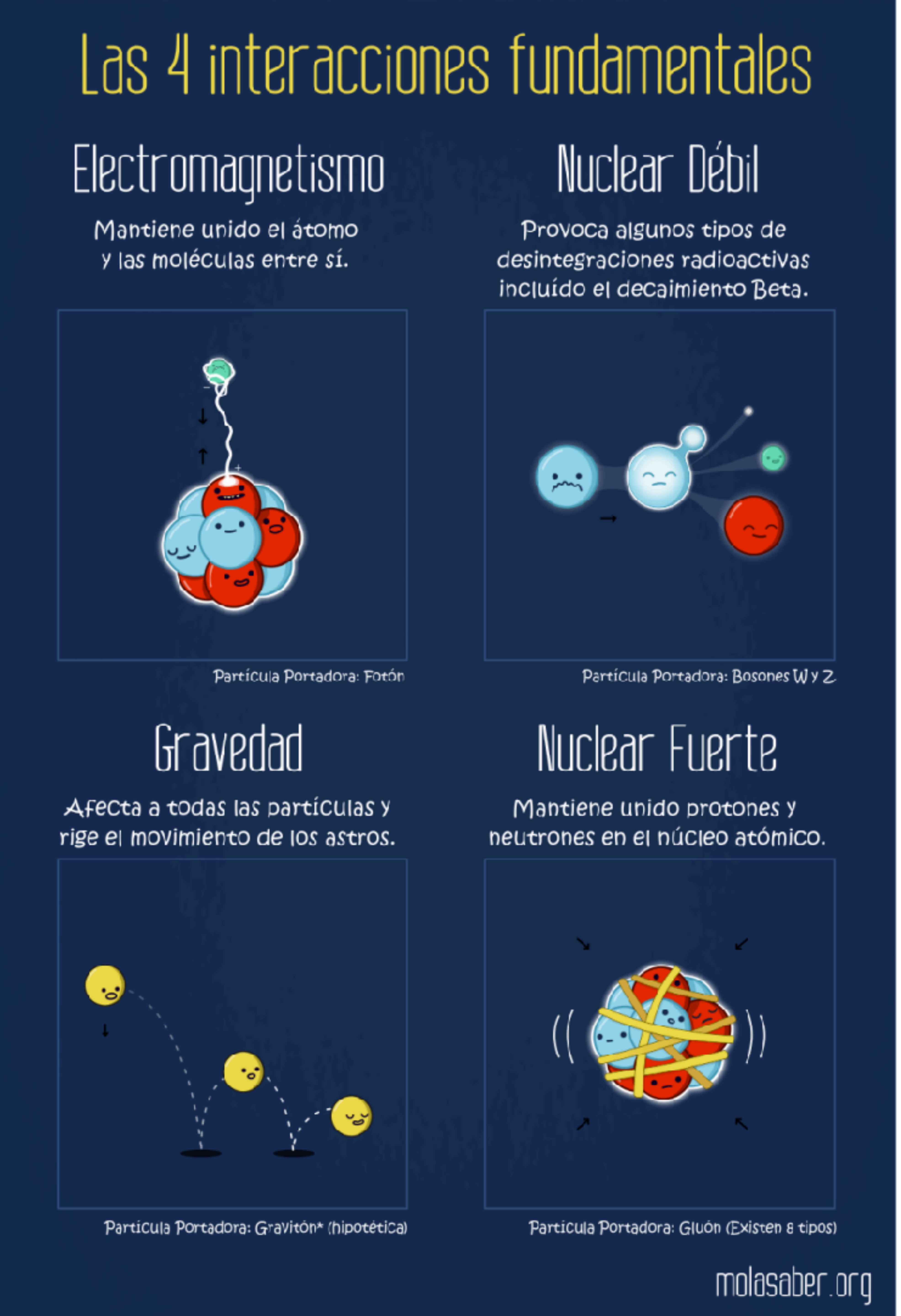
Física II

Módulo 1: Campo Eléctrico

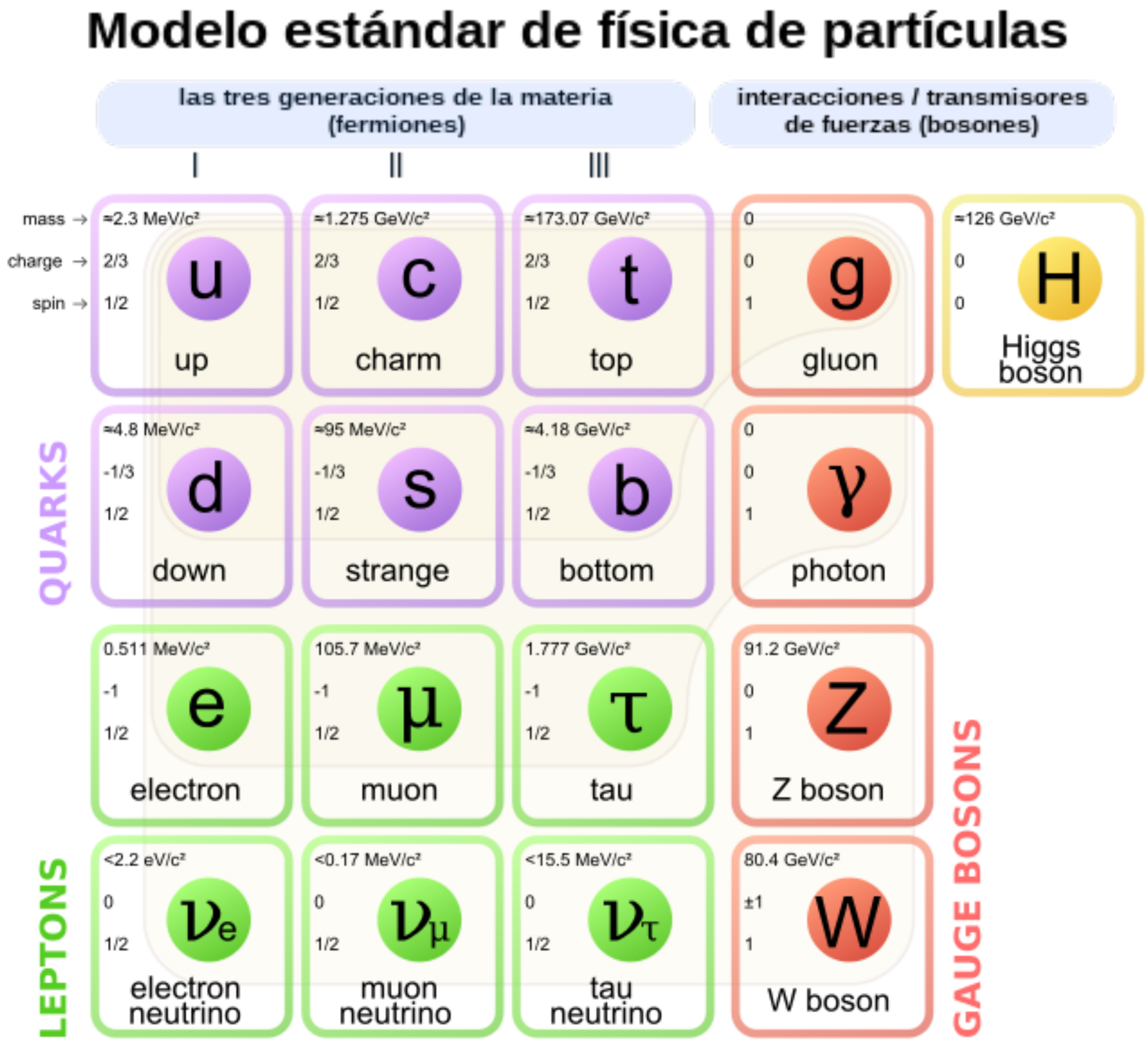
Héctor Hernández - 2025

I. Cargas y campos eléctricos

1. Carga eléctrica
2. Conductores, aislantes y carga por inducción
3. Ley de Coulomb
4. Campo eléctrico
5. Principio de superposición



- Existen cuatro fuerzas fundamentales (interacciones o campos) que son las responsables de todos los fenómenos que podemos observar en el Universo.



La electricidad se manifiesta en muchas formas

[=> Generador de Van de Graaff <=](#)

[=> Motor electrostático <=](#)

Luigi Galvani y la “Electricidad Animal” (1780s):

- **Galvani** descubrió que las patas de una rana se contraían cuando estaban en contacto con dos metales diferentes.
- Galvani interpretó erróneamente que la electricidad era producida por el tejido animal y la denominó “electricidad animal”.

Alessandro Volta y el inicio de la electroquímica:

- Alessandro Volta, físico italiano, desarrolló la primera pila eléctrica en **1800**, conocida como la “pila voltaica”.
- Consistía en discos apilados de zinc y cobre separados por discos de cartón empapados en salmuera (agua salada).
- Cuando los extremos de la pila se conectaban con un cable, fluía una corriente eléctrica continua.

1. Carga eléctrica, un poco de historia

- En un principio la electricidad producida por trozos de ámbar previamente frotados con lana, el magnetismo asociado a rocas y posteriormente la electricidad generada por celdas químicas eran fenómenos que no estaban relacionados.

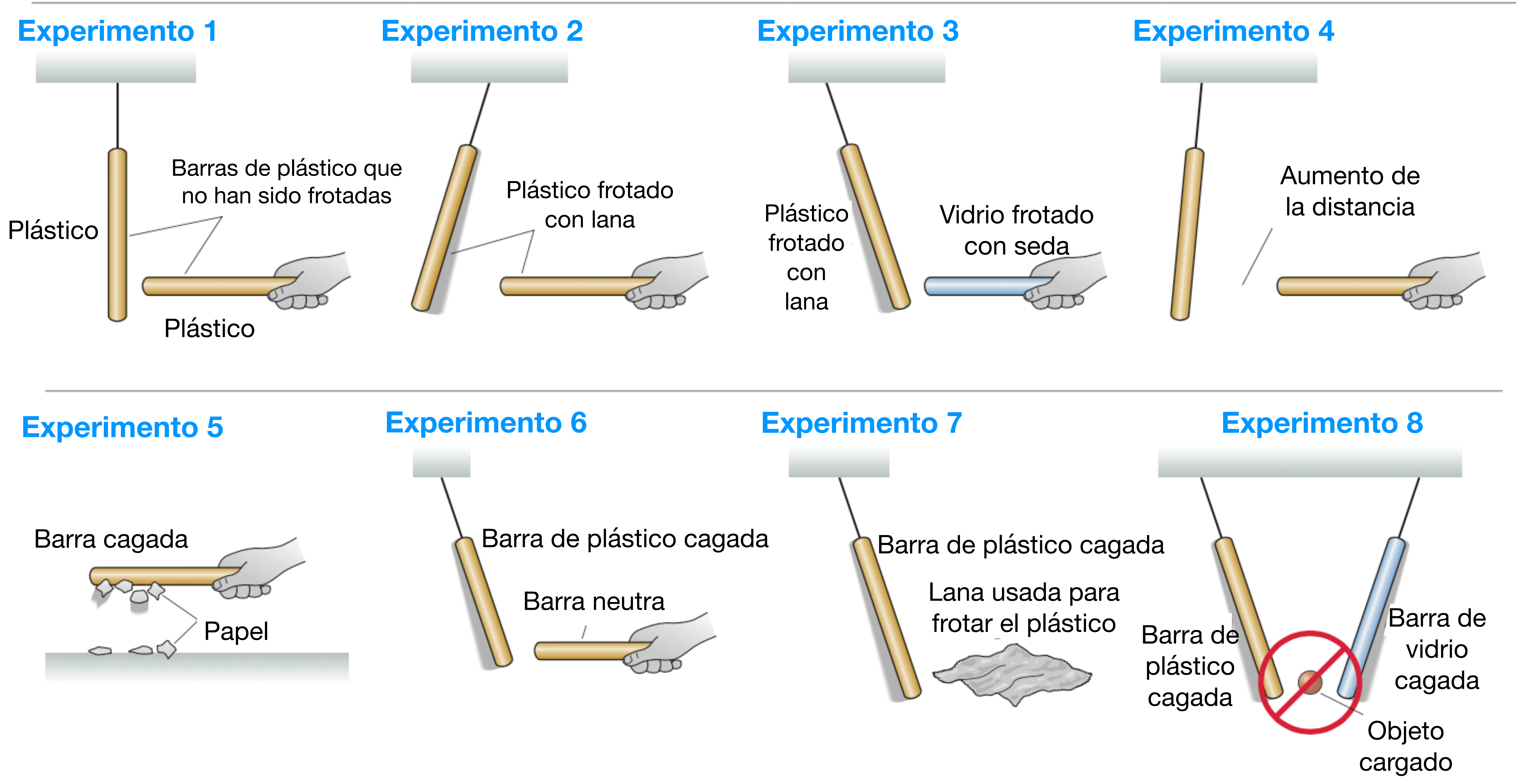
- La fuerza eléctrica, a diferencia de la gravedad, se manifiesta como una fuerza de atracción o una fuerza de repulsión y veremos que estas fuerzas están asociadas a una propiedad llamada **carga eléctrica.**

- La fuerza eléctrica ayuda a mantener unidos los átomos, por lo que tiene una importancia fundamental en la materia. Pero también gobierna la mayoría de las interacciones cotidianas, desde las interacciones químicas hasta los procesos biológicos.

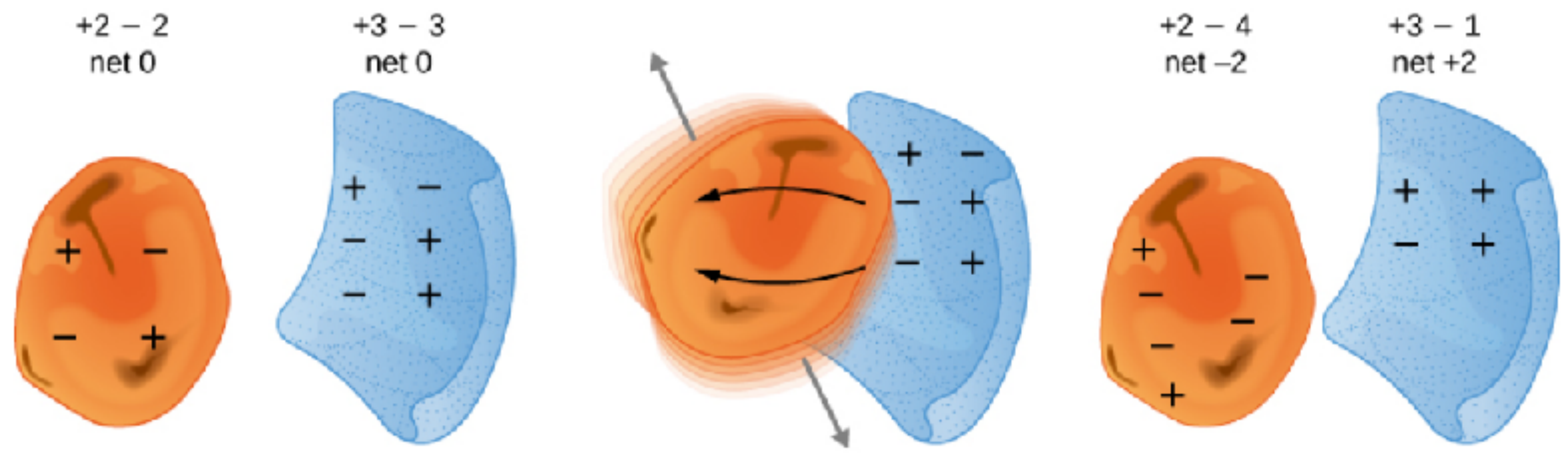
- No fue hasta 1820 cuando H. C. Oersted descubrió que una corriente eléctrica está rodeada por un campo magnético, que podía desviar la aguja de una brújula.

- Las relaciones entre estos fenómenos fueron descubiertos durante el siglo XIX por científicos cuyos nombres están inmortalizados en muchas de las unidades utilizadas en el electromagnetismo: Ampère, Ohm, Henry, Faraday…

Descubriendo la electricidad



[=> La electricidad estática <=](#)



- El físico William Gilbert (1544-1603) estudió esta fuerza de atracción utilizando ámbar y otras sustancias.
- Experimentó con varios metales y descubrió que los metales nunca mostraban esta fuerza, mientras que los minerales sí.

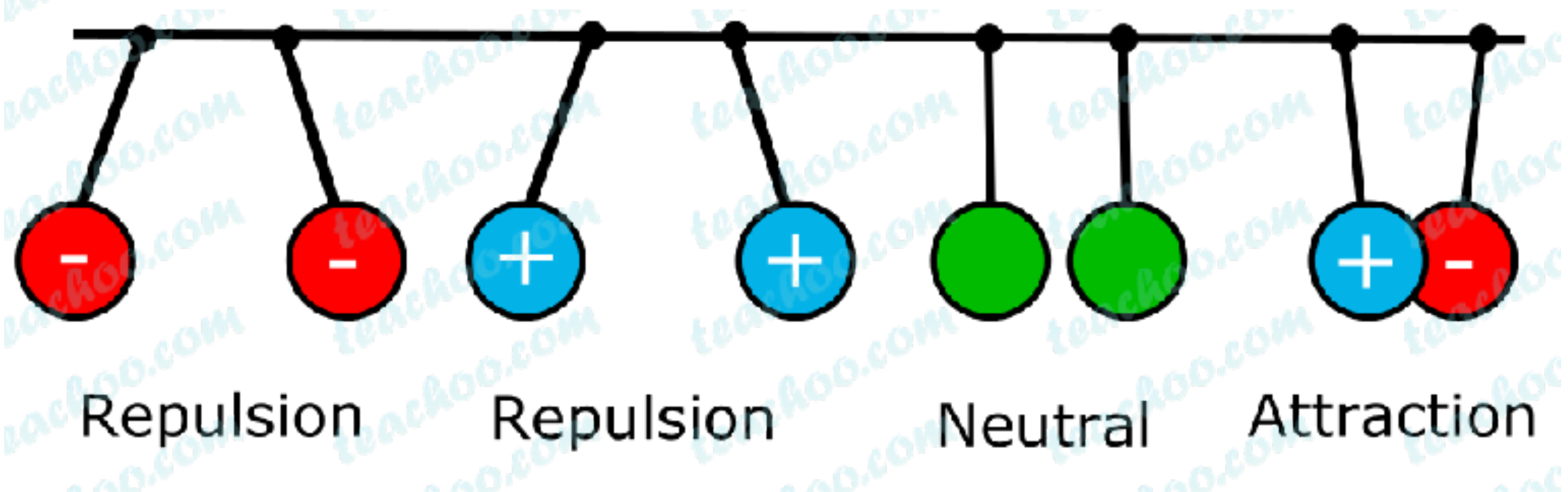
- Había dos tipos de una propiedad eléctrica; esta propiedad acabó llamándose **carga eléctrica**.
- La diferencia entre los dos tipos de carga eléctrica radica en las direcciones de las fuerzas eléctricas que provoca cada tipo de carga:

- Son repulsivas cuando existe el mismo tipo de carga en dos objetos que interactúan
- Son atractivas cuando las cargas son de tipos opuestos.

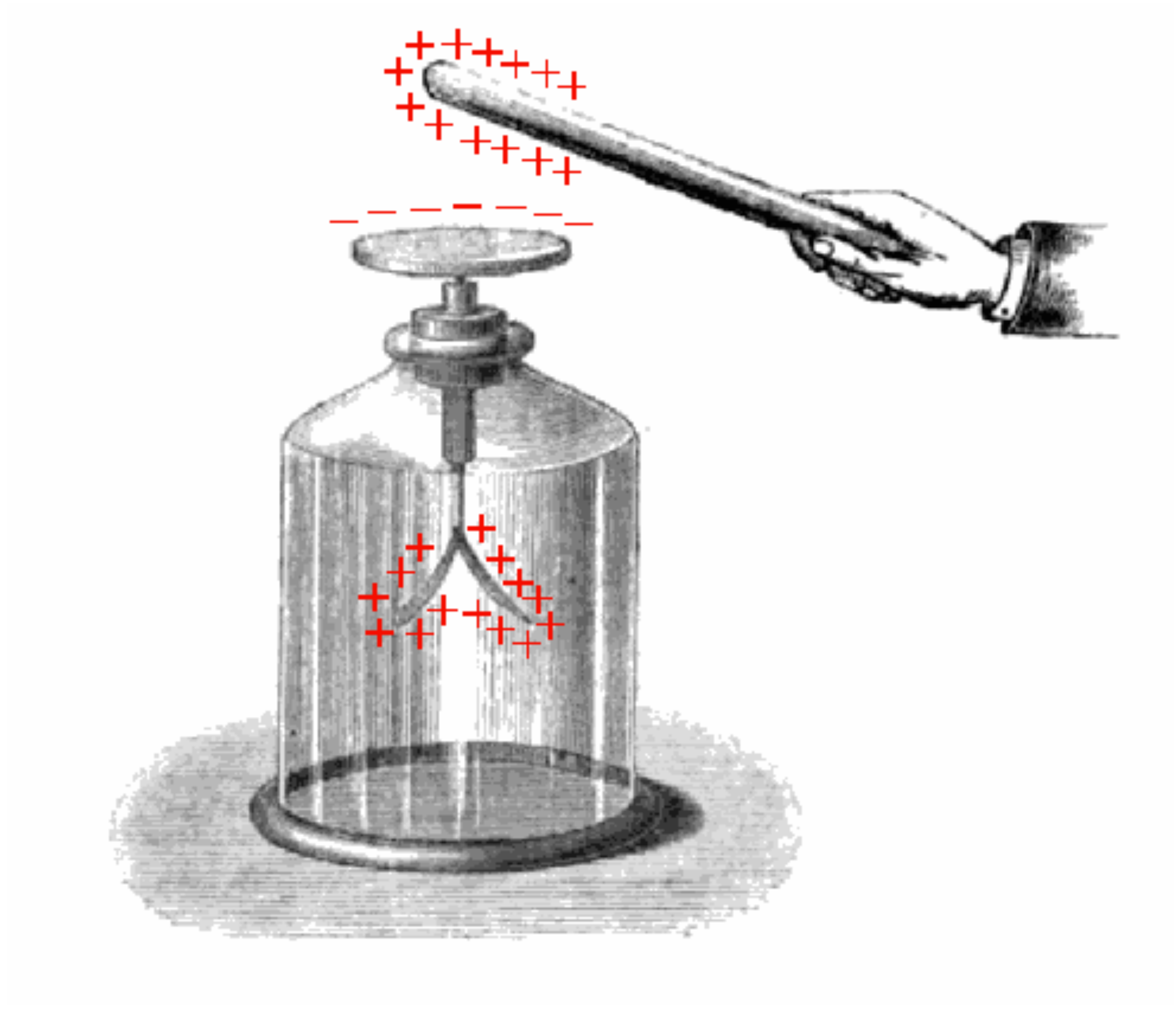
- Las observaciones:

1. La fuerza actúa sin contacto físico entre los dos objetos.
2. La fuerza puede ser atractiva o repulsiva (repulsión y atracción electrostática).
3. No todos los objetos se ven afectados por esta fuerza.
4. La magnitud de la fuerza disminuye al aumentar la distancia de separación entre los objetos.

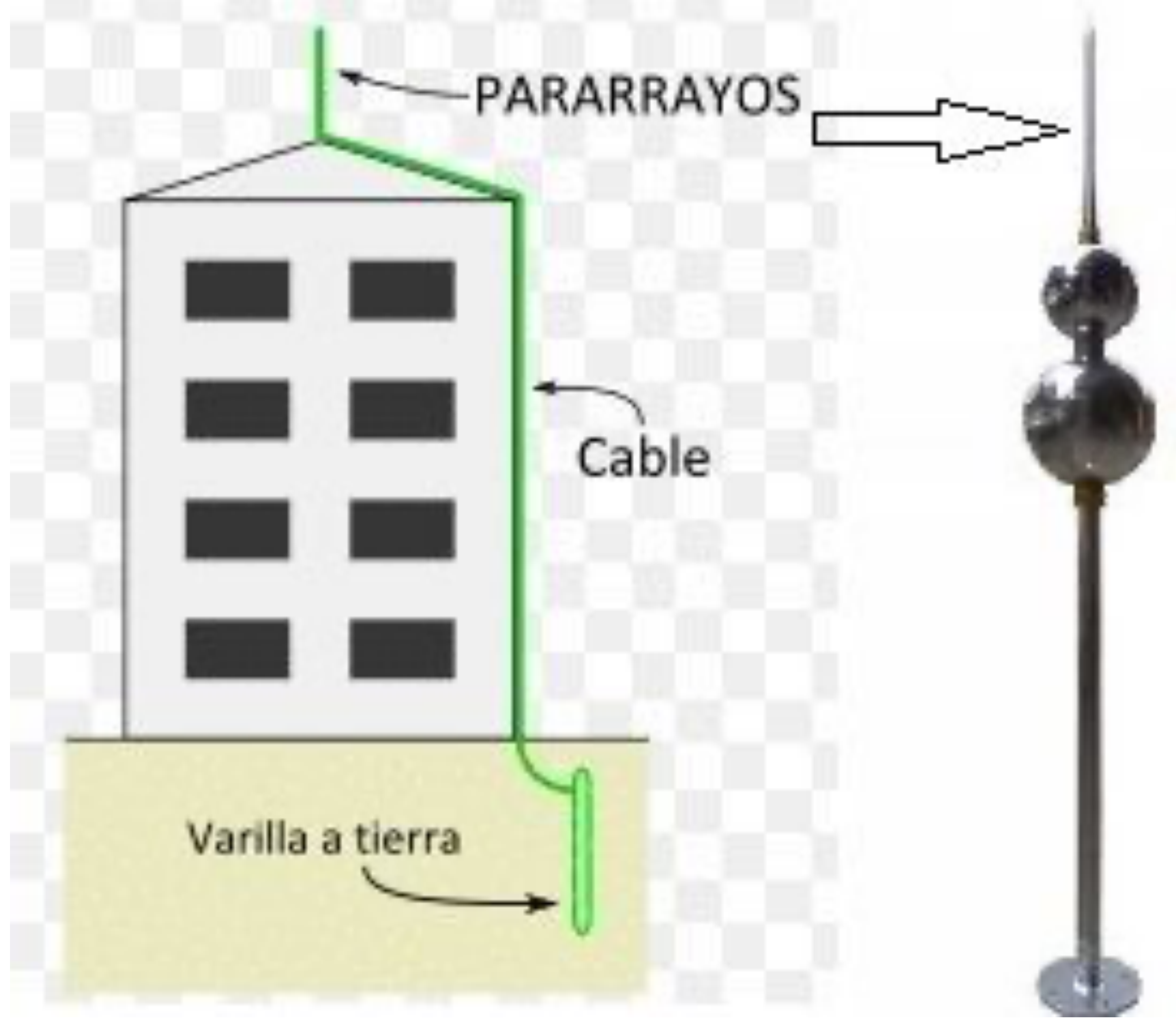
- La unidad, en el SI, de la carga eléctrica es el culombio (C), en honor al físico francés Charles Augustine de Coulomb (1736-1806).



- **Benjamin Franklin** (1706 -1790) señaló que el comportamiento observado podía explicarse suponiendo que uno de los dos tipos de carga permanecía inmóvil, mientras que el otro tipo de carga fluía de un trozo de lámina al otro. Un exceso de lo que él llamaba "fluido eléctrico" lo denominó "electricidad positiva" y la deficiencia del mismo, "electricidad negativa".



