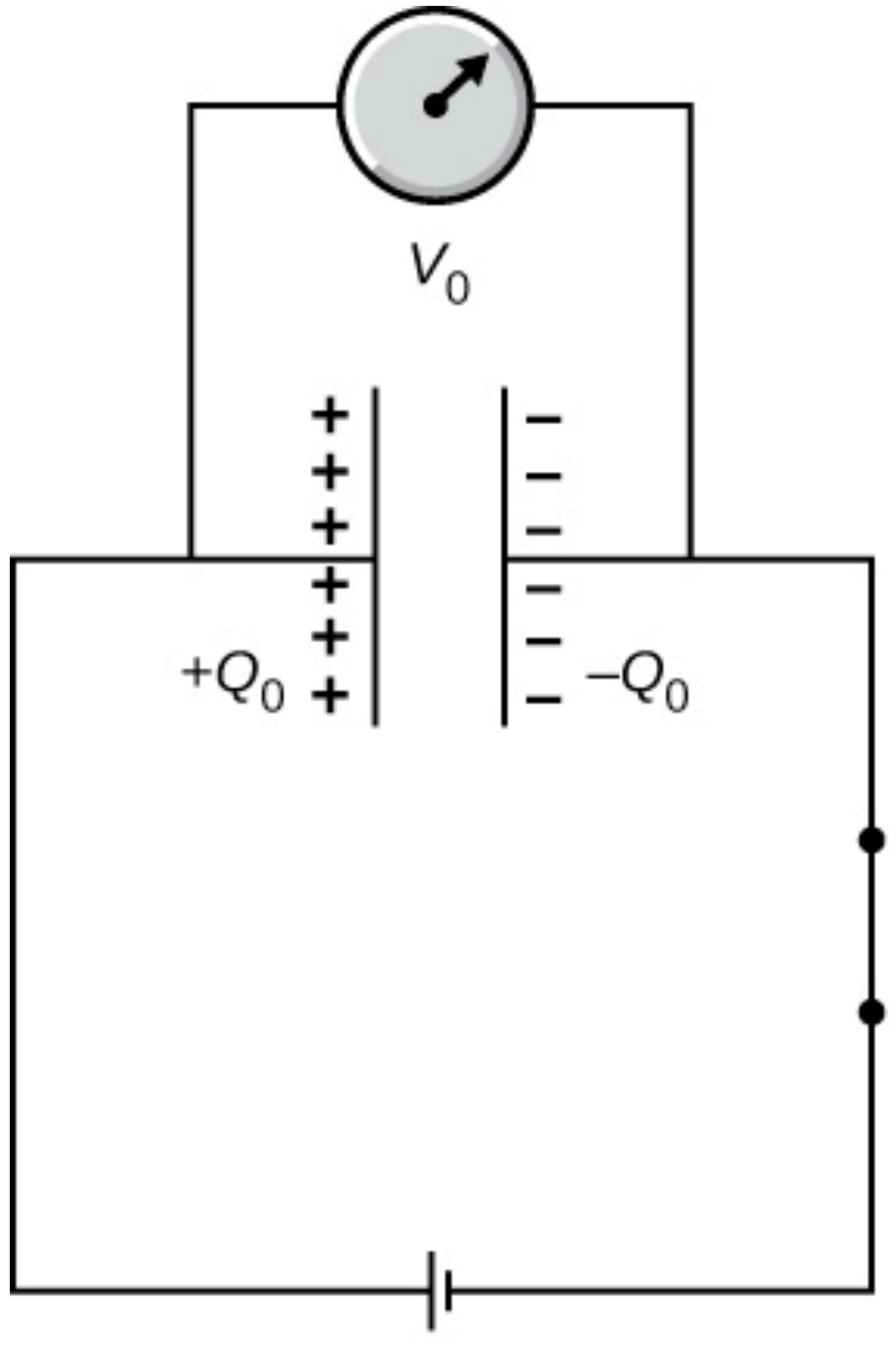
$$U_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2}(12,0\mu F)(4,0V)^2 = 96\,\mu J$$
$$U_2 = \frac{1}{2}C_2V_2^2 = \frac{1}{2}(2,0\mu F)(8,0V)^2 = 64\,\mu J$$
$$U_3 = \frac{1}{2}C_3V_3^2 = \frac{1}{2}(4,0\mu F)(8,0V)^2 = 130\,\mu J$$

