Física 2

Módulo 3: Corriente y campos magnéticos

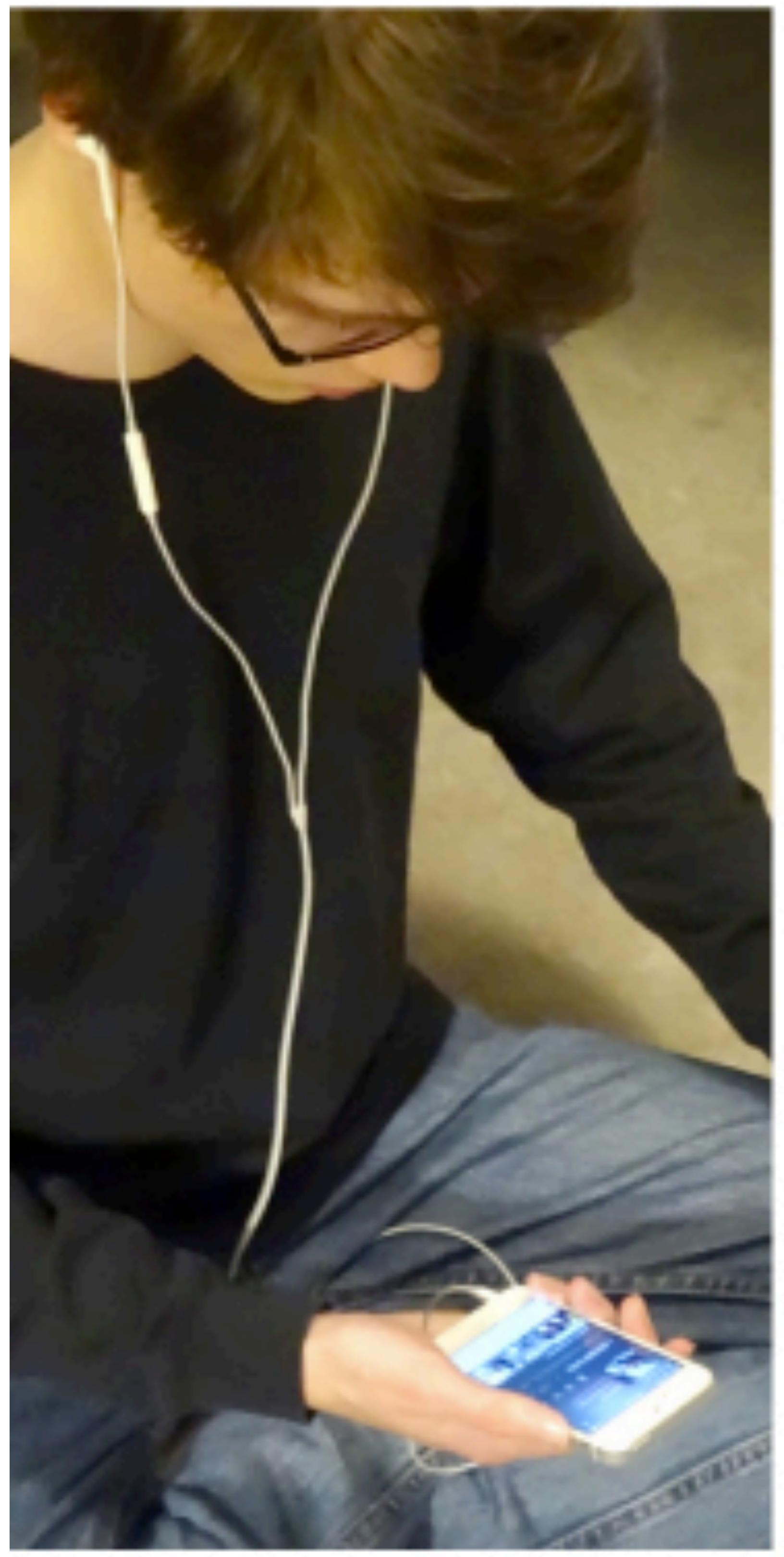
Héctor Hernández - 2025

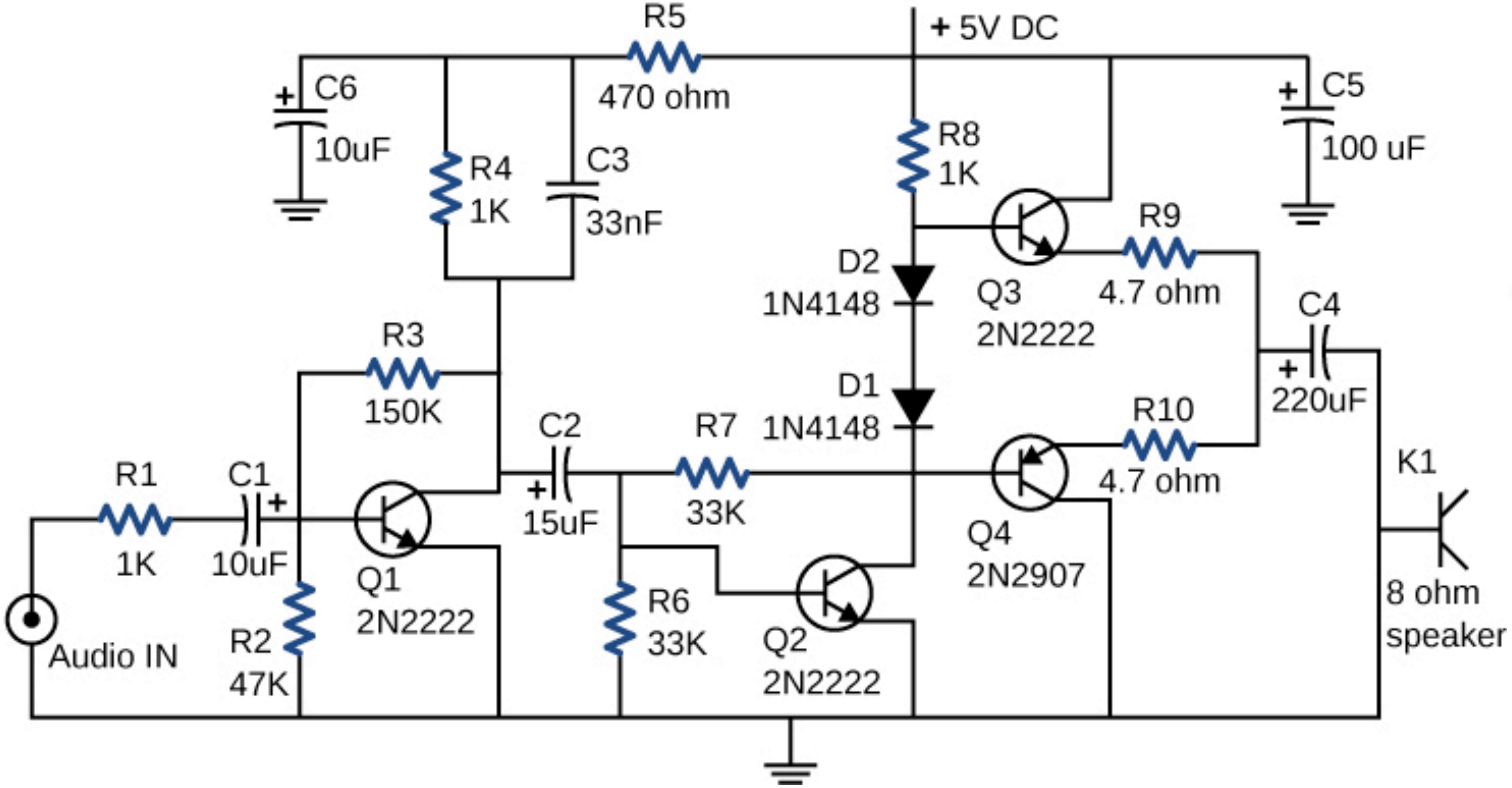
VIII. Circuitos de corriente directa

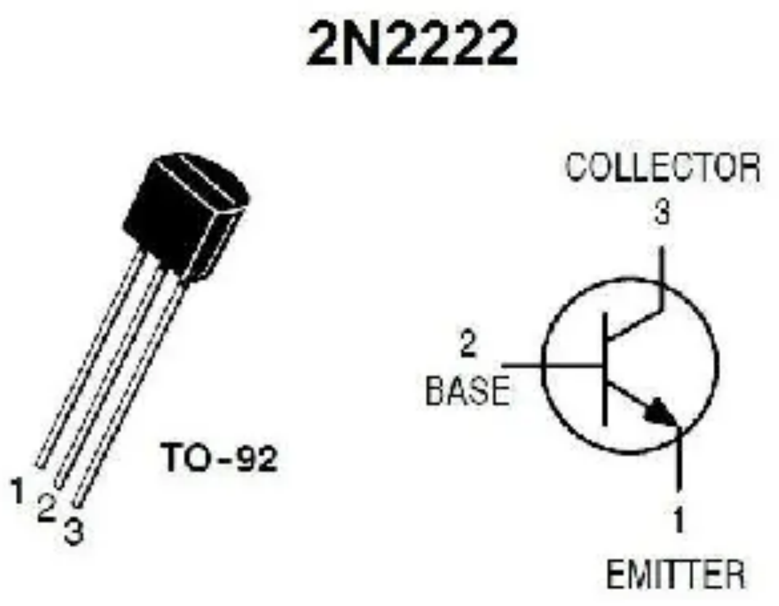
1. Fuerza electromotriz
2. Resistencias en serie y en paralelo
3. Reglas de Kirchhoff
4. Semiconductores y Superconductores
5. Circuitos RC

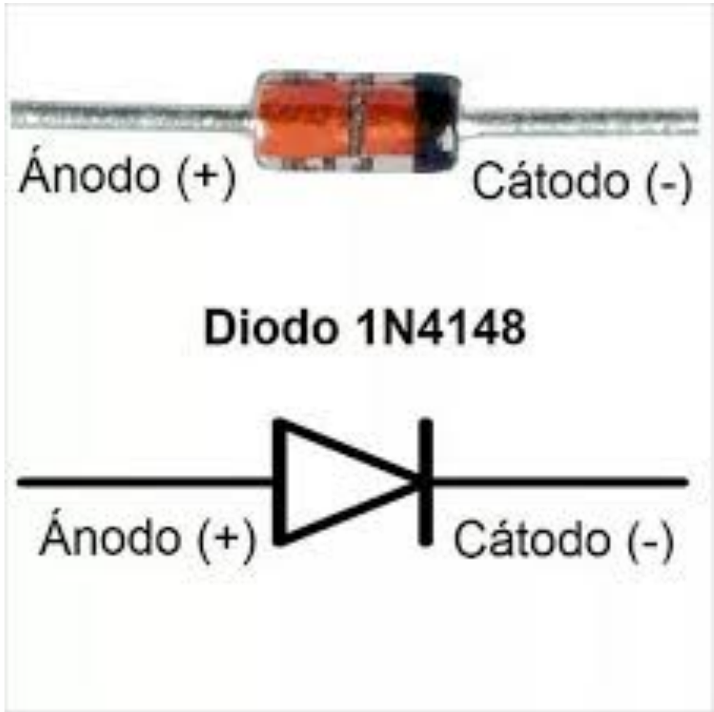
1. Fuerza electromotriz

- Un circuito es un conjunto de componentes eléctricos conectados para realizar una tarea específica.
- La figura muestra un circuito amplificador, que toma una señal de pequeña amplitud y la amplifica para alimentar los altavoces de los auriculares.
- Aunque el circuito parece complejo, en realidad consiste en un conjunto de circuitos en serie, en paralelo y en serie-paralelo. Pero primero, necesitamos entender cómo alimentar un circuito.









- La tensión para un circuito se puede producir de muchas maneras.
- Estos dispositivos crean una diferencia de potencial y pueden suministrar corriente si se conectan a un circuito.
- Un tipo especial de diferencia de potencial se conoce como fuerza electromotriz (*fem*).
- La *fem* no es una fuerza en absoluto, pero el término "fuerza electromotriz" se utiliza por razones históricas.
- Fue acuñado por Alessandro Volta en el siglo XIX, cuando inventó la primera pila, también conocida como pila voltaica.

¿Qué es la fem y qué es una fuente de fem?

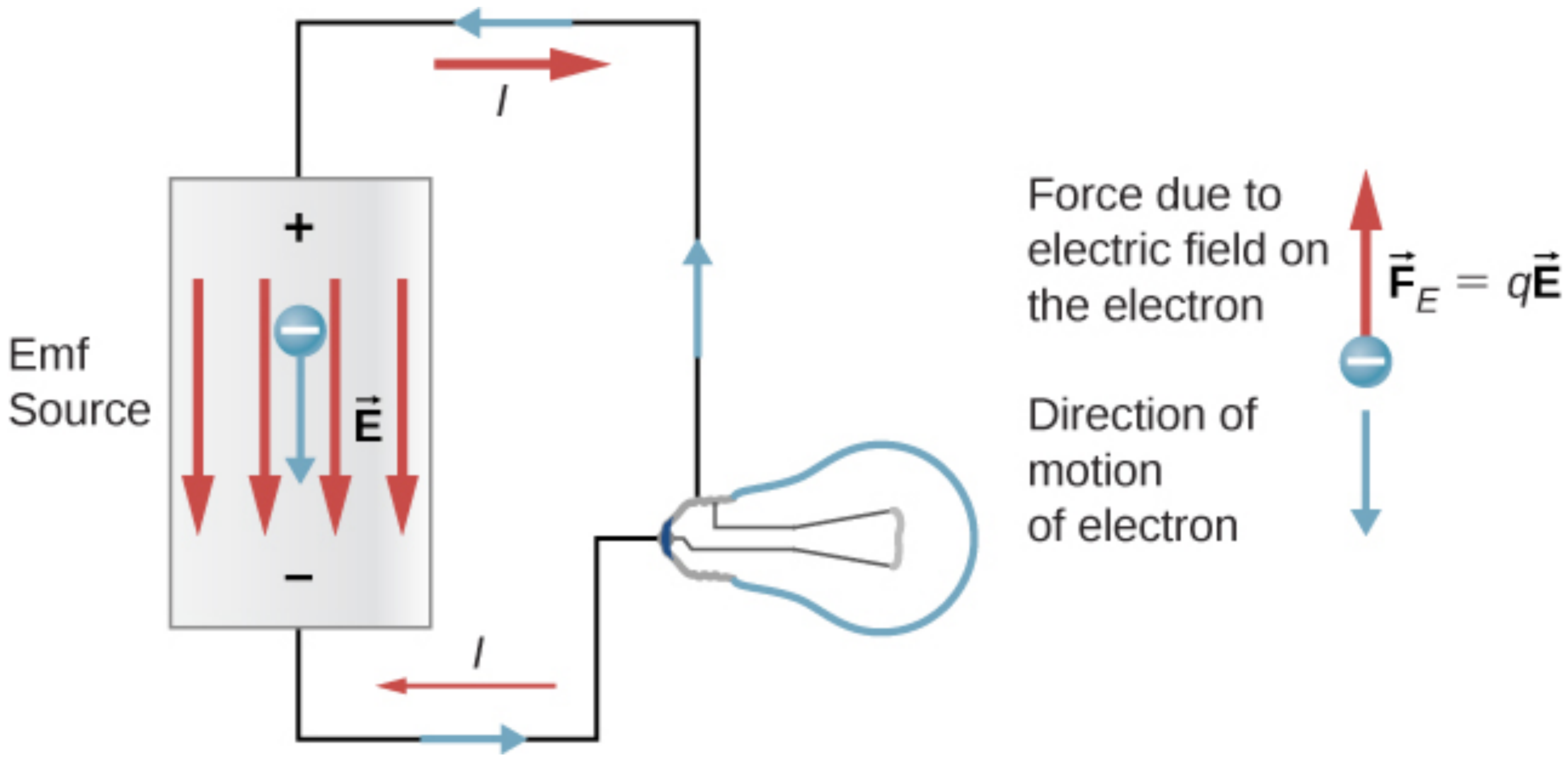
- Consideremos un circuito simple de una lámpara de 12 V conectada a una batería de 12 V. La batería se puede modelar como un dispositivo de dos terminales que mantiene un terminal a un potencial eléctrico más alto que el segundo terminal.

- El potencial eléctrico más alto se denomina a veces el terminal positivo y está etiquetado con un signo más. El terminal de menor potencial se denomina a veces terminal negativo y se etiqueta con un signo menos. Esta es la fuente de la corriente eléctrica.

  - Cuando la fuente fem no está conectada a la lámpara, no hay flujo neto de carga dentro de la fuente de fem.

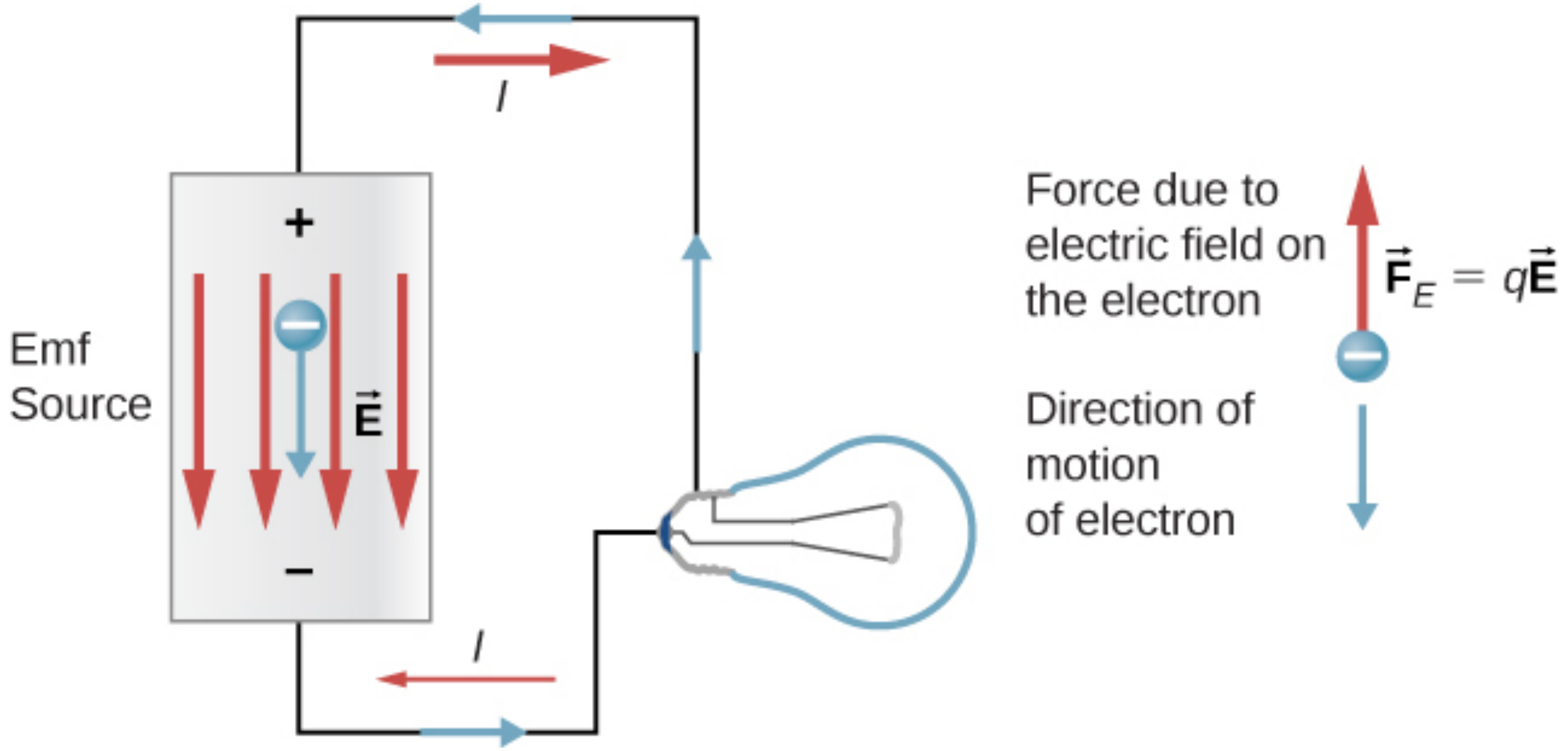
  - Una vez que la batería está conectada a la lámpara, las cargas fluyen desde un terminal de la batería, a través de la lámpara (haciendo que ésta se encienda), y de vuelta al otro terminal de la batería.

  - Si consideramos el flujo de corriente positiva (convencional), las cargas positivas salen del terminal positivo, viajan a través de la lámpara y entran en el terminal negativo.