=> Electroscopio <=

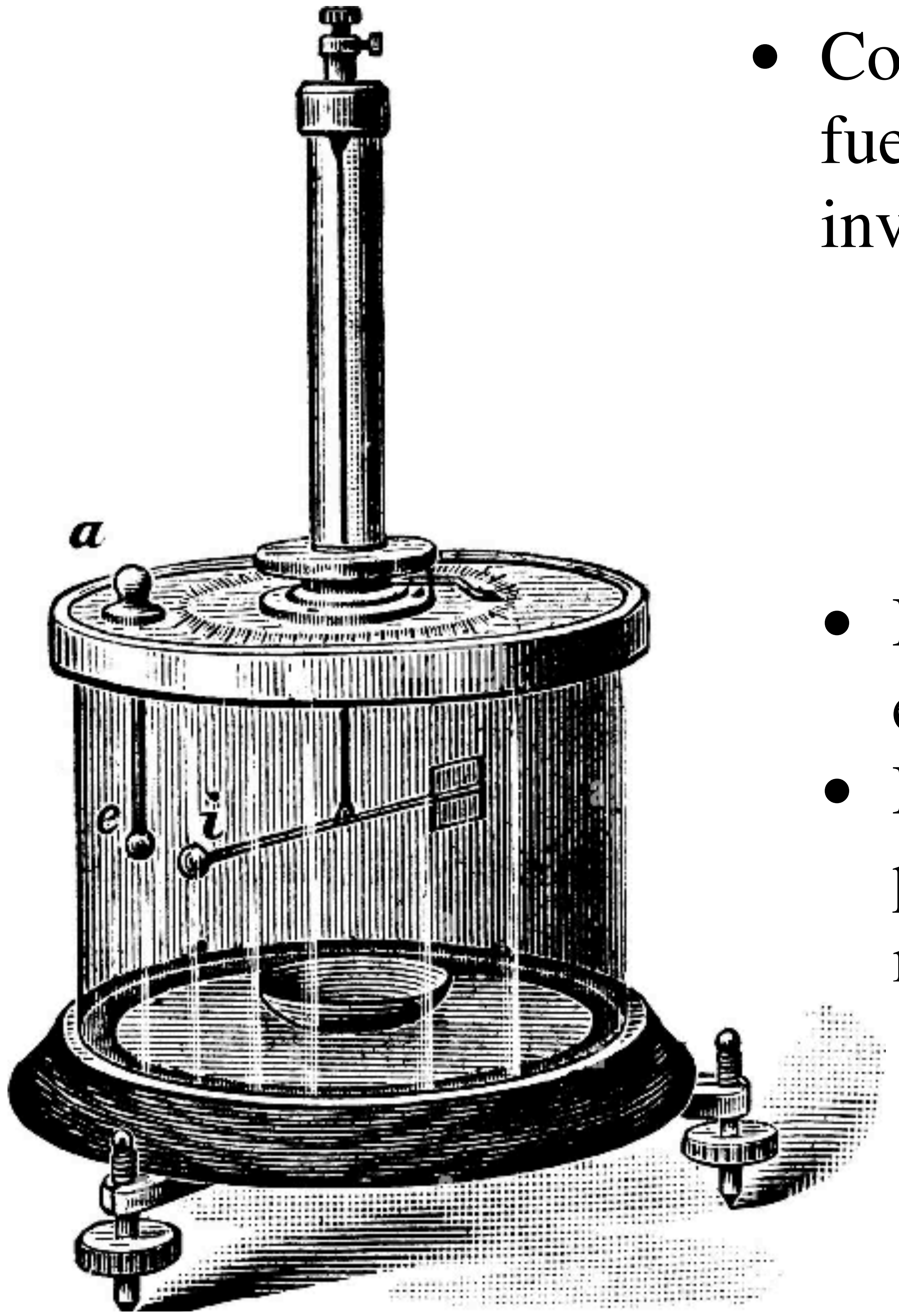


- 1580: Fundación de la Universidad Santo Tomás de Aquino.
- 1622: Fundación de Bucaramanga.
- 1623: Fundación de la Pontificia Universidad Javeriana.
- 1717: Se crea el virreinato de Nueva Granada
- 1781: Rebelión de los Comuneros encabezada por Manuela Beltrán y los criollos desde Socorro hasta Santa Fe de Bogotá en contra de los españoles.

3. Ley de Coulomb

Charles-Augustin de Coulomb 1736-1806

- Coulomb utilizó un dispositivo conocido como balanza de torsión para medir con precisión las fuerzas entre cargas eléctricas. Este aparato permitía medir fuerzas muy pequeñas mediante la observación del ángulo de torsión de un hilo delgado.



- Coulomb realizó una serie de experimentos que le permitieron demostrar que la fuerza entre dos cargas puntuales era proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas (1785).

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- La constante de proporcionalidad aparece como una necesidad de expresar la relación en una ecuación completa y precisa en términos de unidades físicas.
- En unidades estándar (como las del sistema métrico), fue necesario introducir una constante de proporcionalidad para relacionar la fuerza en newtons, la carga en coulombs, y la distancia en metros.

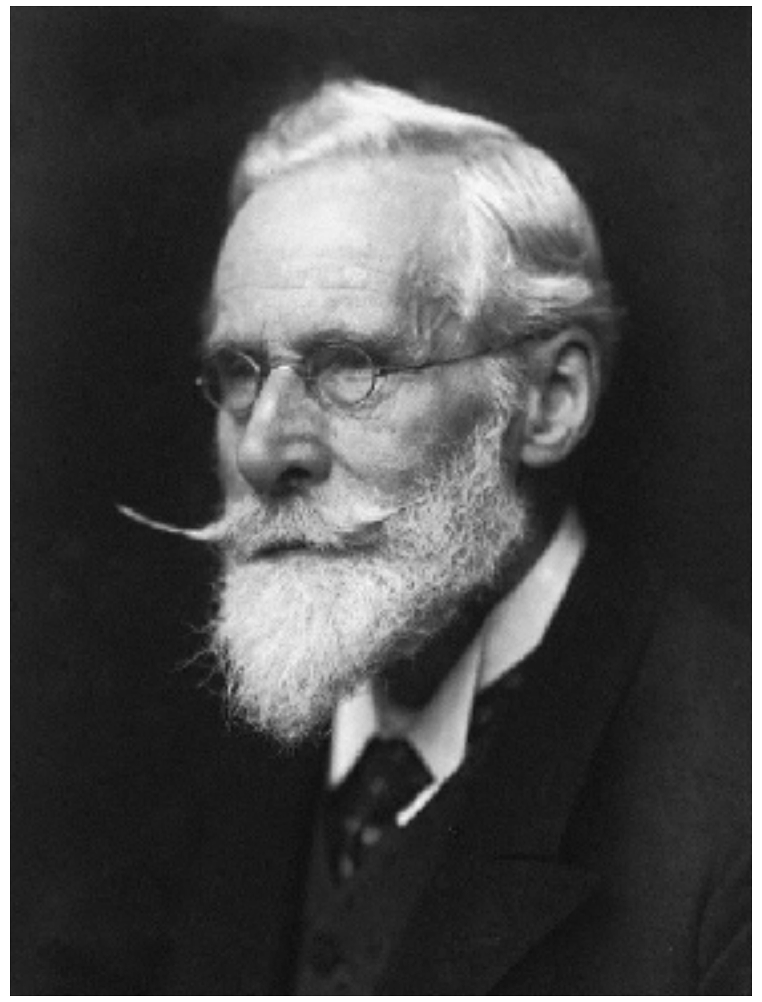
$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

La expresión explícita con la constante k_e se fue formalizando a medida que la electrostática y la teoría electromagnética se desarrollaron a lo largo del siglo XIX.

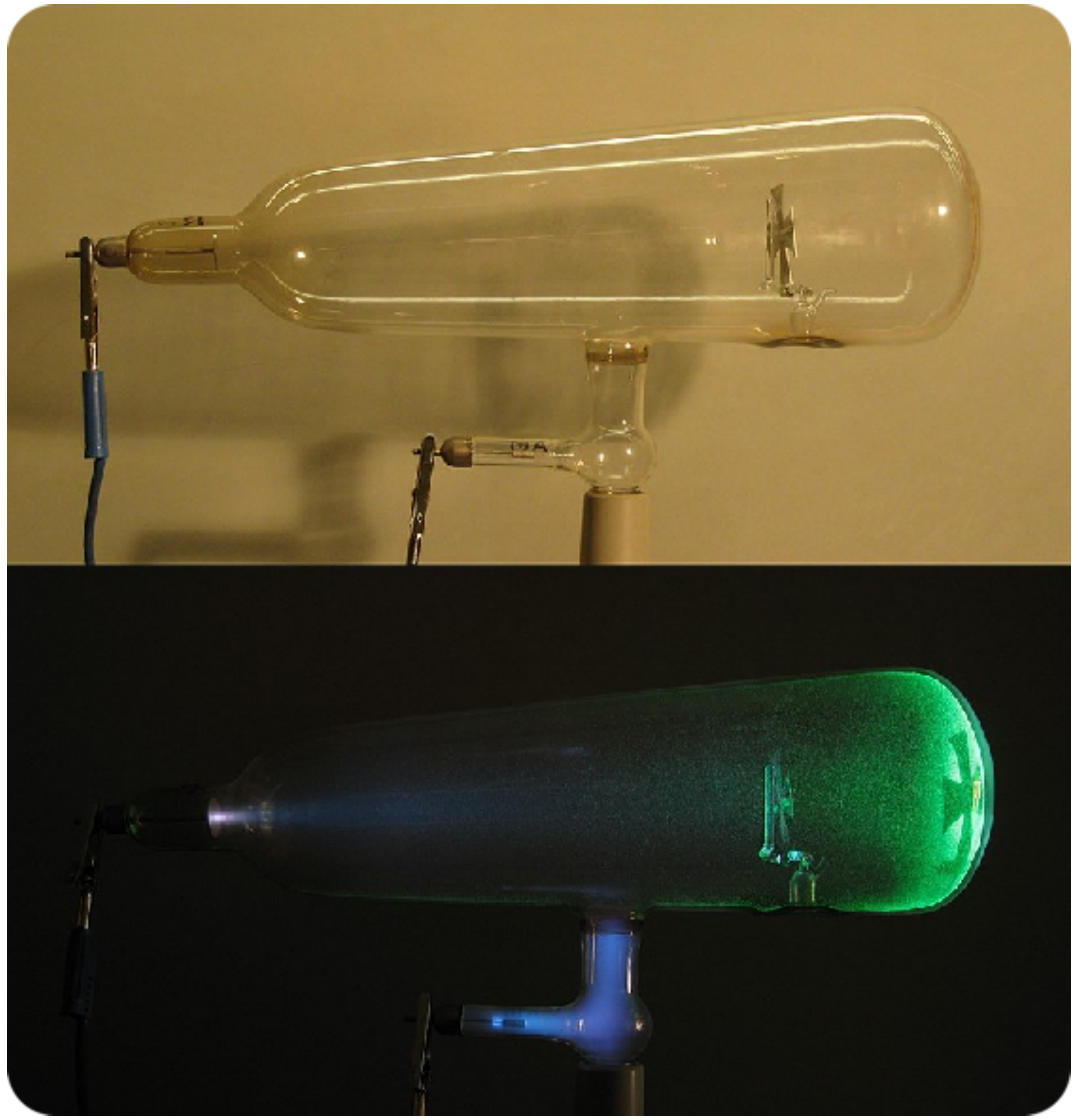
[=> Balanza de torsión <=]

El origen de las cargas y la estructura del átomo

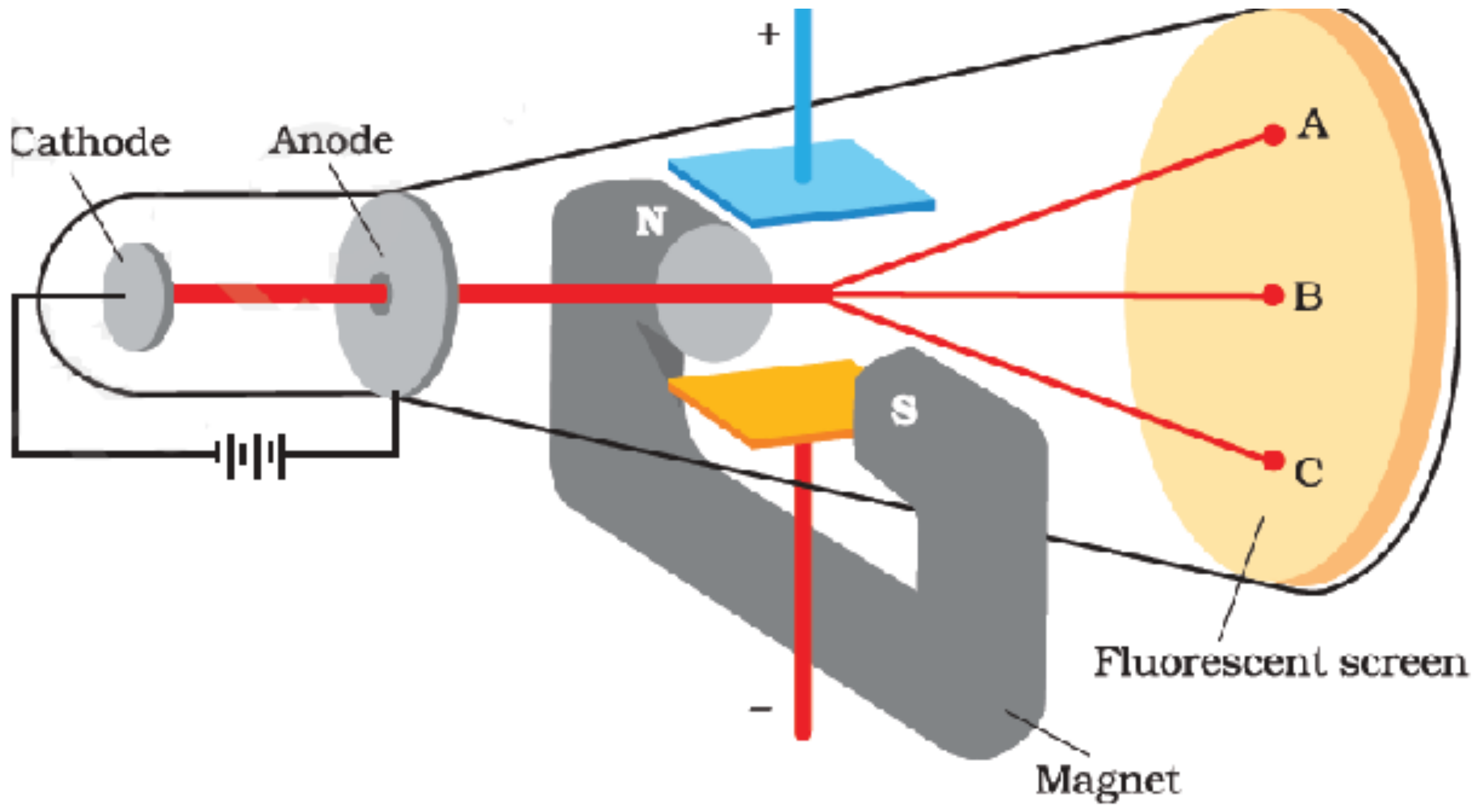
- **Los rayos catódicos:** El camino hacia el descubrimiento del electrón comenzó con los experimentos de **William Crookes** en **1870**. Crookes estudió los rayos catódicos, que son haces de partículas que se generan cuando una corriente eléctrica pasa a través de un gas enrarecido en un tubo de vacío. Observó que estos rayos producían luz cuando chocaban contra las paredes del tubo y que podían ser desviados por un campo magnético.



William Crookes
1832-1919



- **La medición de *e*/*m*:** En **1897**, **J J Thomson**, un físico británico, realizó una serie de experimentos cruciales con rayos catódicos. Thomson se propuso determinar la naturaleza de los rayos catódicos y medir la relación entre la carga y la masa.



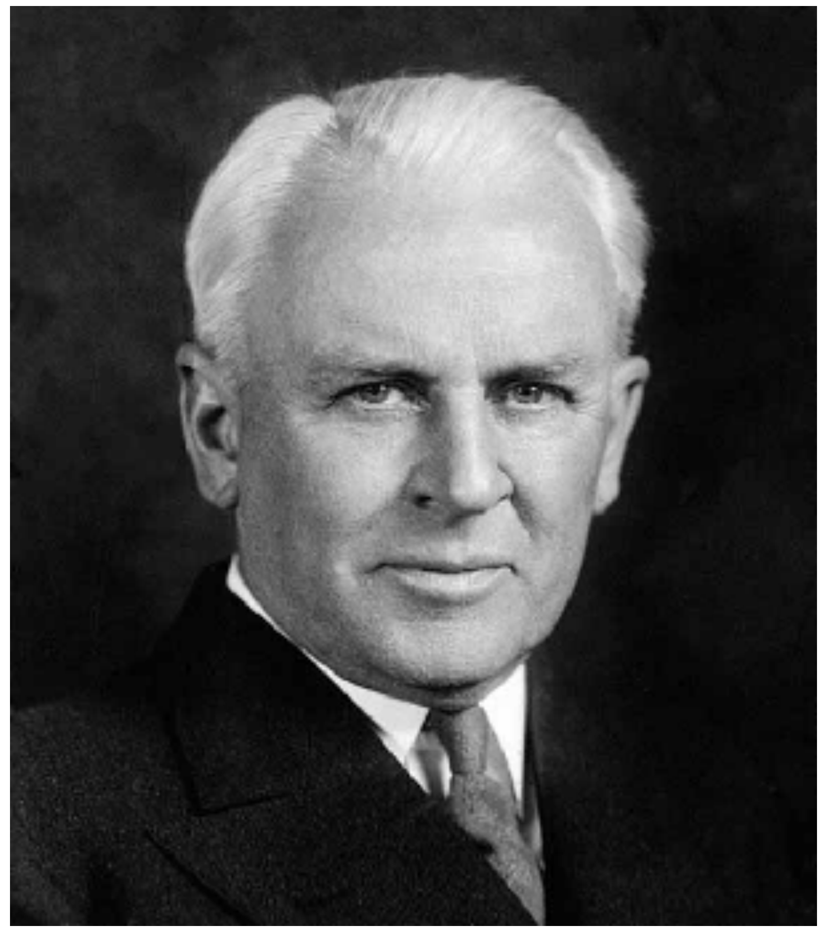
J. J. Thomson
1856-1940

- 1884: Primera línea de teléfono entre Bogotá y Chapinero.
- 1891: Julio Garavito empieza sus investigaciones astronómicas.

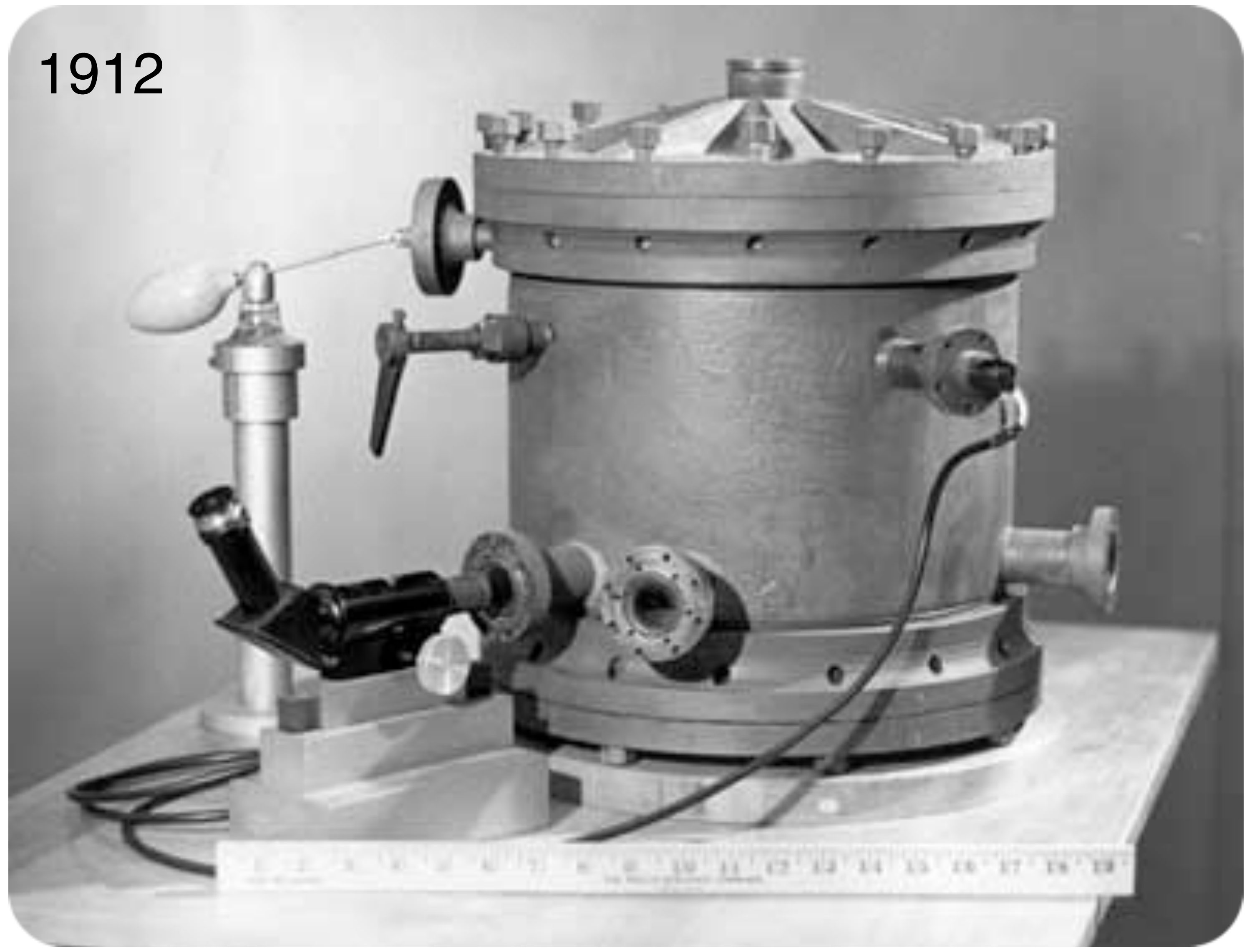
$$\frac{e}{m} \approx 1.76 \times 10^{11} \mathrm{C/kg}$$

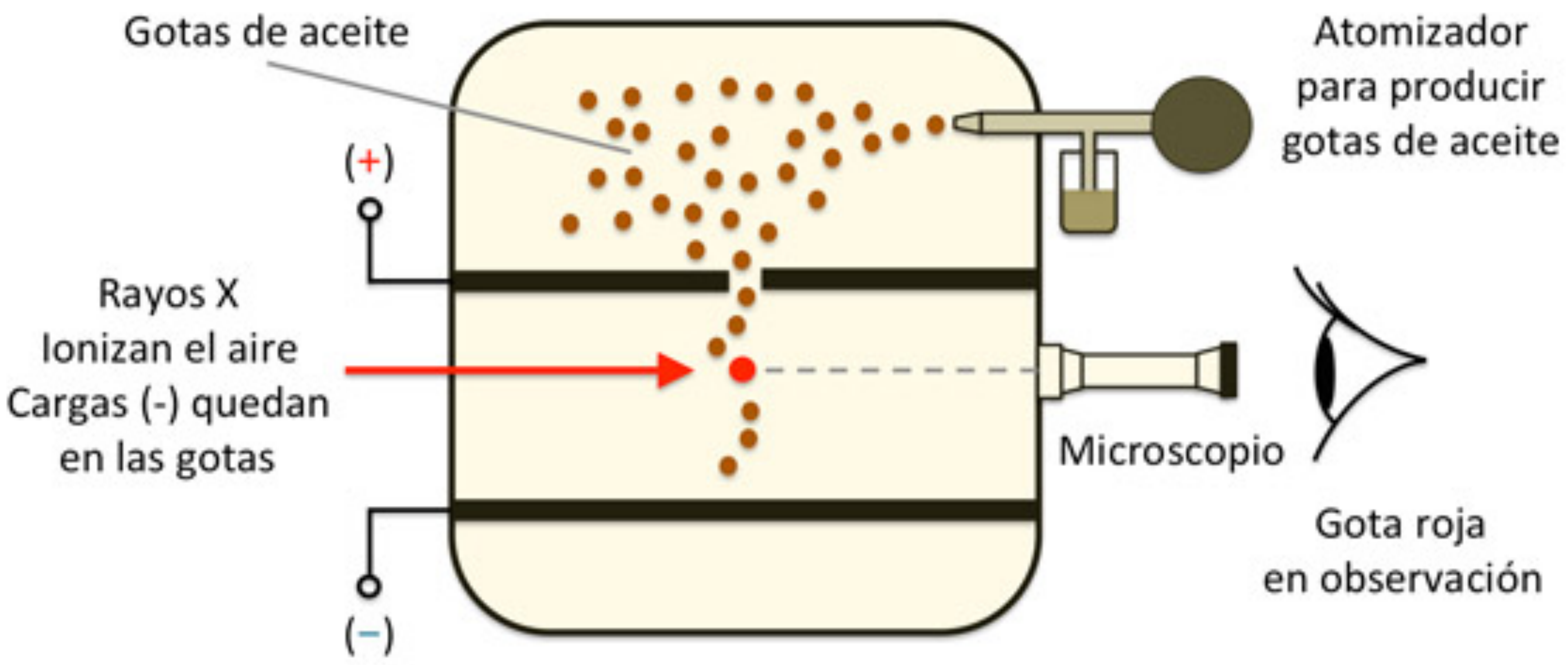
La unidad de carga

- El paso crucial para determinar la carga *e* del electrón fue llevado a cabo por el físico estadounidense **Robert A. Millikan** en un experimento conocido como el experimento de la gota de aceite.



Robert A. Millikan
1868-1953





$$e = \frac{mg}{E}$$

- La unidad de carga del SI, es el **Coulomb** [C]
- El valor medido de la unidad fundamental de carga:

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

- Con una masa de

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$$

- 1912: Censo: 5.472.604 habitantes de Colombia.

¿Cuántos electrones se necesitan para un coulomb de carga?

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$$

$$\text{Número de electrones} = \frac{1\mathrm{C}}{1.6 \times 10^{-19}\mathrm{C}/\ \text{electrón}}$$

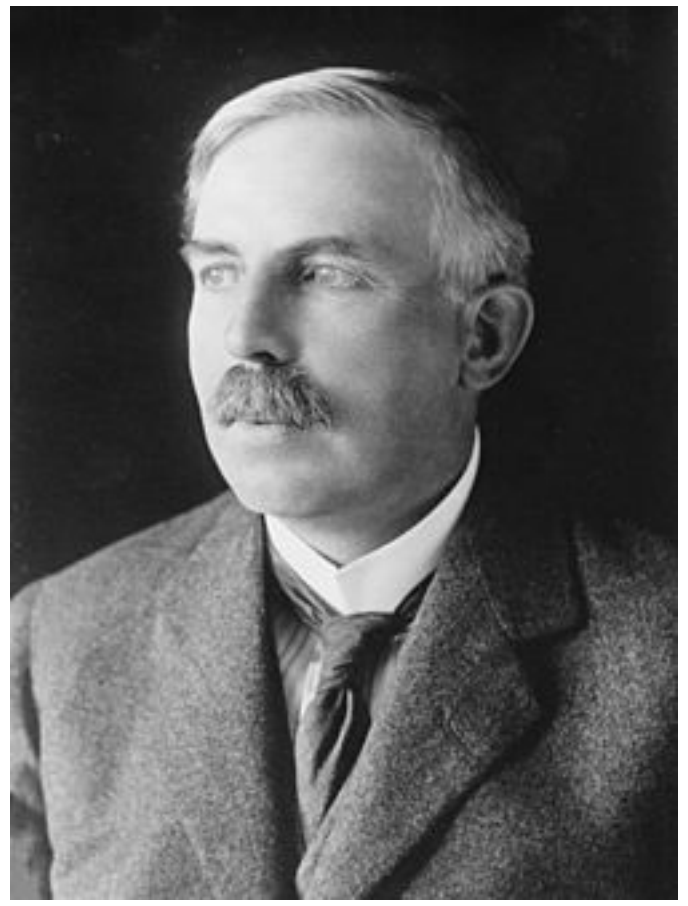
$$\text{Número de electrones} \approx 6.25 \times 10^{18}\ \text{electrones}$$

Cathode Ray Tube <=

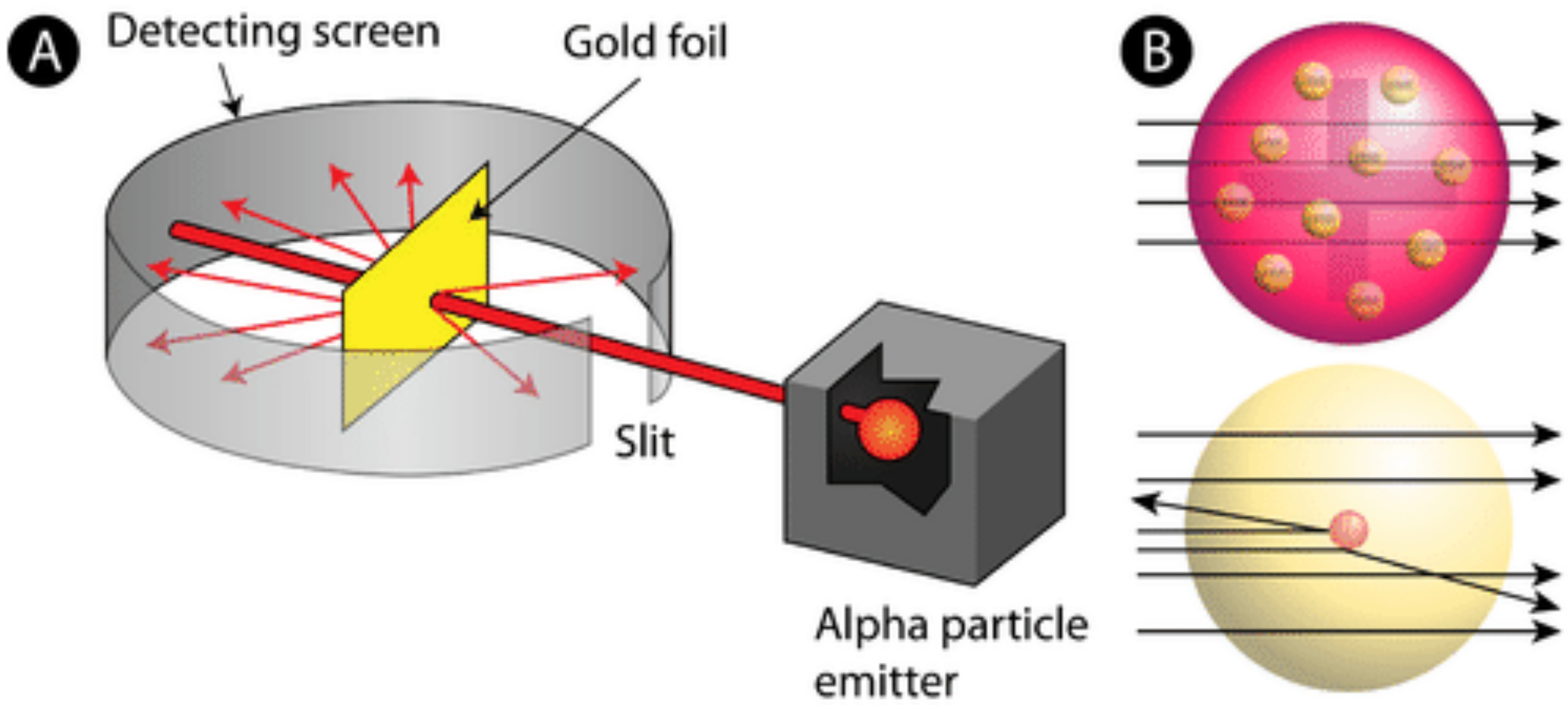
- **La carga se conserva:** no hay destrucción ni creación neta de carga eléctrica, en todo proceso electromagnético la carga total de un sistema aislado se conserva.