$$U_C = U_1 + U_2 + U_3 = 96\,\mu J + 64\,\mu J + 130\,\mu J = 0,29\,mJ.$$

4. Capacitores con dieléctrico

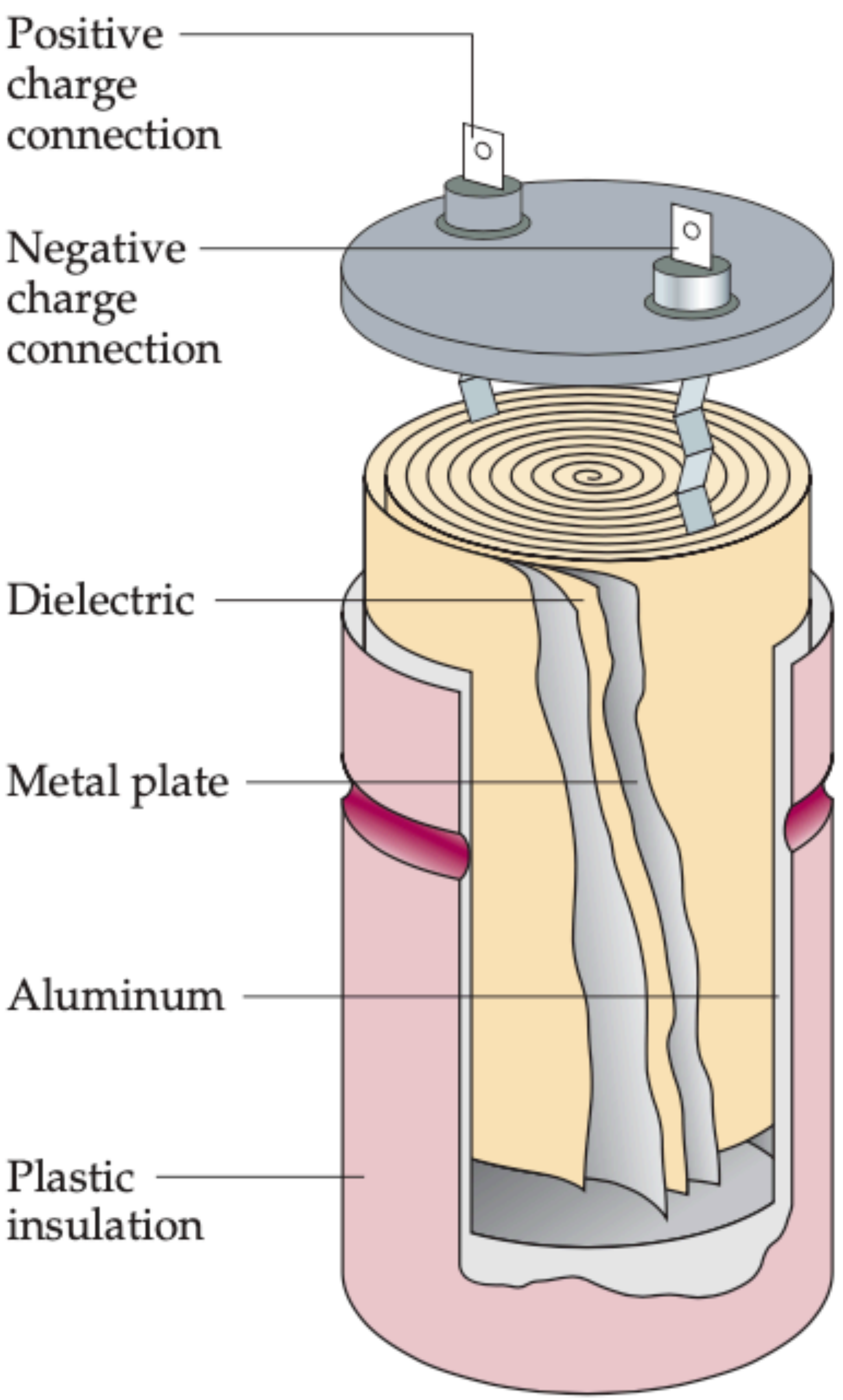
- Un material aislante entre las placas de un capacitor se llama dieléctrico.
- El dieléctrico entre las placas afecta a su capacitancia.