- En realidad son los electrones los que más contribuyen a la corriente, fluyendo en la dirección opuesta al flujo de corriente positiva.
- Por lo tanto, es más realista considerar el movimiento de los electrones para el análisis del circuito de la figura.

- Los electrones salen del terminal negativo, viajan a través de la lámpara y vuelven al terminal positivo. Para que la fuente de fem mantenga la diferencia de potencial entre los dos terminales, las cargas negativas (electrones) deben moverse del terminal positivo al negativo.



- La fuente de emf actúa como una bomba de cargas, moviendo las cargas negativas del terminal positivo al negativo para mantener la diferencia de potencial. Esto aumenta la energía potencial de las cargas y, por tanto, el potencial eléctrico de las mismas.

- La fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre la carga negativa está en la dirección opuesta al campo eléctrico.

- Para que las cargas negativas se desplacen hacia el terminal negativo, se debe realizar un trabajo sobre las cargas negativas.

- Para ello se necesita energía, que procede de las reacciones químicas de la pila.

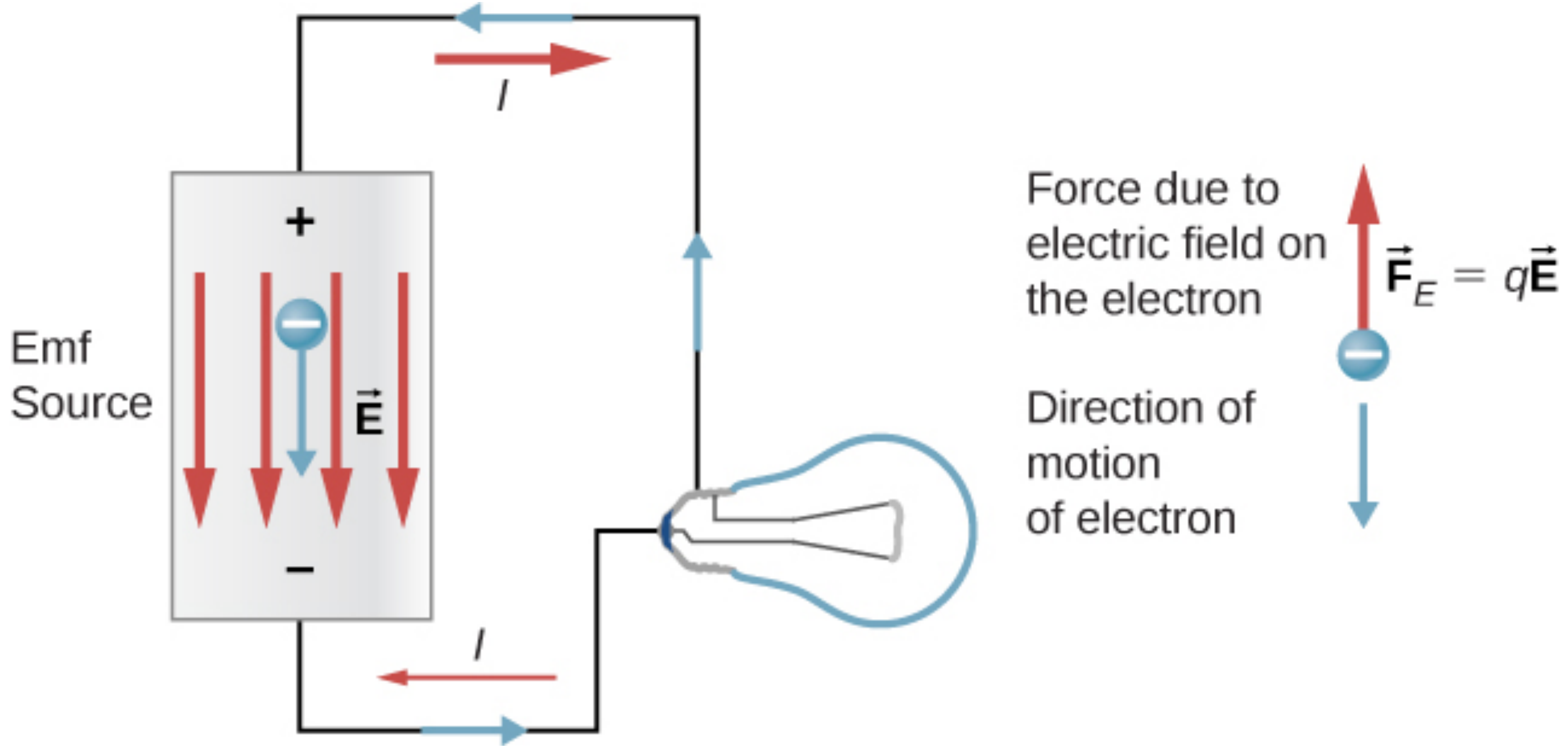
- El potencial se mantiene alto en el terminal positivo y bajo en el negativo para mantener la diferencia de potencial entre los dos terminales.

- La fem es igual al trabajo realizado sobre la carga por unidad de carga cuando no hay flujo de corriente.

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq}$$

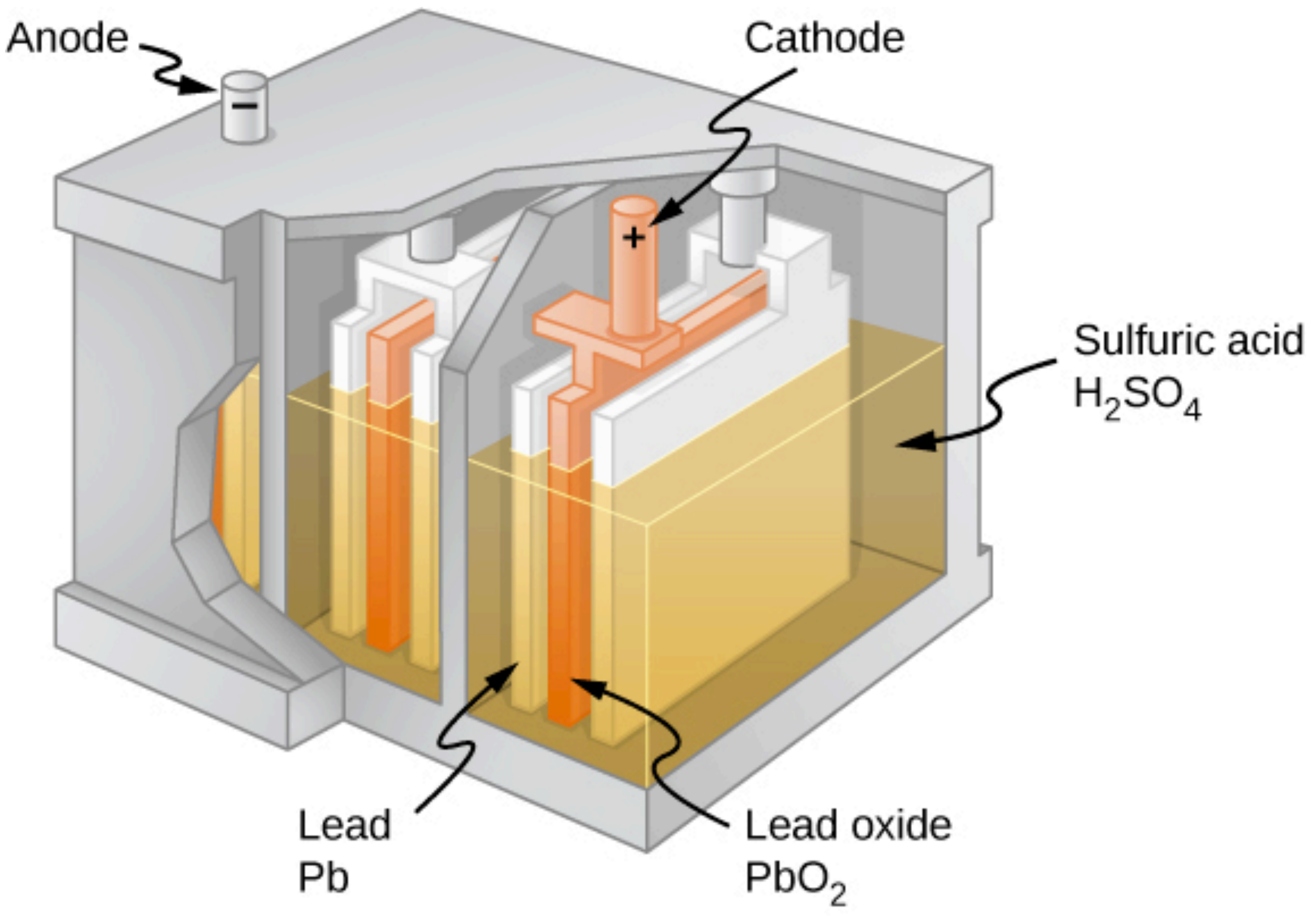
- La unidad de emf es el voltio ($1V=1J/C$) .
- La tensión entre los bornes $V_{terminal}$ de una batería es la tensión medida a través de los bornes de la batería cuando no hay ninguna carga conectada al borne.

- Una batería ideal es una fuente de fem que mantiene un voltaje constante en los terminales, independientemente de la corriente entre los dos terminales.



- Una batería ideal no tiene resistencia interna y la tensión en los bornes es igual a la fem de la batería.
- Más adelante mostraremos que una batería real sí tiene resistencia interna y la tensión en los bornes es siempre menor que la fem de la batería.

- La combinación de sustancias químicas y la composición de los terminales de una batería determinan su fem.
- La batería de plomo-ácido utilizada en los vehículos es una de las combinaciones químicas más comunes.
- La figura muestra una sola célula (una de seis) de esta batería.
- El terminal catódico (positivo) de la celda está conectado a una placa de óxido de plomo, mientras que el terminal anódico (negativo) está conectado a una placa de plomo.
- Ambas placas están sumergidas en ácido sulfúrico, el electrolito del sistema.



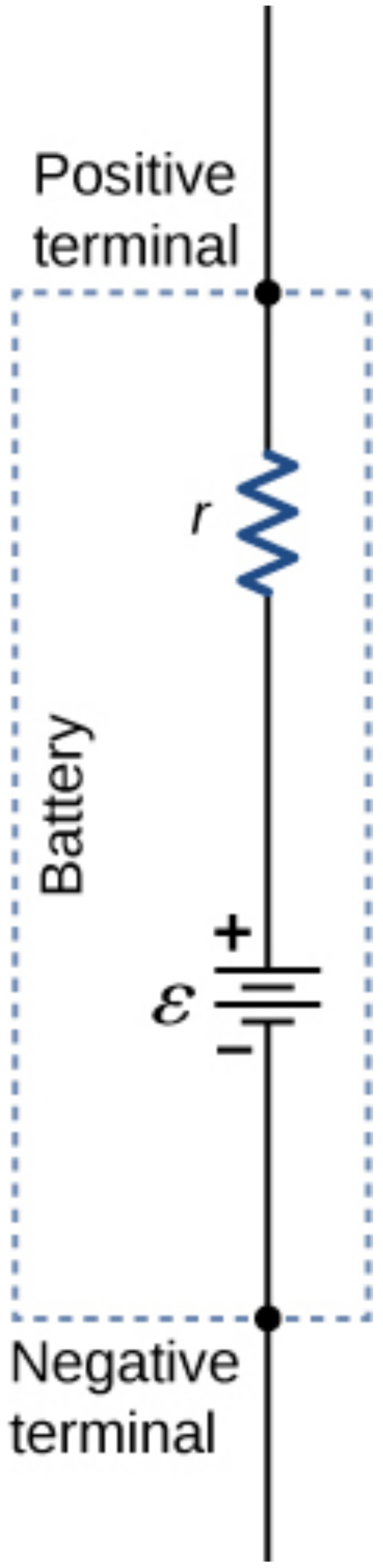
- La reacción química no se produce a menos que haya un circuito completo que permita suministrar electrones al cátodo.
- En muchas circunstancias, estos electrones provienen del ánodo, fluyen a través de una resistencia y vuelven al cátodo.
- Dado que las reacciones químicas implican sustancias con resistencia, no es posible crear la fem sin una resistencia interna

- La cantidad de resistencia al flujo de corriente dentro de la fuente de tensión se denomina resistencia interna.

- La resistencia interna r de una batería puede comportarse de forma compleja. Por lo general, aumenta a medida que una batería se agota, debido a la oxidación de las placas o a la reducción de la acidez del electrolito.

- La resistencia interna también puede depender de la magnitud y la dirección de la corriente a través de una fuente de tensión, su temperatura e incluso su historia.

- La resistencia interna de las pilas recargables de níquel-cadmio, por ejemplo, depende de cuántas veces y cuán profundamente se han agotado.

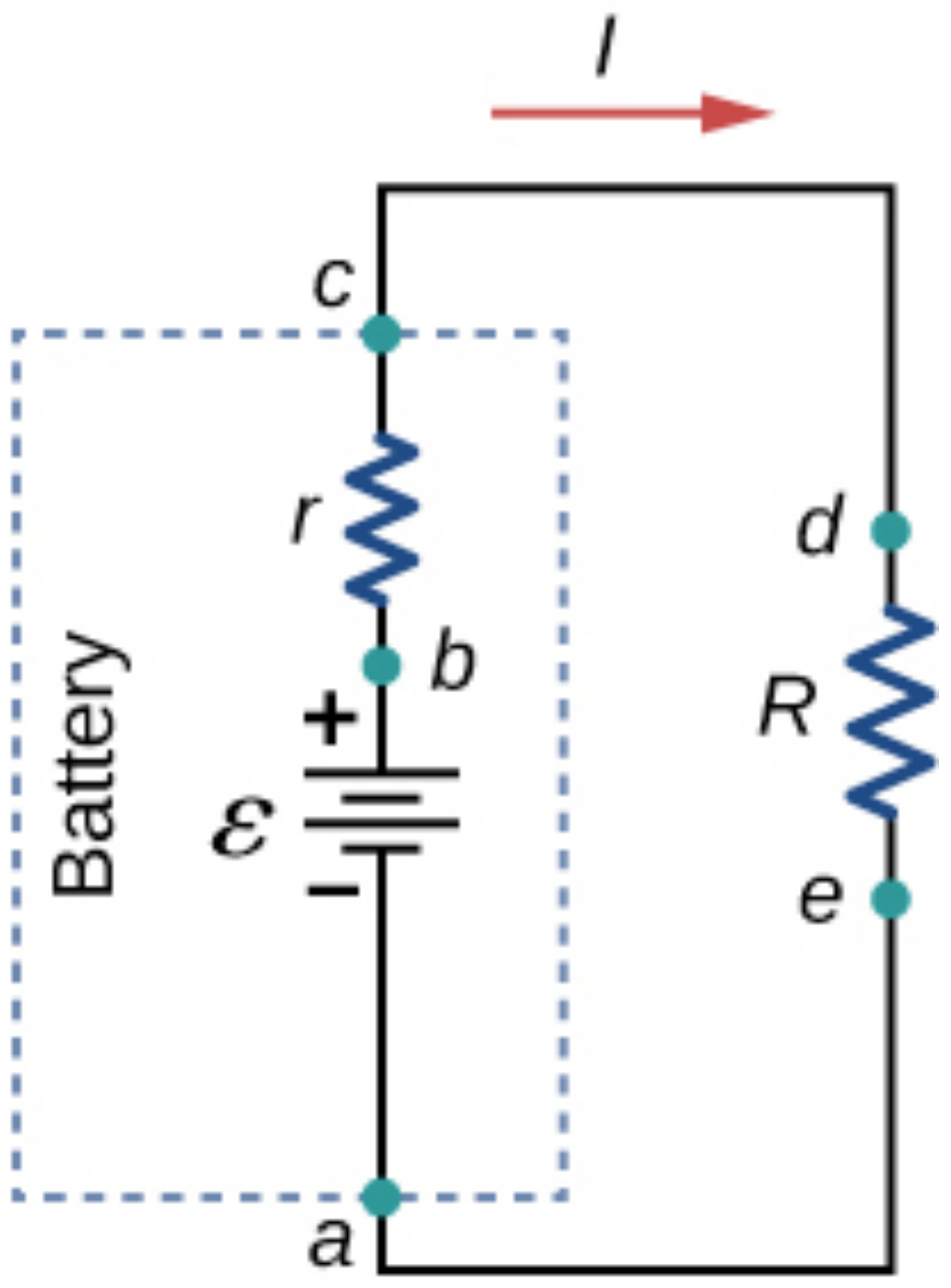


- Suponga que una resistencia externa, conocida como resistencia de carga R, está conectada a una fuente de tensión como una batería.

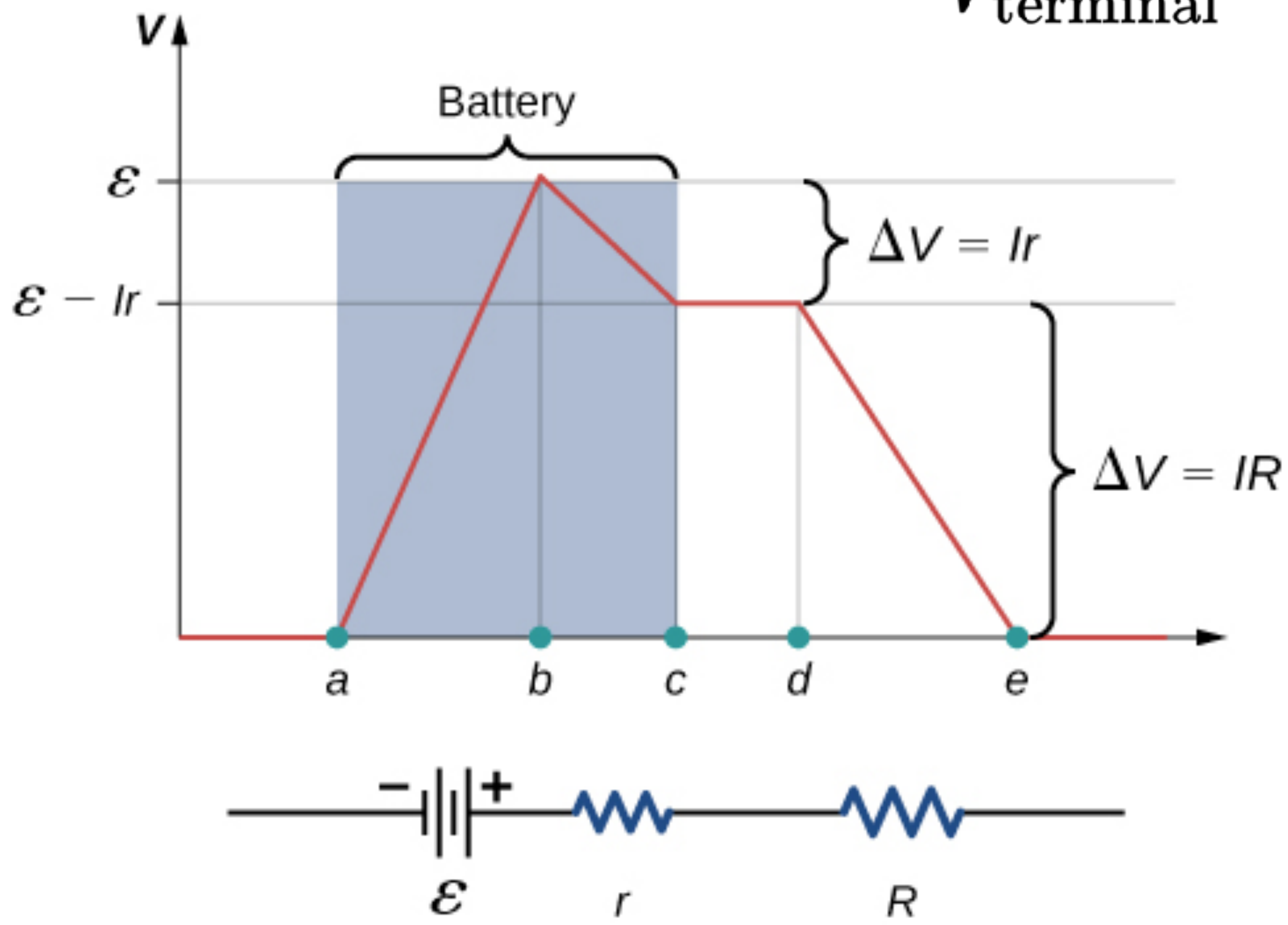
- La figura muestra un modelo de batería con una fem ε , una resistencia interna r, y una resistencia de carga R conectada a través de sus terminales.