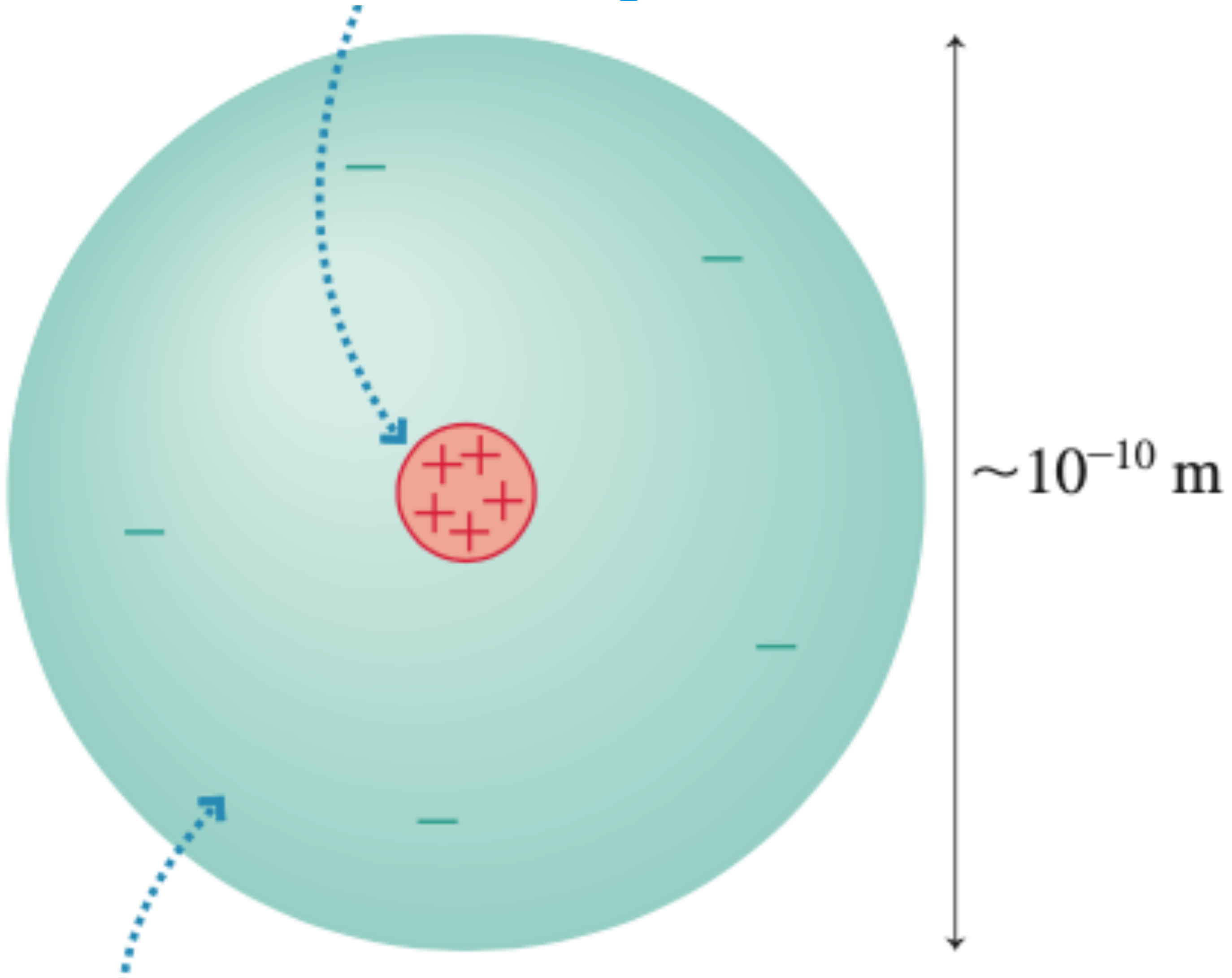
El núcleo atómico

- El concepto de núcleo atómico emergió en la historia de la física a principios del siglo XX, como resultado de los experimentos realizados por **Ernest Rutherford** en 1909, conocidos como los experimentos de la lámina de oro o experimento de Rutherford.



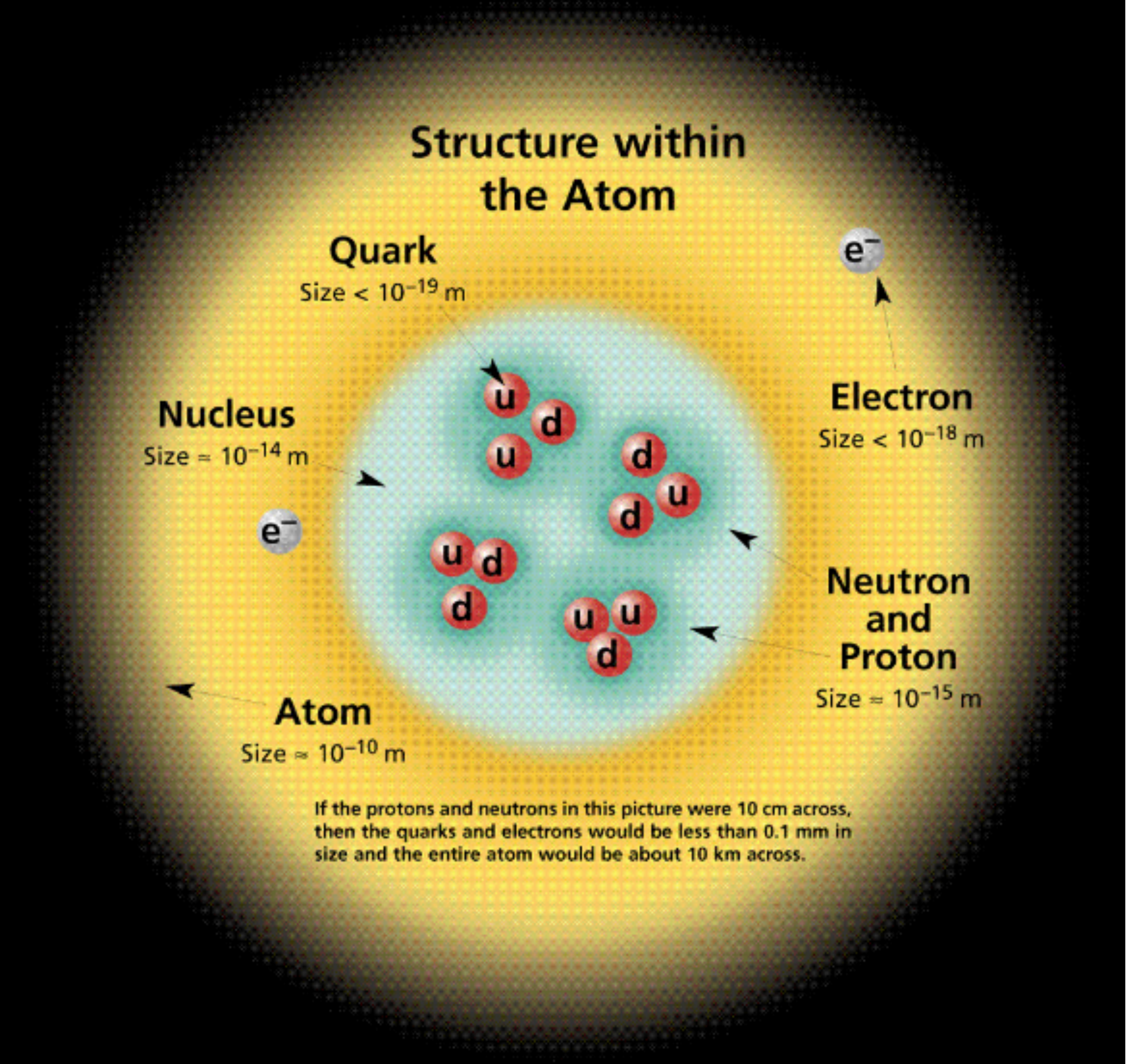
Ernest Rutherford
1871-1937





- Rutherford propuso un nuevo modelo atómico en 1911:
- El átomo consiste en un núcleo central diminuto, pero masivo, que contiene toda la carga positiva y la mayor parte de la masa del átomo.
- Los electrones, que son mucho menos masivos y de carga negativa, orbitan alrededor de este núcleo a una distancia considerable.
- Este modelo fue un cambio radical respecto al modelo de Thomson y marcó el nacimiento de la física nuclear.

	Masa (kg)	**Carga**
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$



El átomo moderno

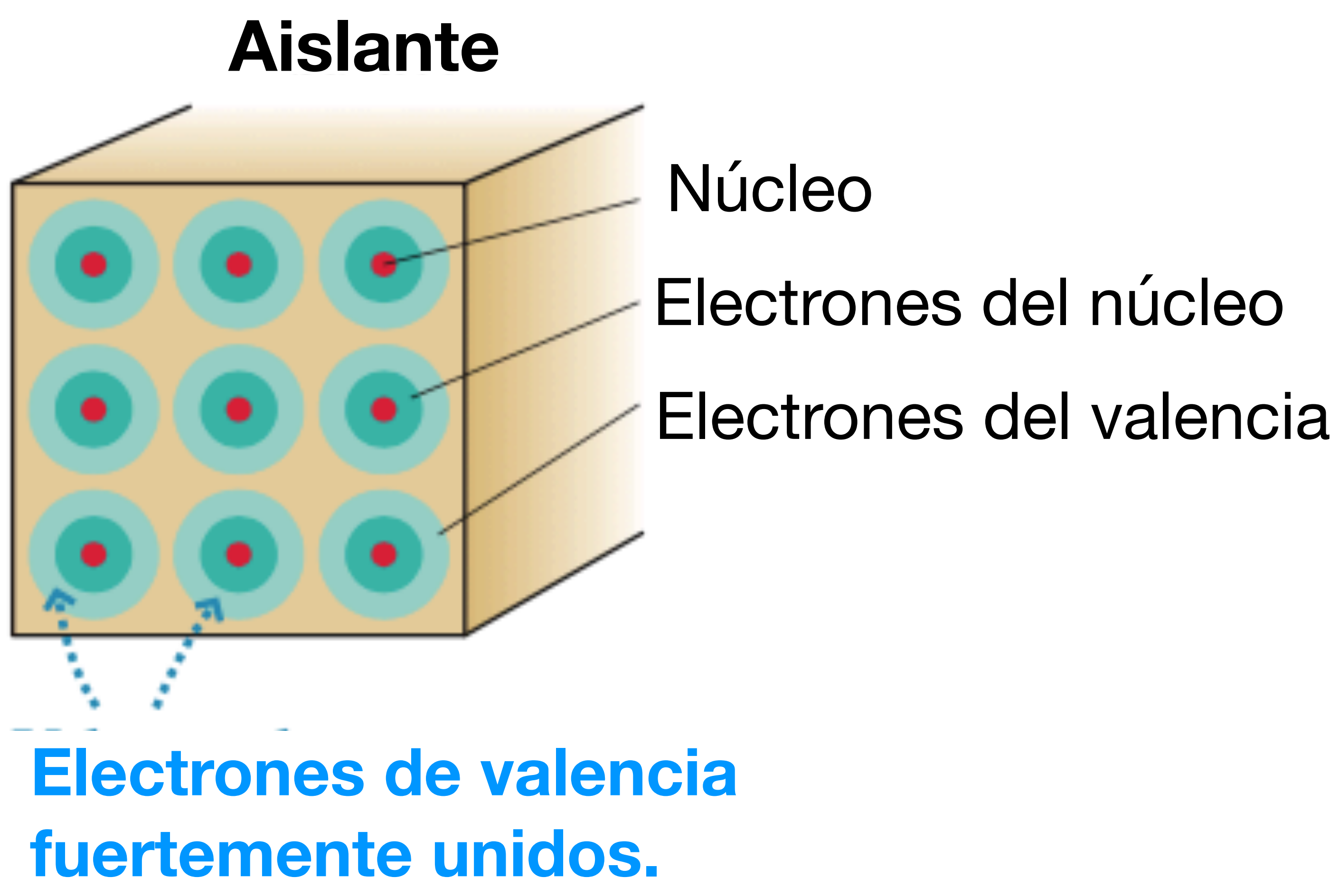
Modelo Estándar de Partículas:

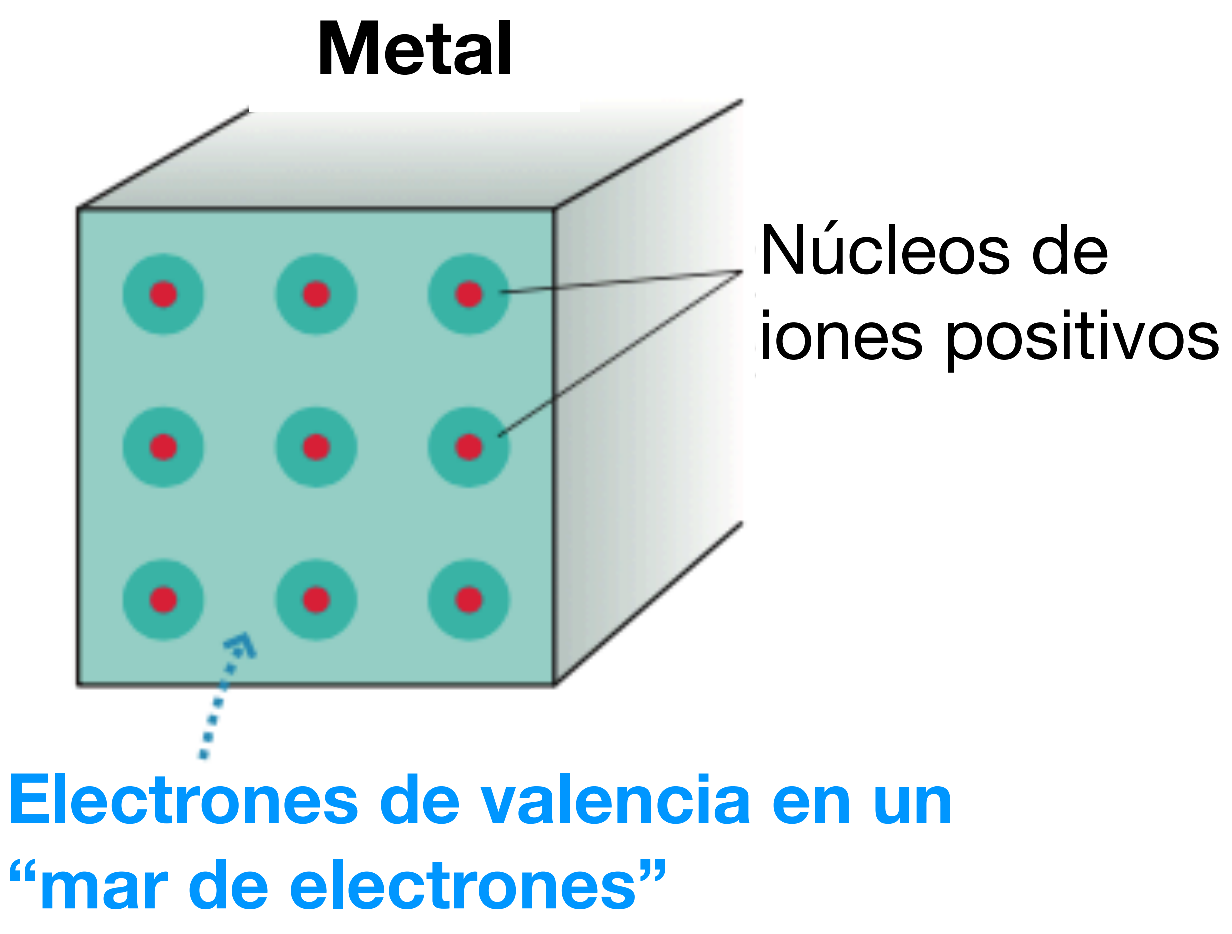
- Más allá de los protones, neutrones y electrones, el modelo estándar de la física de partículas describe que:
- Protones y neutrones están compuestos por quarks, que son partículas fundamentales.
- Electrones son leptones, otra categoría de partículas fundamentales.
- Las interacciones entre estas partículas están mediadas por bosones, como los fotones (para la fuerza electromagnética), gluones (para la fuerza nuclear fuerte) y los bosones W y Z (para la fuerza nuclear débil).

2. Conductores, aislantes y carga por inducción

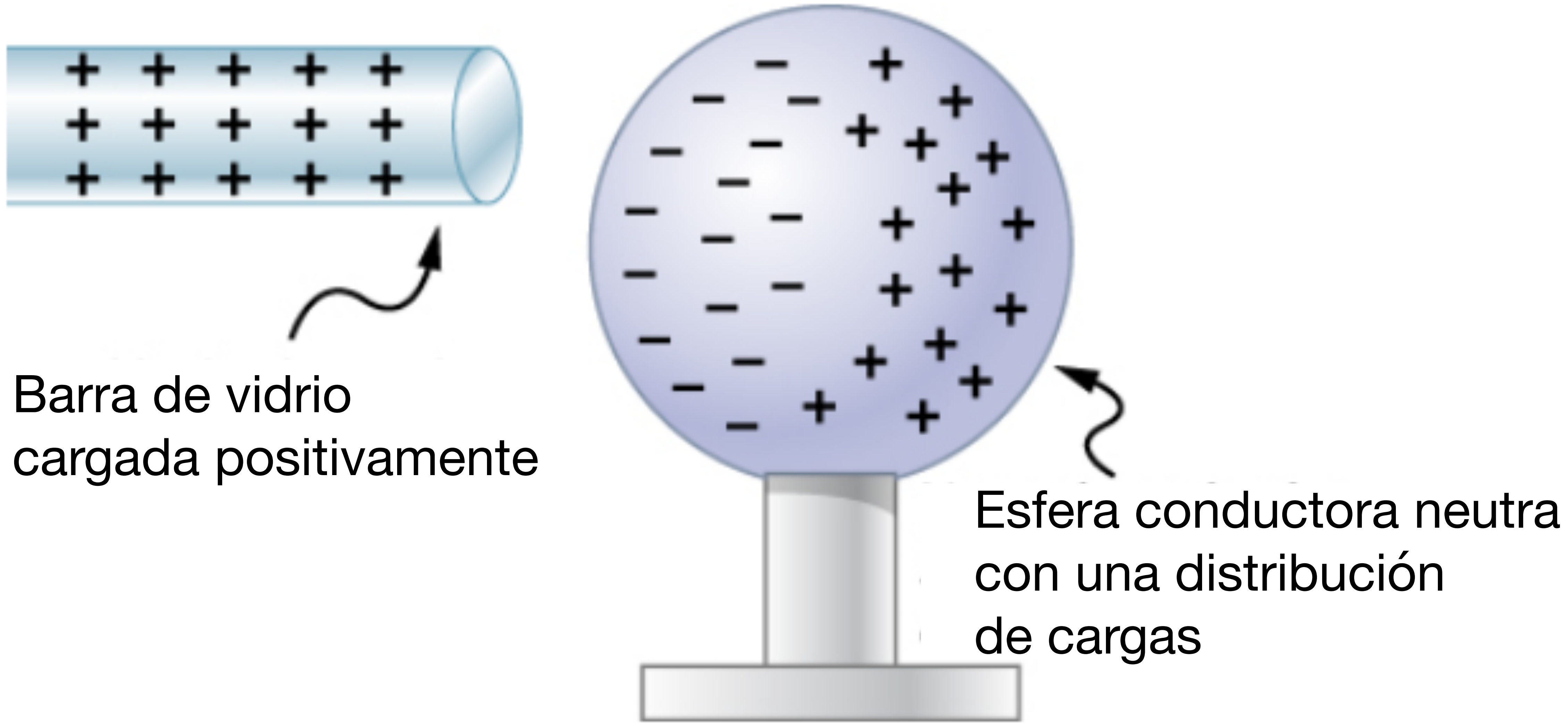
- En los materiales **conductores** (metales) existen electrones que se encuentran débilmente unidos a los átomos. Estos electrones errantes, o "libres", se denominan electrones de conducción. Por eso el cobre es un excelente conductor de la carga eléctrica.

- Los materiales **aislantes**, están hechos de materiales que carecen de electrones de conducción. Las cargas eléctricas apenas podrían fluir por el material.



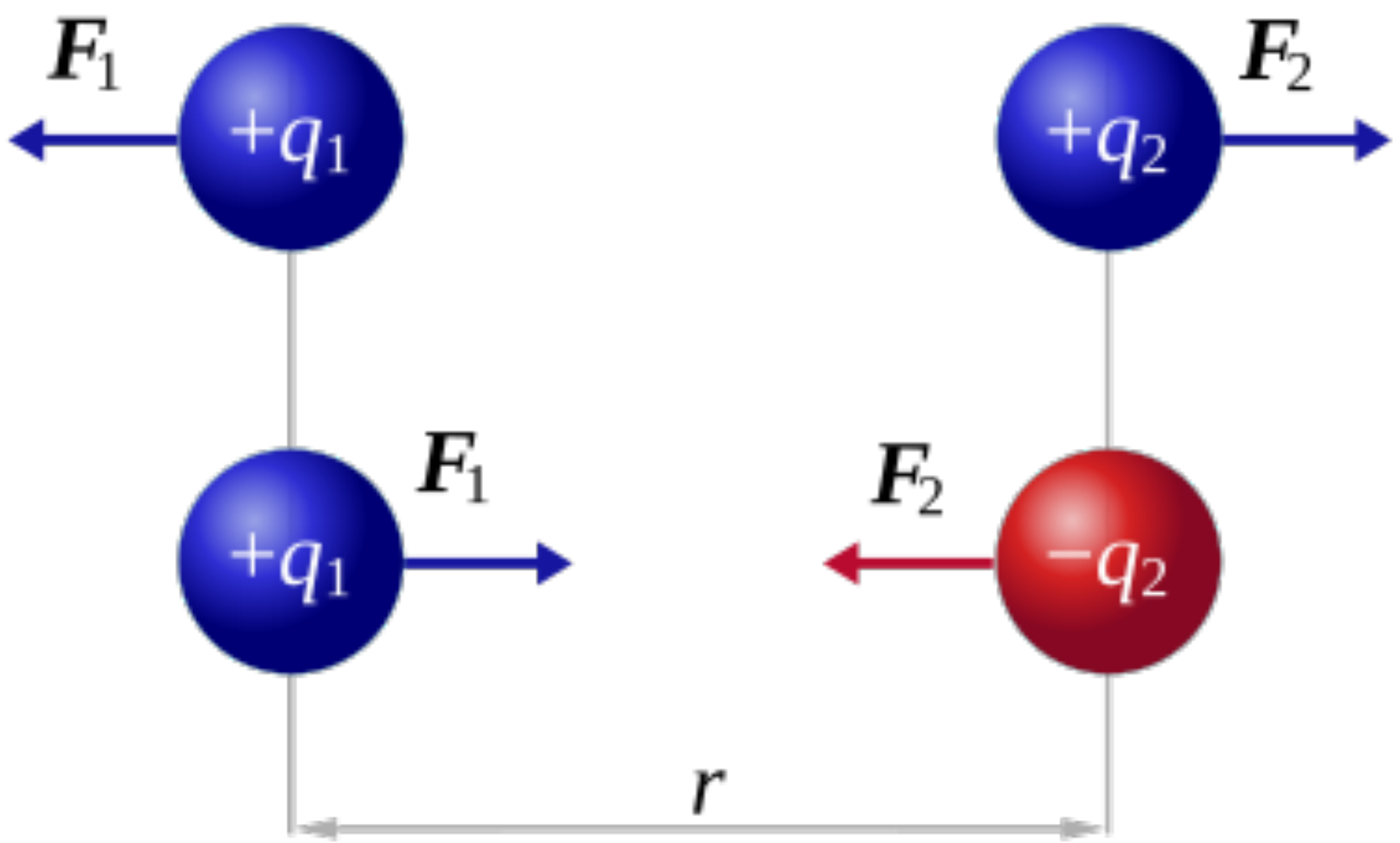


- **Polarización inducida**. Una varilla de vidrio cargada positivamente atrae la carga negativa y dejando el otro lado de la esfera cargado positivamente.



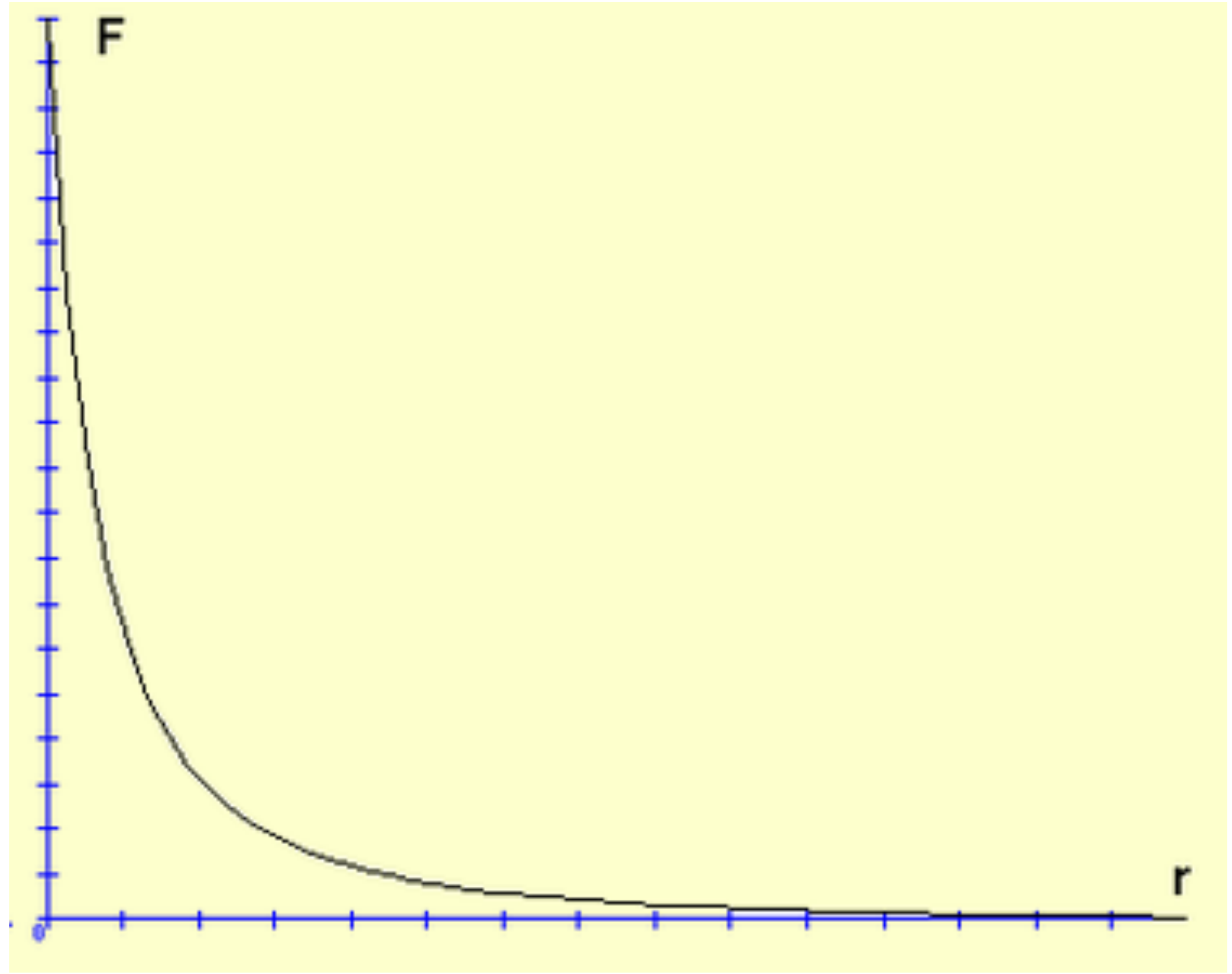
- Aunque la esfera sigue siendo eléctricamente neutra, ahora tiene una **distribución de cargas.**

Volviendo a la Ley de Coulomb



$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- La magnitud de las fuerzas eléctricas con las que interactúan dos cargas puntuales en reposo es directamente proporcional al producto de la magnitud de ambas cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y tiene la dirección de la línea que las une.
- La fuerza es de repulsión si las cargas son de igual signo, y de atracción si son de signo contrario.