- Consideremos el experimento descrito en la figura



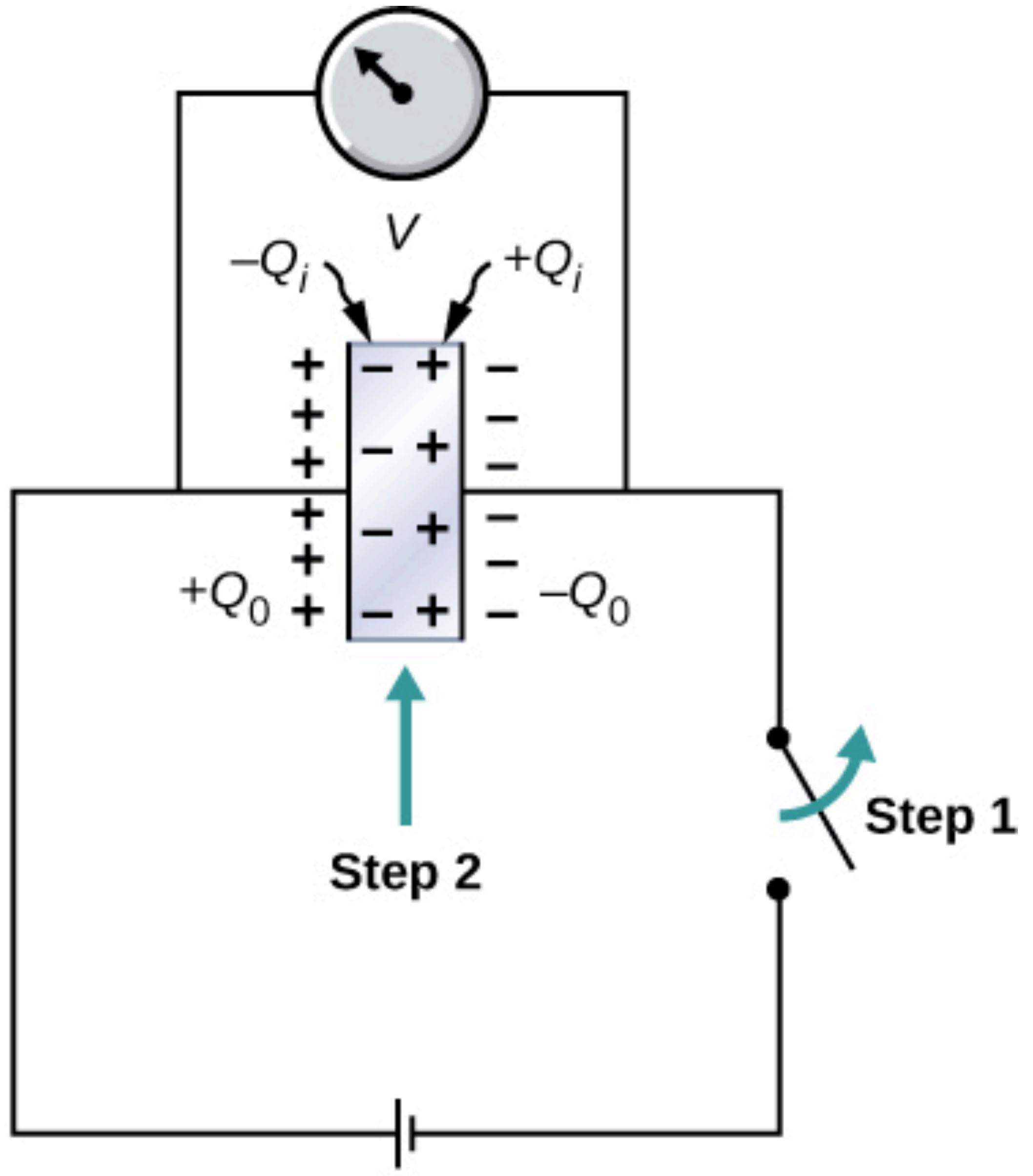
(a)

- Inicialmente, el capacitor con capacitancia C_0, cuando hay aire, es cargado por una batería hasta el voltaje V_0.