- Las cargas positivas salen del terminal positivo de la batería, viajan a través de la resistencia y vuelven al terminal negativo de la batería.

- La tensión en los bornes de la pila depende de la fem, la resistencia interna y la corriente, y es igual a



$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir$$



- Una corriente I recorre el circuito, y la caída de voltaje a través de la resistencia interna es igual a Ir.

- El voltaje terminal es igual a ϵ-Ir , que es igual a la caída de tensión a través de la resistencia de carga IR=ϵ-Ir.

- La corriente a través de la resistencia de carga es:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$$

Ejemplo

- Una batería tiene una fem de 12,0 V y una resistencia interna de 0,100 Ω.

(a) Calcule la tensión en los bornes cuando se conecta a una carga de 10,00 Ω.
(b) ¿Cuál es la tensión en bornes cuando se conecta a una carga de 0,500 Ω?
(c) ¿Qué potencia disipa la carga de 0,500 Ω?
(d) Si la resistencia interna crece hasta 0,500 Ω, encuentre la corriente, la tensión en bornes y la potencia disipada por una carga de 0,500 Ω.

(a) cuando se conecta a una carga de 10,00Ω

$$I=\frac{\epsilon}{R+r}=\frac{12,00\ \mathrm{V}}{10,10\Omega}=1,188\ \mathrm{A}$$

$$V_{\text{terminal}}=\epsilon-Ir=12,00\ \mathrm{V}-(1,188A)(0,100\Omega)=11,90\ \mathrm{V}$$

(b) cuando se conecta a una carga de 0,500Ω

$$I=\frac{\epsilon}{R+r}=\frac{12,00\ \mathrm{V}}{0,600\Omega}=20,00\ \mathrm{A}$$

$$V_{\text{terminal}}=\epsilon-Ir=12,00\ \mathrm{V}-(20,00\ \mathrm{A})(0,100\Omega)=10,00\ \mathrm{V}$$

- Una "carga pesada" significa un mayor consumo de corriente de la fuente, pero no una mayor resistencia.

(c)

$$P=I^2R=(20,0A)^2(0,500\Omega)=2,00\times 10^2W$$

(d)

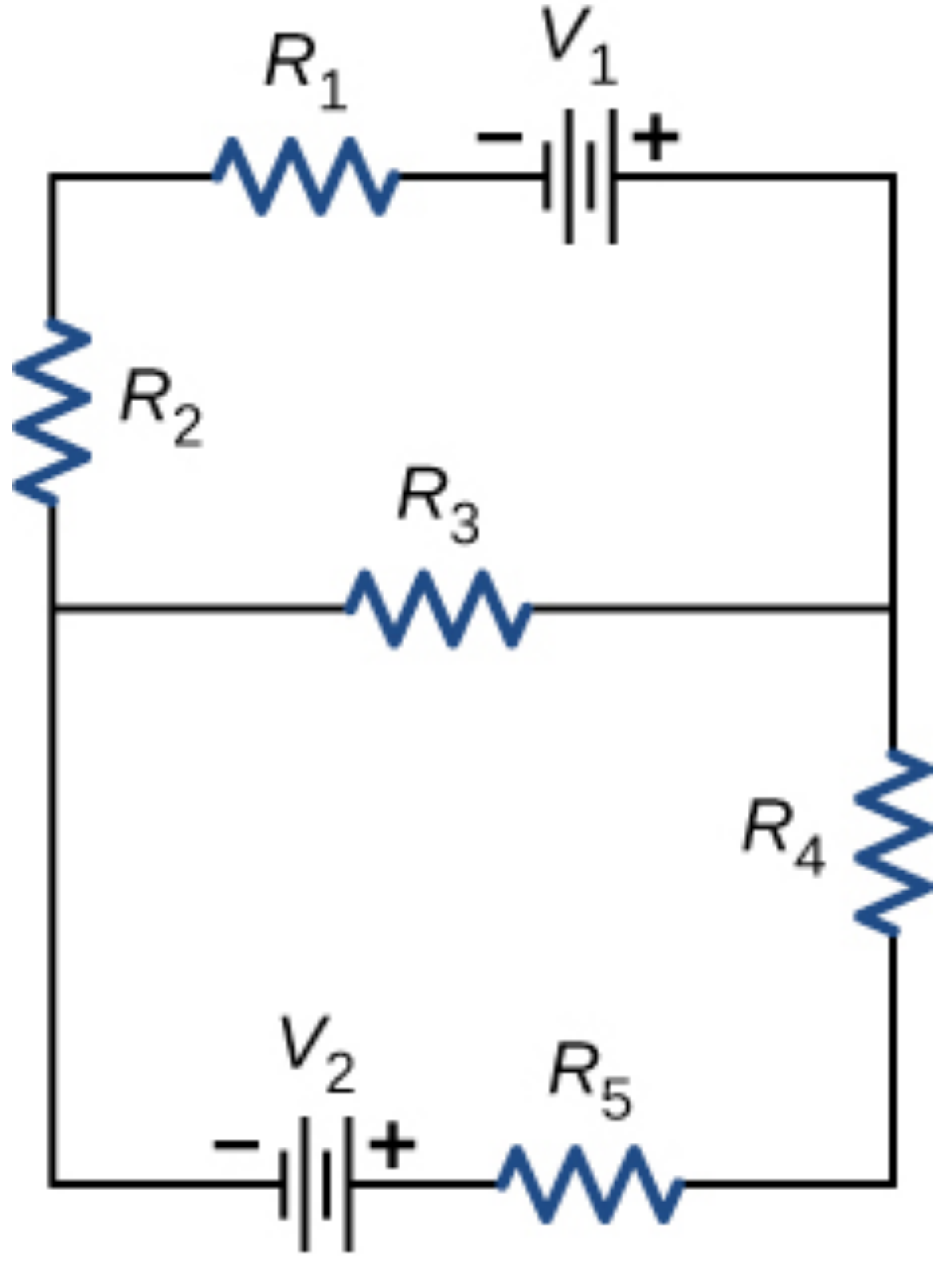
$$I=\frac{\epsilon}{R+r}=\frac{12,00\ \mathrm{V}}{1,00\Omega}=12,00\ \mathrm{A}$$

$$V_{\text{terminal}}=\epsilon-Ir=12,00\ \mathrm{V}-(12,00\ \mathrm{A})(0,500\Omega)=6,00\ \mathrm{V}$$

$$P=I^2R=(12,00A)^2(0,500\Omega)=72,00\ W$$

- El aumento de la resistencia interna disminuye significativamente la tensión en los terminales, la corriente y la potencia entregada a una carga.

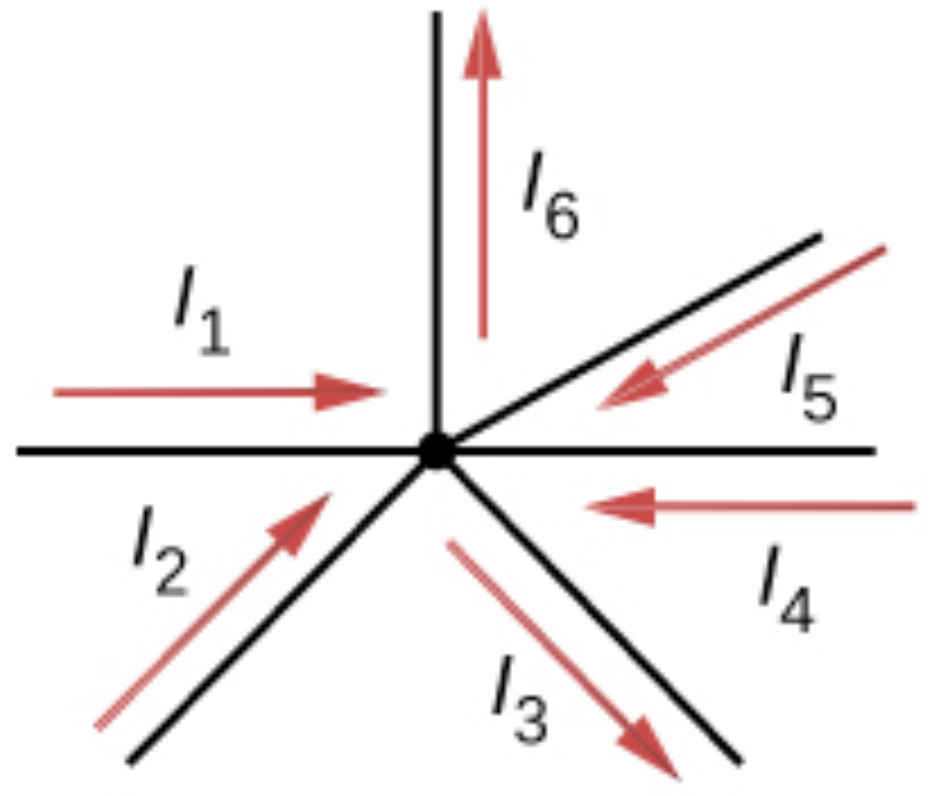
3. Reglas de Kirchhoff



- Muchos circuitos complejos no pueden ser analizados con las técnicas serie-paralelo.
- El uso de las reglas de Kirchhoff permite analizar circuitos más complejos.
- Por ejemplo, el circuito de la figura se conoce como un circuito multimalla, que consiste en nodos conectados
- Una nodo es una conexión de tres o más cables.
- En este circuito no se pueden utilizar los métodos anteriores, porque no todas las resistencias están en configuraciones claras en serie o en paralelo que puedan reducirse.

- Primera regla de Kirchhoff: la regla de los nodos.

La suma de todas las corrientes que entran en una unión debe ser igual a la suma de todas las corrientes que salen de la unión ⇨ $\sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}}$



- Segunda regla de Kirchhoff: la regla de la malla.

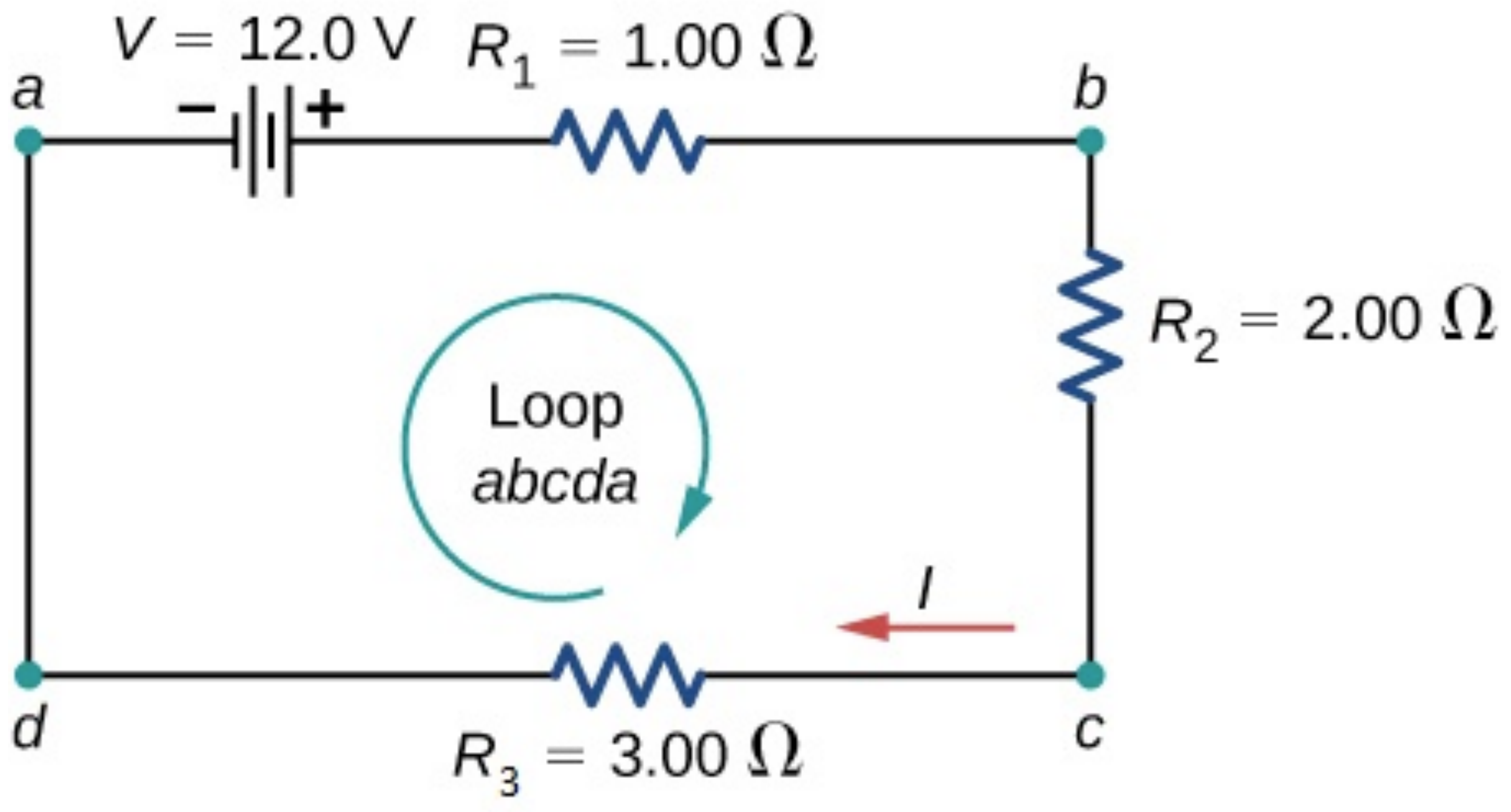
La suma algebraica de los cambios de potencial alrededor de cualquier trayectoria de circuito cerrado (malla) debe ser cero ⇨ $\sum V = 0$

$I_1 + I_2 + I_4 + I_5 = I_3 + I_6$

- En una malla, la energía debe ser transferida a otras formas por los dispositivos de la malla, ya que no hay otras formas en las que la energía pueda ser transferida dentro o fuera del circuito.

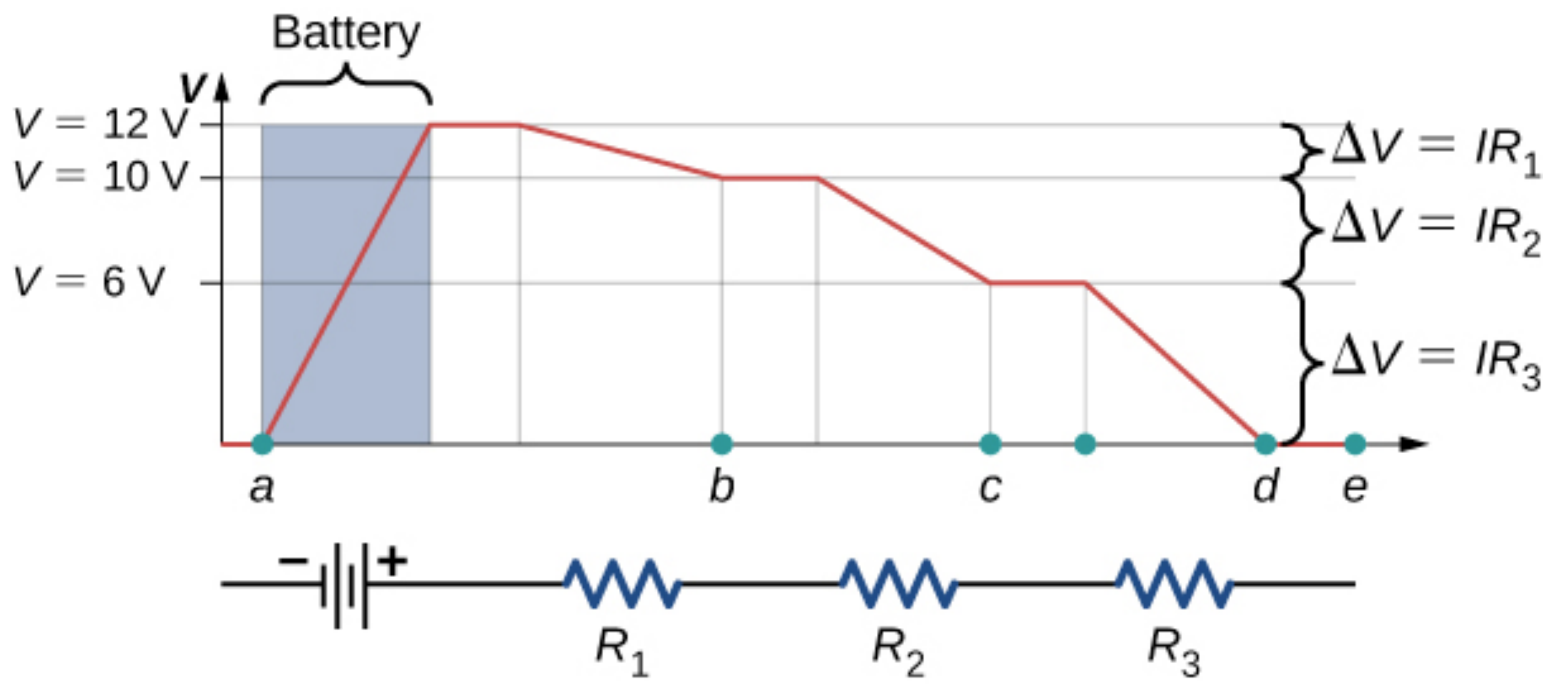
- La regla de la malla de Kirchhoff establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial, incluyendo la tensión suministrada por las fuentes de tensión y los elementos resistivos, en cualquier bucle debe ser igual a cero.