- Variación de la fuerza de Coulomb entre dos cargas puntuales en función de la distancia

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

Charles-Augustin de Coulomb 1736-1806

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- El valor numérico de la constante de Coulomb en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \ \mathrm{N\,m^2/C^2}$$

- Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío.

- Este valor fue determinado posteriormente a través de experimentos y es fundamental en la electrostática.

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \ \mathrm{C^2\,N^{-1}\,m^{-2}}$$

$$4\pi\epsilon_0 = \frac{10^7}{c^2}$$

Velocidad de la luz en el vacío

Ejemplo 1.1: El átomo de hidrógeno está formado por un solo protón y un solo electrón. Calculemos la magnitud de la fuerza eléctrica sobre el electrón debida al protón.

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- El valor numérico de la constante de Coulomb en el Sistema Internacional de Unidades (SI) es:

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

- Donde ϵ_0 es la permitividad del vacío.

- Este valor fue determinado posteriormente a través de experimentos y es fundamental en la electrostática.

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$4\pi\epsilon_0 = \frac{10^7}{c^2}$$

Velocidad de la luz en el vacío

Ejemplo 1.1: El átomo de hidrógeno está formado por un solo protón y un solo electrón. Calculemos la magnitud de la fuerza eléctrica sobre el electrón debida al protón.

- Datos:

$$q_1 = +e = +1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$q_2 = -e = -1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$r = 5{,}29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

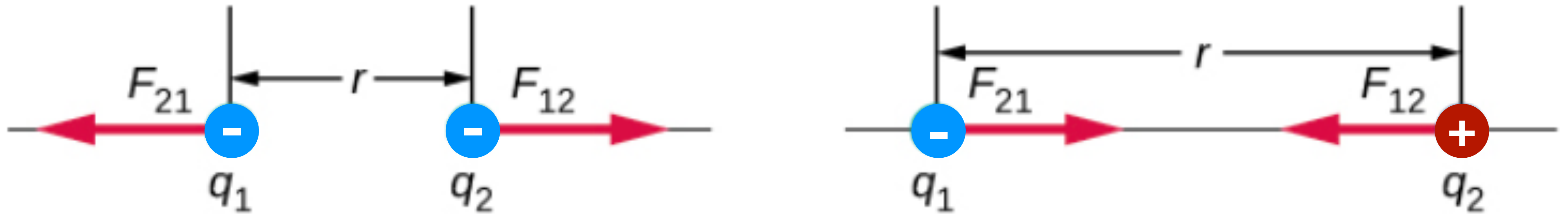
$$F = k_e \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = k_e \frac{|e^2|}{r^2}$$
$$= \left(8.99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(1.602 \times 10^{-19} \text{C})^2}{(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})^2}$$
$$= 8{,}25 \times 10^{-8} \text{ N}$$

✦ Notebook

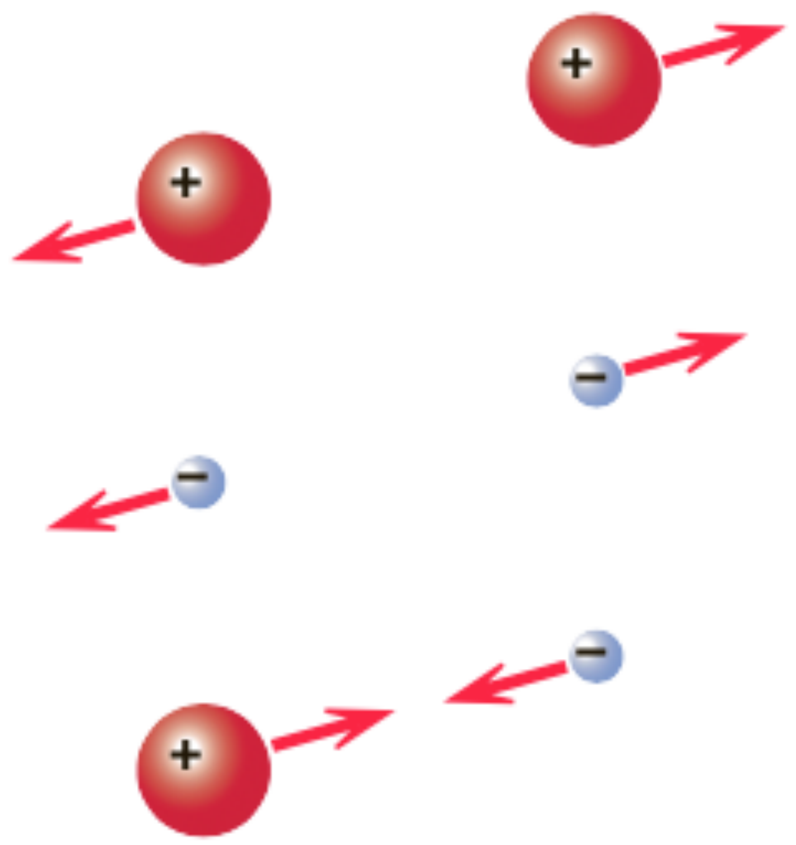
- La magnitud de la fuerza eléctrica (o fuerza de Coulomb) entre dos partículas cargadas eléctricamente es igual a:

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}$$

- Las fuerzas son cantidades vectoriales que se dirigen a lo largo de la línea que une las dos cargas.
- Las fuerzas son repulsivas para dos cargas similares y atractivas para dos cargas opuestas.



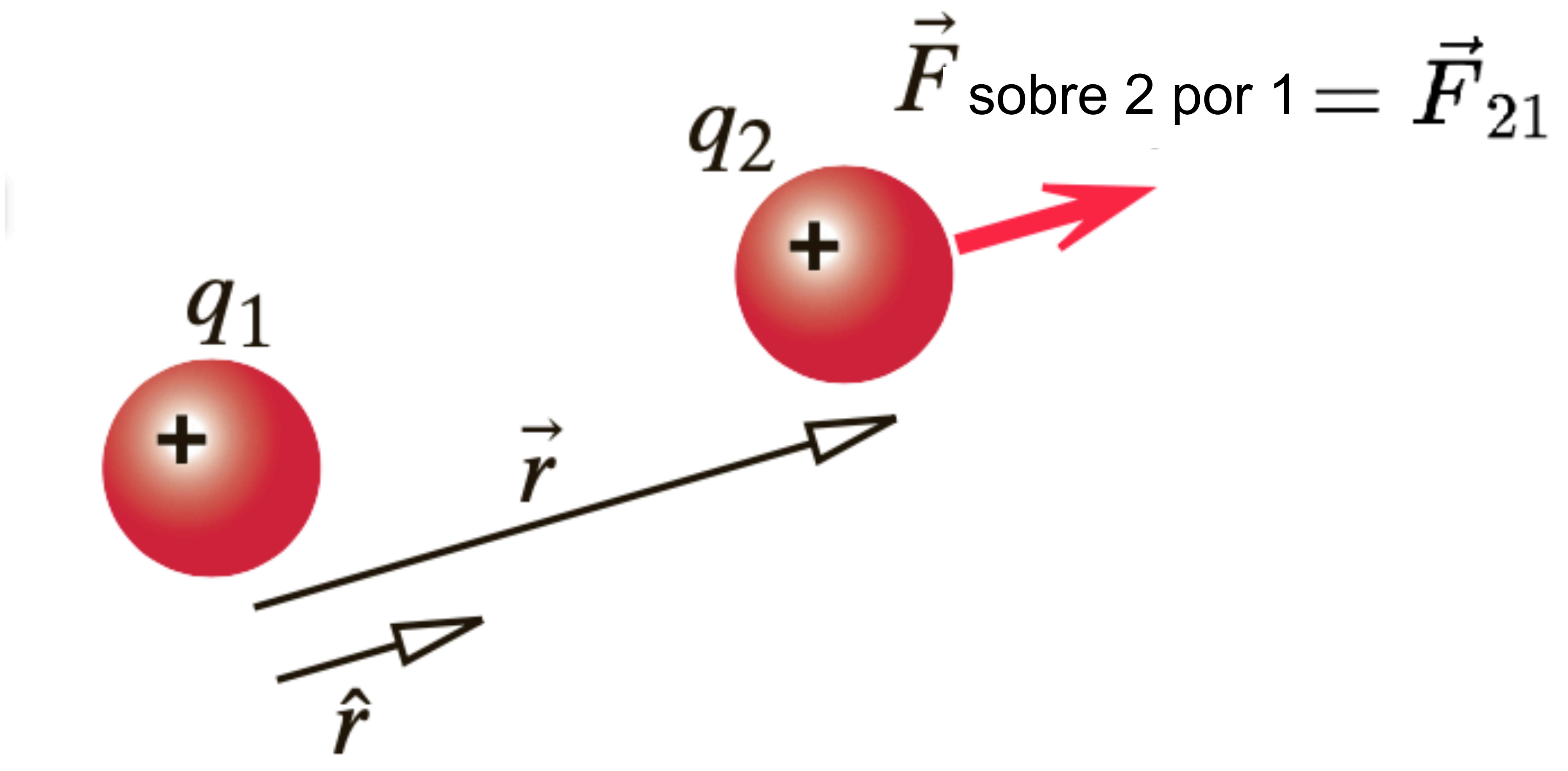
- Los protones se repelen
- Los electrones se repelen.
- Los protones y los electrones se atraen.



	Masa (kg)	Carga
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

- La fuerza eléctrica ejercida **sobre** la carga 2 **por** la carga 1



- La fuerza eléctrica ejercida sobre la carga 1 por la carga 2 tiene la misma magnitud pero sentido contrario.

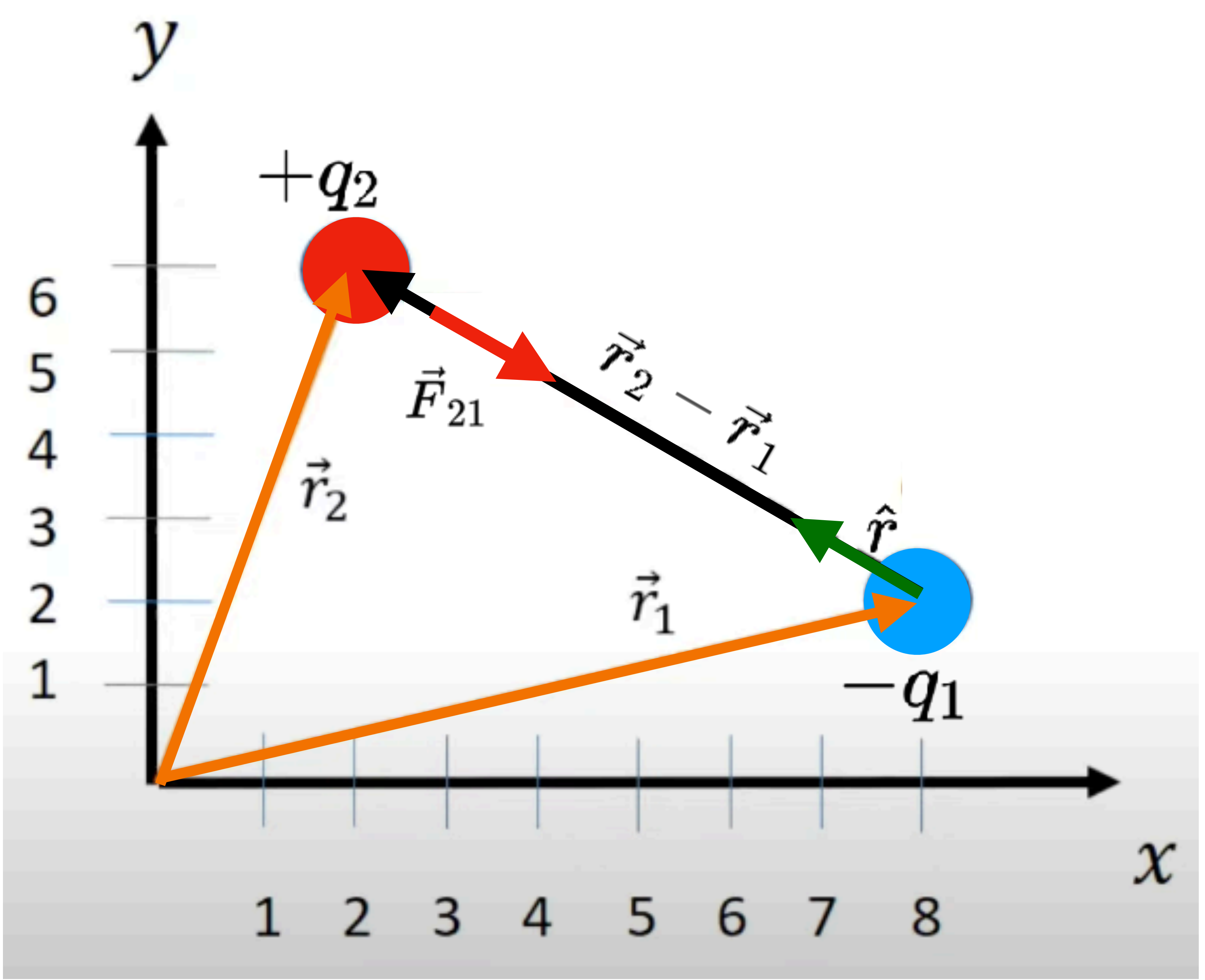
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\vec{F}_{\text{sobre 2 por 1}} = \vec{F}_{21} = k_e \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$

Donde

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

q_1 y q_2 son las cargas eléctricas de las partículas.
$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ es la posición de 2 relativa a 1.



$$\vec{r}_1 = 8\mathrm{i} + 2\mathrm{j} = \langle 8, 2 \rangle$$

$$\vec{r}_2 = 2\mathrm{i} + 6\mathrm{j} = \langle 2, 6 \rangle$$

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \langle -6, 4 \rangle$$

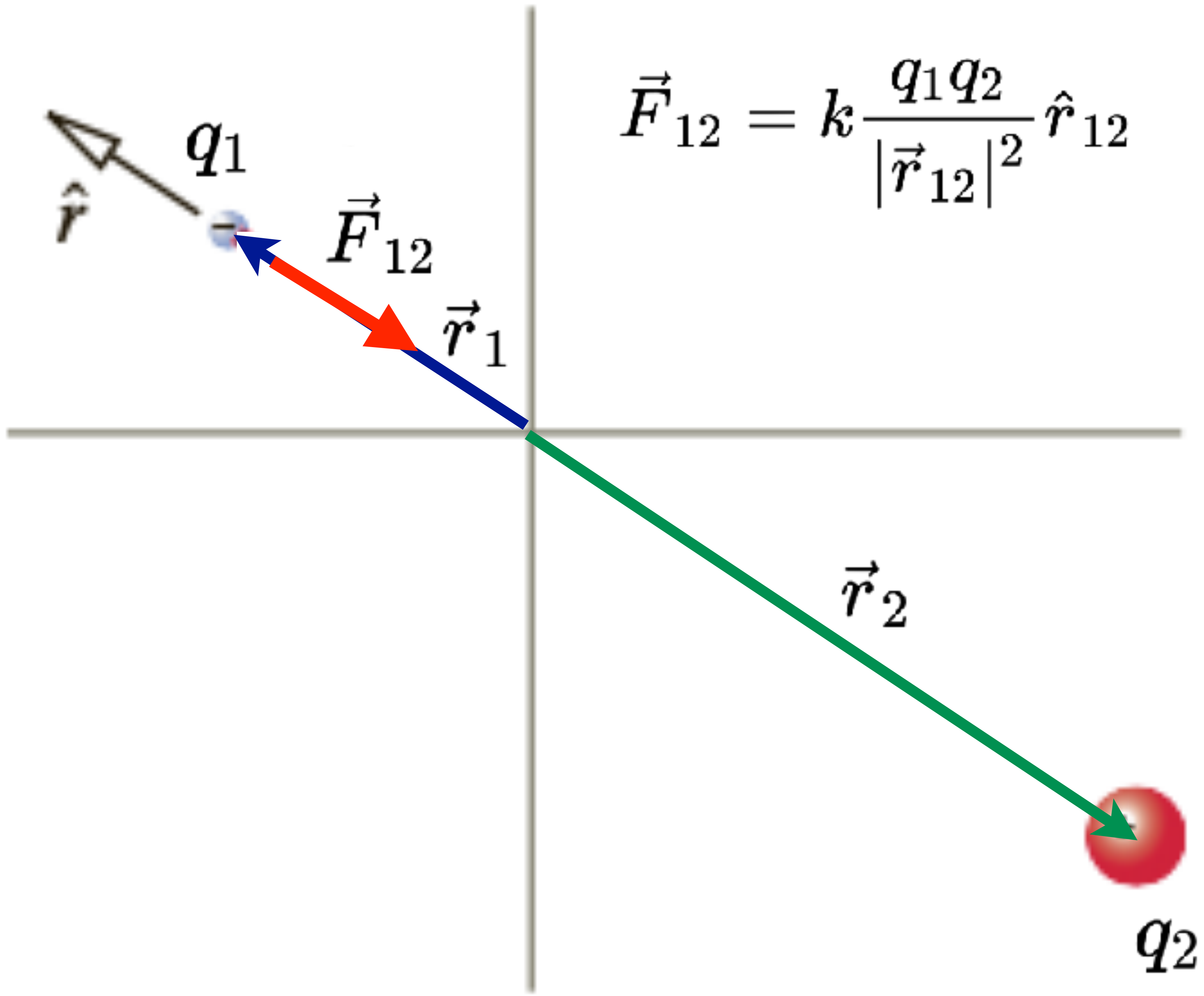
$$|\vec{r}| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\langle -6, 4 \rangle}{2\sqrt{13}} = \frac{\langle -3, 2 \rangle}{\sqrt{13}}$$

Ejemplo1.2 : Un electrón está situado en el punto $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en el punto $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

Fuerza sobre 1 por 2

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2}\hat{r}_{12}$$

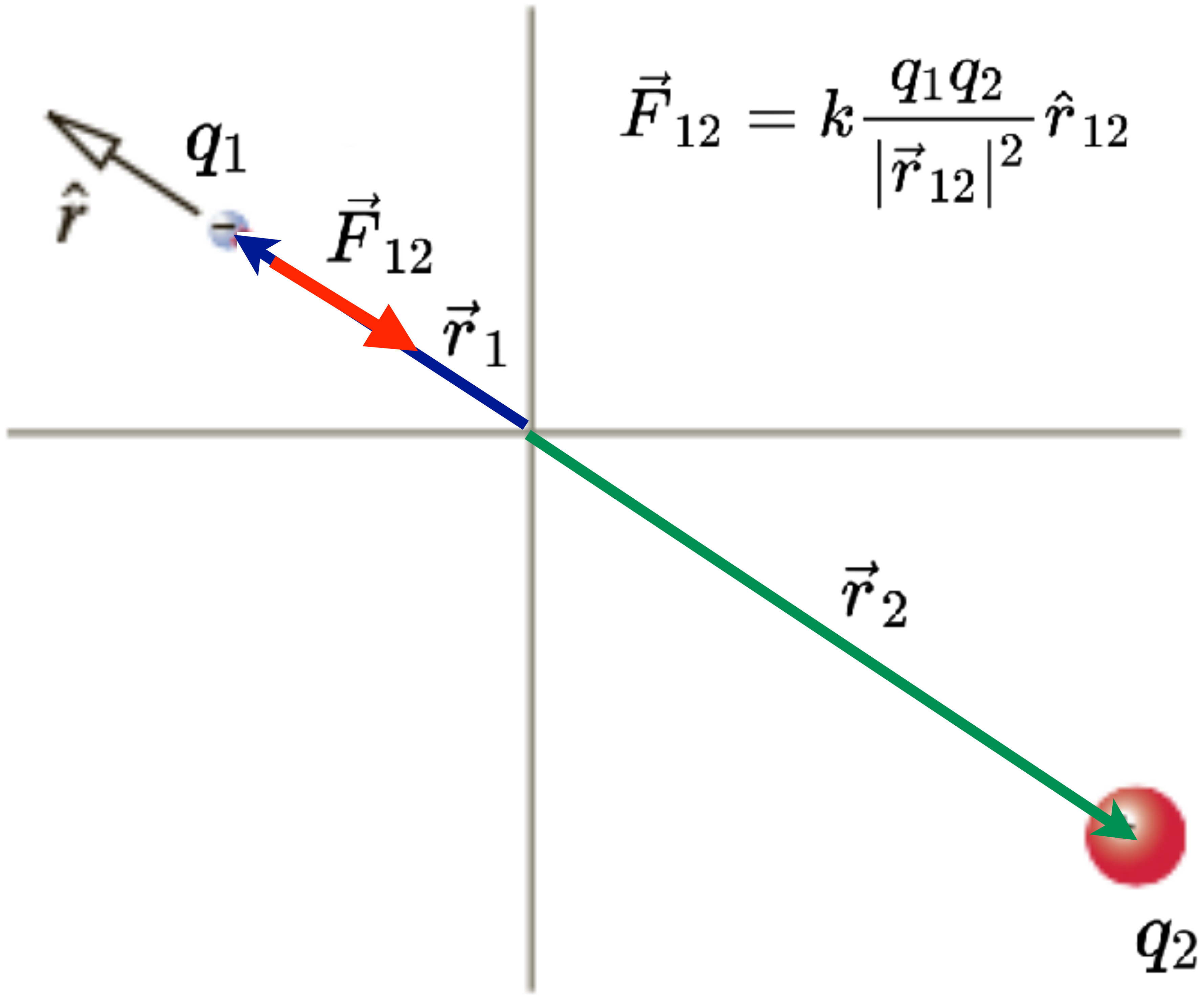


Ejemplo1.2 : Un electrón está situado en el punto $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en el punto $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

Datos:

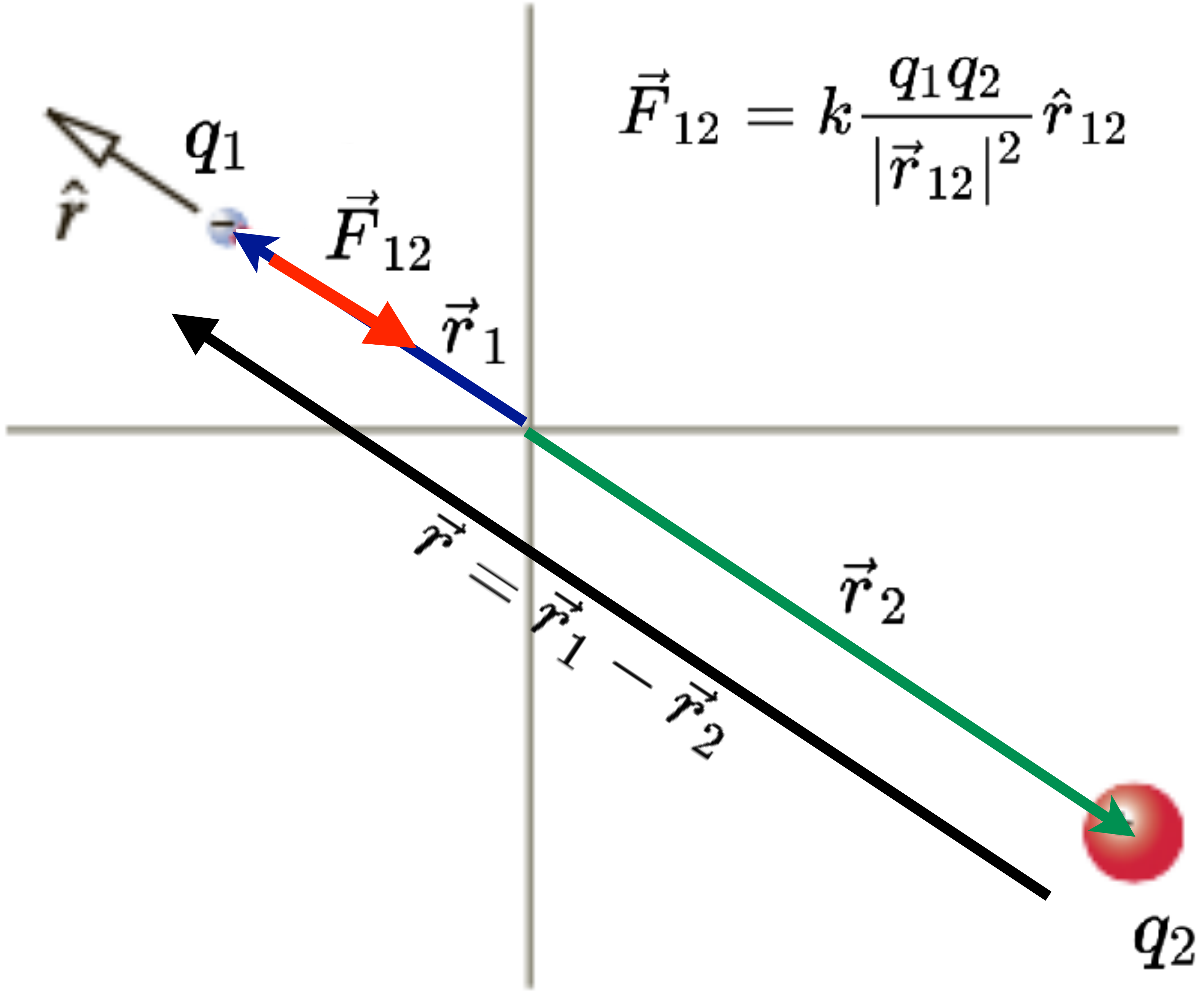
$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$
$$q_2 = 2(1,6 \times 10^{-19})\ \mathrm{C}$$
$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

Fuerza sobre 1 por 2



Ejemplo1.2 : Un electrón está situado en el punto $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en el punto $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

Fuerza sobre 1 por 2



Datos:

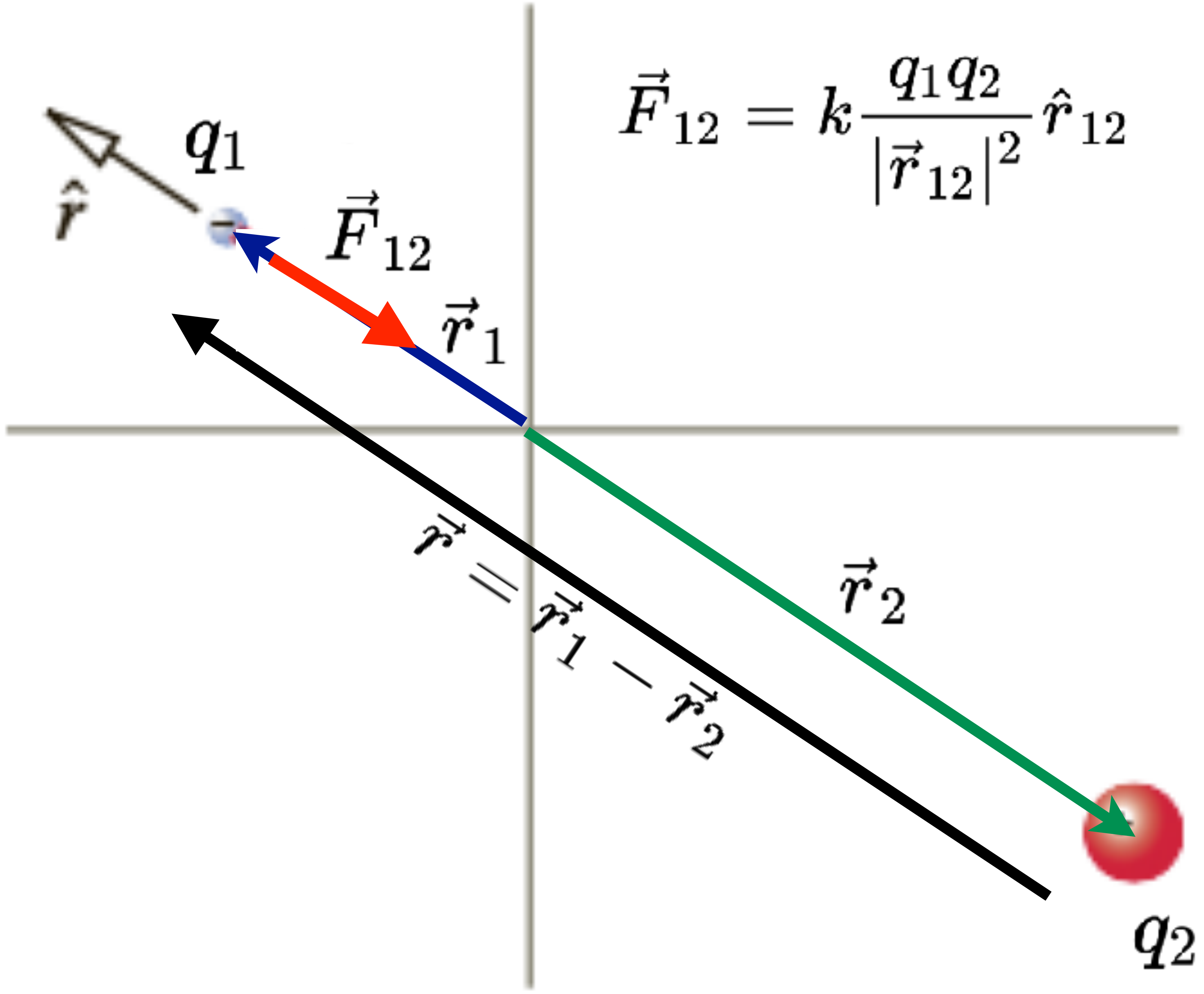
$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$
$$q_2 = 2(1,6 \times 10^{-19})\ \text{C}$$
$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \text{m}$$
$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \text{m}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \langle -9, 6, 0\rangle \times 10^{-9}\ \text{m}$$
$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = 3\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \text{m}$$
$$|\vec{r}| = 3\sqrt{13} \times 10^{-9}\ \ \text{m}$$
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{3\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \text{m}}{3\sqrt{13} \times 10^{-9}} = \frac{1}{\sqrt{13}}\langle -3, 2, 0\rangle$$

Ejemplo1.2 : Un electrón está situado en el punto $\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}$ m y una partícula alfa (dos protones y dos neutrones) está situada en el punto $\langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}$ m. Encuentre la fuerza ejercida sobre el electrón por la partícula alfa.