- Cuando el capacitor está totalmente cargado, la batería se desconecta.
- Una carga Q_0 reside entonces en las placas, y la diferencia de potencial entre las placas se mide como V_0.

- Ahora, insertamos un dieléctrico que llena totalmente el espacio entre las placas.
- Si se mide la tensión, resulta que la lectura del voltímetro ha bajado a un valor menor V.
- Este nuevo valor de voltaje es una fracción del voltaje original V_0:



(b)

$$V = \frac{1}{\kappa} V_0.$$

Material Dieléctrico	K
Vacío	1,0
Aire	1,00051
Teflón	2,1
Polietileno$(CH_2CH_2)_n$	2,25
C_6H_6	2,28
PET $((C_{10}H_8O_4)_n)$	3,1
SiO_2	3,9
Papel	4 - 6
Acetáto de celulosa	1.3
Al_2O_3	5,9
H_2O	78,5[1]
TiO_3	100
$BaTiO_3$	100[2]
PMN	10000

- La constante $\kappa > 1$, se llama constante dieléctrica y su valor es característico para el material.
- Diferentes materiales tienen diferentes constante dieléctrica.

- Cuando la batería se desconecta, no hay camino para que la carga fluya hacia la batería desde las placas.
- La inserción del dieléctrico no tiene ningún efecto sobre la carga en la placa, que permanece en un valor de Q_0 . Por lo tanto, encontramos que la capacitancia del condensador con dieléctrico es:

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{Q_0}{V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{V_0} = \kappa C_0$$

- La capacitancia C_0 de un capacitor vacío (de vacío) aumente en un factor de κ cuando insertamos un dieléctrico. Pero la energía:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{\kappa C_0} = \frac{1}{\kappa} U_0$$

- El producto $\kappa\epsilon_0$ se denomina permitividad del dieléctrico, denotada por ϵ :

$$\epsilon = \kappa\epsilon_0 \quad \text{definición de permitividad}$$

Ejemplo

- Un capacitor vacío de 20,0 pF se carga con una diferencia de potencial de 40,0 V. A continuación, se desconecta la batería y se introduce un trozo de Teflón con una constante dieléctrica de 2,1 para rellenar completamente el espacio entre las placas del capacitor. La distancia entre las placas es 2,00 mm y el área de cada una de las placas es de $4,5 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$

  - El campo eléctrico E_0 entre las placas de un capacitor vacío es

$$E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{40\ \mathrm{V}}{2,0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 2,0 \times 10^4 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

  - El campo eléctrico E entre las placas con el dieléctrico

$$E = \frac{1}{\kappa} E_0 = \frac{1}{2,1} 2,0 \times 10^4 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = 9,5 \times 10^3 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

  - Con el dieléctrico, la diferencia de potencial

$$V = \frac{1}{\kappa} V_0 = \frac{1}{2,1} 40,0\ \mathrm{V} = 19,0\ \mathrm{V}$$

- La capacitancia aumenta a: $C = \kappa C_0 = 2,1(20,0\,pF) = 42,0\,pF$

- Sin dieléctrico, la carga en las placas es: $Q_0 = C_0 V_0 = (20,0\,pF)(40,0\,V) = 0,8\,nC$

- Dentro del material dieléctrico se produce un campo eléctrico inducido originado por la carga inducida Q_0 - Q_i

- El campo eléctrico en el Teflón causado por esta carga efectiva inducida es:

$$E = \frac{1}{\epsilon_0}\sigma = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{Q_0 - Q_i}{A}$$

- Despejando Q_i

$$\begin{aligned} Q_i &= Q_0 - \epsilon_0 AE \\ &= 8,0 \times 10^{-10}\ \mathrm{C} - \left(8,85 \times 10^{-12}\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\ \mathrm{m}^2}\right)(4,5 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2)\left(9,5 \times 10^3\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right) \\ &= 4,2 \times 10^{-10}\ \mathrm{C} = 0,42\ \mathrm{nC}. \end{aligned}$$