- Las etiquetas a, b, c y d sirven de referencia
- La malla se designa como lazo $abcda$, y las etiquetas ayudan a seguir las diferencias de voltaje a medida que recorremos el circuito.
- Comenzamos en el punto a y viajamos hasta el punto b. El voltaje de la fuente se añade a la ecuación y se resta la caída de voltaje de $R1$.
- Del punto b al c, se resta la caída de potencial a través de $R2$.
- De c a d, se resta la caída de potencial a través de $R3$.
- De los puntos d al a, no se hace nada porque no hay componentes.



$$V - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0$$

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12,00V}{1,00\Omega + 2,00\Omega + 3,00\Omega} = 2,00A$$

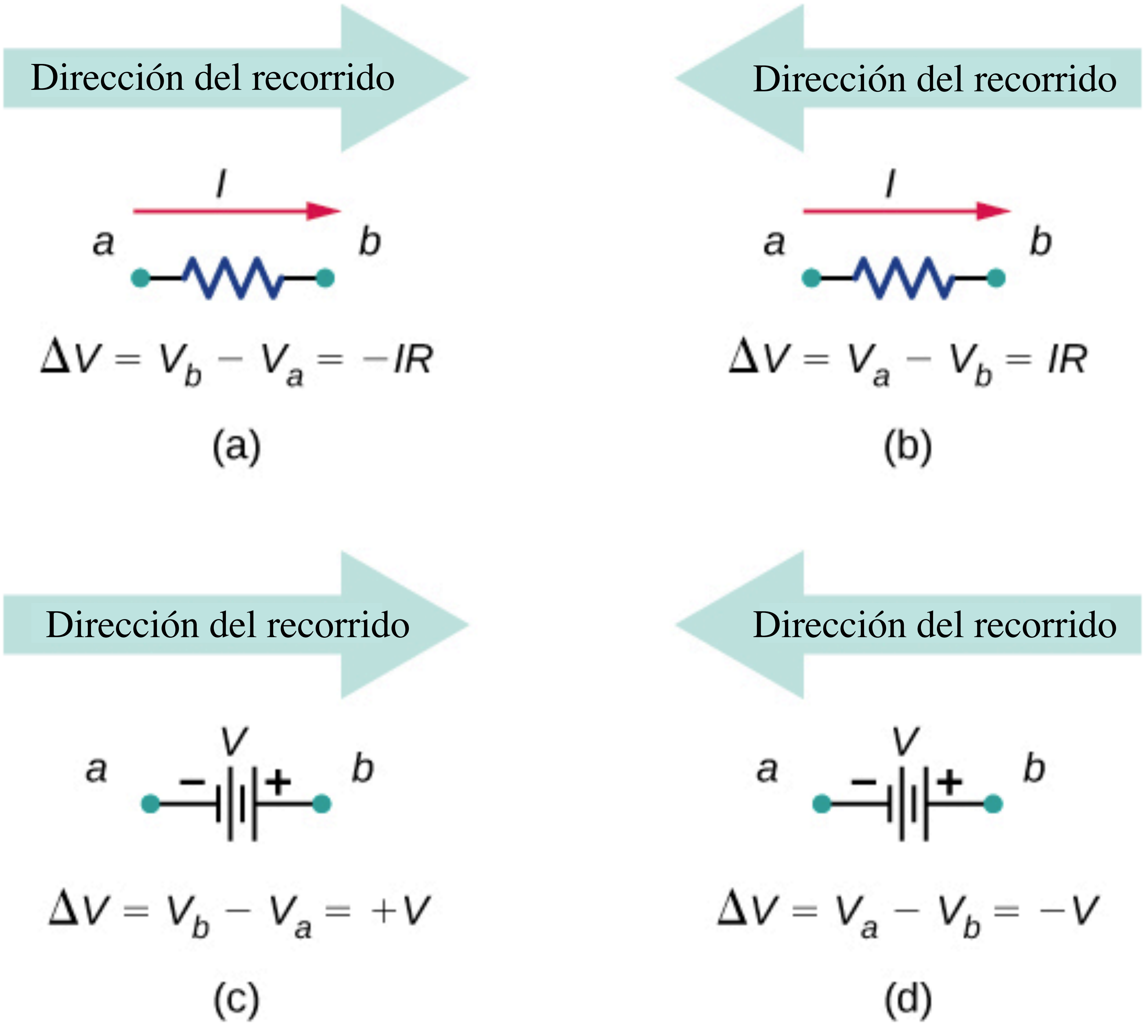


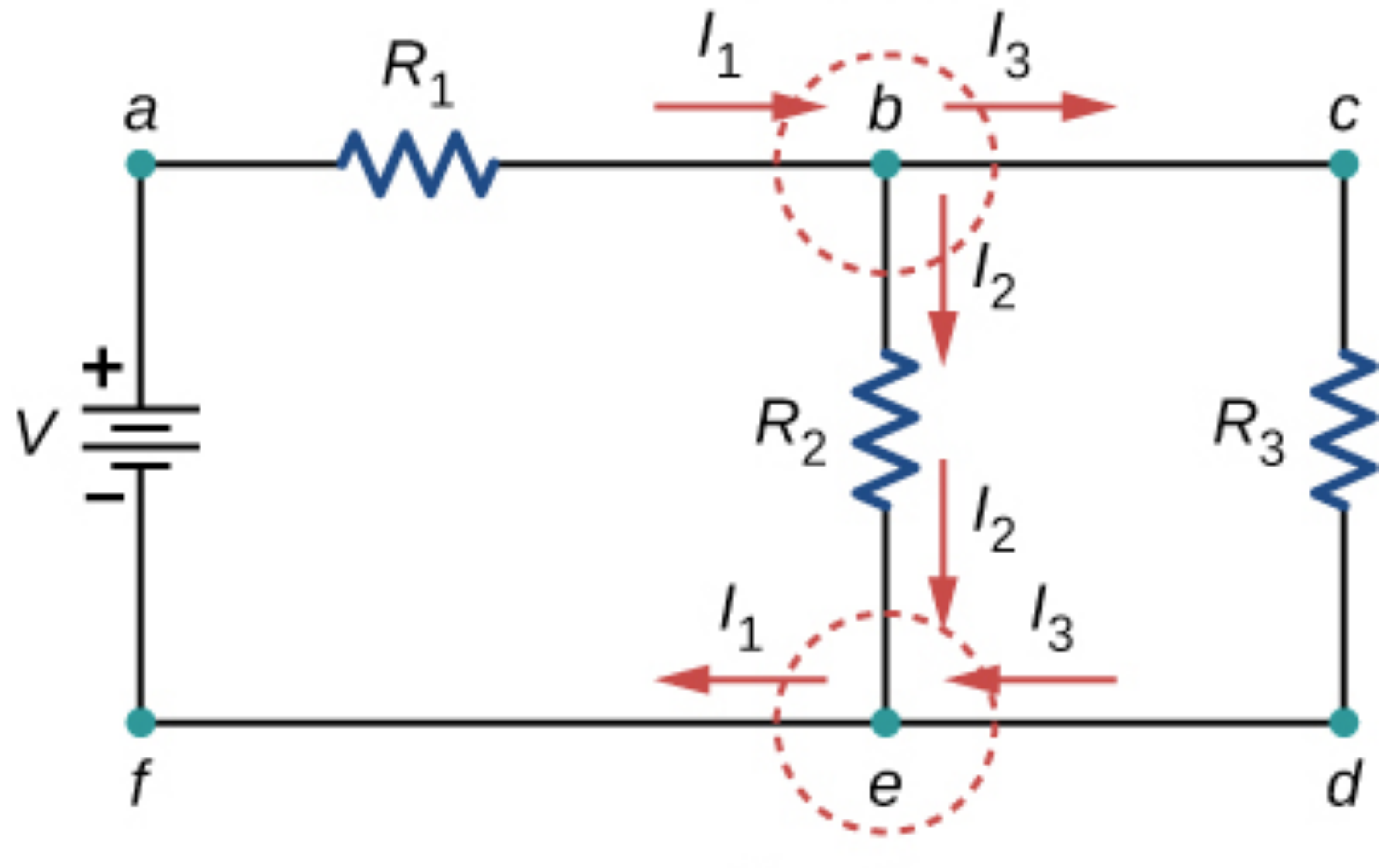
Aplicación de las reglas de Kirchhoff

- Al aplicar las reglas de Kirchhoff generaremos un conjunto de ecuaciones lineales que nos permiten encontrar los valores desconocidos en los circuitos.
- Cada vez que se aplica una regla, se produce una ecuación.
- Si hay tantas ecuaciones independientes como incógnitas, el problema puede resolverse.

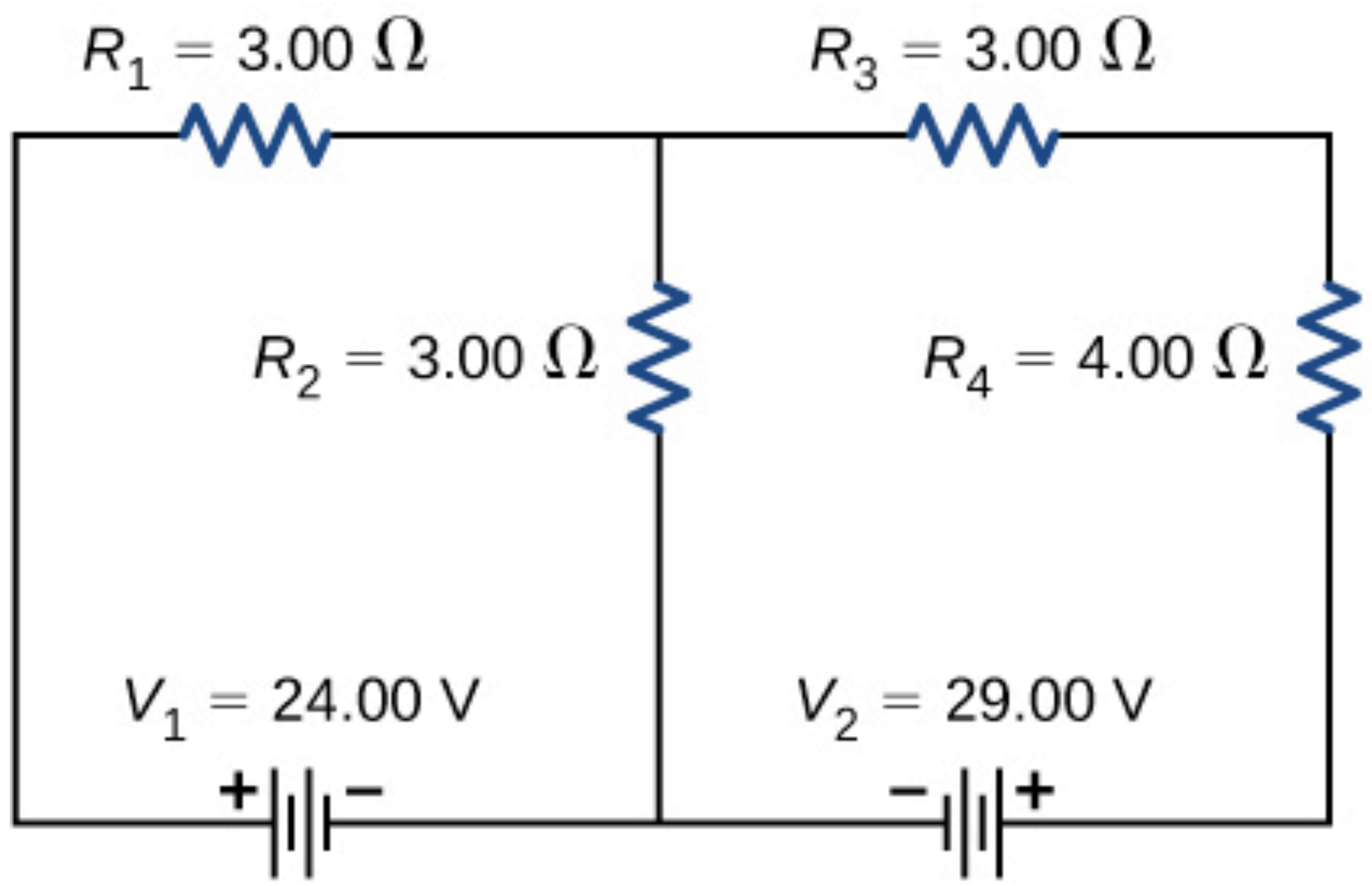
Pasos:

1. Etiquete los puntos del circuito utilizando letras $a, b, c, \ldots.$
2. Localice las uniones en el circuito.
3. Etiquete cada nodo con las corrientes y las direcciones de entrada y salida.
4. Elija las mallas del circuito. Cada componente debe estar contenido en al menos una espira, pero un componente puede estar contenido en más de una espira.
5. Aplique la regla de los nodos.
6. Aplique la regla de las mallas.



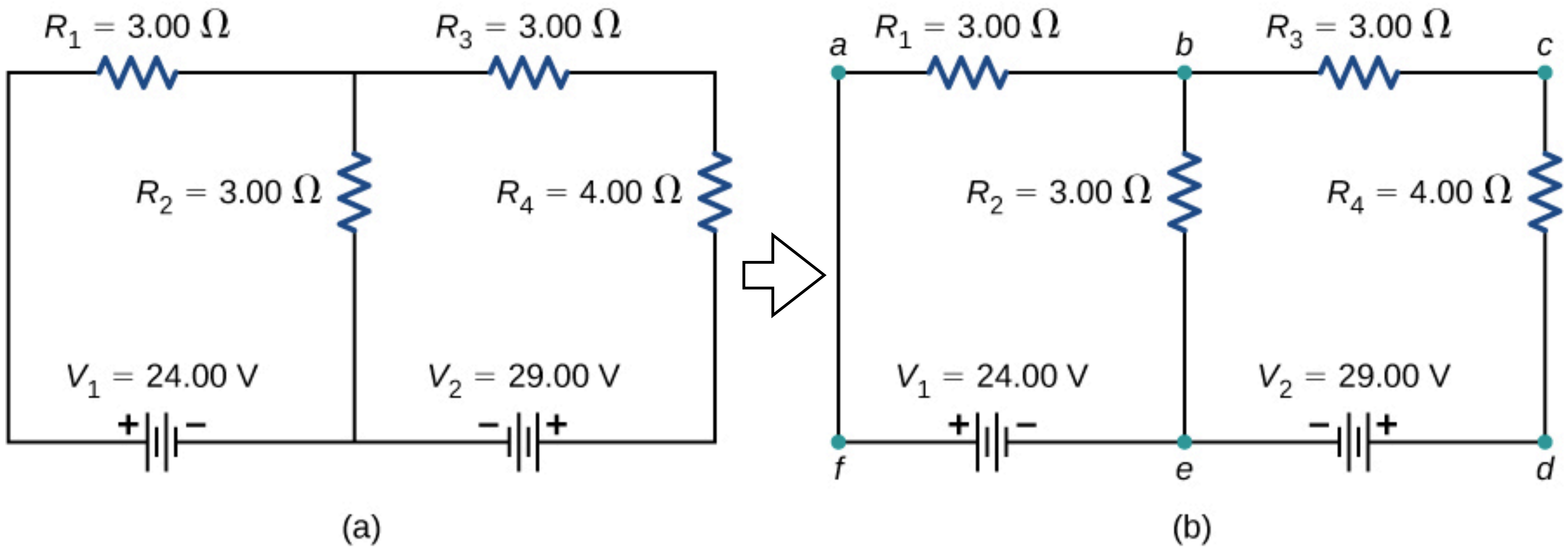


Ejemplo


$R_1 = 3.00\ \Omega$
$R_3 = 3.00\ \Omega$
$R_2 = 3.00\ \Omega$
$R_4 = 4.00\ \Omega$
$V_1 = 24.00$ V
$V_2 = 29.00$ V
+
−
−
+

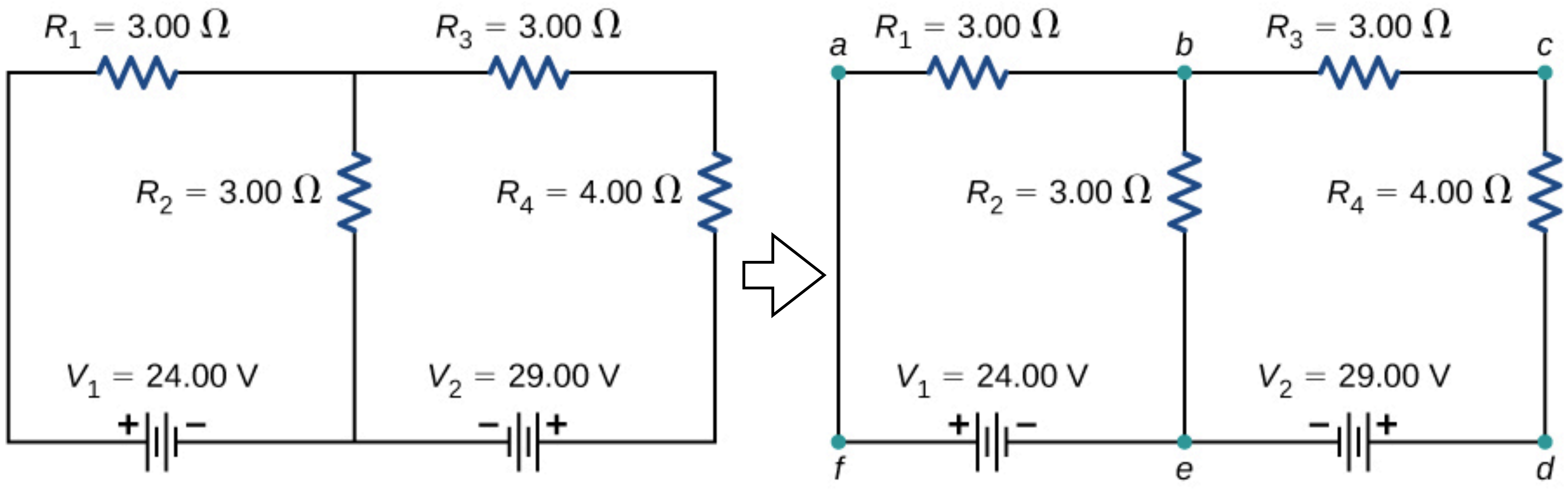
(a)

Ejemplo



R1 = 3.00 Ω
R3 = 3.00 Ω
R2 = 3.00 Ω
R4 = 4.00 Ω
V1 = 24.00 V
V2 = 29.00 V
+
−
−
+
(a)
a
b
c
d
e
f
R1 = 3.00 Ω
R3 = 3.00 Ω
R2 = 3.00 Ω
R4 = 4.00 Ω
V1 = 24.00 V
V2 = 29.00 V
+
−
−
+
(b)

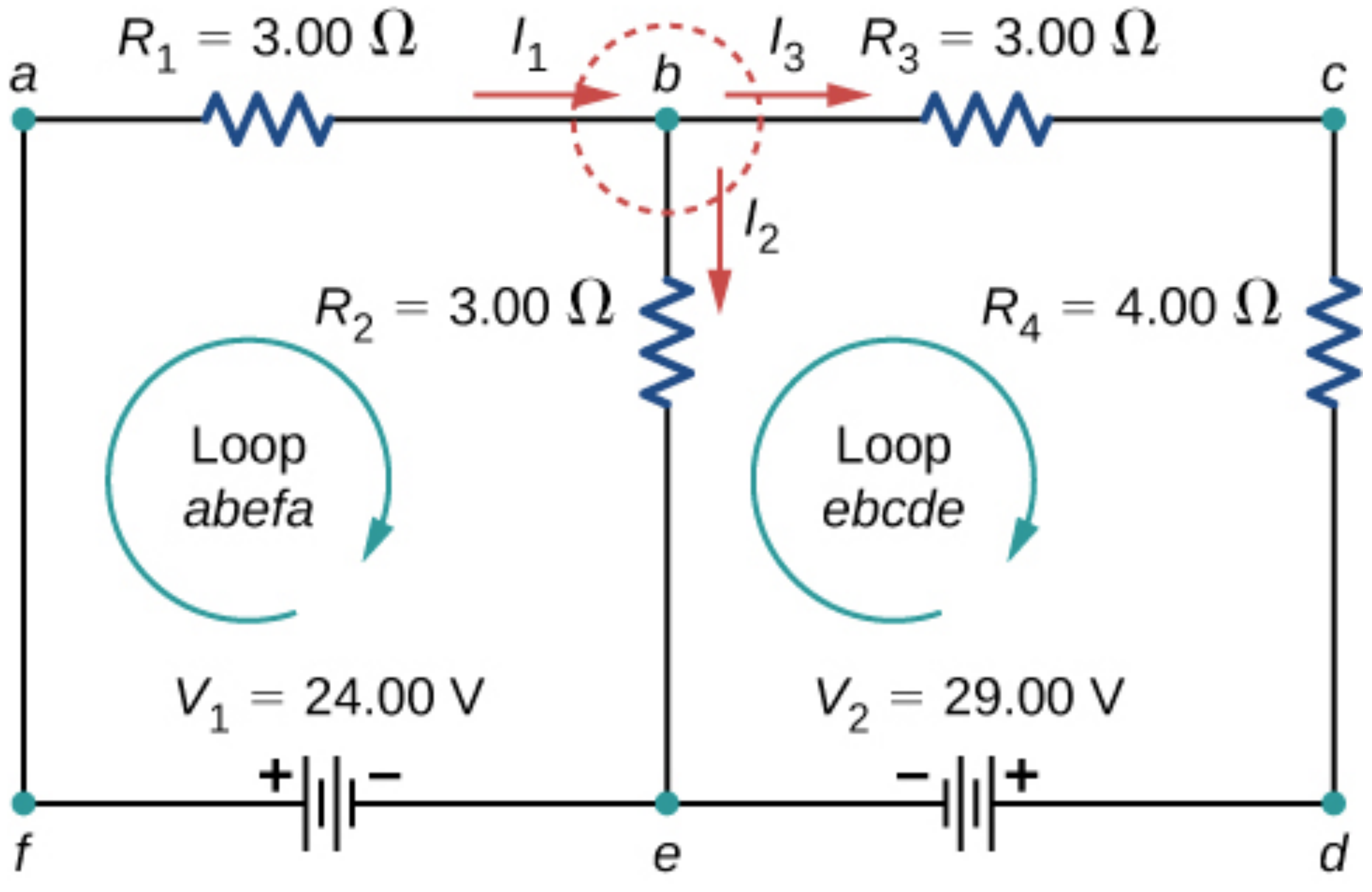
Ejemplo



$R_1 = 3.00\ \Omega$
$R_3 = 3.00\ \Omega$
$R_2 = 3.00\ \Omega$
$R_4 = 4.00\ \Omega$
$V_1 = 24.00$ V
$V_2 = 29.00$ V
a
b
c
d
e
f