Fuerza sobre 1 por 2

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{12}|^2}\hat{r}_{12}$$



Datos:

$$q_1 = -1,6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$
$$q_2 = 2(1,6 \times 10^{-19})\ \mathrm{C}$$
$$\vec{r}_1 = \langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$\vec{r}_2 = \langle 6, -4, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \langle -9, 6, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = 3\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$|\vec{r}| = 3\sqrt{13} \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{3\langle -3, 2, 0\rangle \times 10^{-9}\ \mathrm{m}}{3\sqrt{13}\times 10^{-9}} = \frac{1}{\sqrt{13}}\langle -3, 2, 0\rangle$$

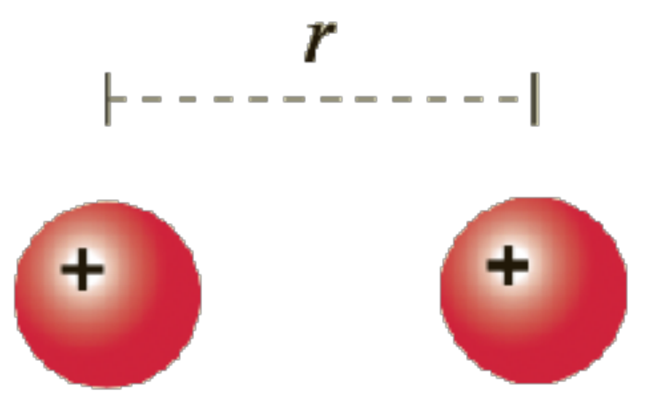
$$\vec{F}_{12} = \left(9\times 10^{9}\,\frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\frac{(3,2\times 10^{-19}\mathrm{C})(-1,6\times 10^{-19}\mathrm{C})}{\left(3\sqrt{13}\times 10^{-9}\ \mathrm{m}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{13}}\langle -3, 2, 0\rangle$$
$$\vec{F}_{12} = -1.092\times 10^{-12}\ \langle -3, 2, 0\rangle\ \mathrm{N}$$
$$\vec{F}_{12} = \langle 3.28\ ;\ \ -2.18\ ;\ 0\rangle \times 10^{-12}\ \mathrm{N}$$

¿No es una fuerza muy pequeña?

✦ Notebook

- **Comparación de las fuerzas eléctricas y gravitacionales**

Dos protones están a una distancia r el uno del otro, de centro a centro. Encontrar la relación entre la magnitud de la fuerza eléctrica que un protón ejerce sobre el otro y la magnitud de la fuerza gravitacional que un protón ejerce sobre el otro.



$$F_{\text{elec}} = (9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \frac{(1,6 \times 10^{-19}\mathrm{C})^2}{r^2}$$

$$F_{\text{grav}} = (6,7 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \frac{(1.7 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})^2}{r^2}$$

$$\frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} = 1,2 \times 10^{36}$$

La repulsión eléctrica de dos protones es mayor que su atracción gravitacional por un factor de:
1.200.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000

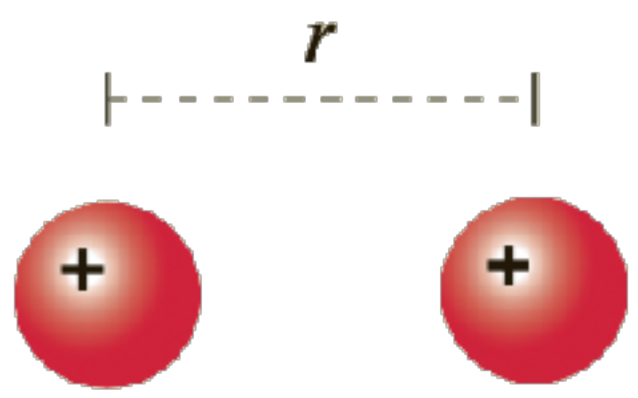
Si las interacciones eléctricas son intrínsecamente mucho más fuertes que las gravitacionales ¿por qué somos mucho más conscientes de las fuerzas gravitacionales en nuestra vida cotidiana?

	Masa (kg)	**Carga**
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

- **Comparación de las fuerzas eléctricas y gravitacionales**

Dos protones están a una distancia *r* el uno del otro, de centro a centro. Encontrar la relación entre la magnitud de la fuerza eléctrica que un protón ejerce sobre el otro y la magnitud de la fuerza gravitacional que un protón ejerce sobre el otro.



$$F_{\text{elec}} = (9 \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \frac{(1,6 \times 10^{-19} \mathrm{C})^2}{r^2}$$

$$F_{\text{grav}} = (6,7 \times 10^{-11} \ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}) \frac{(1.7 \times 10^{-27} \ \mathrm{kg})^2}{r^2}$$

$$\frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} = 1,2 \times 10^{36}$$

La repulsión eléctrica de dos protones es mayor que su atracción gravitacional por un factor de:
1.200.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000

Si las interacciones eléctricas son intrínsecamente mucho más fuertes que las gravitacionales ¿por qué somos mucho más conscientes de las fuerzas gravitacionales en nuestra vida cotidiana?

	Masa (kg)	Carga
Protón	1.67×10^{-27}	$+e$
Electron	9.11×10^{-31}	$-e$

$$e = 1,602176634 \times 10^{-19} \ \mathrm{C}$$

Ejemplo 1.3:

El núcleo en un átomo de hierro tiene un radio de aproximadamente $4,0 \times 10^{-15}$ m y contiene 26 protones.

¿Cuál es la magnitud de la fuerza electrostática de repulsión entre dos de los protones que están separados por $4,0 \times 10^{-15}$ m?

$$F = k_e \frac{e^2}{r^2}$$

$$= \frac{(8.99 \times 10^9 \ \mathrm{N \cdot m^2/C^2})(1.602 \times 10^{-19} \mathrm{C})^2}{(4.0 \times 10^{-15} \ \mathrm{m})^2} = 14,4 \ \mathrm{N}$$

- Es una fuerza enorme para actuar sobre un protón.
- Estas fuerzas deberían hacer explotar el núcleo de cualquier elemento excepto el hidrógeno.
- Sin embargo los núcleos no explotan.
- Tiene que haber una fuerza enorme de atracción que contrarreste esta enorme fuerza de repulsión.

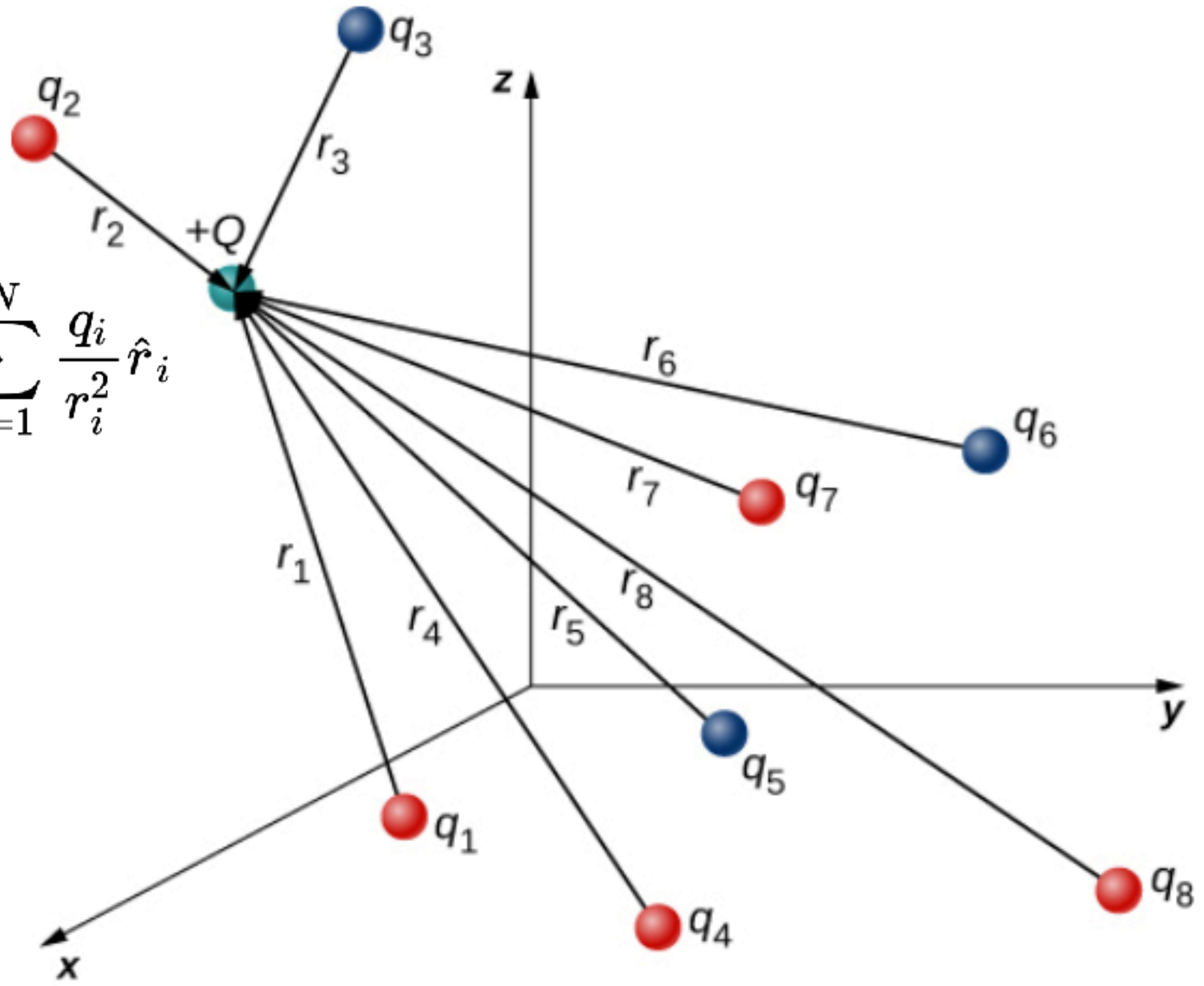
✦ Notebook

Múltiples cargas múltiples fuerzas

- La fuerza electrostática también obedece al principio de superposición. Supongamos que tenemos *n* partículas cargadas cerca de una partícula elegida llamada partícula *Q*; entonces la fuerza neta sobre la partícula *Q* viene dada por la suma vectorial:

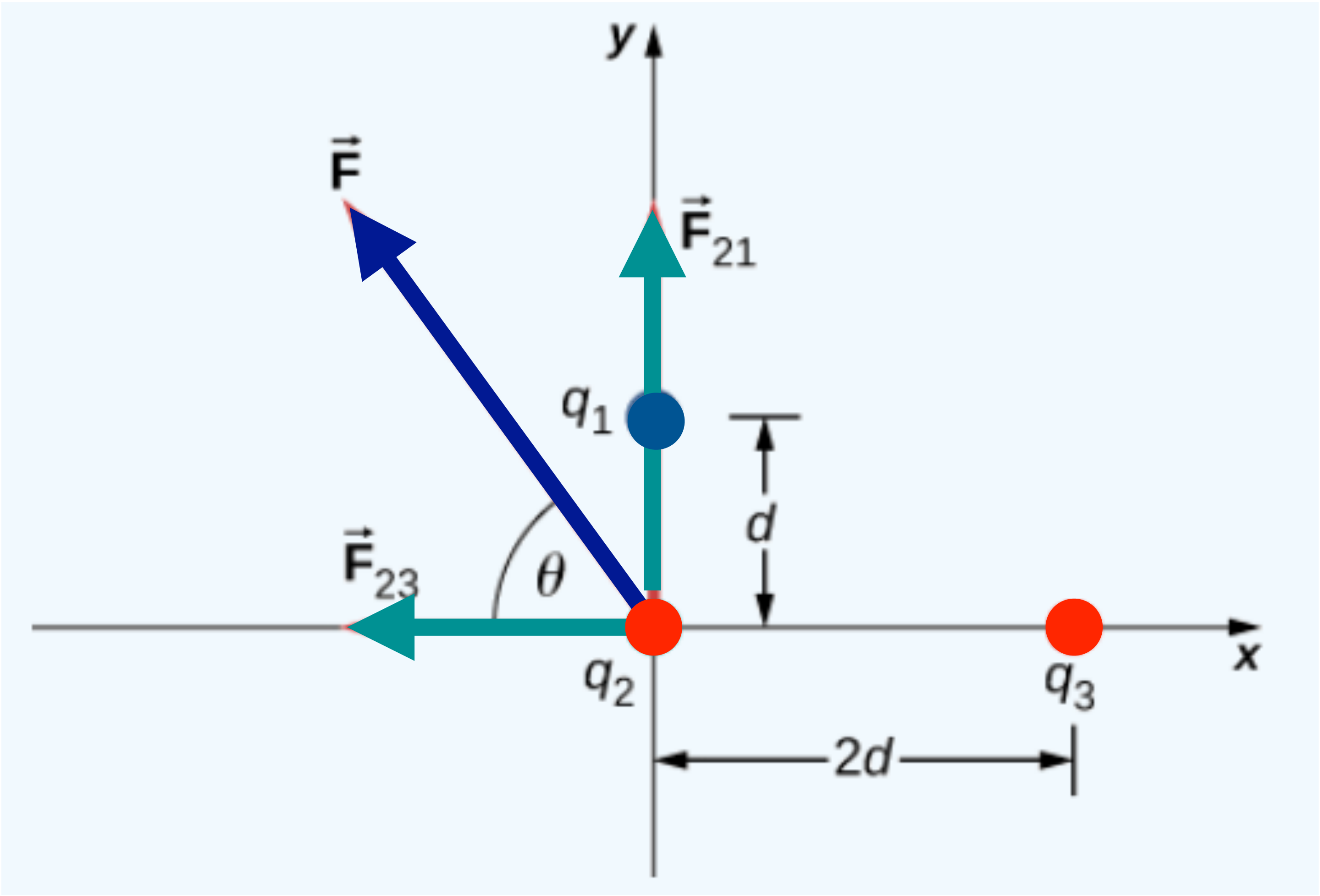
$$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \ldots + \frac{q_N}{r_N^2}\hat{r}_N\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\hat{r}_i = \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|}$$



- Para conocer la fuerza neta que actúa sobre una partícula cargada elegida que está rodeada por otras partículas cargadas, primero identifica claramente esa partícula elegida y luego encuentra la fuerza sobre ella debida a cada una de las otras partículas.
- Puedes dibujar esos vectores de fuerza en un diagrama de cuerpo libre para la partícula elegida.
- A continuación, suma todas esas fuerzas como vectores.
- El resultado es la fuerza neta (o resultante) que actúa sobre la partícula.

Ejemplo 1.4: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:



$$q_1 = 2e, q_2 = -3e, q_3 = -5e$$

$$d = 2,0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{r}_1 = \langle 0, d \rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 0, 0 \rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 2d, 0 \rangle$$

Hablemos de la resolución de problemas

Entender el enunciado del problema

- Pensamiento computacional

INPUT

Datos:
- Variables conocidas (m, v, t)
- Condiciones iniciales

Contexto
- Leyes físicas y principios relevantes
- Ecuaciones y fórmulas aplicables
- Gráficos o diagramas del sistema físico

Resolución
- Descomponer en partes pequeñas
- Reconocer patrones
- Abstraer y focalizar
- Diseño algorítmico

Resultados:
- Lo que se busca calcular o determinar
- Comunicar resultados

OUTPUT

Por ejemplo

Calcular la aceleración de un objeto de masa conocida cuando se le aplica una fuerza determinada.

INPUT

Datos:

- Masa del objeto: m = 5 kg
- Fuerza aplicada: F = 20 N

Contexto

- Segunda ley de Newton: $F = m{\cdot}a$

Resolución

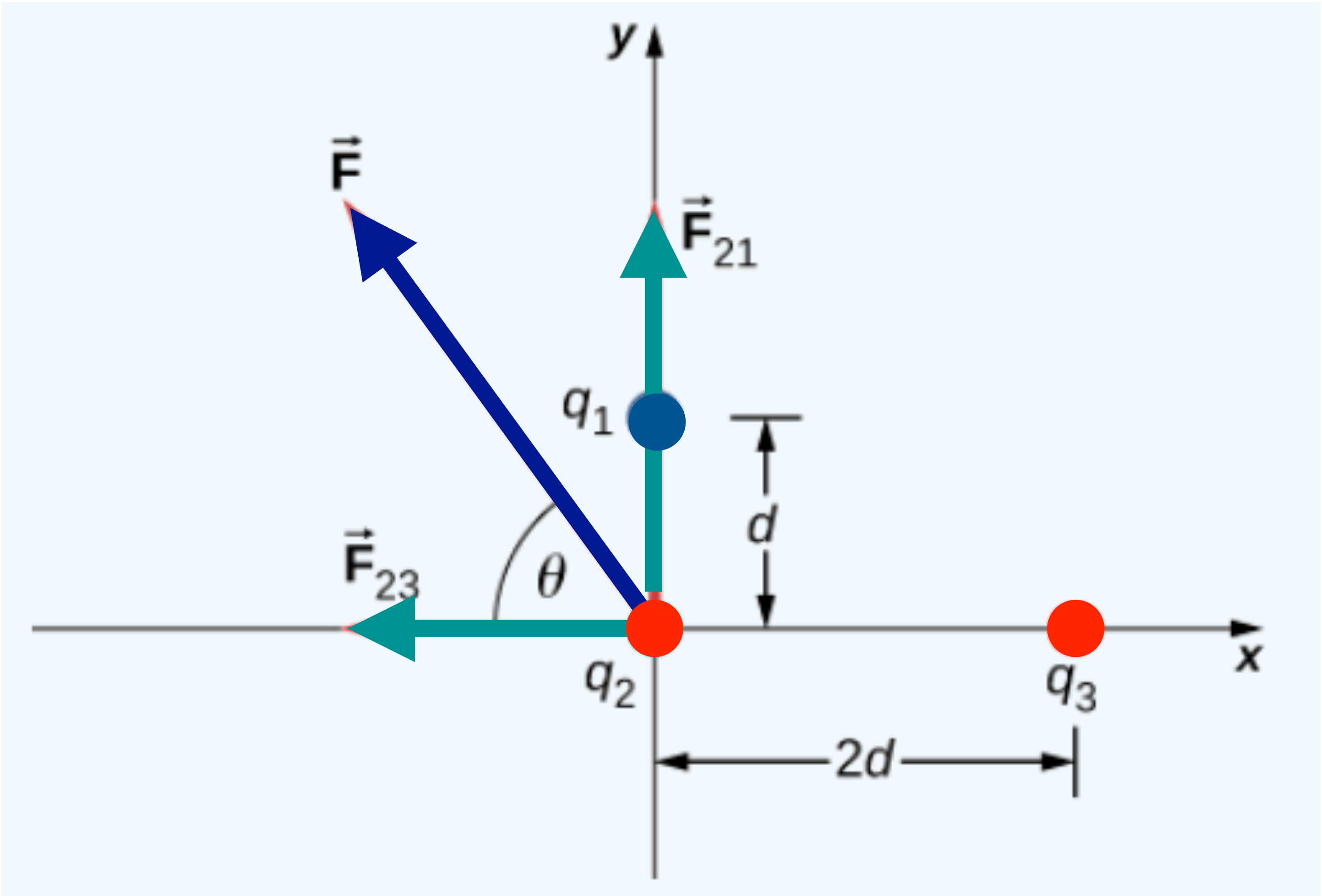
- Identificar las variables y sus relaciones
- Reconocer que es un problema directo de dinámica lineal.
- Focalizar en la ecuación $F = m{\cdot}a$
- Despejar la aceleración: $a = F / m$
- Sustituir los valores conocidos.

Resultados:

- Aceleración del objeto:
- a = 20 N / 5 kg = 4 m/s^2
- Comunicar resultados

OUTPUT

Ejemplo 1.4: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:



$$q_1 = 2e, q_2 = -3e, q_3 = -5e$$

$$d = 2,0 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{r}_1 = \langle 0, d \rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 0, 0 \rangle$$

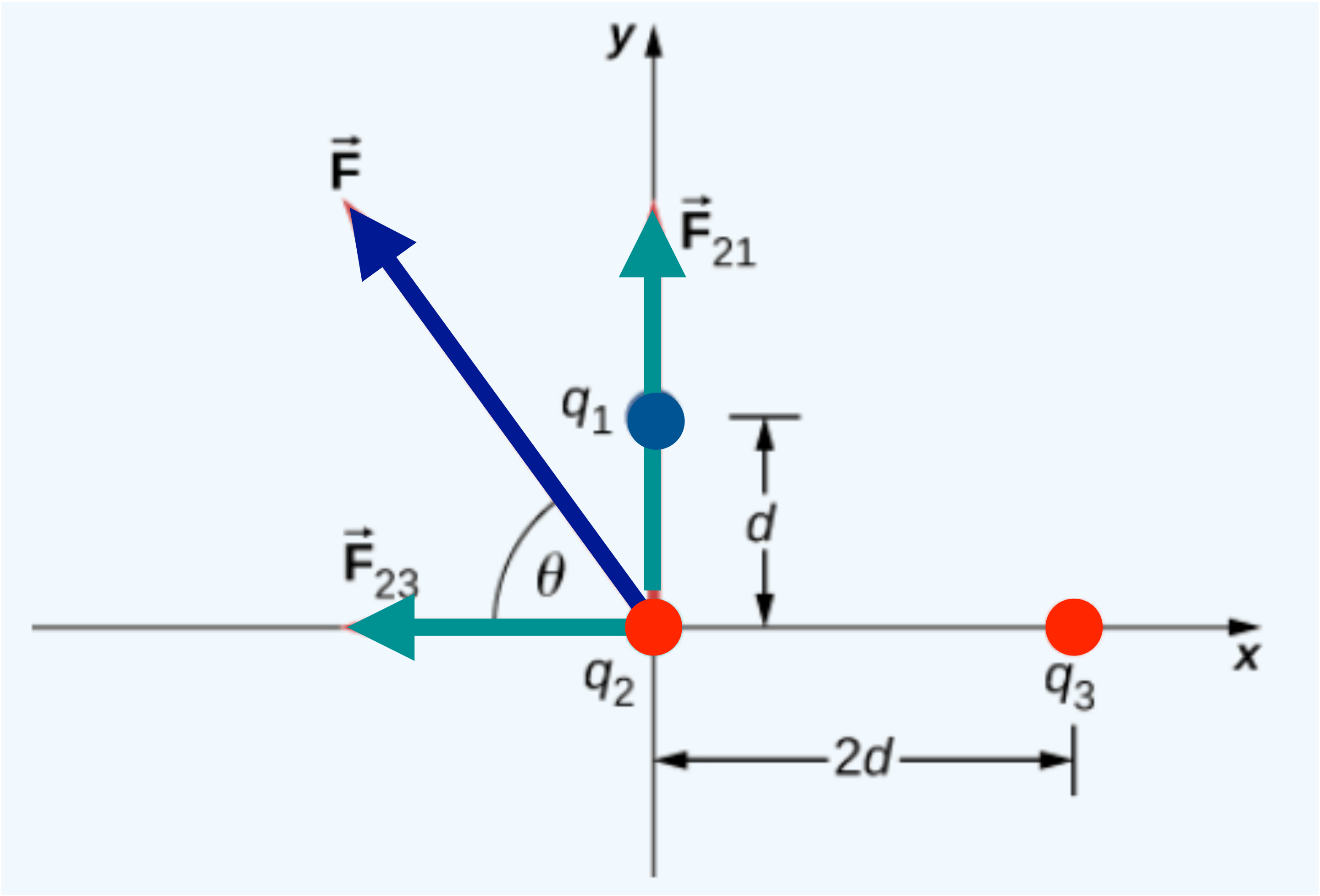
$$\vec{r}_3 = \langle 2d, 0 \rangle$$

$$\vec{F}(r) = k_e Q \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

1: Calculamos $\vec{F}_{21}$

2: Calculamos $\vec{F}_{23}$

Ejemplo 1.4: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:



$$q_1 = 2e, q_2 = -3e, q_3 = -5e$$

$$d = 2,0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{r}_1 = \langle 0, d\rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 0, 0\rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 2d, 0\rangle$$

$$\vec{F}(r) = k_e Q \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

1: Calculamos $\vec{F}_{21}$

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \langle 0, -d\rangle$$

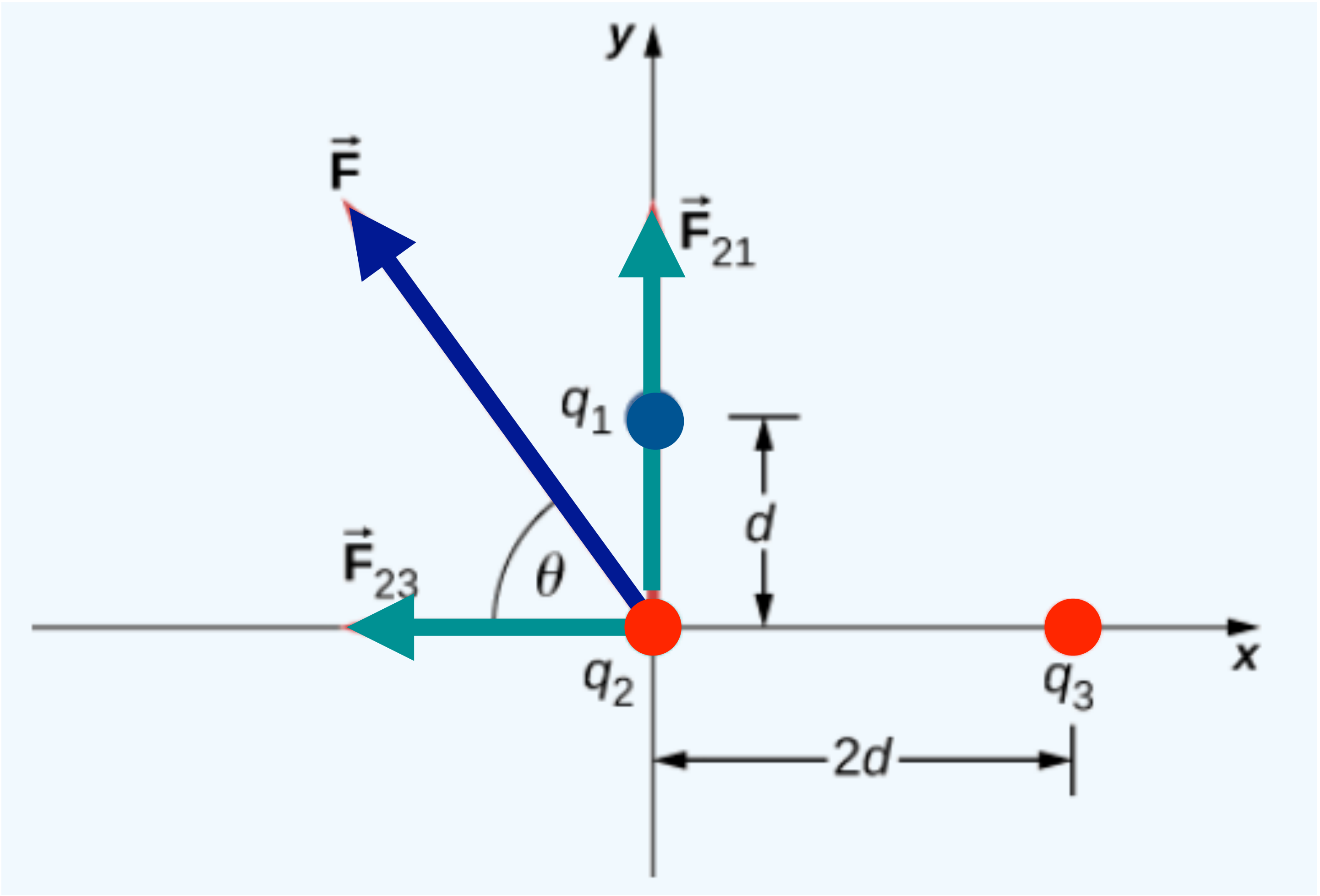
$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{0 + d^2} = d$$