- Por lo tanto, a energía almacenada sin el dieléctrico es

$$U_0 = \frac{1}{2}C_0 V_0^2 = \frac{1}{2}(20,0\,pF)(40,0\,V)^2 = 16,0\,nJ$$

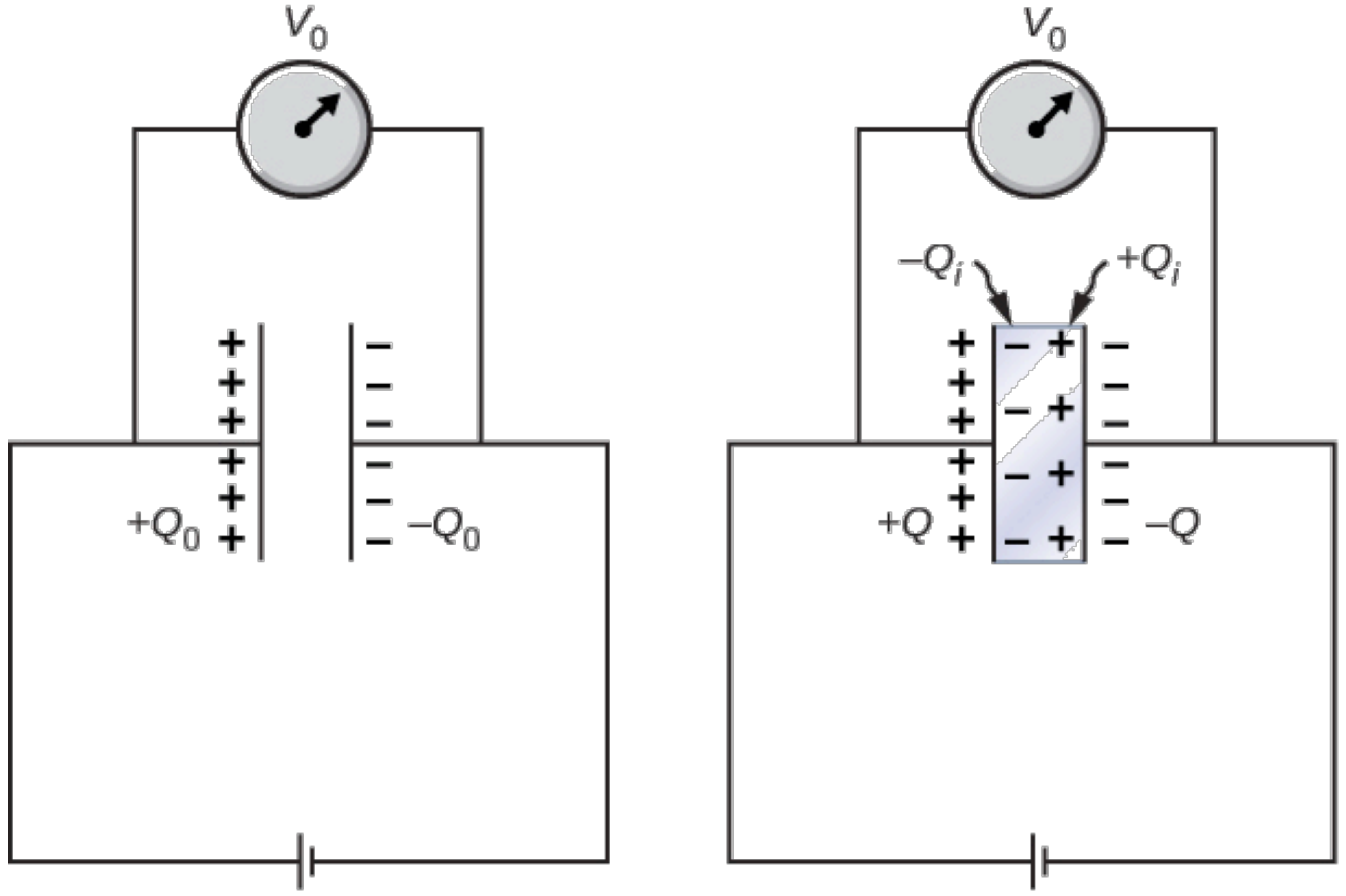
- Mientras que a energía almacenada con el dieléctrico es

$$U = \frac{1}{\kappa}U_0 = \frac{1}{2,1}16,0\,nJ = 7,6\,nJ.$$

Ejemplo

- Cuando una batería de V_0 voltios se conecta a través de un capacitor descargado de capacitancia C_0, la carga en sus placas es Q_0, y el campo eléctrico entre sus placas es E_0. Luego, un dieléctrico de constante dieléctrica κ se inserta entre las placas mientras la batería permanece conectada.