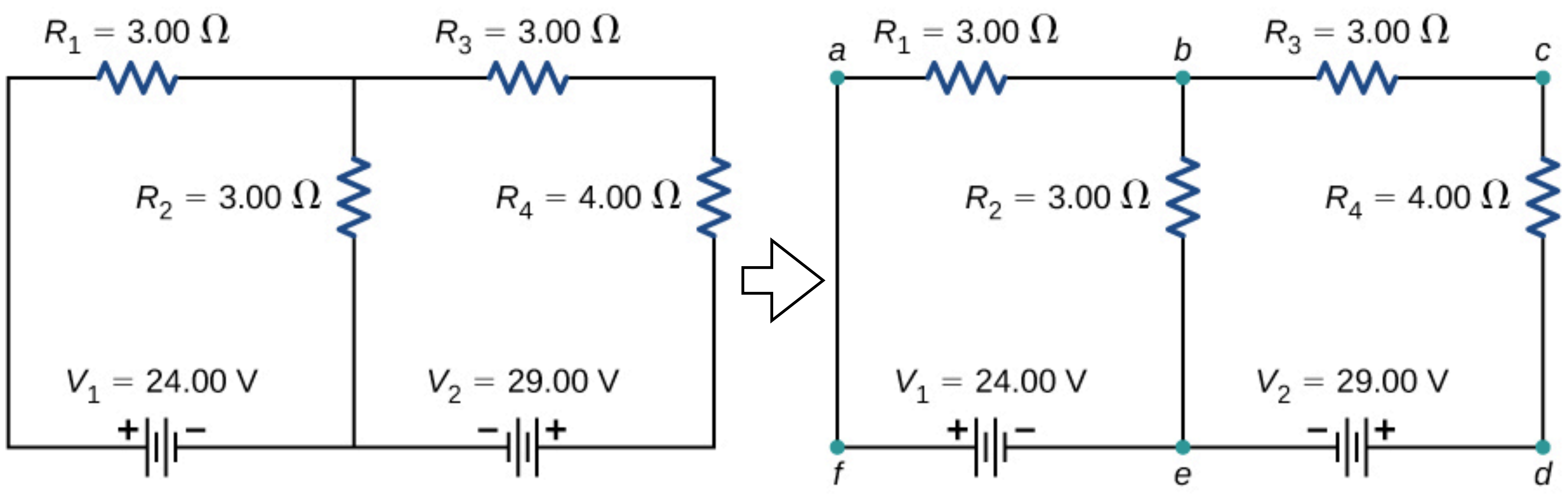
(a)

(b)

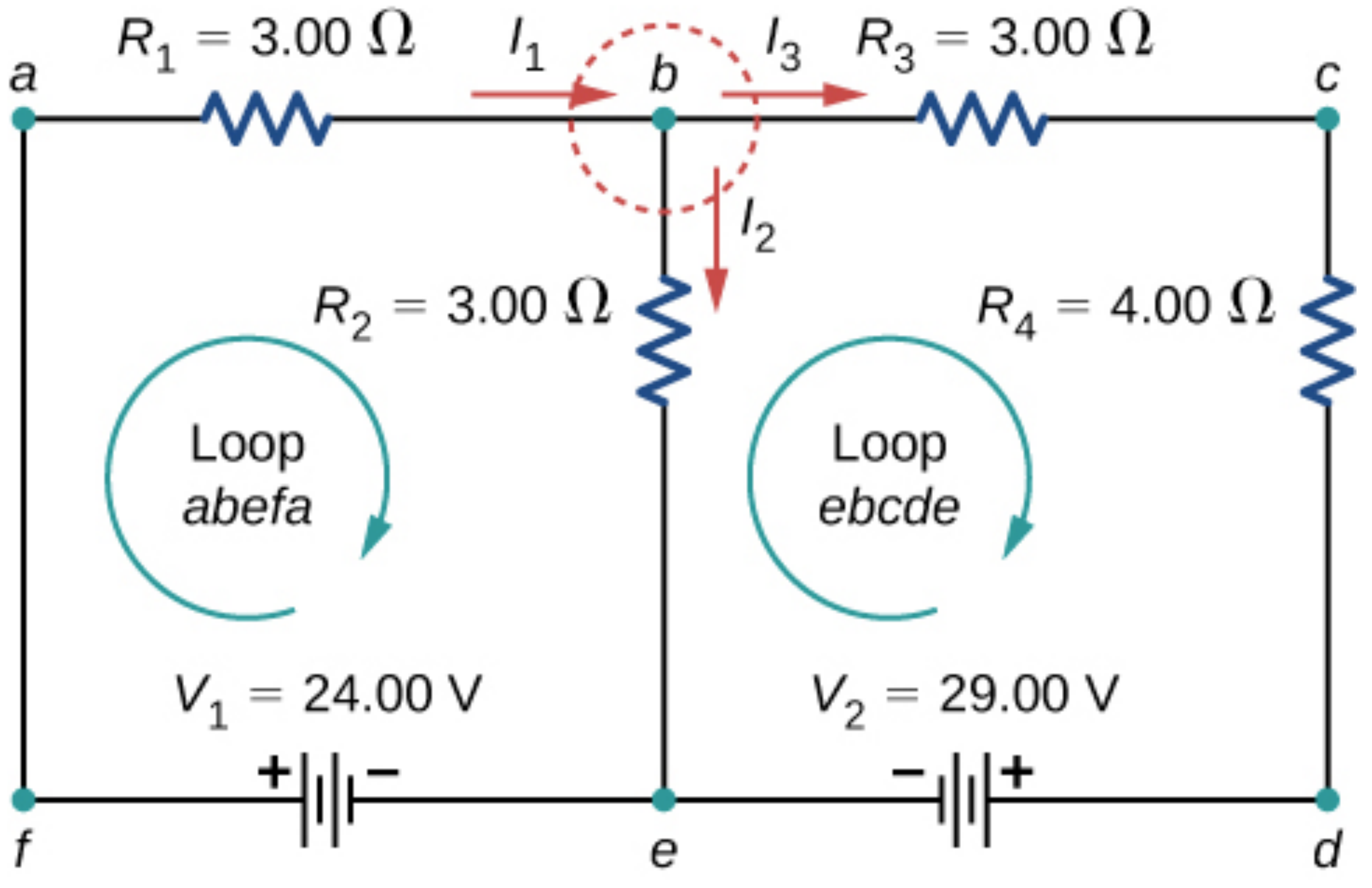


a
$R_1 = 3.00\ \Omega$
I_1
b
I_3
$R_3 = 3.00\ \Omega$
c
I_2
$R_2 = 3.00\ \Omega$
$R_4 = 4.00\ \Omega$
Loop abefa
Loop ebcde
$V_1 = 24.00$ V
$V_2 = 29.00$ V
f
e
d

Ejemplo



(a) (b)

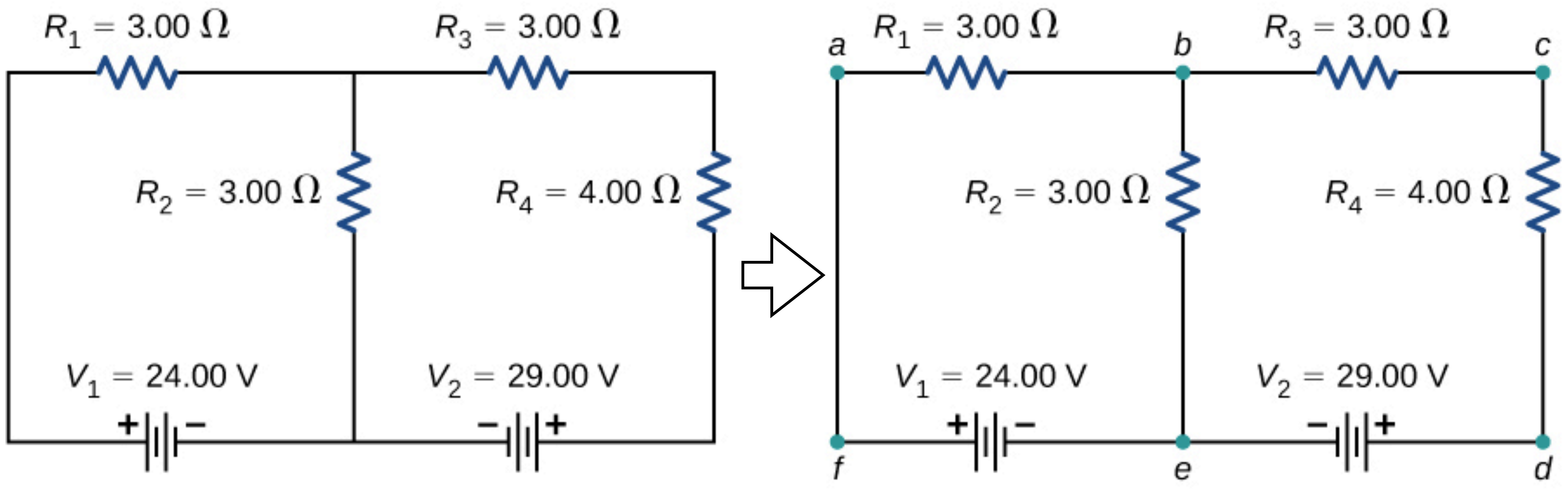


$$C_{\text{abefa}} : -I_1R_1 - I_2R_2 + V_1 = 0 \;\Rightarrow\; V_1 = I_1R_1 + I_2R_2$$

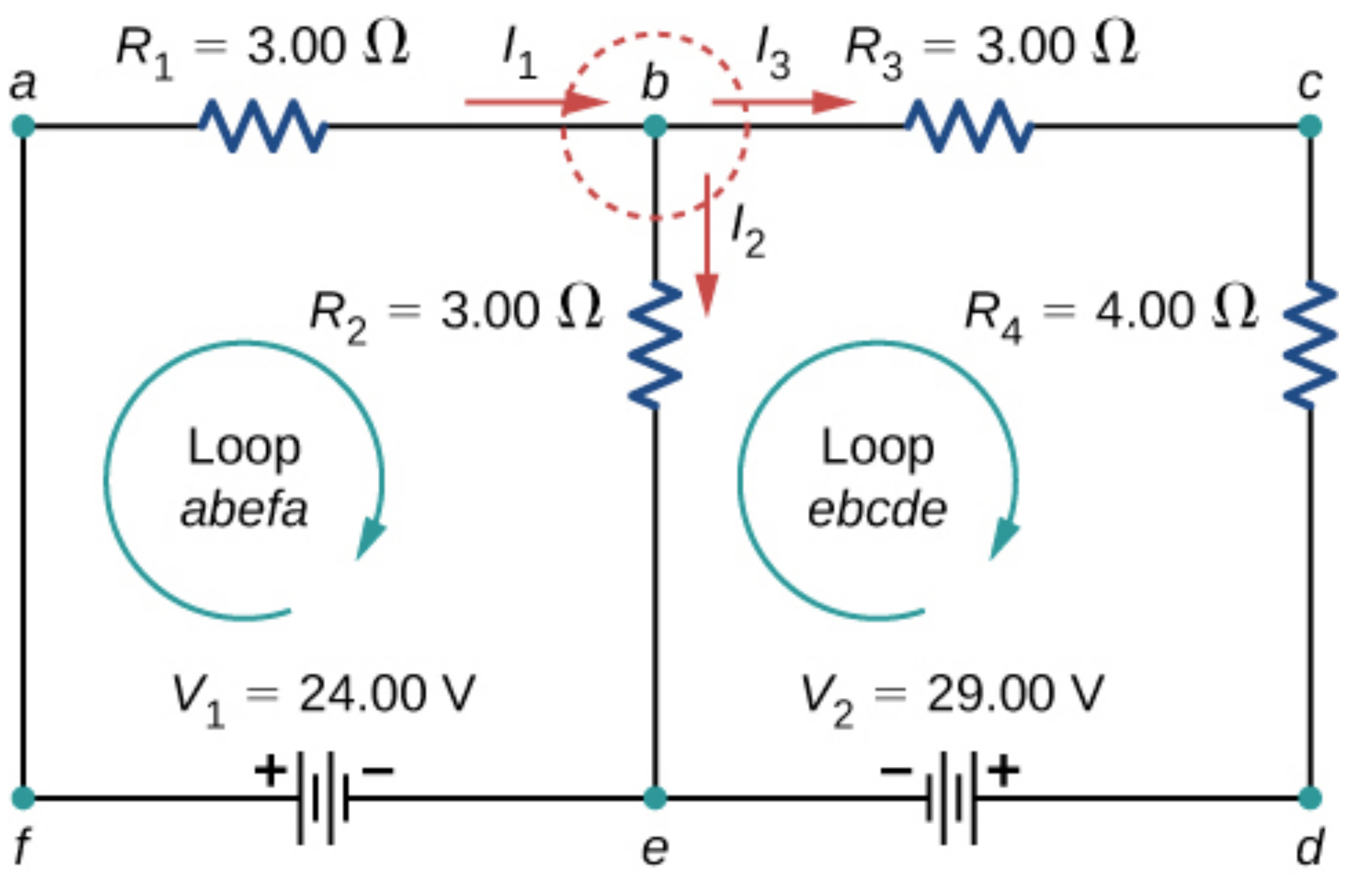
$$C_{\text{ebcde}} : I_2R_2 - I_3(R_3 + R_4) - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = I_2R_2 - I_3(R_3 + R_4)$$

$$\text{Nodo b} \;: I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

Ejemplo



(a) (b)



$$C_{\text{abefa}} : -I_1R_1 - I_2R_2 + V_1 = 0 \Rightarrow V_1 = I_1R_1 + I_2R_2$$

$$C_{\text{ebcde}} : I_2R_2 - I_3(R_3 + R_4) - V_2 = 0 \Rightarrow V_2 = I_2R_2 - I_3(R_3 + R_4)$$

$$\text{Nodo b } : I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

- Resolvemos el sistema de ecuaciones. Primero eliminamos I_2

$$(R_1 + R_2)I_1 - R_2I_3 = V_1 \quad \Rightarrow \quad 6\Omega I_1 - 3\Omega I_3 = 24V$$

- Restamos las dos primeras ecuaciones

$$I_1R_1 + I_3(R_3 + R_4) = V_1 - V_2 \Rightarrow 3\Omega I_1 + 7\Omega I_3 = -5V$$

$$51\Omega I_1 = 153 \text{ V}$$

$$I_1 = 3,00 \text{ A}$$

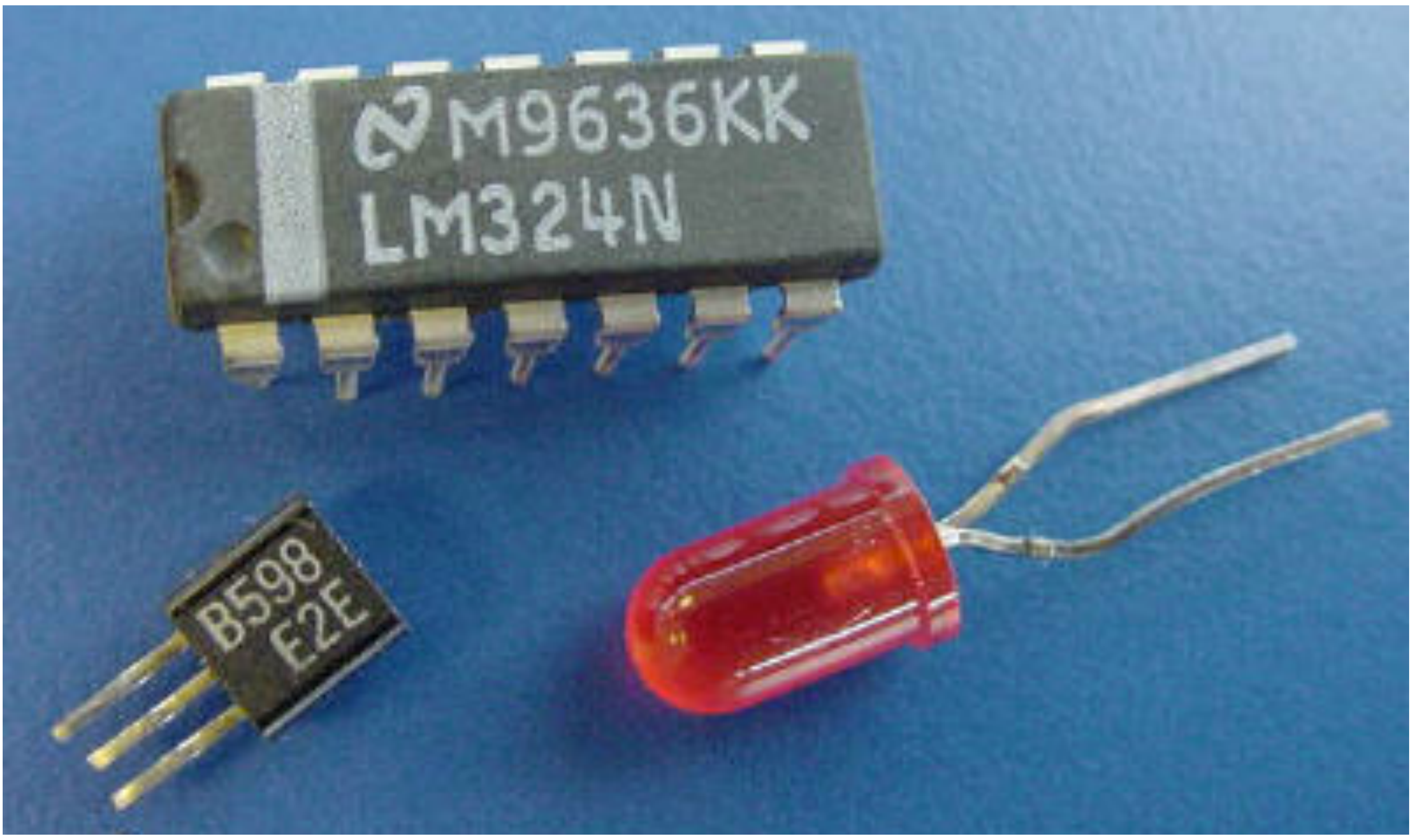
$$I_3 = -2,00A$$

$$I_2 = I_1 - I_3 = 5,00 \text{ A}$$

$$P_{\text{in}} = I_1V_1 + I_3V_2 = 130W$$

$$P_{\text{out}} = I_1^2R_1 + I_2^2R_2 + I_3^2R_3 + I_3^2R_4 = 130W$$

4. Semiconductores y Superconductores



- Un semiconductor es un material cuya conductividad eléctrica se sitúa entre la de un conductor, como el cobre, y la de un aislante, como el vidrio.

- Sus propiedades conductoras pueden modificarse introduciendo impurezas ("dopaje") en la estructura cristalina.

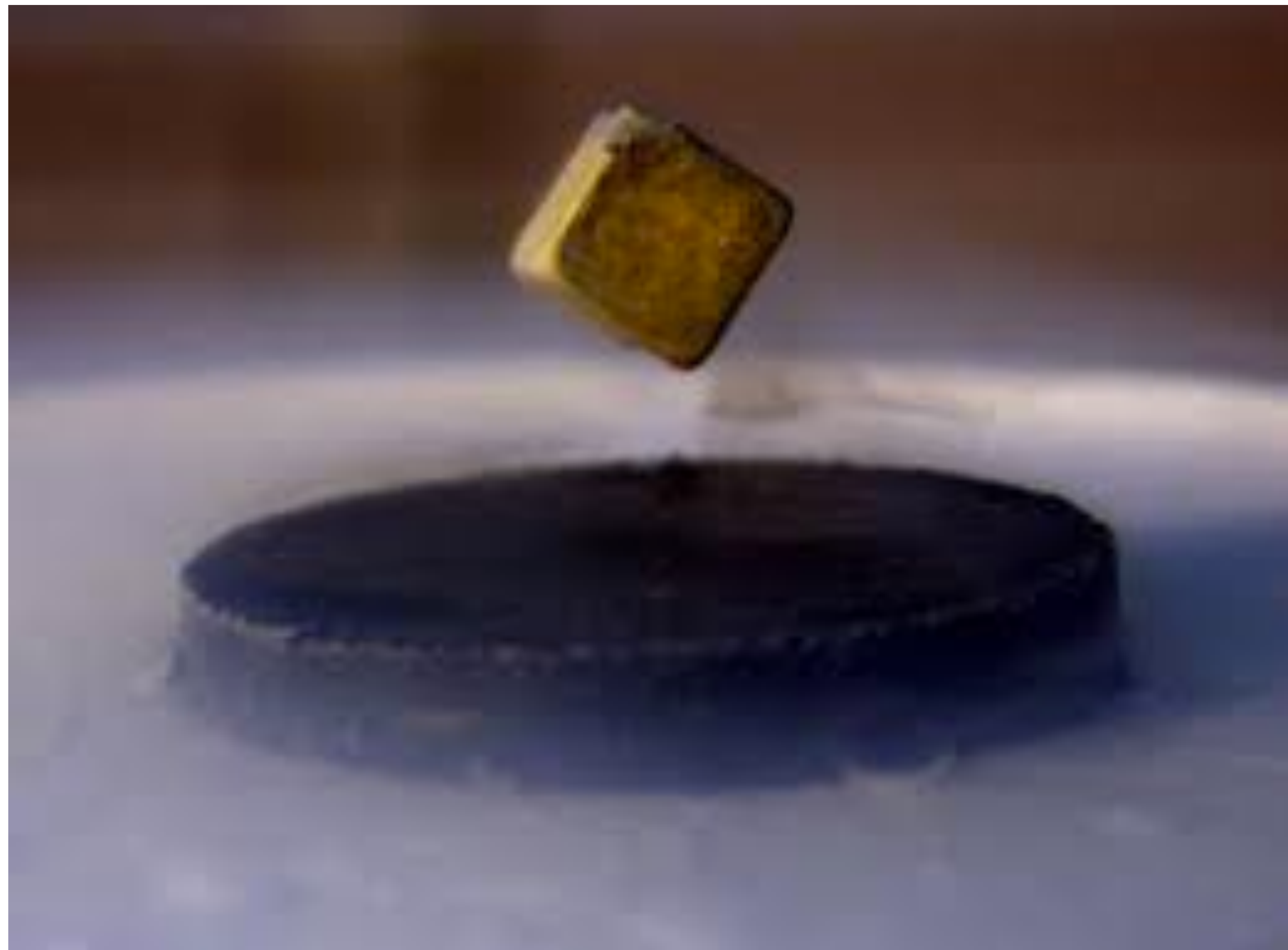
- El comportamiento de los portadores de carga, que incluyen electrones, iones y huecos electrónicos son la base de los diodos, transistores.