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} = \frac{\langle 0, -d\rangle}{d} = \langle 0, -1\rangle$$

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{(2e)(-3e)}{|\vec{r}_{21}|^2}\hat{r}_{21} = -k_e\frac{6e^2}{d^2}\langle 0, -1\rangle = k_e\frac{6e^2}{d^2}\langle 0, 1\rangle$$

2: Calculamos $\vec{F}_{23}$

Ejemplo 1.4: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:



$$q_1 = 2e, q_2 = -3e, q_3 = -5e$$

$$d = 2,0 \times 10^{-7} \text{ m}$$

¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{r}_1 = \langle 0, d \rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 0, 0 \rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 2d, 0 \rangle$$

$$\vec{F}(r) = k_e Q \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

1: Calculamos $\vec{F}_{21}$

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \langle 0, -d \rangle$$

$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{0 + d^2} = d$$

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|} = \frac{\langle 0, -d \rangle}{d} = \langle 0, -1 \rangle$$

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{(2e)(-3e)}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} = -k_e \frac{6e^2}{d^2} \langle 0, -1 \rangle = k_e \frac{6e^2}{d^2} \langle 0, 1 \rangle$$

2: Calculamos $\vec{F}_{23}$

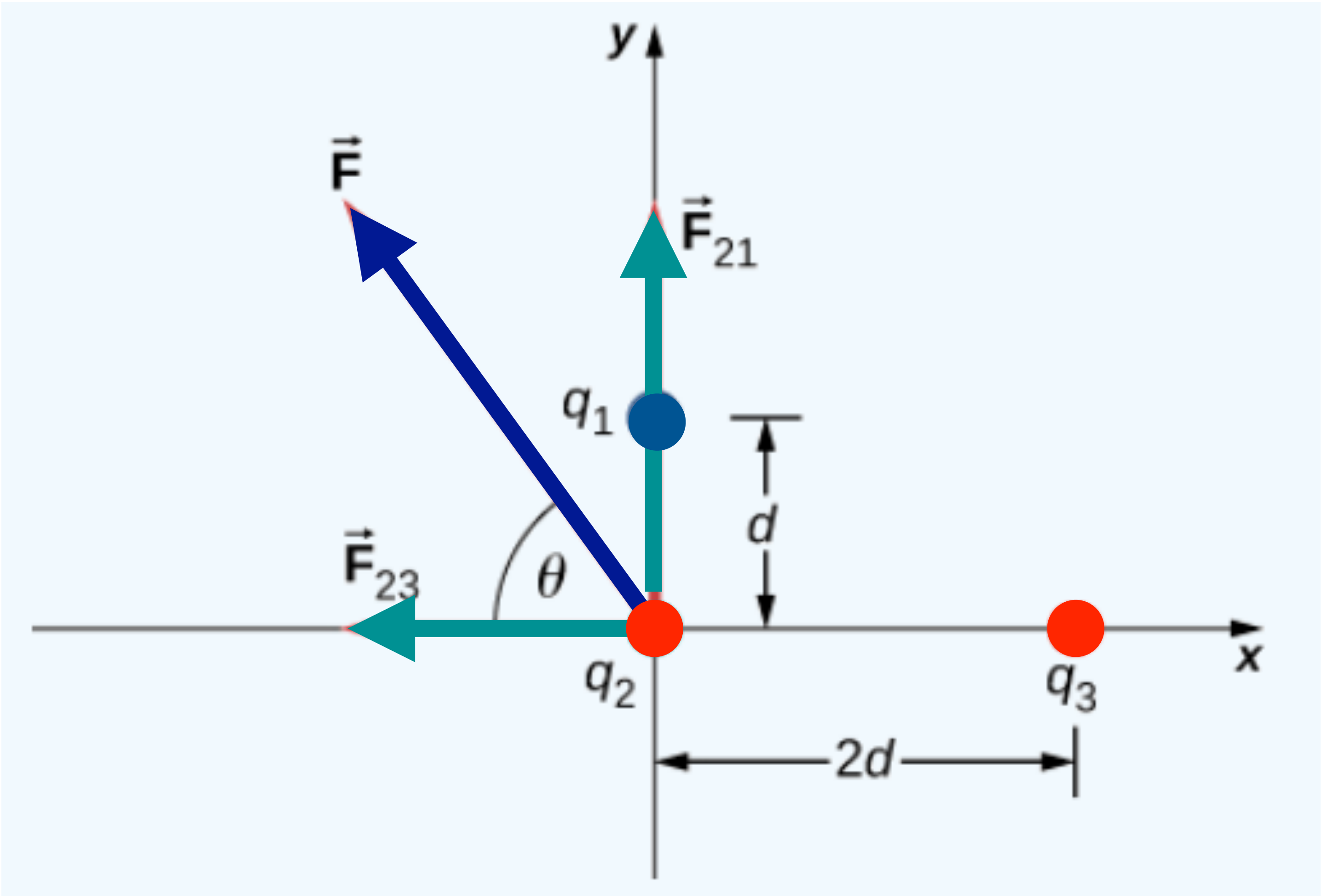
$$\vec{r}_{23} = \vec{r}_2 - \vec{r}_3 = \langle -2d, 0 \rangle$$

$$|\vec{r}_{23}| = \sqrt{(2d)^2 + 0} = 2d$$

$$\hat{r}_{23} = \frac{\vec{r}_{23}}{|\vec{r}_{23}|} = \frac{\langle -2d, 0 \rangle}{2d} = \langle -1, 0 \rangle$$

$$\vec{F}_{23} = k_e \frac{(-3e)(-5e)}{|\vec{r}_{23}|^2} \hat{r}_{23} = k_e \frac{15e^2}{4d^2} \langle -1, 0 \rangle = -k_e \frac{15e^2}{4d^2} \langle 1, 0 \rangle$$

Ejemplo 1.4: Tres cargas se distribuyen como se muestra en la figura:



$$q_1 = 2e, q_2 = -3e, q_3 = -5e$$

$$d = 2,0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga q_2?

$$\vec{r}_1 = \langle 0, d\rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle 0, 0\rangle$$

$$\vec{r}_3 = \langle 2d, 0\rangle$$

$$\vec{F}(r) = k_e Q \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\vec{F}_{23} = -k_e \frac{15e^2}{4d^2}\langle 1, 0\rangle \qquad \vec{F}_{21} = k_e \frac{6e^2}{d^2}\langle 0, 1\rangle$$

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = -k_e \frac{15e^2}{4d^2}\langle 1, 0\rangle + k_e \frac{6e^2}{d^2}\langle 0, 1\rangle = k_e \frac{3e^2}{d^2}\left\langle -\frac{5}{4}, 2\right\rangle$$

- Ahora los valores numéricos

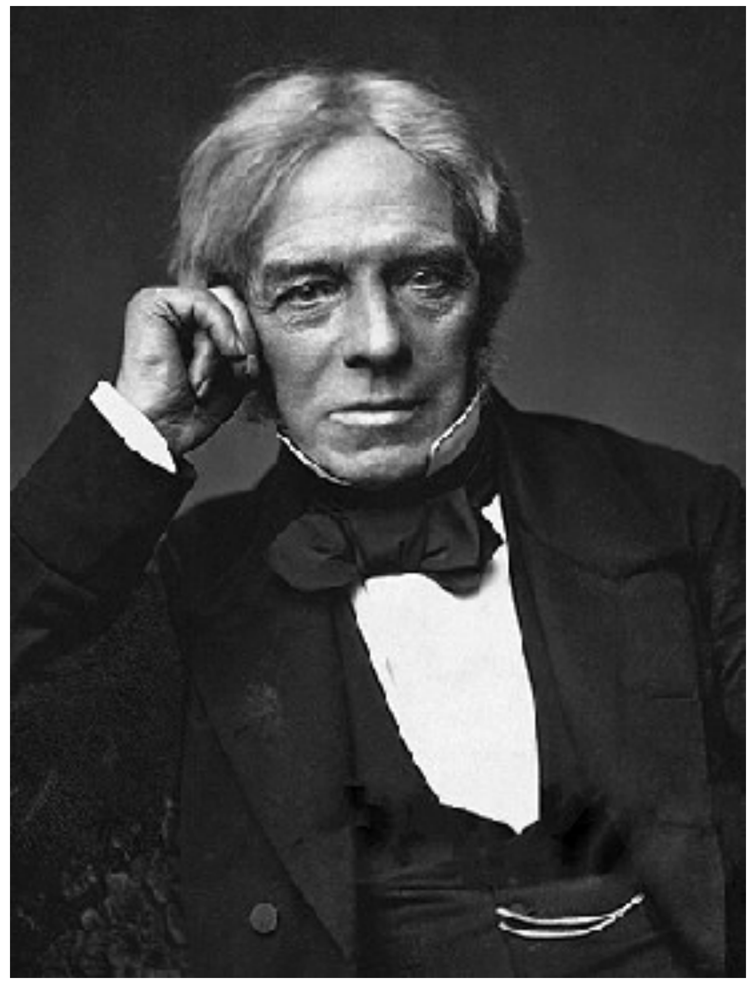
$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = \left(9,0 \times 10^9 \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}\right) \frac{3\left(1,60 \times 10^{-19}\mathrm{C}\right)^2}{\left(2,0 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}\right)^2}\left\langle -\frac{5}{4}, 2\right\rangle$$

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = 1,728 \times 10^{-14}\left\langle -\frac{5}{4}, 2\right\rangle \mathrm{N}$$

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = \langle -2,16\ ;\ 3,46\rangle \times 10^{-14}\ \mathrm{N}$$

✦ Notebook

4. Campo eléctrico



Michael Faraday
1791-1867

- Antes de la introducción del campo eléctrico, las interacciones entre cargas eléctricas se describían en términos de fuerzas a distancia (La ley de Coulomb, formulada en 1785)
- Era un enfoque era análogo al de la ley de gravitación universal de Newton, que también describía una fuerza a distancia.
- La idea de acción a distancia sin un medio material entre las cargas resultaba problemático para muchos físicos, que buscaban una explicación más tangible del fenómeno.

- **Michael Faraday**, científico inglés, jugó un papel crucial en la conceptualización del campo eléctrico.
- Faraday trabajó con la idea de líneas de fuerza, que representaban visualmente la manera en que las fuerzas eléctricas y magnéticas se distribuían en el espacio.
- Faraday sugirió que estas fuerzas no eran simplemente acciones a distancia, sino que estaban mediadas por un "**campo**" que existía en el espacio alrededor de las cargas.
- En 1831, Faraday descubrió la inducción electromagnética, demostrando que un campo magnético variable podía inducir un campo eléctrico.
- Aunque Faraday no formuló matemáticamente el concepto de campo, sus ideas y sus experimentos sentaron las bases para la comprensión moderna del campo eléctrico y magnético.

- El trabajo de Faraday fue esencialmente cualitativo, describiendo cómo las líneas de fuerza se comportaban y cómo los campos eléctricos y magnéticos podían interactuar.
- Sin embargo, fue **James Clerk Maxwell** quien formalizó el concepto de campo eléctrico y lo integró en una teoría matemática coherente.

James Clerk Maxwell 1831-1879

- Maxwell fue un físico teórico escocés que, entre 1861 y 1862, publicó una serie de artículos que culminaron en la obra "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field" (1864).
- En esta teoría, Maxwell unificó los campos eléctricos y magnéticos en un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que ahora conocemos como las Ecuaciones de Maxwell.
- Maxwell interpretó los trabajos de Faraday y los expresó matemáticamente.
- Definió el campo eléctrico como una cantidad vectorial que describe la fuerza que experimentaría una carga positiva pequeña colocada en cualquier punto del espacio.
- La relación entre la fuerza sobre una carga y el campo eléctrico en ese punto está dada por:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

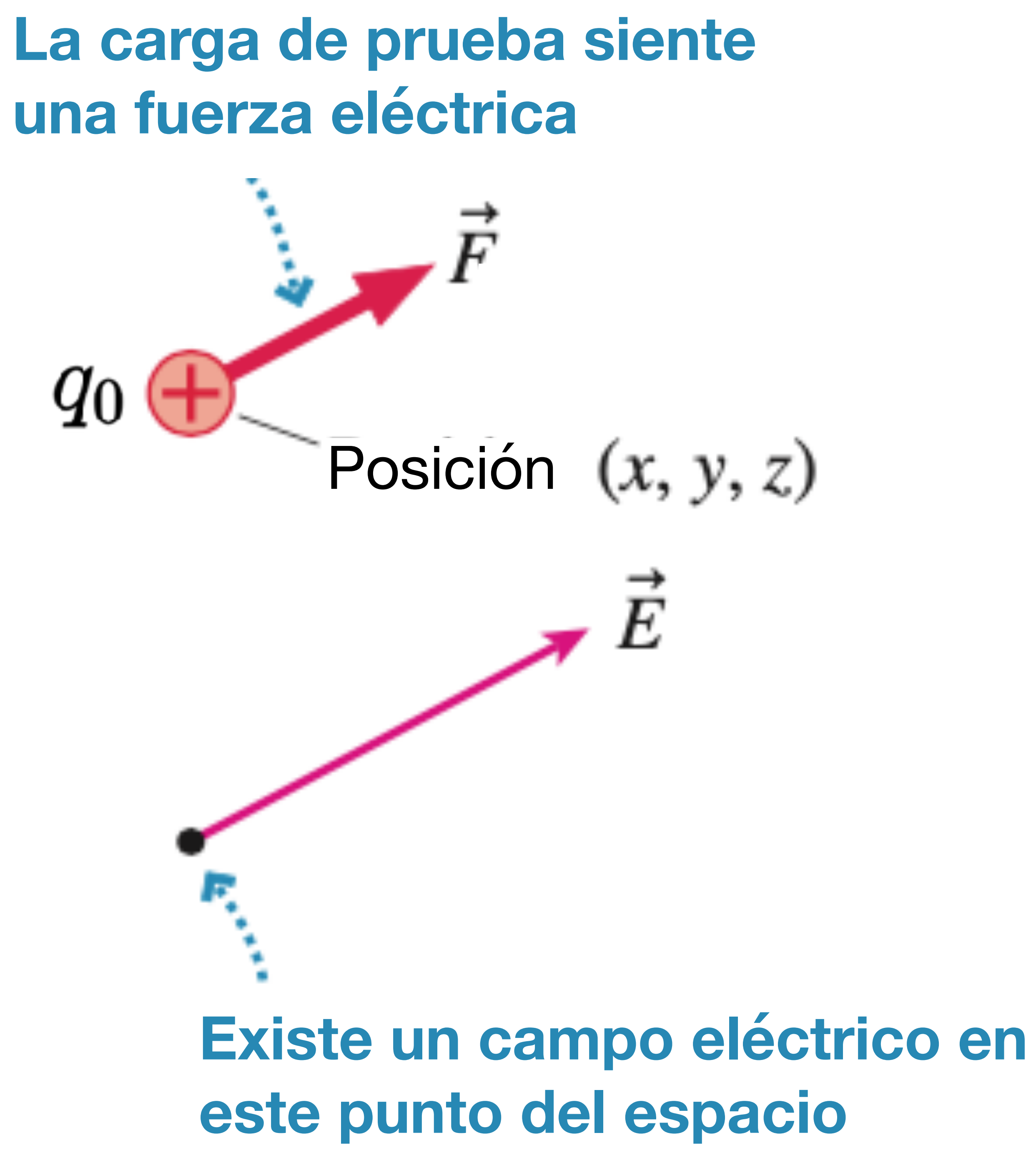
- Maxwell también introdujo la idea de que las perturbaciones en los campos eléctricos y magnéticos podían propagarse como ondas a través del espacio, lo que llevó al descubrimiento de la naturaleza electromagnética de la luz.

La idea básica es que el campo eléctrico es el agente que ejerce una fuerza eléctrica sobre una partícula cargada.
Es decir, que las partículas cargadas interactúan a través del campo eléctrico.

Postulamos:

1. Un conjunto de cargas, que llamamos cargas fuente, altera el espacio que las rodea creando un campo eléctrico $\vec{E}$ en todos los puntos del espacio.

2. Una carga q en el campo eléctrico experimenta la fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ ejercida por el campo. La fuerza sobre una carga positiva está en la dirección de $\vec{E}$; la fuerza sobre una carga negativa está dirigida en sentido contrario a $\vec{E}$.



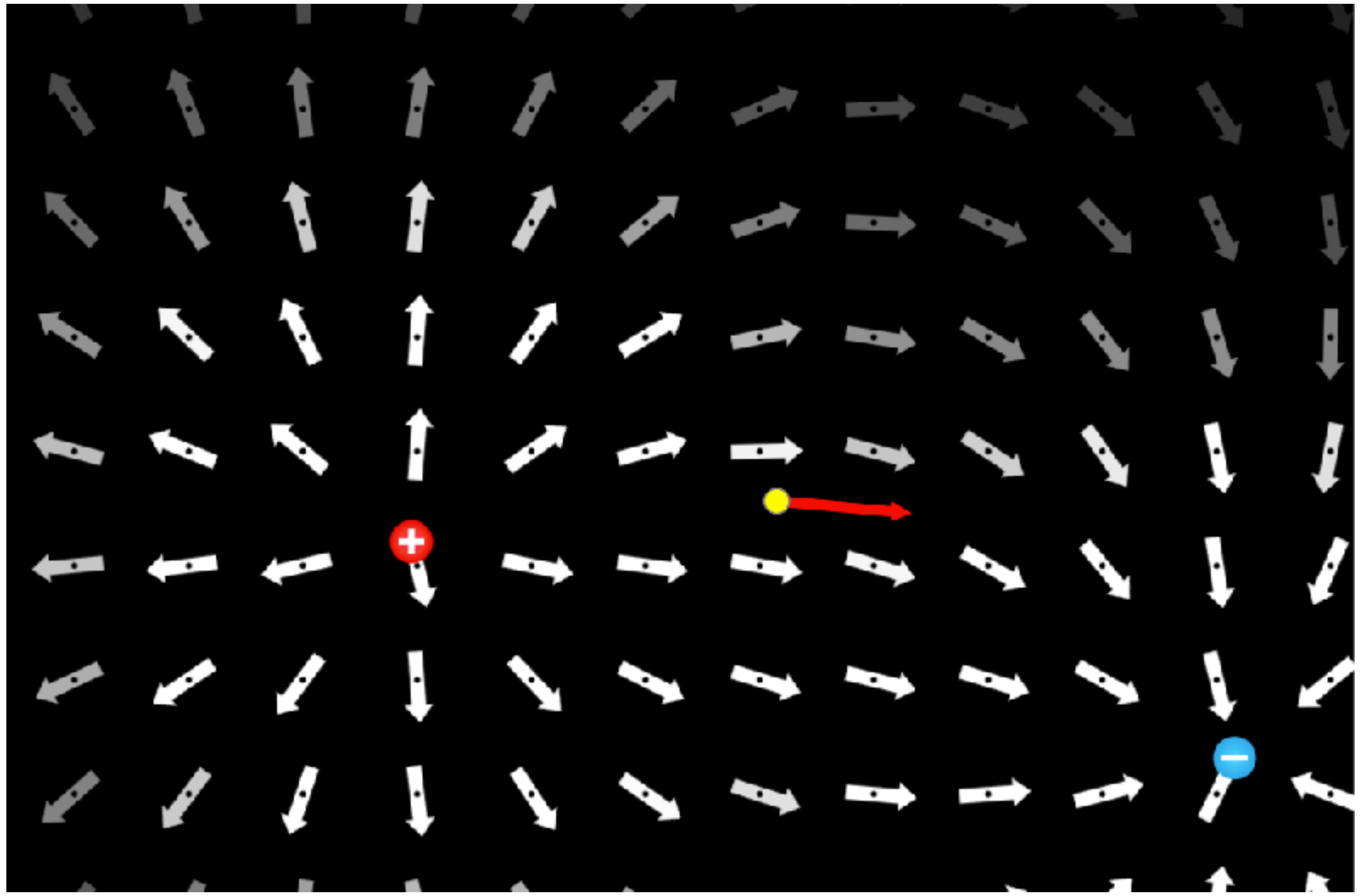
$$\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,q_0}{r^2}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}(r) \equiv \frac{\vec{F}(r)}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

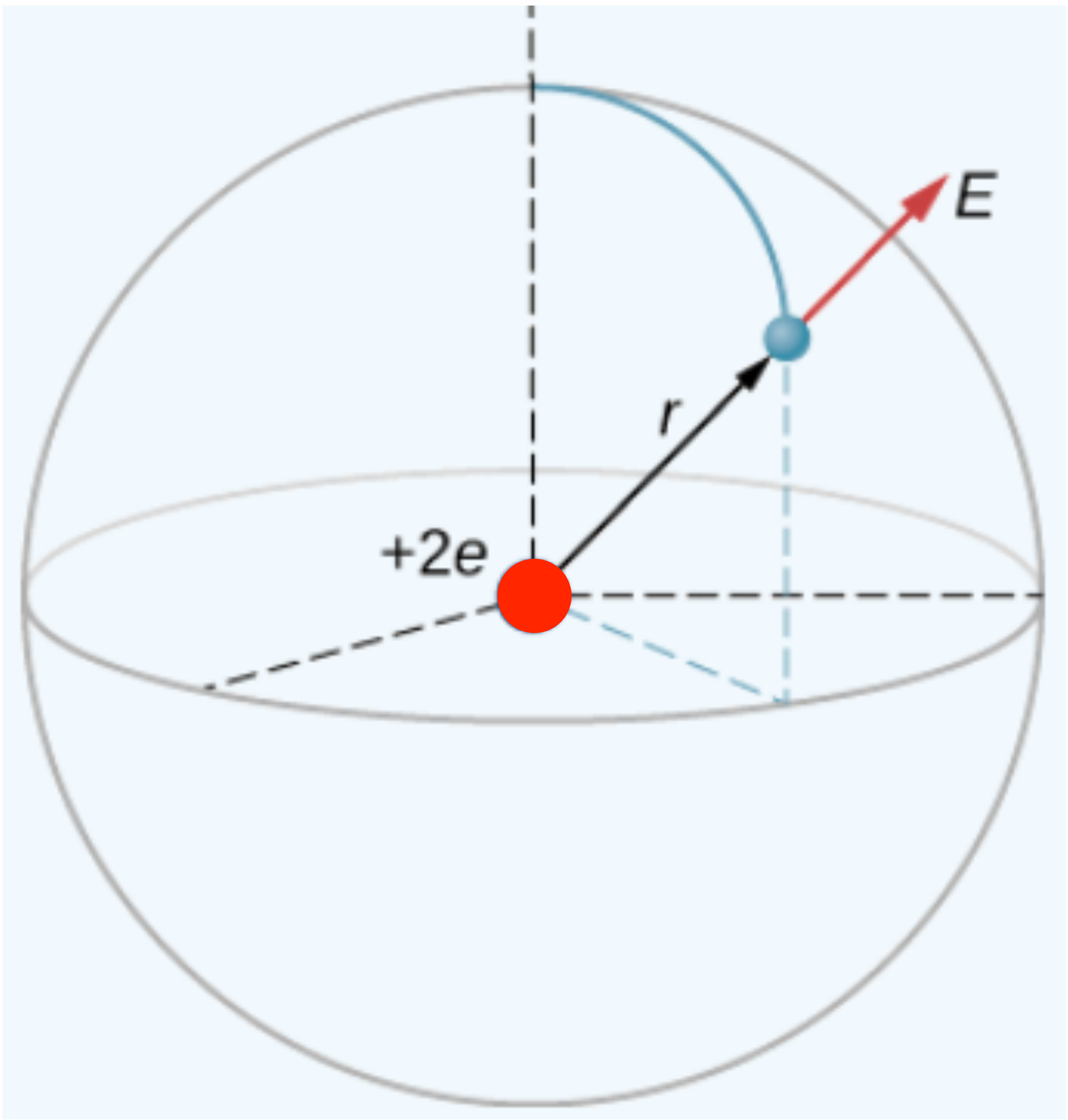
Las unidades del SI para el campo eléctrico son newtons por culombio $\left[\mathrm{N\,C^{-1}}\right]$
Más adelante nos encontraremos con una unidad llamada voltio. Una unidad alternativa (y más habitual) para el campo eléctrico es voltios por metro $\left[\mathrm{V\,m^{-1}}\right]$.

Cálculo de campos eléctricos

Ejemplo: En un átomo de helio ionizado, la distancia más probable entre el núcleo y el electrón es $r = 26,5 \times 10^{-12}$ m

¿Cuál es el campo eléctrico debido al núcleo en el lugar donde se encuentra el electrón?