- Encontremos la capacitancia C, el voltaje V a través del capacitor, y el campo eléctrico E entre las placas después de insertar el dieléctrico.



La capacidad del capacitor cargado es $C=\kappa C_0$. Como la batería siempre está conectada, la diferencia de potencial no cambia: $V=V_0$. Debido a ello, el campo eléctrico en el capacitor cargado es el mismo que el campo en el vacío.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{d} = E_0$$

Para el capacitor cargado, la carga en las placas es

$$Q = CV = (\kappa C_0)V_0 = \kappa(C_0 V_0) = \kappa Q_0$$

E en el capacitor cargado se debe a la carga efectiva Q-Q_i.

Pero $E=E_0$

$$\frac{Q - Q_i}{\epsilon_0 A} = \frac{Q_0}{\epsilon_0 A}$$

Por lo tanto:

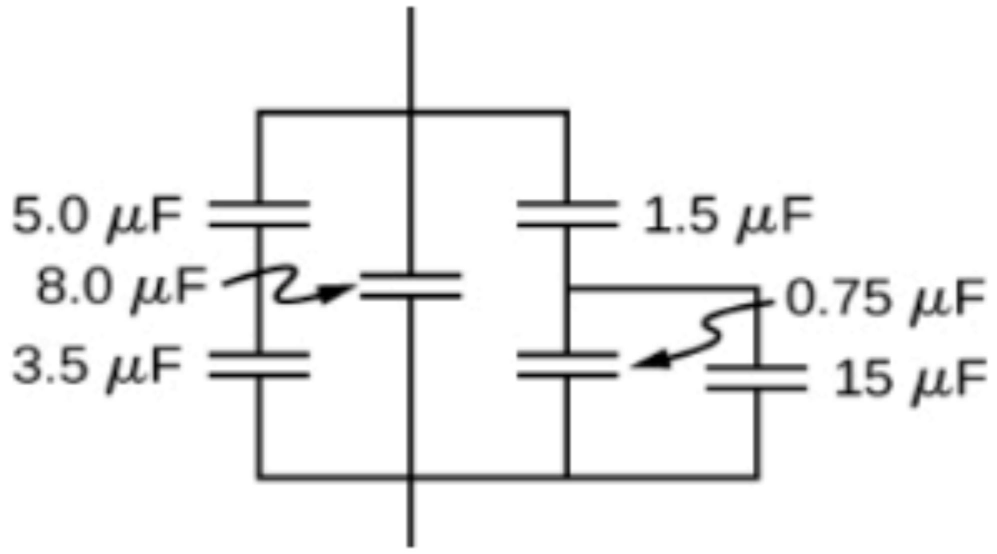
$$Q_i = Q - Q_0 = \kappa Q_0 - Q_0 = (\kappa - 1)Q_0.$$

Problemas propuestos

1. Si la capacitancia por unidad de longitud de un capacitor cilíndrico es de 20 pF/m ¿Cuál es la relación de los radios de los dos cilindros?

   Sol: 1:16.

2. Encuentre la capacitancia neta de la combinación de condensadores en serie y en paralelo que se muestra a continuación.



   Sol: 11,4 pF.

3. A un físico le preocupa que los dos estantes metálicos de una librería con estructura de madera puedan obtener un alto voltaje si se cargan con electricidad estática, tal vez producida por la fricción.

   a) ¿Cuál es la capacitancia de los estantes vacíos si tienen un área de $1,00 \times 10^2$ m y están separados 0,200 m?

   b) ¿Cuál es la tensión entre ellas si se colocan en ellas cargas opuestas de magnitud 2,00 nC?

   c) Para demostrar que esta tensión supone un pequeño peligro, calcula la energía almacenada.

   d) Las estanterías reales tienen una superficie 100 veces menor que estas estanterías hipotéticas ¿Están justificados sus temores?

   Sol: a) $4{,}43 \times 10^{-9}$ F. b) 0,453 V. c) $4{,}53 \times 10^{-10}$ J d) No.