- Algunos ejemplos de semiconductores son el silicio, el germanio, el arseniuro de galio y los elementos cercanos a la llamada "escalera de los metaloides" de la tabla periódica.

- La superconductividad es un conjunto de propiedades físicas observadas en ciertos materiales en los que la resistencia eléctrica desaparece.

- Cualquier material que presente estas propiedades es un superconductor. A diferencia de un conductor metálico ordinario, cuya resistencia disminuye gradualmente a medida que se reduce su temperatura, incluso hasta casi el cero absoluto, un superconductor tiene una temperatura crítica característica por debajo de la cual la resistencia cae bruscamente hasta cero.

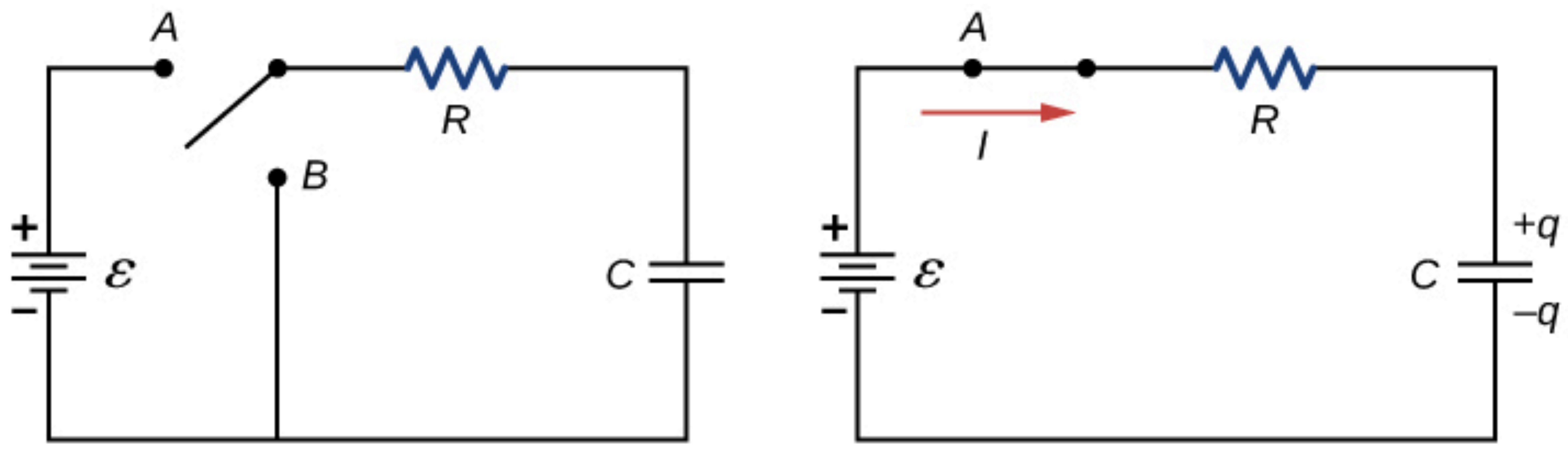
- Una corriente eléctrica a través de un bucle de alambre superconductor puede persistir indefinidamente sin fuente de energía.



6. Circuitos RC

$$C = \frac{q}{V} \qquad V_C = \frac{q}{C}$$

$$V_R = IR \qquad I = \frac{dq}{dt}$$



Carga del capacitor

$$\epsilon - V_R - V_C = 0$$

$$\epsilon - IR - \frac{q}{C} = 0$$

$$\epsilon - R\frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon C - q}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{\epsilon C - q} = \frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

Haciendo un cambio de variable

$$u = \epsilon C - q \Rightarrow du = -dq$$

$$-\int_0^q \frac{du}{u} = \frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

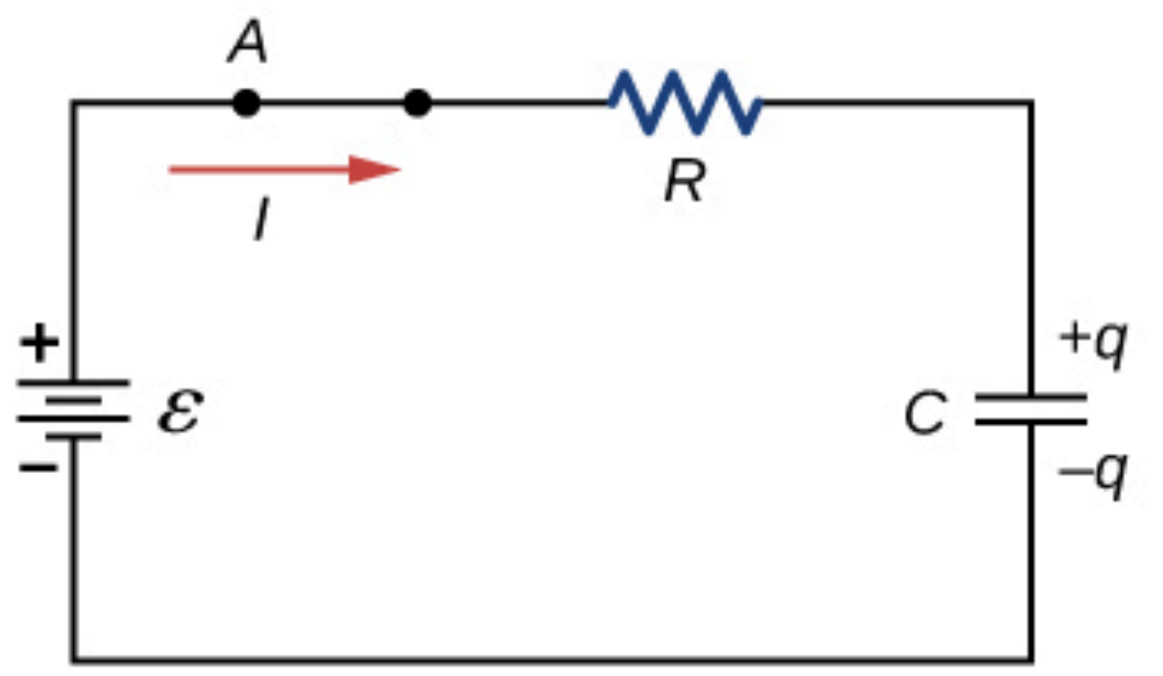
$$\ln\left(\frac{\epsilon C - q}{\epsilon C}\right) = -\frac{1}{RC}t$$

$$\frac{\epsilon C - q}{\epsilon C} = e^{-t/RC}$$

$$q(t) = C\epsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Constante de tiempo: $\tau = RC.$

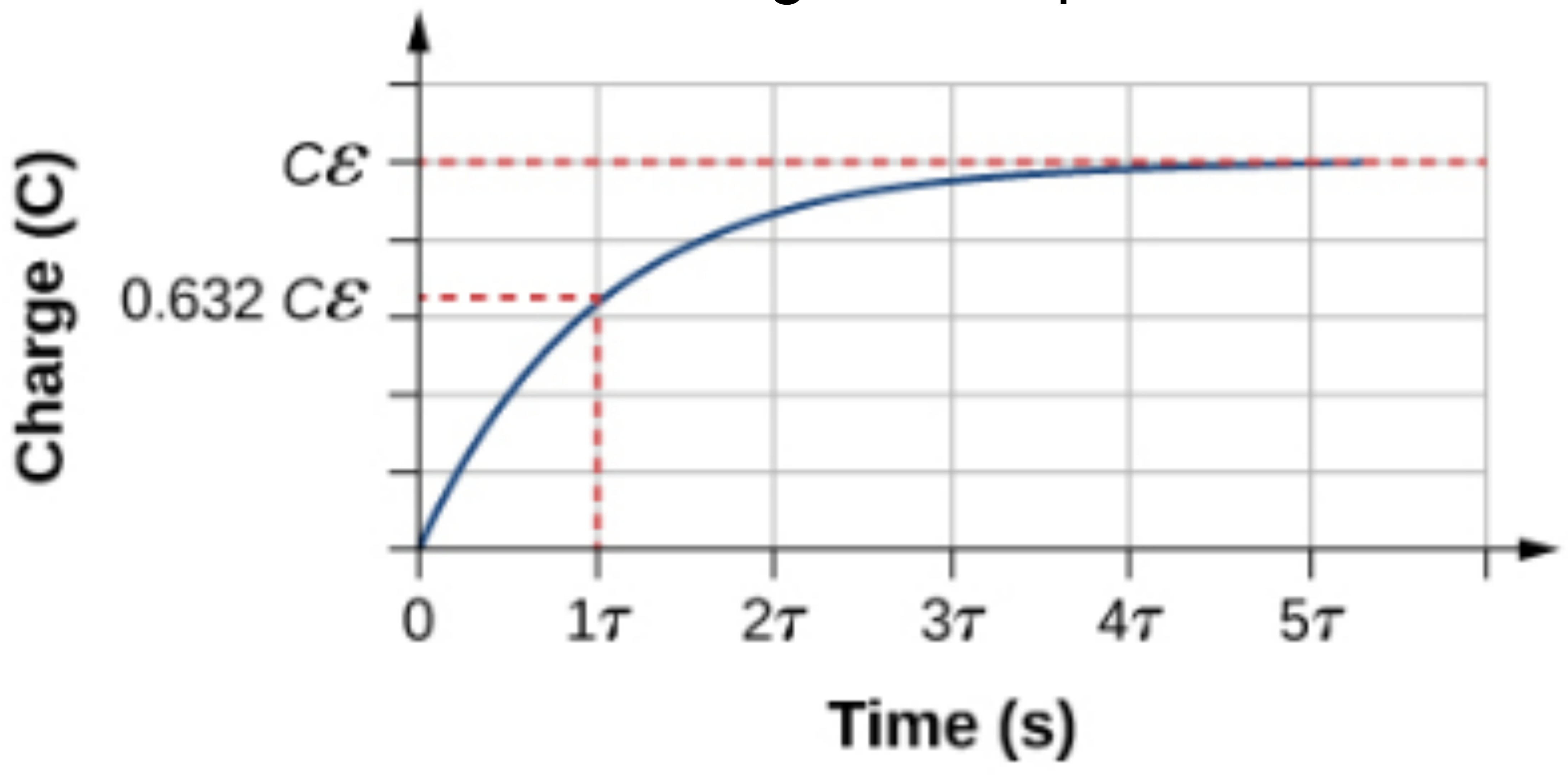
$$q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad \tau = RC$$



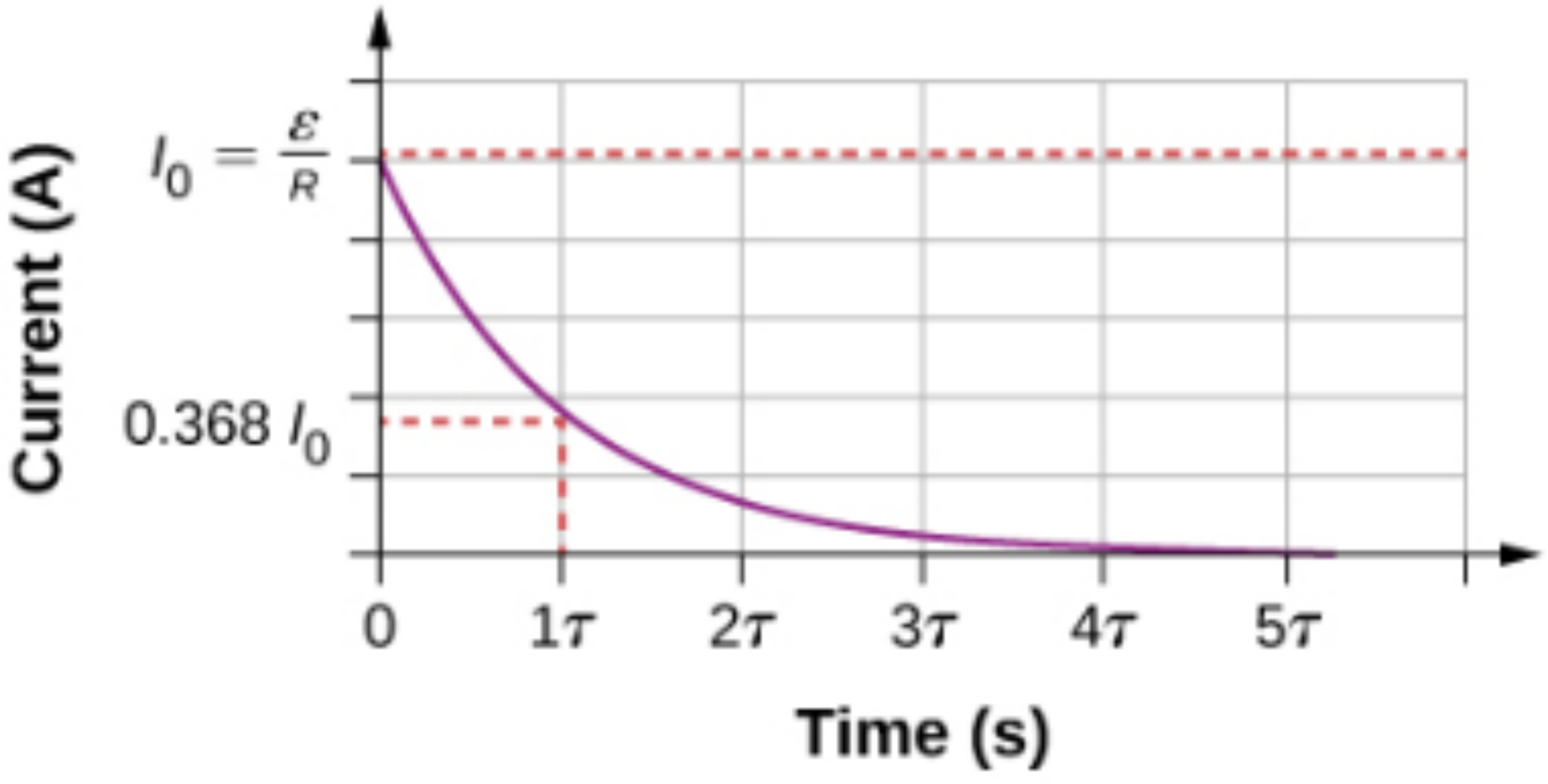
- A medida que la carga en el capacitor aumenta, la corriente a través de la resistencia disminuye, como podemos demostrar tomando la derivada temporal de la carga.

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[C\epsilon\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}}\right)\right] = C\epsilon\left(\frac{1}{RC}\right)e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\epsilon}{R}e^{-\frac{t}{TC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-t/\tau}$$

Carga vs t capacitor

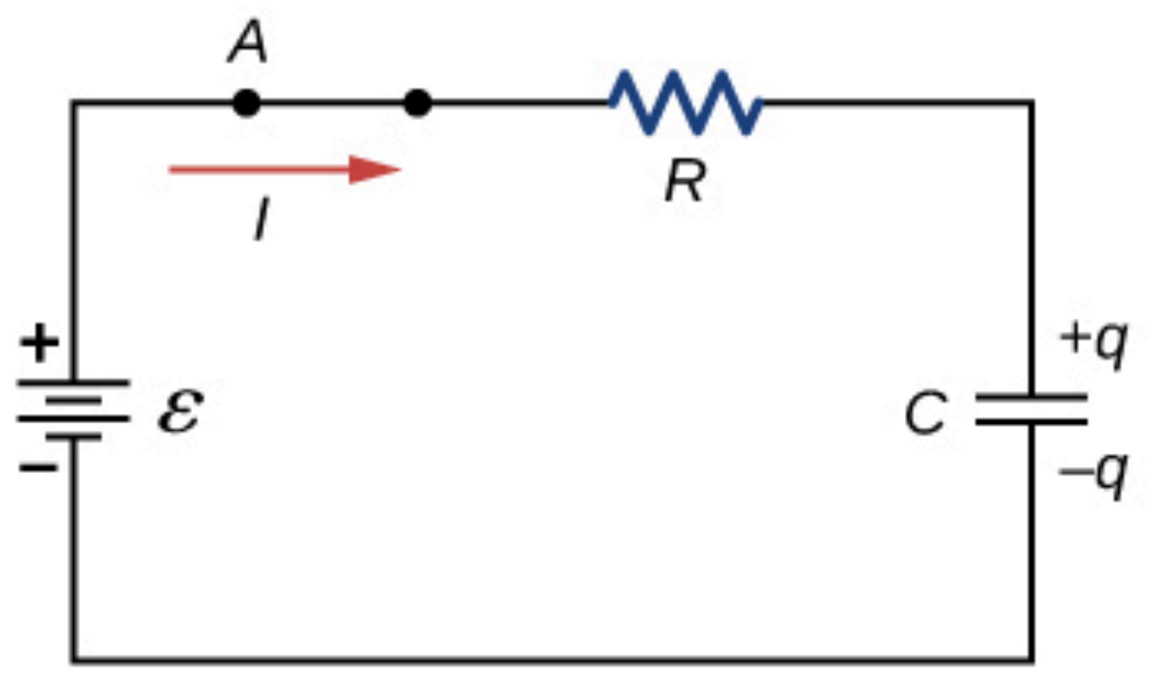


Corriente vs t resistencia



$$q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

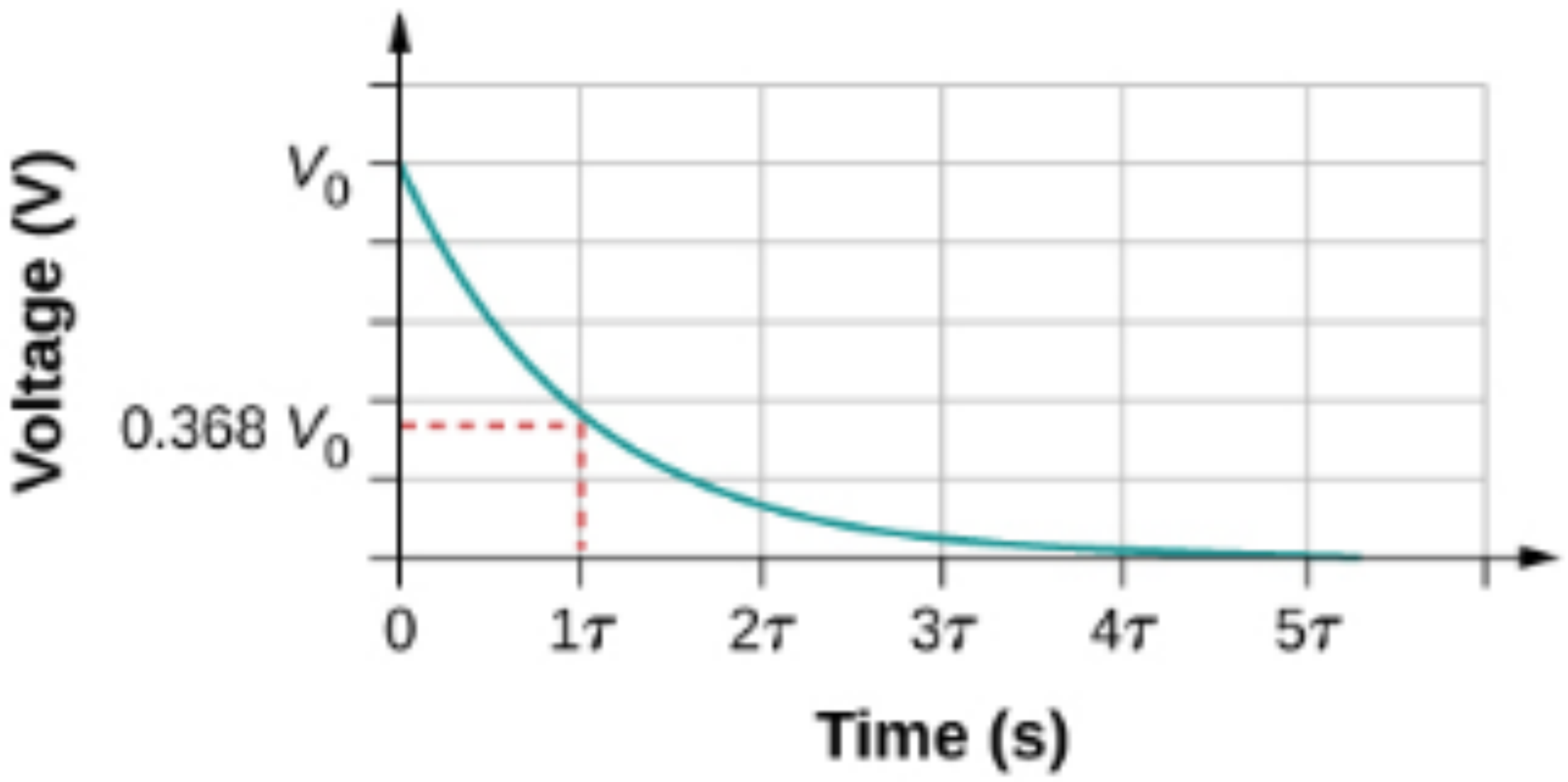
$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \qquad \tau = RC$$