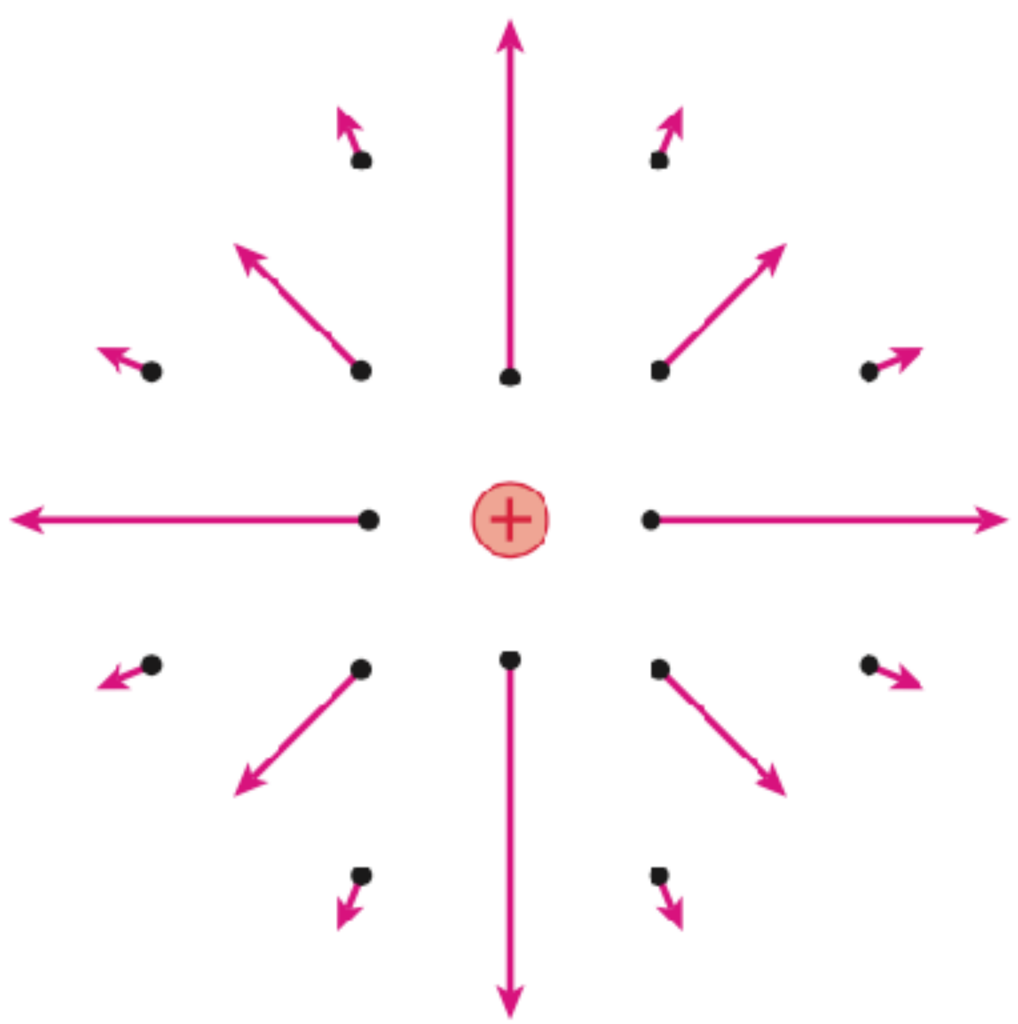
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

[Simulador PhET]

[Generador Van de Graaff]

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\left(8,85 \times 10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)}\frac{2\left(1,6 \times 10^{-19}\ C\right)}{\left(26,5 \times 10^{-12}\ m\right)^2}\hat{r} = 4,1 \times 10^{12}\,\frac{N}{C}\hat{r}$$

El campo eléctrico de una carga puntual positiva

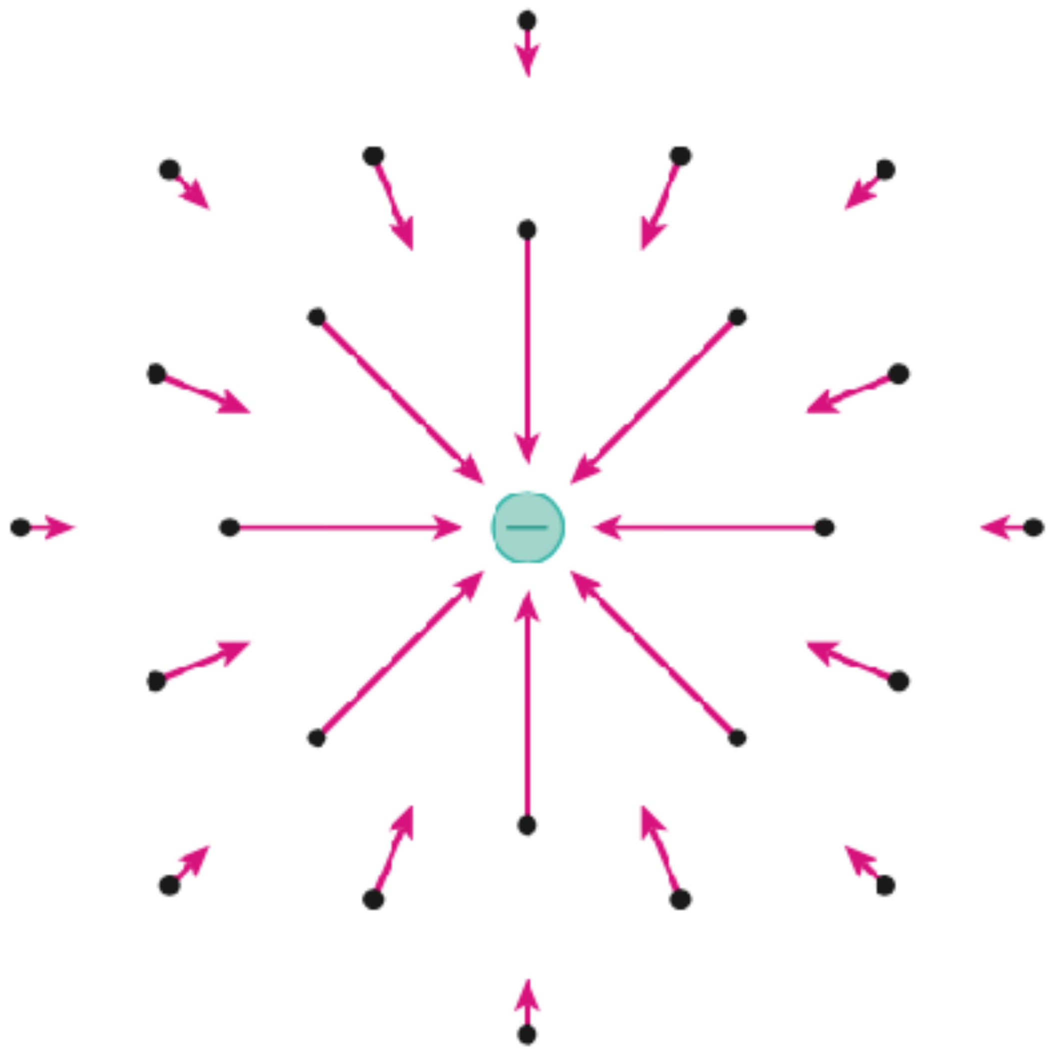


1. El diagrama es sólo una muestra representativa de los vectores del campo eléctrico. El campo existe en todos los demás puntos.

2. La flecha indica la dirección y la intensidad del campo eléctrico en el punto al que está unida, es decir, en el punto donde se sitúa la cola del vector. La longitud de cualquier vector es significativa sólo en relación con las longitudes de otros vectores.

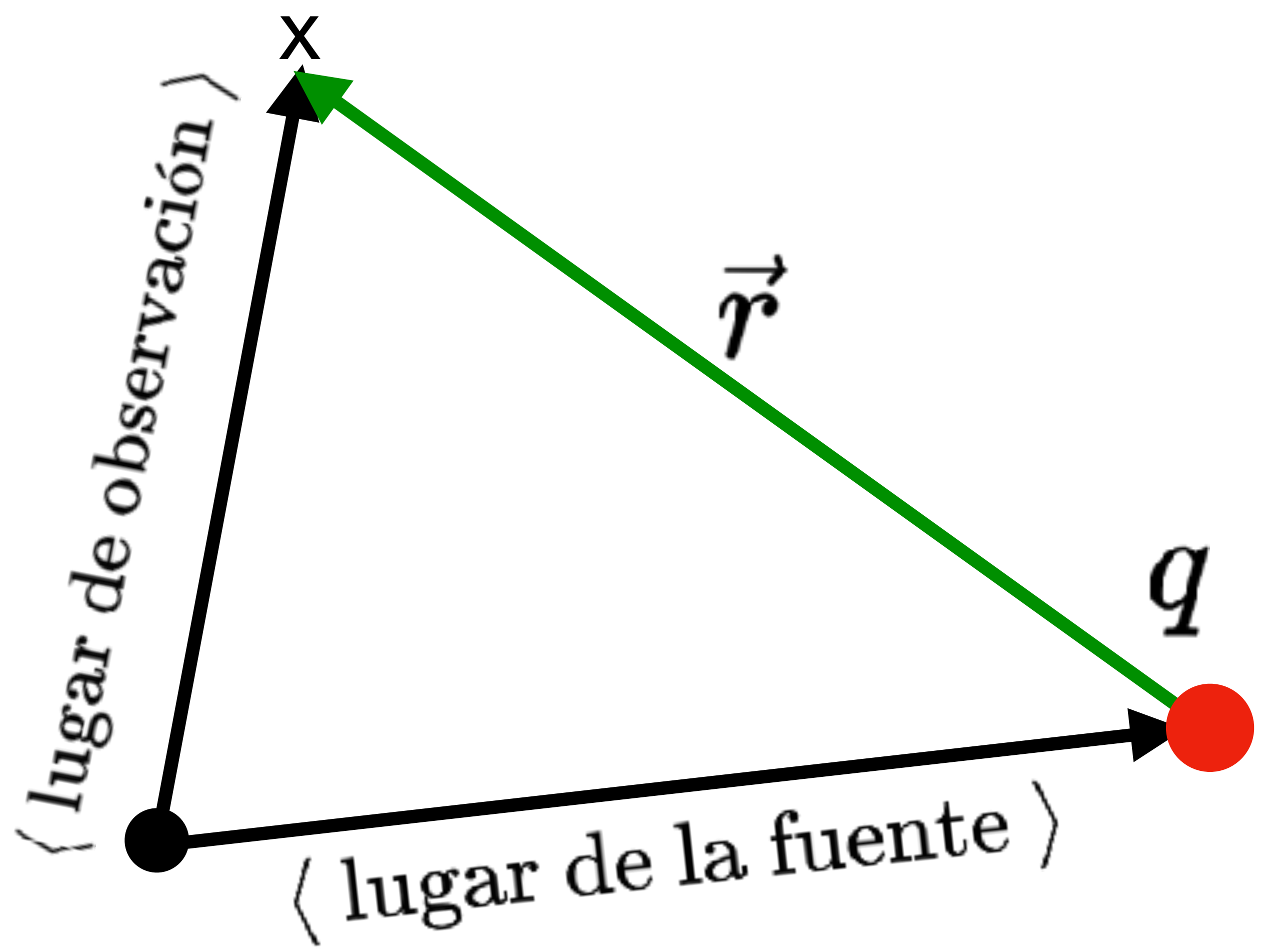
3. Un vector de campo eléctrico no se "estira" de un punto a otro. Cada vector representa el campo eléctrico en un punto del espacio

El campo eléctrico de una carga puntual negativa



$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

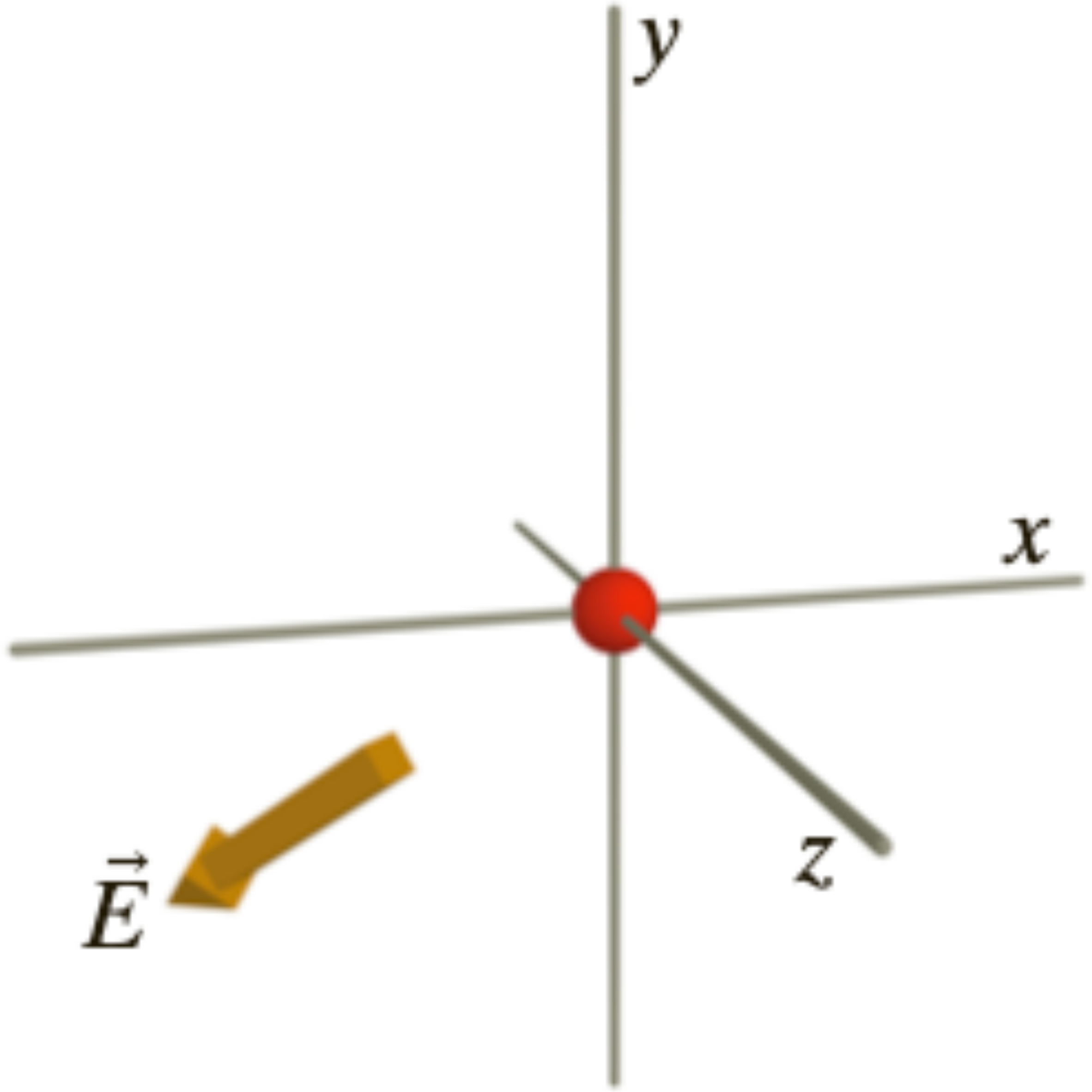
$$\vec{r} = \langle \text{ lugar de observación } \rangle - \langle \text{ lugar de la fuente } \rangle$$



Ejemplo 1.5: Una partícula con carga +2 nC se encuentra en el origen.
¿Cuál es el campo eléctrico debido a esta partícula en el lugar de observación: ⟨-0,2; -0,2; -0,2⟩ m?

$$1 \text{ nC} = 1 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



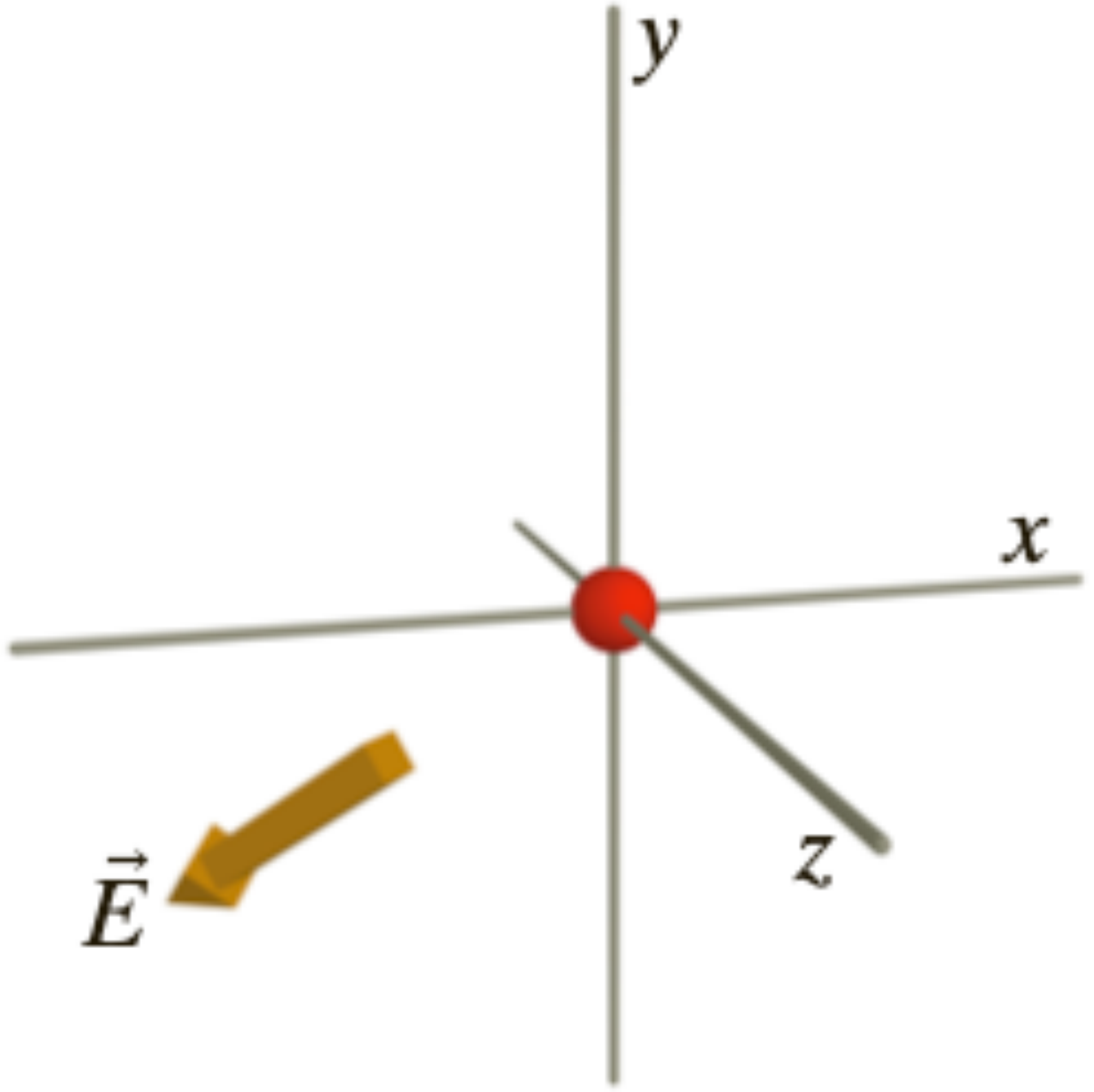
Ejemplo 1.5: Una partícula con carga +2 nC se encuentra en el origen.
¿Cuál es el campo eléctrico debido a esta partícula en el lugar de observación: ⟨-0,2; -0,2; -0,2⟩ m?

1 nC = 1×10^{-9} C

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= \langle \text{ lugar de observación } \rangle - \langle \text{ lugar de la fuente } \rangle \\
&= \langle -0,2; -0,2; -0,2\rangle \text{m} - \langle 0,0,0\rangle \text{m} \\
\vec{r} &= \langle -0,2; -0,2; -0,2\rangle \text{m} \\
|\vec{r}| &= \sqrt{(-0,2)^2 + (-0,2)^2 + (-0,2)^2} = \sqrt{3(0,2)^2} = 0,2\sqrt{3}\text{ m} \\
\hat{r} &= \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\langle -0,2; -0,2; -0,2\rangle \text{m}}{0,2\sqrt{3}\text{ m}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\langle 1;1;1\rangle
\end{aligned}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \left(9\times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\right)\left(\frac{2\times 10^{-9}\text{C}}{(0,2\sqrt{3})^2\text{ m}^2}\right) = 150,0\frac{\text{N}}{\text{C}}$$



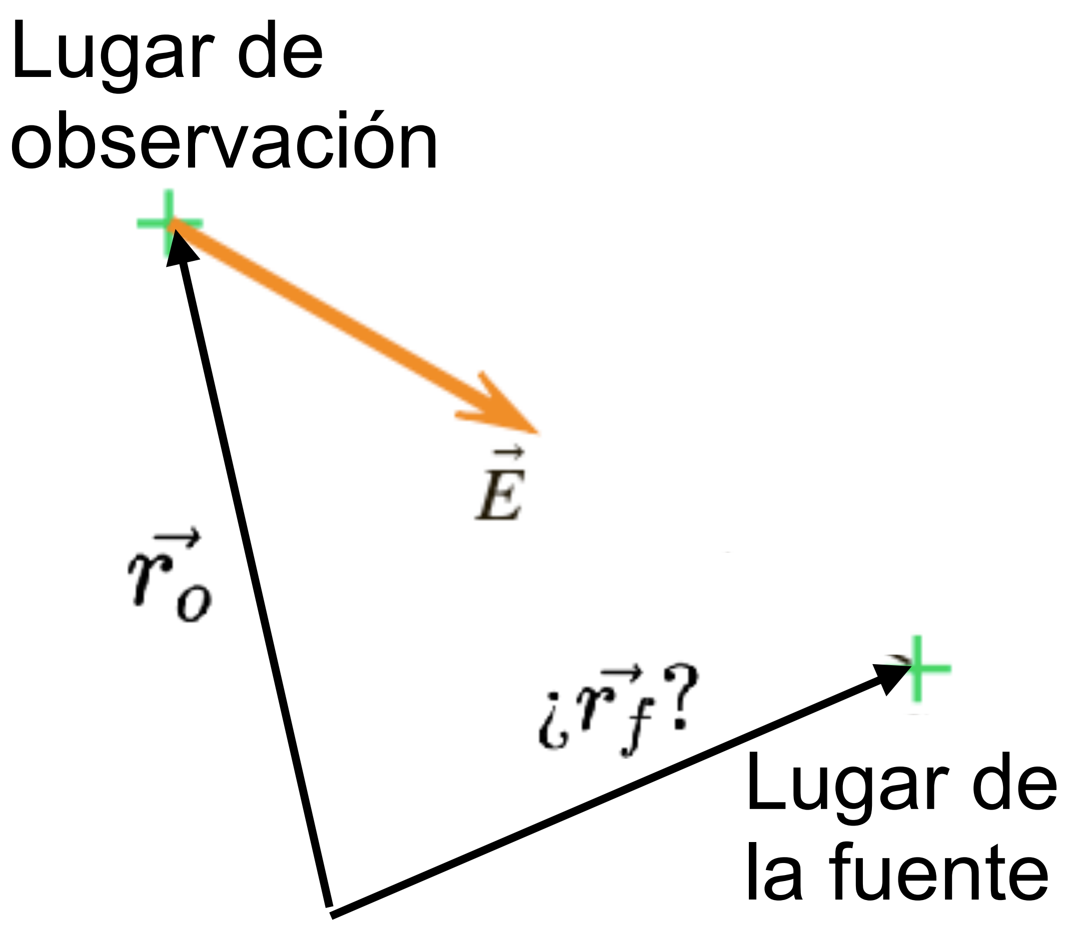
$$\begin{aligned}
\vec{E} &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \\
&= \left(150,0\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\langle 1;1;1\rangle\right) \\
&= -86,6\langle 1,1,1\rangle\ \frac{\text{N}}{\text{C}}
\end{aligned}$$

✦ Notebook

Ejemplo 1.6 : El campo eléctrico en la posición ⟨-0,13; 0,14; 0⟩ m es de $\langle 6,48; -8,64; 0\rangle \times 10^3\ \mathrm{N/C}$
La única partícula cargada en los alrededores tiene carga -3 nC.

¿Cuál es la ubicación de esta partícula?

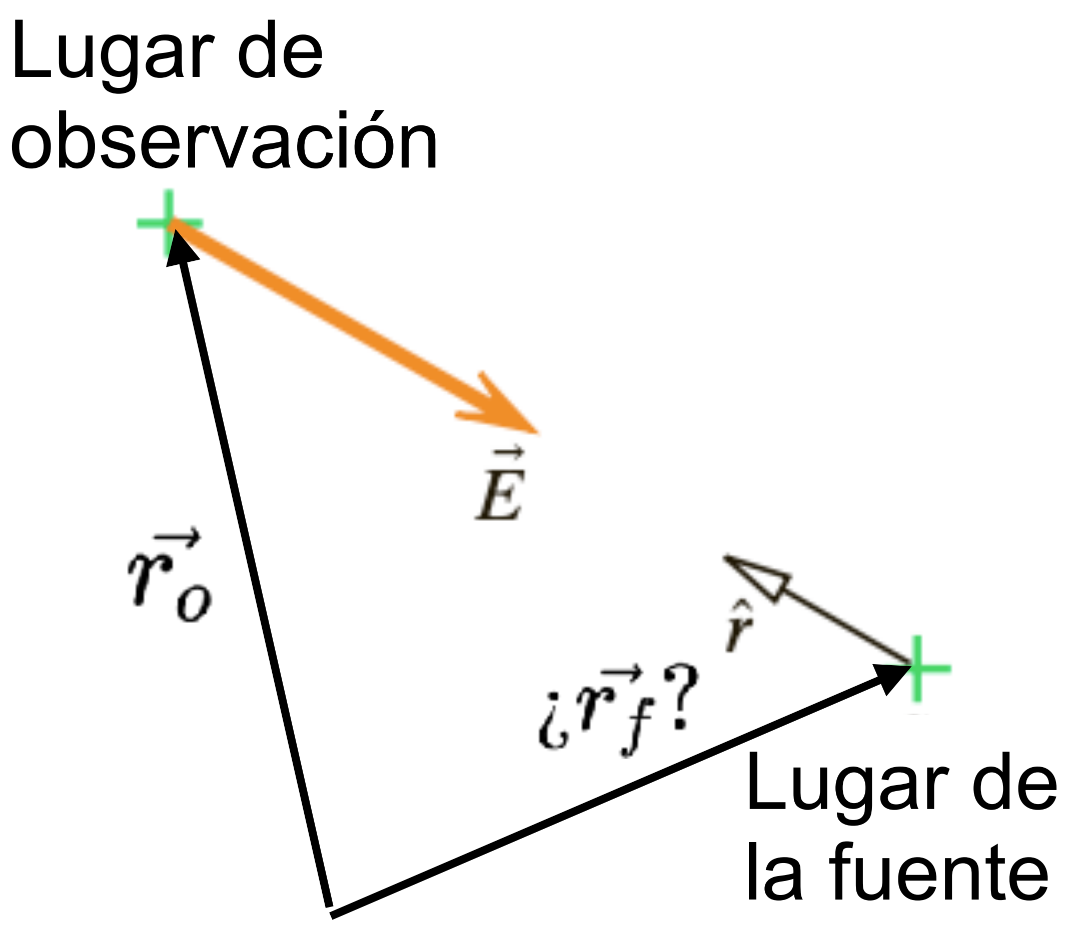
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



Ejemplo 1.6 : El campo eléctrico en la posición ⟨-0,13; 0,14; 0⟩ m es de $\langle 6,48; -8,64; 0\rangle \times 10^3\ \mathrm{N/C}$
La única partícula cargada en los alrededores tiene carga -3 nC.

¿Cuál es la ubicación de esta partícula?