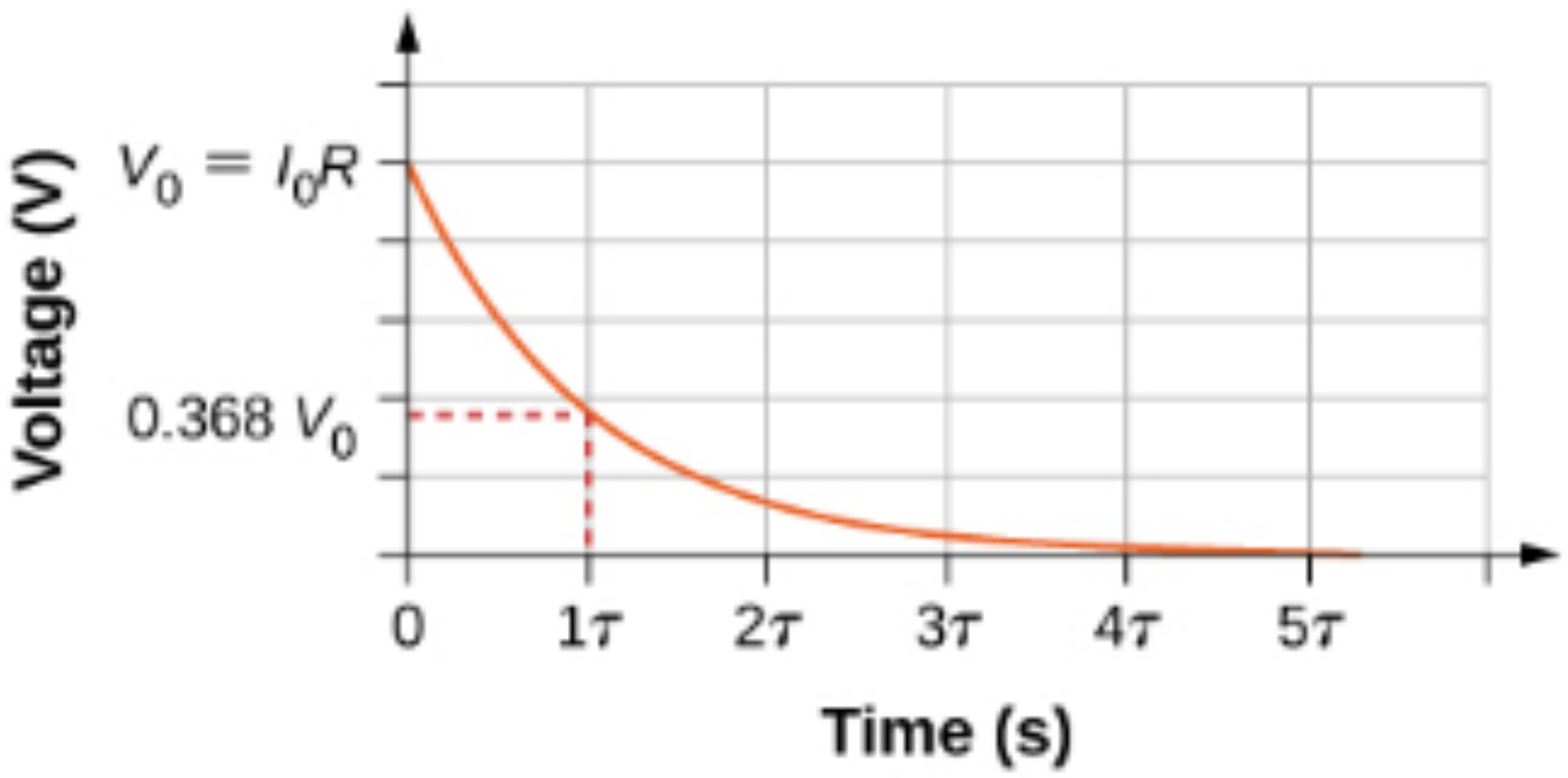
- El voltaje a través de la resistencia disminuye como: $V_R(t) = (I_0 R)e^{-t/\tau} = \epsilon e^{-t/\tau}$

- El voltaje a través del capacitor aumenta como: $V_C(t) = \epsilon\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

Voltaje vs t capacitor

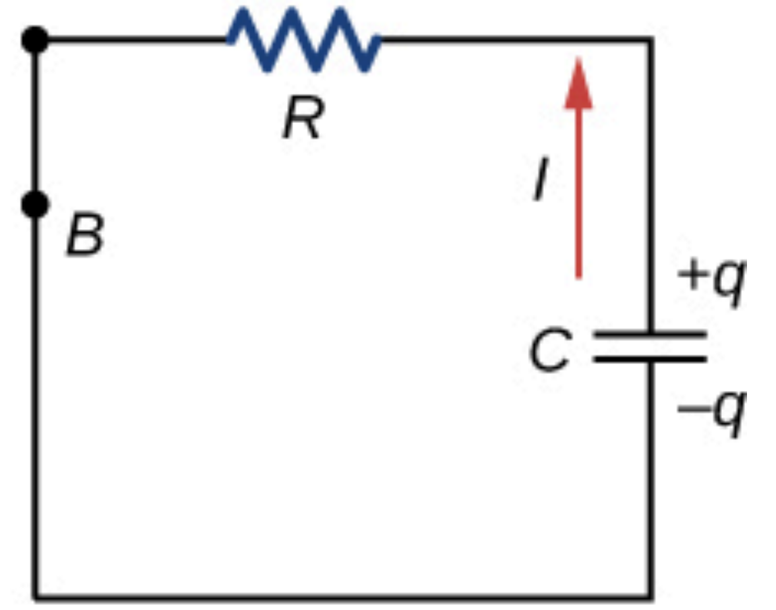


Voltaje vs t resistencia



Descarga del capacitor

- Al cerrar el circuito en B el capacitor se descarga a través de la resistencia R



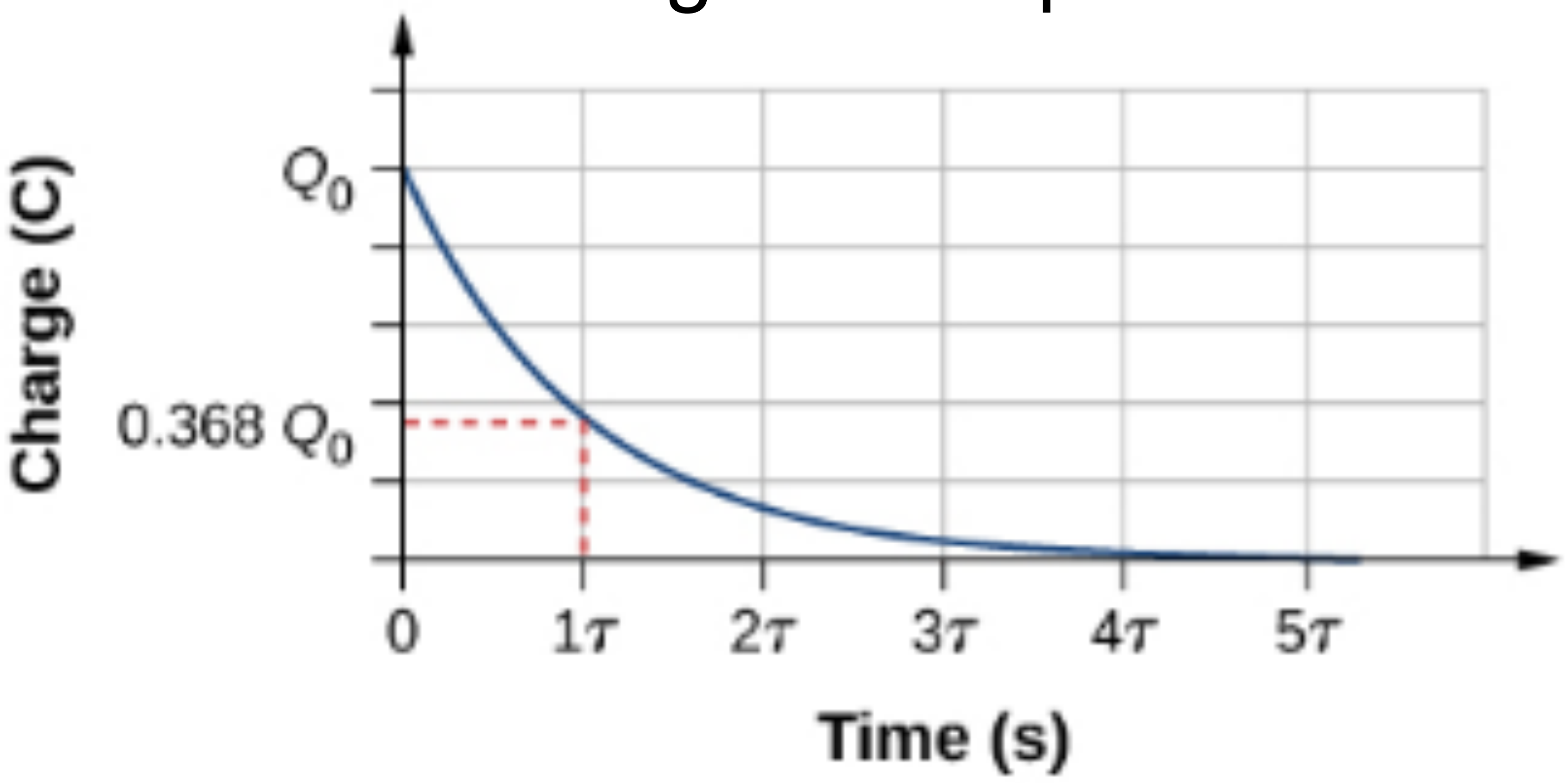
$$-V_R - V_C = 0$$

$$IR + \frac{q}{C} = 0$$

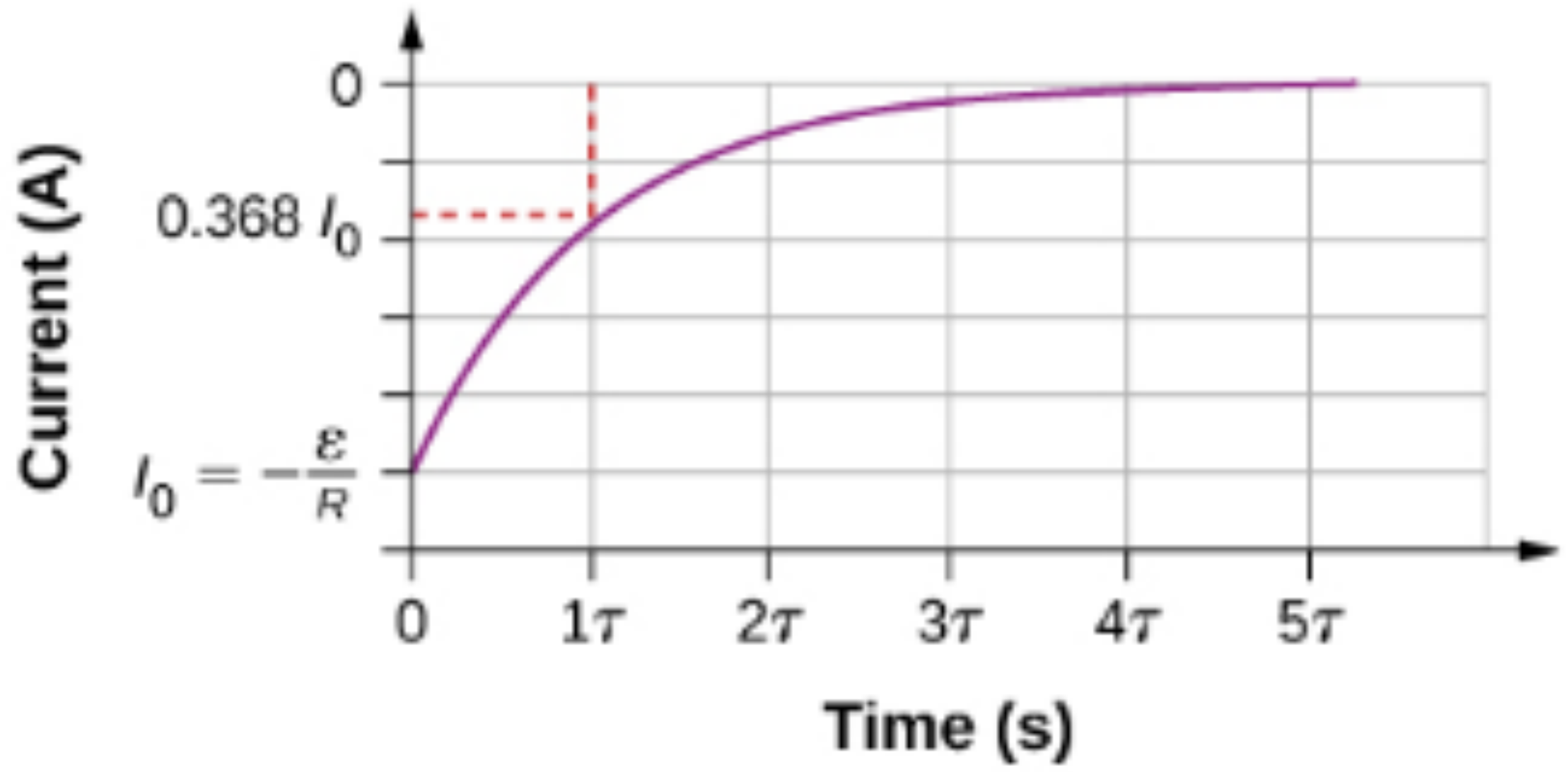
$$\frac{dq}{dt}R = -\frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

Carga vs t capacitor



Corriente vs t resistencia



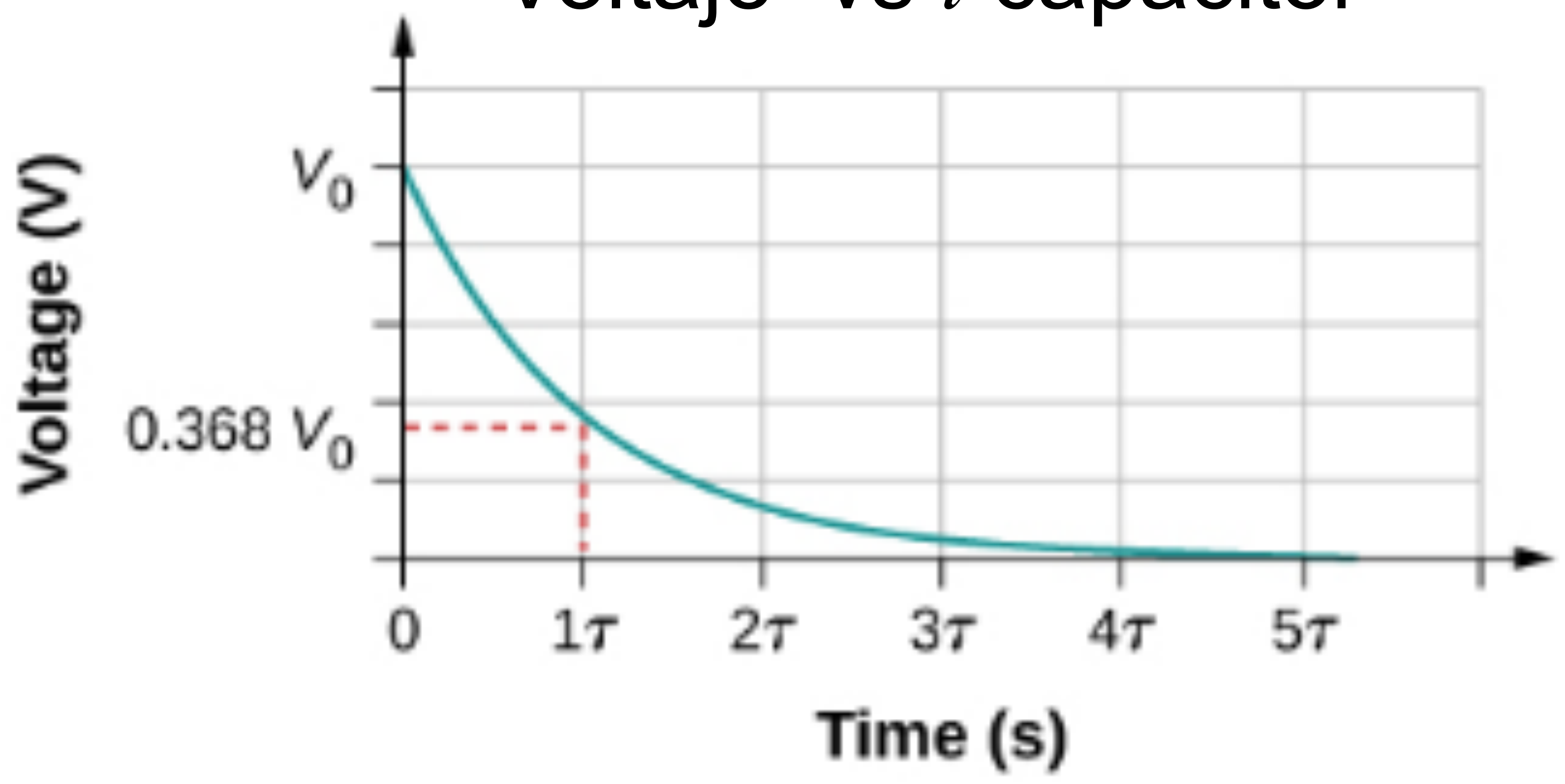
Integrando:

$$q(t) = Qe^{-t/\tau}$$

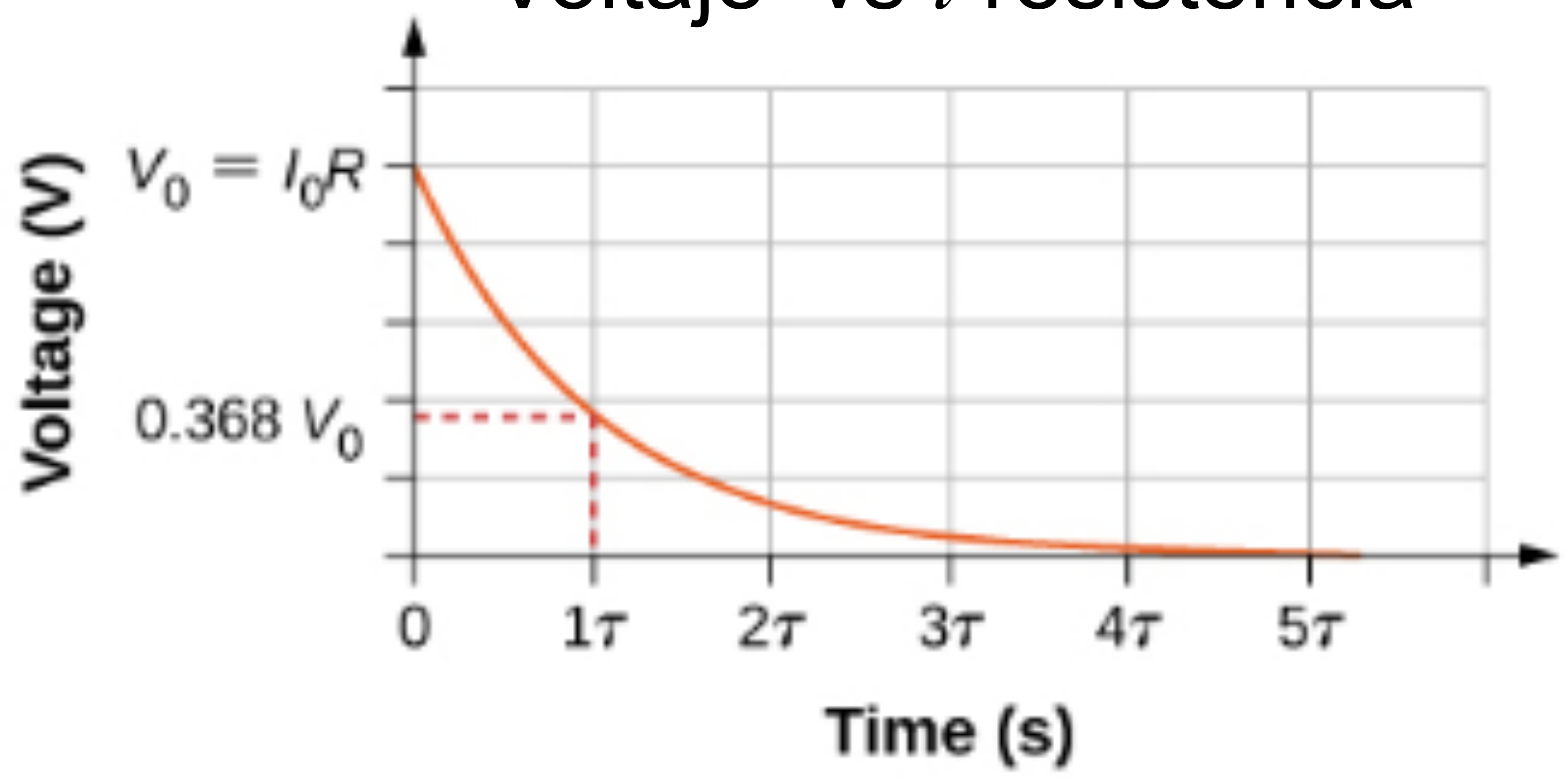
Derivando:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC}e^{-t/\tau}$$

Voltaje vs t capacitor



Voltaje vs t resistencia

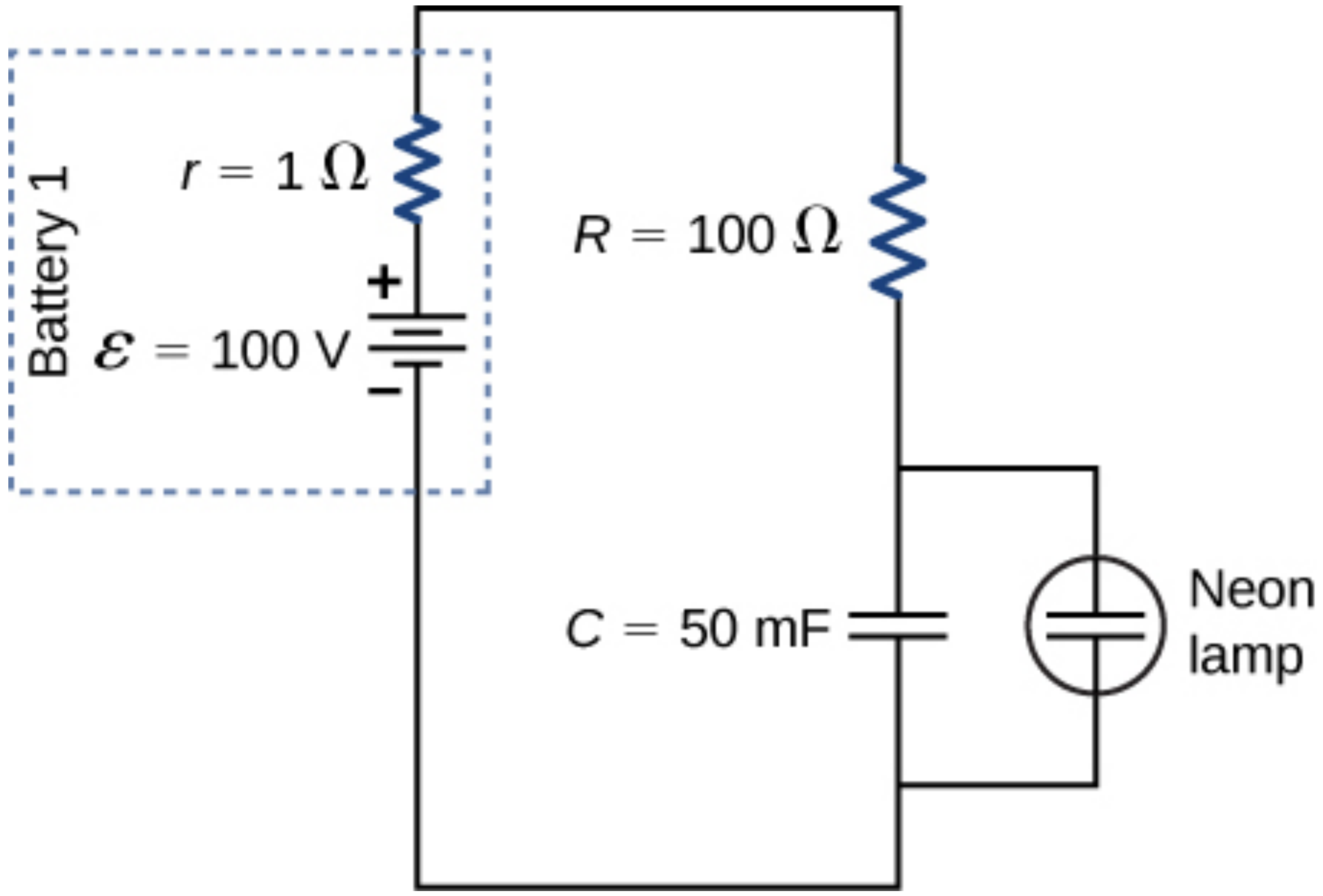


Ejemplo

- El oscilador de relajación consta de una fuente de tensión, una resistencia, un capacitor y una lámpara de neón.

- La batería carga el capacitor hasta que la tensión a través del este es de 80 V. Cuando esto ocurre, el neón de la lámpara se inactiva y permite que el capacitor se descargue a través de la lámpara, produciendo un destello brillante. Después de que el capacitor se descargue completamente a través de la lámpara de neón, comienza a cargarse de nuevo, y el proceso se repite.

- Suponiendo que el tiempo que tarda el capacitor en descargarse es despreciable, ¿cuál es el intervalo de tiempo entre destellos?



$$\begin{aligned}\tau &= (R+r)C\\ &= (101\Omega)\left(50\times 10^{-3}F\right)\\ &= 5,05\ \mathrm{s}\end{aligned}$$

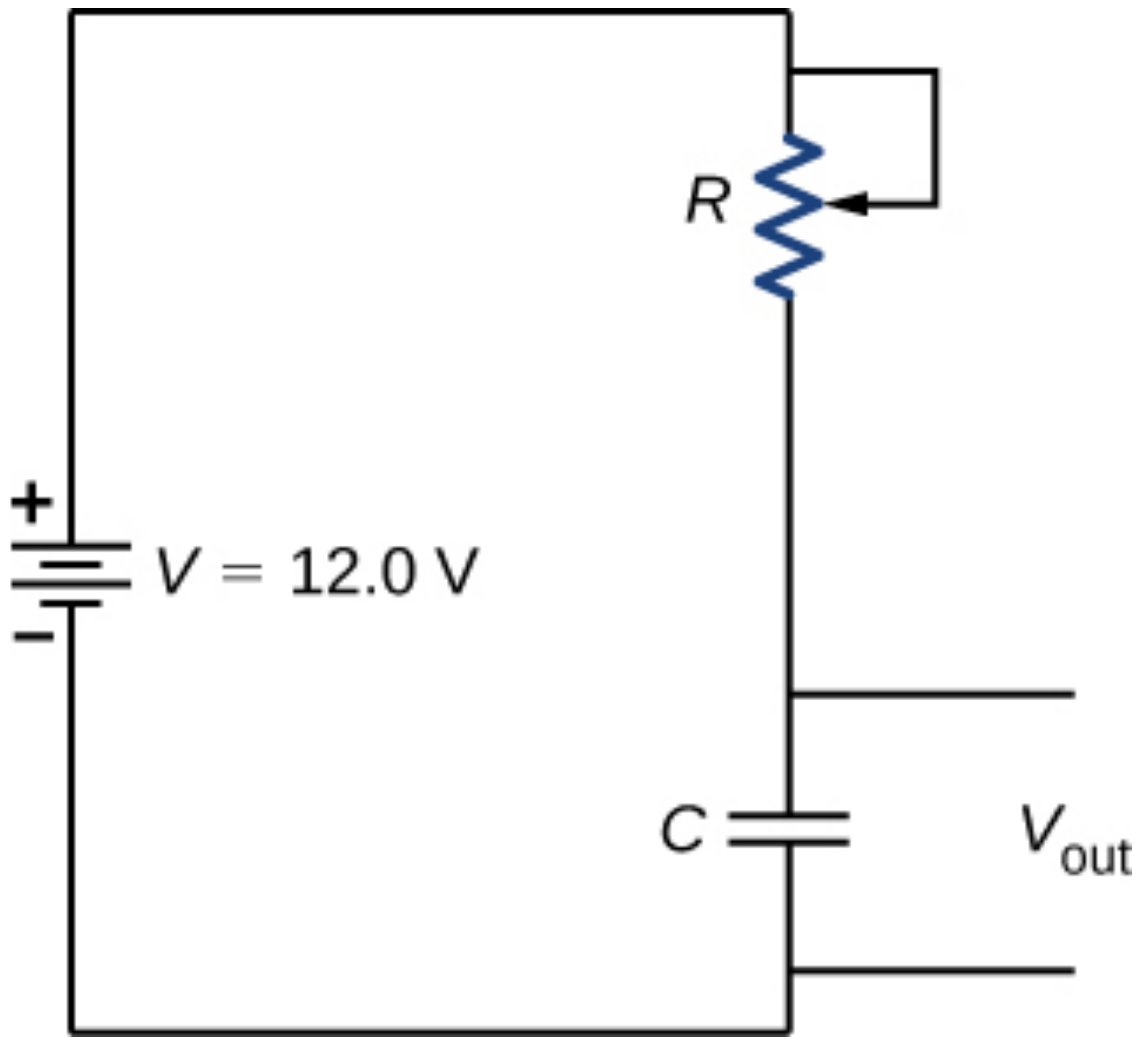
$$V_C(t) = \epsilon\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \ \Rightarrow\ e^{-t/\tau} = 1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}$$

$$\ln\left(e^{-t/\tau}\right) = \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}\right) \ \Rightarrow\ t = -\tau\ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}\right)$$

$$t = -5,05\ \mathrm{s}\cdot\ln\left(1 - \frac{80\ \mathrm{V}}{100\ \mathrm{V}}\right) = 8,13\ \mathrm{s}.$$

Ejemplo

- Se utiliza un oscilador de relajación para controlar un par de limpiaparabrisas. El oscilador de relajación consta de un capacitor de 10,00 mF y una resistencia variable de 10,00$k\Omega$. La resistencia variable se puede ajustar de 0,00Ω a 10,00$k\Omega$.



- La salida del capacitor se utiliza para controlar un interruptor controlado por tensión. El interruptor está normalmente abierto, pero cuando la tensión de salida alcanza los 10,00 V, el interruptor se cierra, activando un motor eléctrico descargando el capacitor.

- El motor hace que los limpiaparabrisas barran una vez el parabrisas y el capacitor comienza a cargarse de nuevo. ¿A qué valor se debe ajustar la resistencia para que el período de los limpiaparabrisas sea de 10,00 segundos?

$$V_{\text{out}}(t) = V\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \Rightarrow e^{-t/RC} = 1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}$$

$$\ln\left(e^{-t/RC}\right) = \ln\left(1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}\right) \Rightarrow -\frac{t}{RC} = \ln\left(1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}\right),$$

$$R = \frac{-t}{C\ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{V}\right)} = \frac{-10.00s}{\left[10 \times 10^{-3}F\right]\ln\left(1 - \frac{10V}{12V}\right)} = 558,11\Omega.$$

- Cuando la resistencia es cero, los limpiaparabrisas funcionan continuamente.

- En la resistencia máxima, el período de funcionamiento de los limpiaparabrisas es:

$$t = -RC\ln\left(1 - \frac{V_{\text{out}}(t)}{V}\right)$$

$$= -\left(10 \times 10^{-3}\ \text{F}\right)\left(10 \times 10^{3}\Omega\right)\ln\left(1 - \frac{10V}{12V}\right)$$

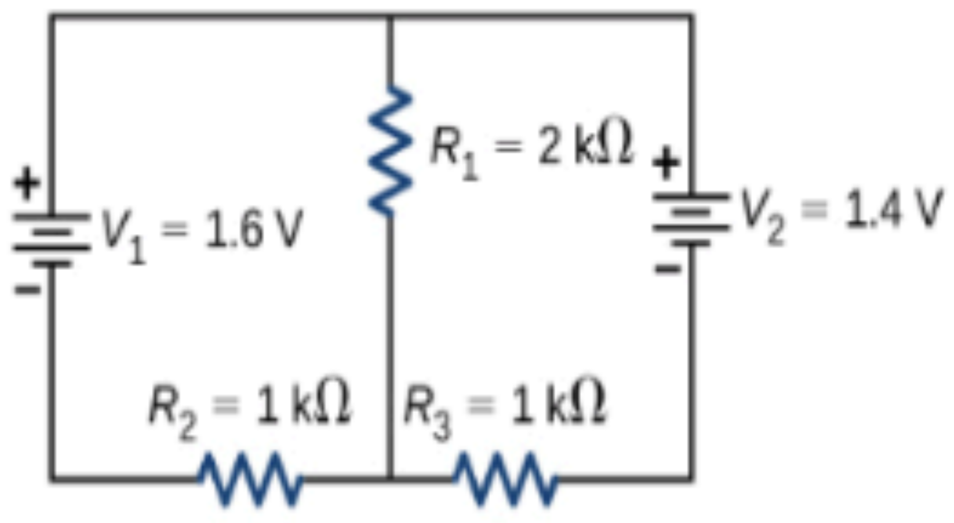
$$= 179,18\ \text{s} = 2,98\ \text{min}$$

Problemas propuestos - Circuitos eléctricos

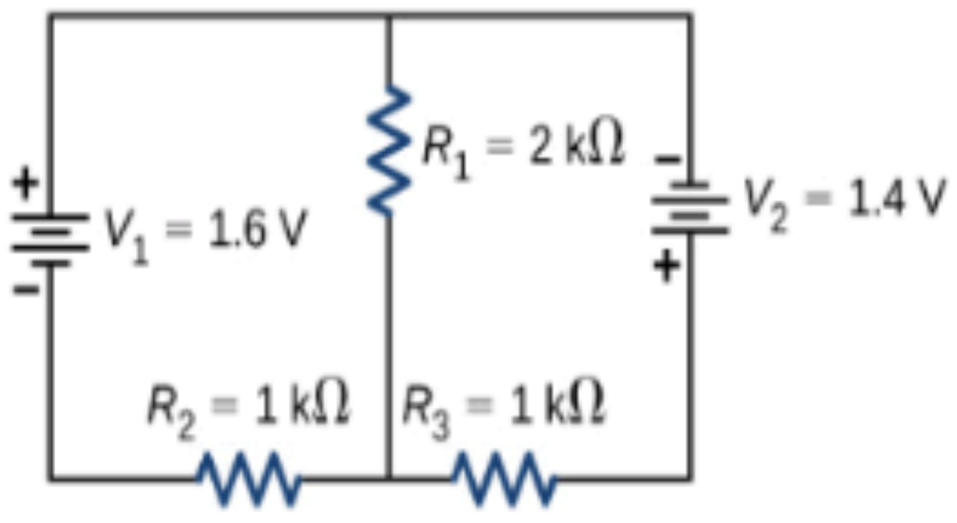
1. ¿Cuáles son las resistencias mayor y menor que se pueden obtener conectando resistencias con los siguientes valores: 36,0 Ω, 50,0 Ω y una resistencia de 700 Ω?

   Sol: La mayor: 786 Ω, y la menor de 20.32 Ω

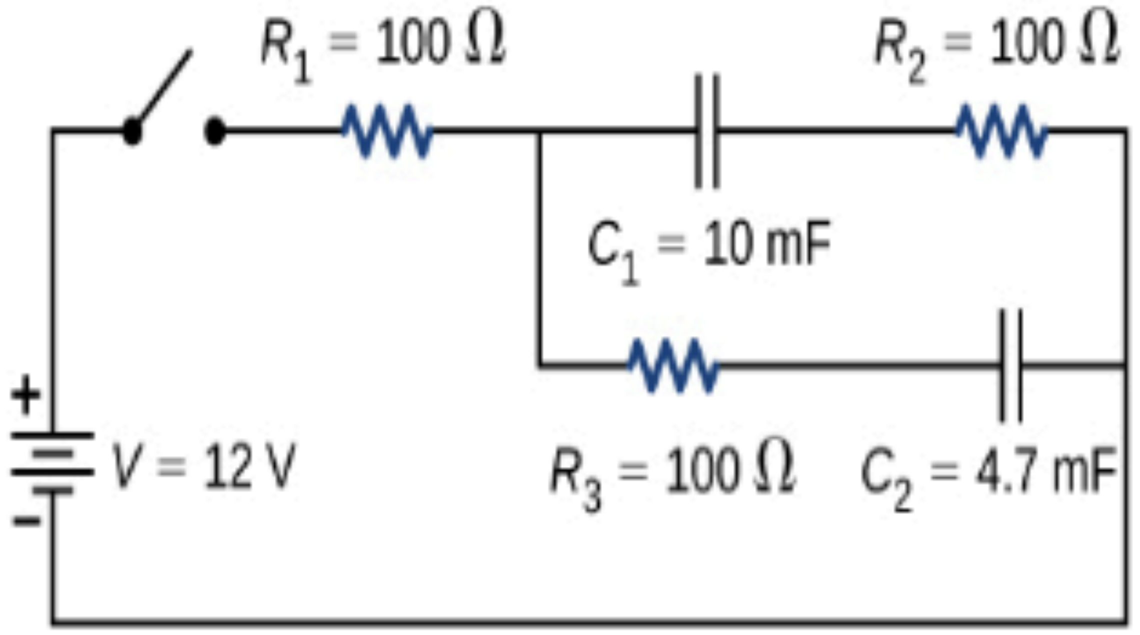
2. Considera los circuitos que se muestran a continuación. (a) ¿Cuál es la corriente que atraviesa cada resistencia en la parte (a)? (b) ¿Cuál es la corriente que atraviesa cada resistencia en la parte (b)? (c) ¿Cuál es la potencia disipada o consumida por cada circuito? (d) ¿Cuál es la potencia suministrada a cada circuito?



(a)



(b)



(c)

   Sol: (a) $I_1 = 0{,}6$ mA, $I_2 = 0{,}4$ mA, $I_3 = 0{,}2$ mA ; (b) $I_1 = 0{,}04$ mA, $I_2 = 1{,}52$ mA, $I_3 = -1{,}48$ mA ; (c) $P_{\text{out}} = 0{,}92$ mW, $P_{\text{out}} = 4{,}50$ mW ; (d) $P_{\text{in}} = 0{,}92$ mW, $P_{\text{in}} = 4{,}50$ mW

3. Considere el circuito que se muestra en la figura (c) ¿Cuál es la energía almacenada en cada condensador después de que el interruptor haya estado cerrado durante mucho tiempo?

   Sol: $U_1 = 0{,}72$ J, $U_2 = 0{,}338$ J