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



Observemos que $\hat{r} = -\hat{E}$

$$|\vec{E}| = \sqrt{\left(6,48\times 10^3\right)^2 + \left(-8,64\times 10^3\right)^2}\ \mathrm{N/C} = 1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2} \Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{E}|}}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{9\times 10^9\mathrm{Nm^2/C^2}\frac{3\times 10^{-9}\mathrm{C}}{1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}}} = 0,05\ \mathrm{m}$$

$$\hat{E} = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} = \frac{\langle 6,48\times 10^3; -8,64\times 10^3; 0\rangle\mathrm{N/C}}{1,08\times 10^4\ \mathrm{N/C}} = \langle 0,6; -0,8; 0\rangle$$

$$\hat{r} = -\hat{E} = \langle -0,6; 0,8; 0\rangle$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \Rightarrow \vec{r} = \hat{r}r = \langle -0,6; 0,8; 0\rangle\ 0,05\ \mathrm{m} = \langle -0,03; 0,04; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_o - \vec{r}_f$$

$$\vec{r}_f = \langle -0,13; 0,14; 0\rangle - \langle -0,03; 0,04; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

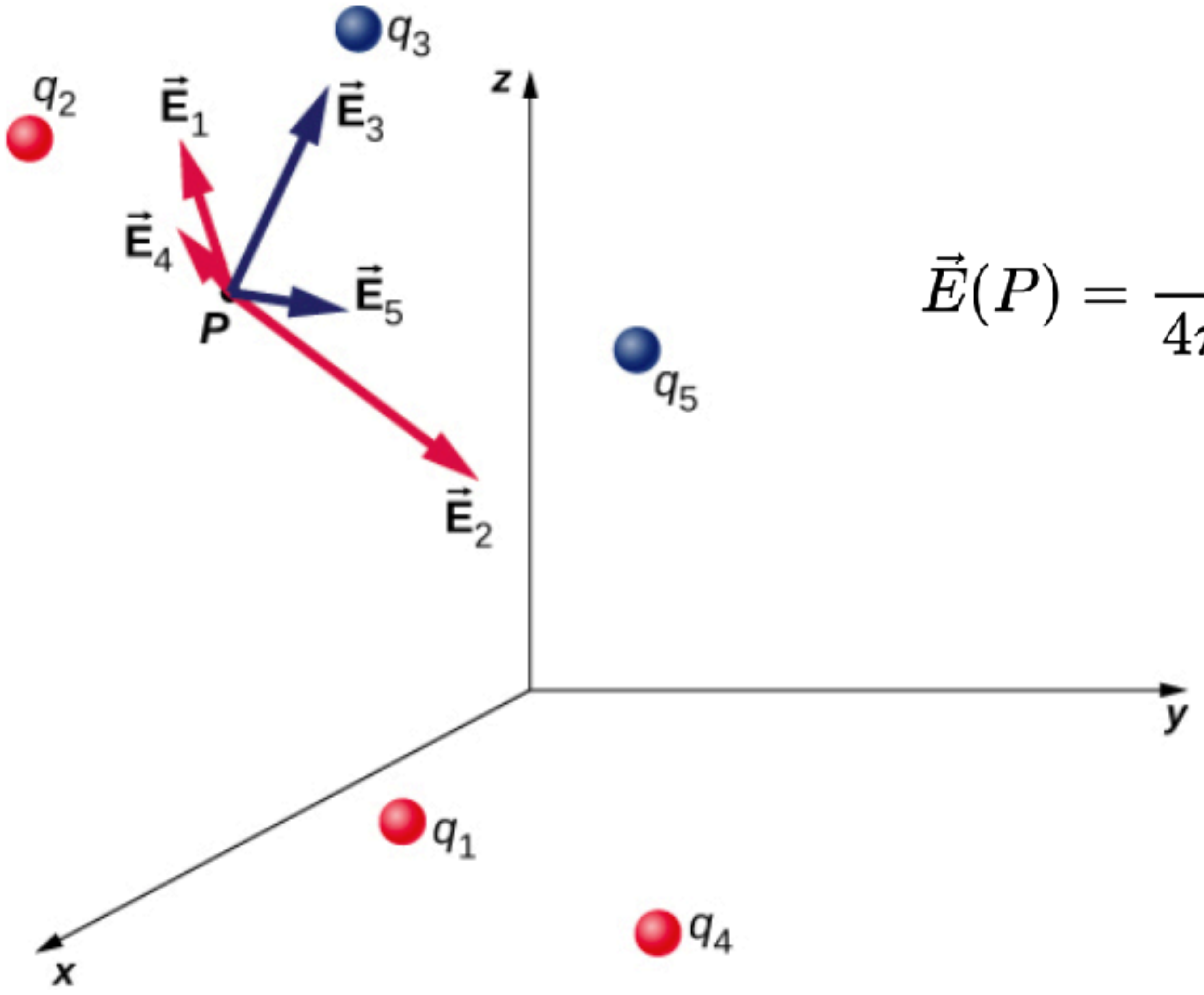
$$\vec{r}_f = \langle -0,1; 0,1; 0\rangle\ \mathrm{m}$$

✦ Notebook

5. Principio de superposición

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Supongamos que tenemos N cargas fuente $q_1, q_2, q_3, \ldots q_N$ situadas en las posiciones $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \ldots \vec{r}_N$, aplicando N fuerzas electrostáticas sobre una carga de prueba q. El campo neto generado por todas estas cargas es



$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2}\hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2}\hat{r}_3 + \ldots + \frac{q_N}{r_1^2}\hat{r}_N\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

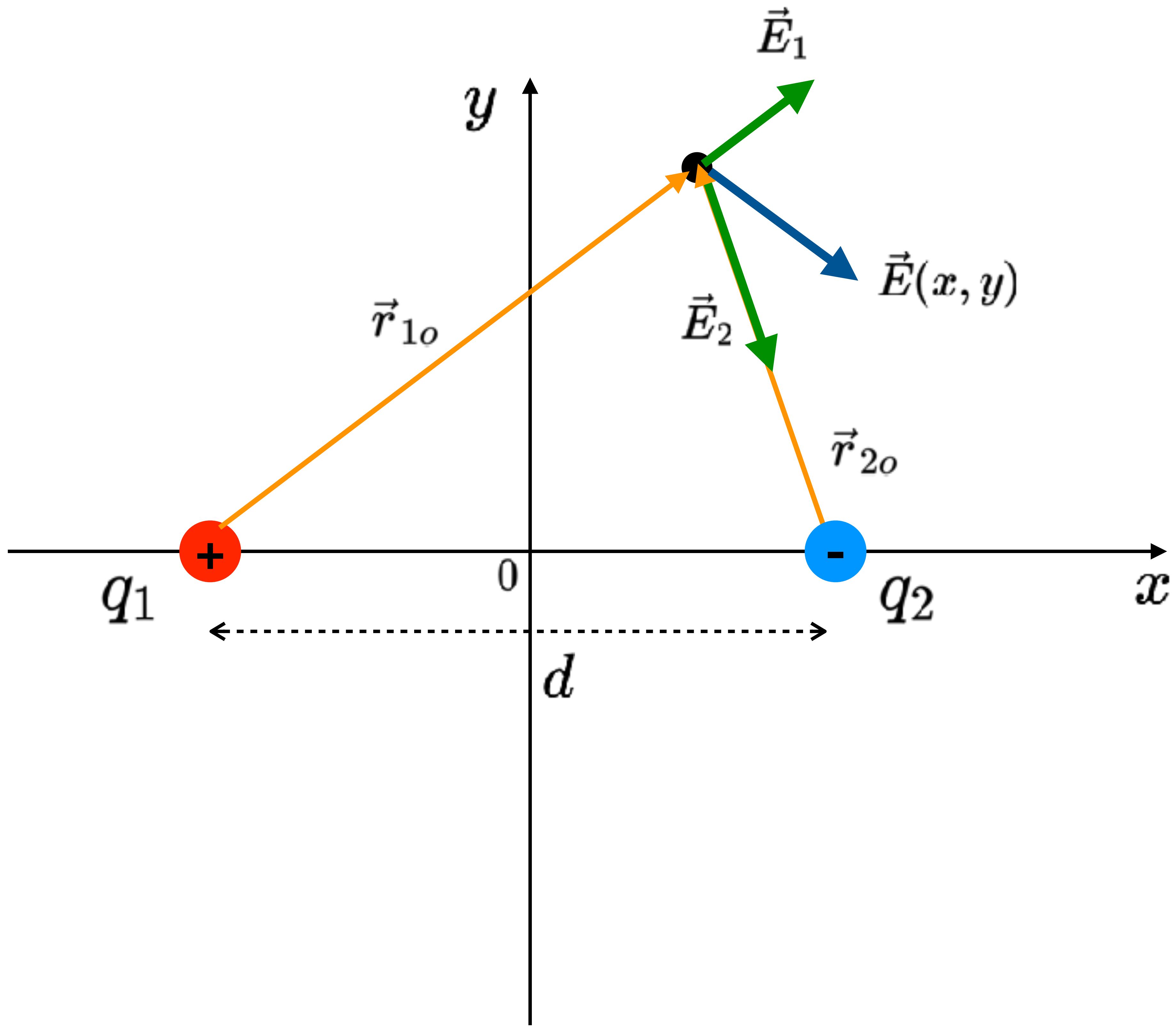
Ejemplo 1.7: Encontrar el campo eléctrico en un punto (x,y) generado por dos cargas cargas $+q1$ y $-q2$ que están separadas por una distancia d . Estudie el caso lejos de las cargas.

Datos: $+q_1, -q_2, d$

$$\vec{r}_o = \langle x, y, 0\rangle$$

$$\vec{r}_1 = \langle -\frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle \frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$



Ejemplo 1.7: Encontrar el campo eléctrico en un punto (x,*y)* generado por dos cargas cargas +*q*1 y -*q*2 que están separadas por una distancia d . Estudie el caso lejos de las cargas.

Datos: $+q_1, -q_2, d$

$$\vec{r}_o = \langle x, y, 0\rangle$$

$$\vec{r}_1 = \langle -\frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle \frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$

Cálculo de E_1

$$\vec{r}_{1o} = \vec{r}_o - \vec{r}_1$$

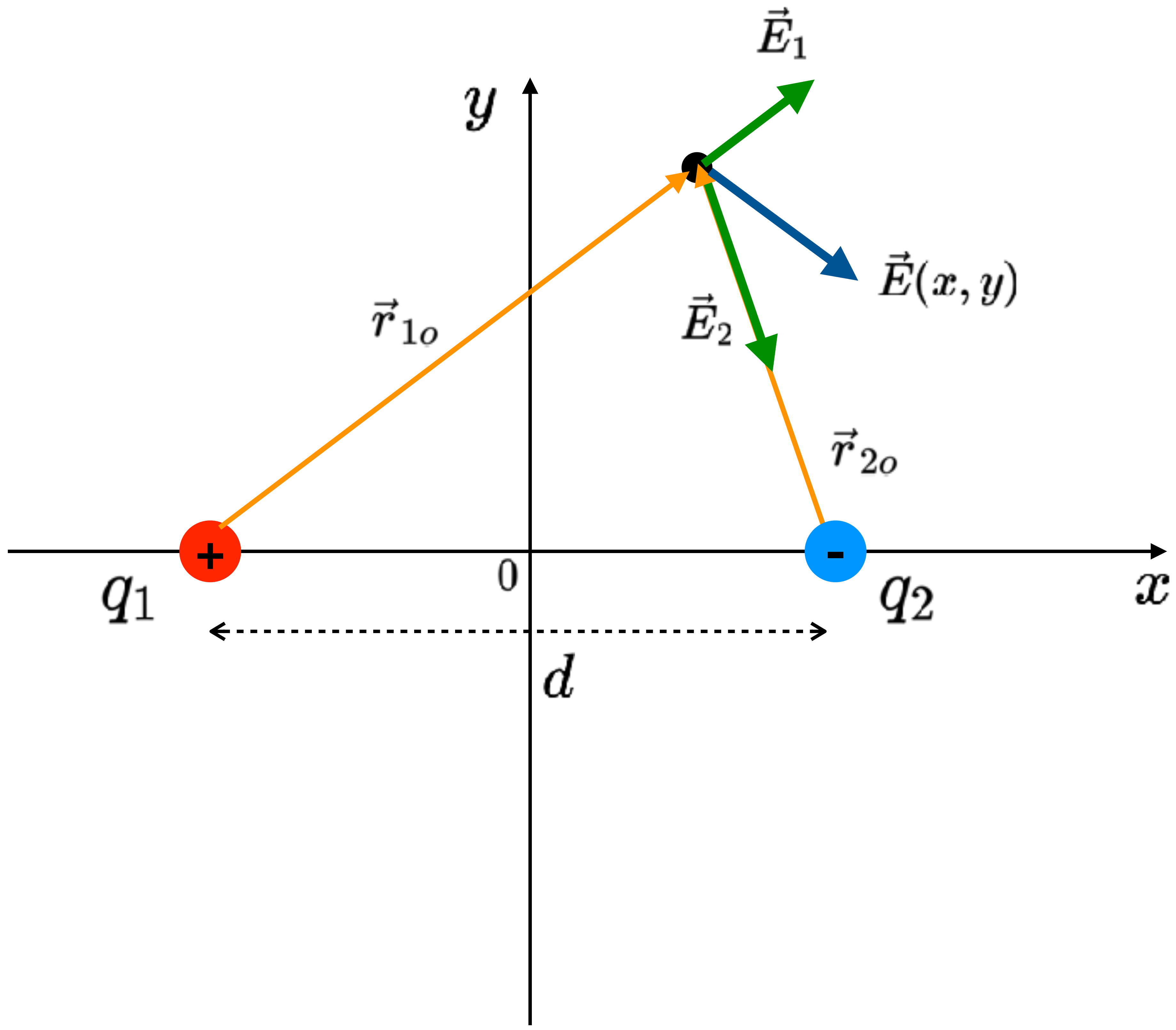
$$\vec{r}_{1o} = \left(\frac{d}{2} + x\right)\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$|\vec{r}_{1o}| = \sqrt{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}$$

$$\hat{r}_{1o} = \left(\frac{\frac{d}{2} + x}{\sqrt{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{y}{\sqrt{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}}\right)\mathbf{j}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{|\vec{r}_{1o}|^2}\hat{r}_{1o}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{\left(\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(\frac{d}{2} + x\right)\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}\right]$$



Ejemplo 1.7: Encontrar el campo eléctrico en un punto (x,*y)* generado por dos cargas cargas +*q*1 y -*q*2 que están separadas por una distancia d . Estudie el caso lejos de las cargas.

Datos: $+q_1, -q_2, d$

$$\vec{r}_o = \langle x, y, 0\rangle$$

$$\vec{r}_1 = \langle -\frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$

$$\vec{r}_2 = \langle \frac{d}{2}, 0, 0\rangle$$

Cálculo de *E*2

$$\vec{r}_{2o} = \vec{r}_o - \vec{r}_2$$

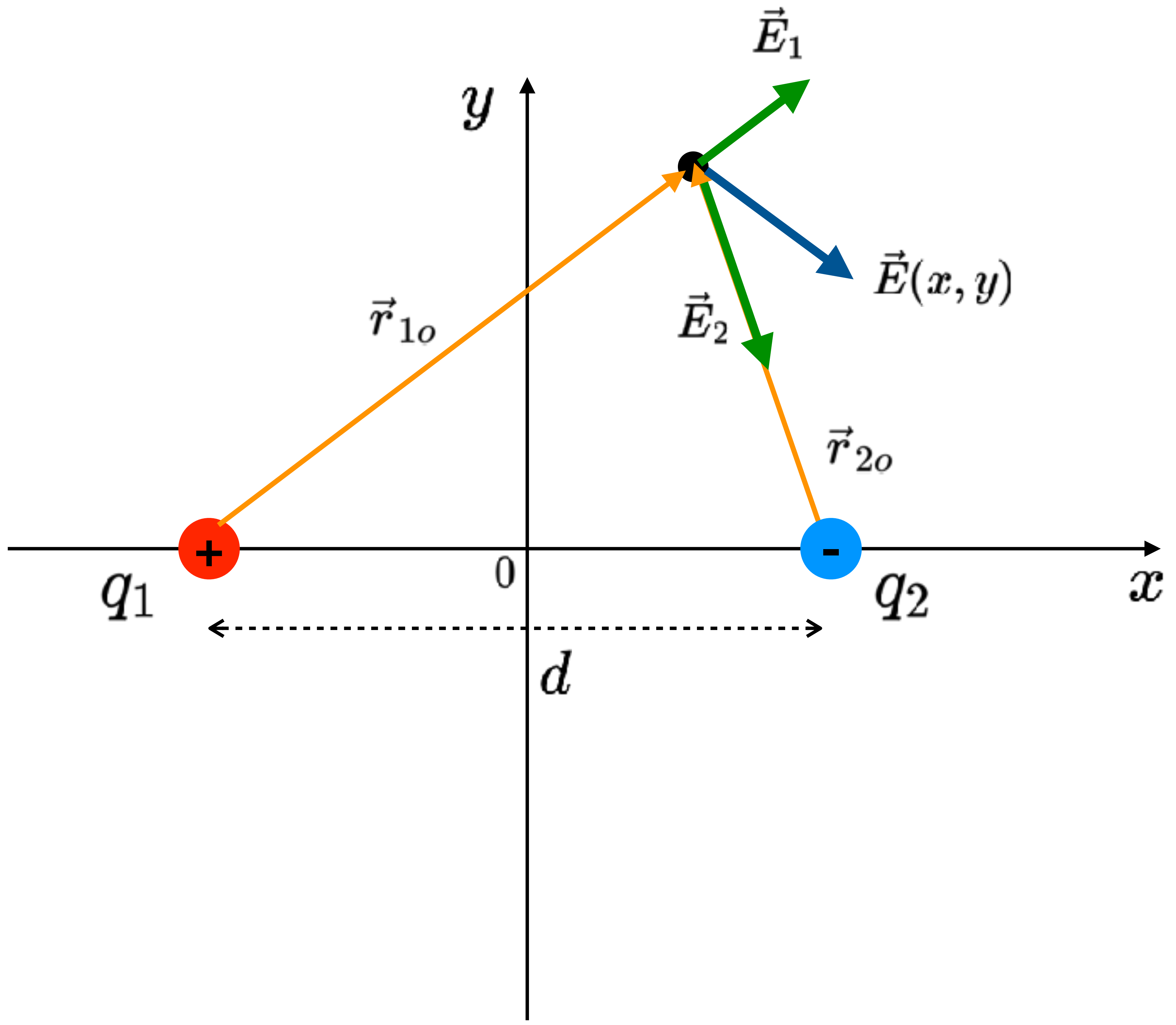
$$\vec{r}_{2o} = \left(-\frac{d}{2} + x\right)\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$|\vec{r}_{2o}| = \sqrt{\left(-\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}$$

$$\hat{r}_{2o} = \left(\frac{-\frac{d}{2} + x}{\sqrt{\left(-\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{y}{\sqrt{\left(-\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2}}\right)\mathbf{j}$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{kq_2}{|\vec{r}_{2o}|^2}\hat{r}_{2o}$$

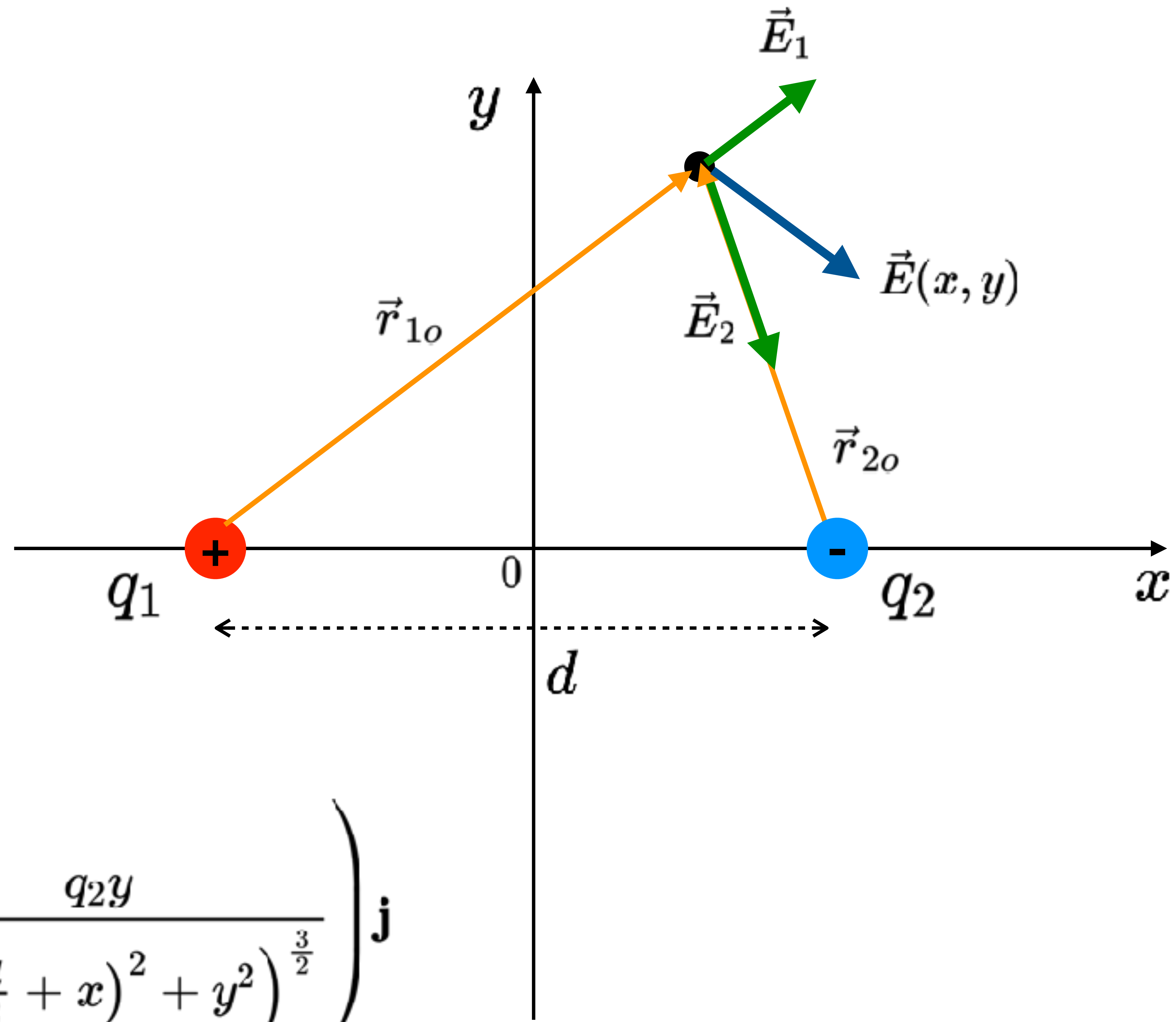
$$\vec{E}_2 = -\frac{kq_2}{\left(\left(-\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(-\frac{d}{2} + x\right)\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right]$$



Ahora debemos sumar los campos obtenidos:

$$\vec{E}_1 = \frac{kq_1}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(\frac{d}{2}+x\right)\mathbf{i}+y\mathbf{j}\right]$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{kq_2}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(-\frac{d}{2}+x\right)\mathbf{i}+y\mathbf{j}\right]$$



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

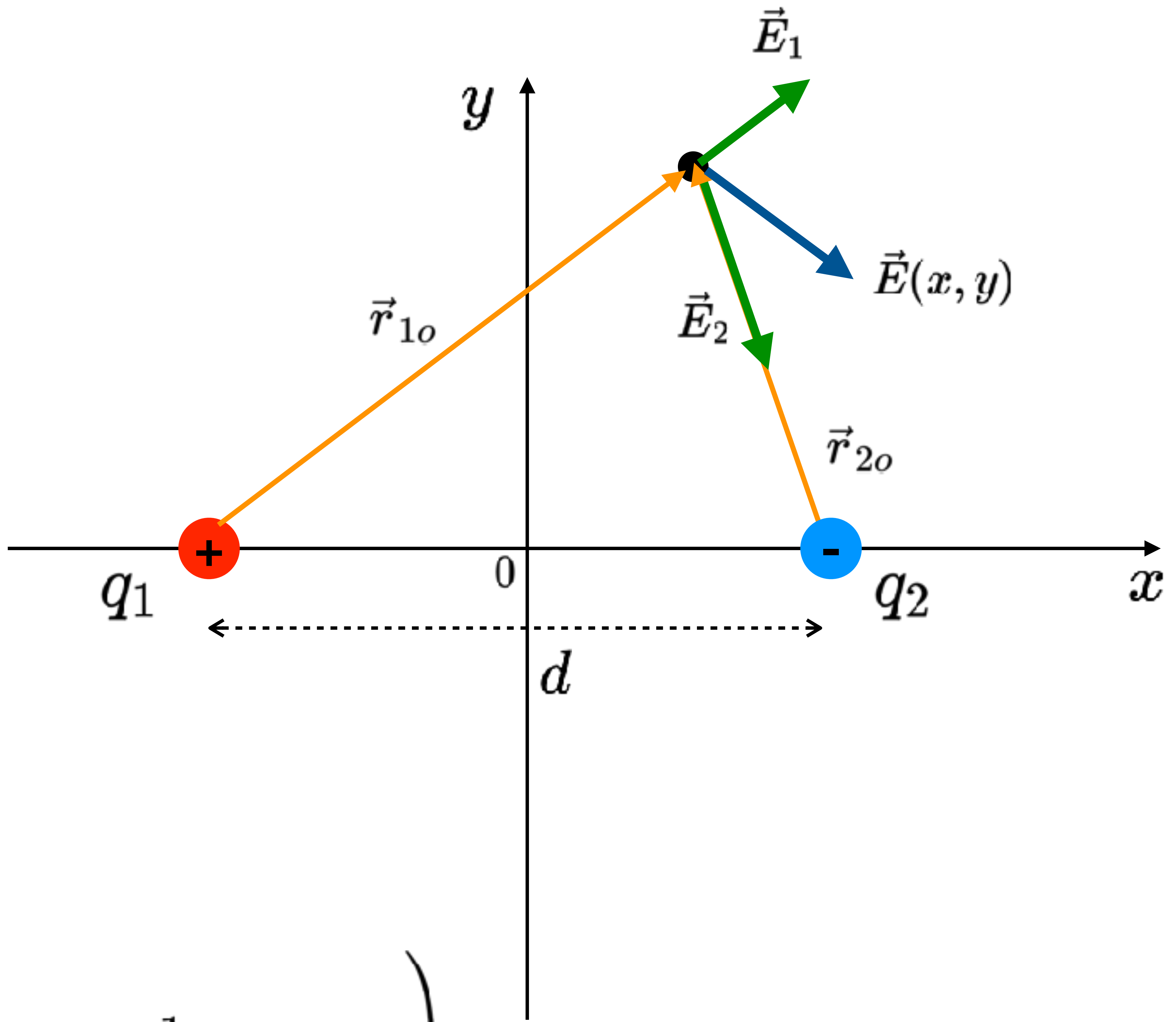
$$\vec{E} = k\left(\frac{q_1\left(\frac{d}{2}+x\right)}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{q_2\left(-\frac{d}{2}+x\right)}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{i} + k\left(\frac{q_1 y}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{q_2 y}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{j}$$

$$\text{Si } y \gg d \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \approx \frac{k}{\left(y^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left(q_1\left(\frac{d}{2}+x\right) - q_2\left(-\frac{d}{2}+x\right)\right)\mathbf{i} + y(q_1-q_2)\mathbf{j}$$

✦ Notebook

Consideremos el caso de un **dipolo eléctrico**, es decir, cuando:

$$q_1 = q, q_2 = -q$$



$$\vec{E}_1 = \frac{kq}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(\frac{d}{2}+x\right)\mathbf{i}+y\mathbf{j}\right]$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{kq}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(-\frac{d}{2}+x\right)\mathbf{i}+y\mathbf{j}\right]$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = kq\left(\frac{\left(\frac{d}{2}+x\right)}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\left(-\frac{d}{2}+x\right)}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{i} + kqy\left(\frac{1}{\left(\left(\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left(\left(-\frac{d}{2}+x\right)^2+y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{j}$$

$$\text{Si } y \gg d \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \approx \frac{kqd}{\left(y^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}\mathbf{i}$$

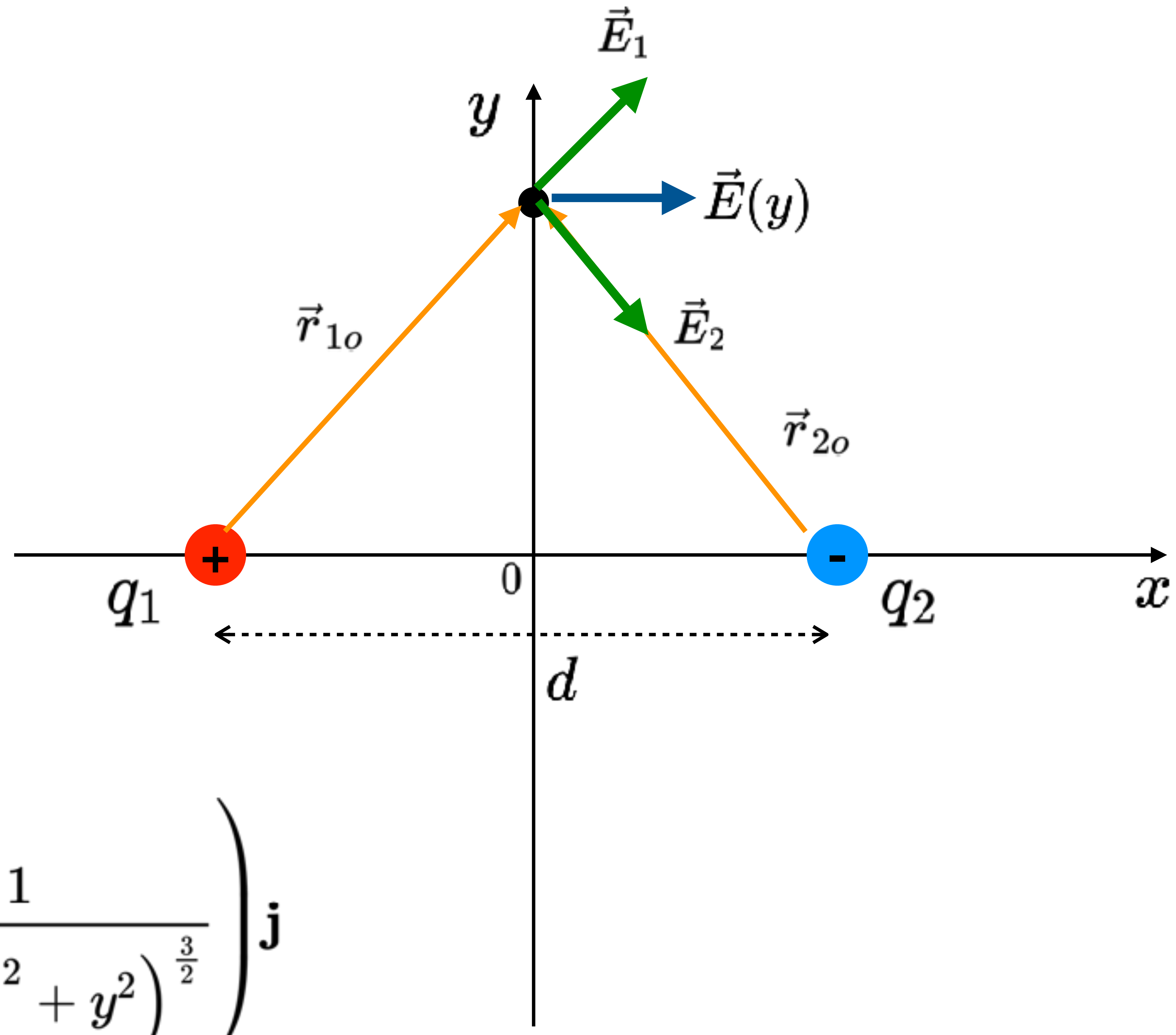
✦ Notebook

Ahora consideremos los valores del campo eléctrico solo en el eje y, es decir, cuando x=0

En el caso de un dipolo eléctrico, es decir: $q_1 = q, q_2 = -q$

$$\vec{E}_1 = \frac{kq}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\frac{d}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right]$$

$$\vec{E}_2 = -\frac{kq}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[-\frac{d}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right]$$



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = kq\left(\frac{\frac{d}{2}}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{-\frac{d}{2}}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{i} + kqy\left(\frac{1}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{j}$$

$$\vec{E} = \frac{kqd}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\mathbf{i}$$

Si $y \gg d$.

$$\vec{E}(y) = k\frac{qd}{y^3}\hat{\mathbf{i}}$$

✦ Notebook

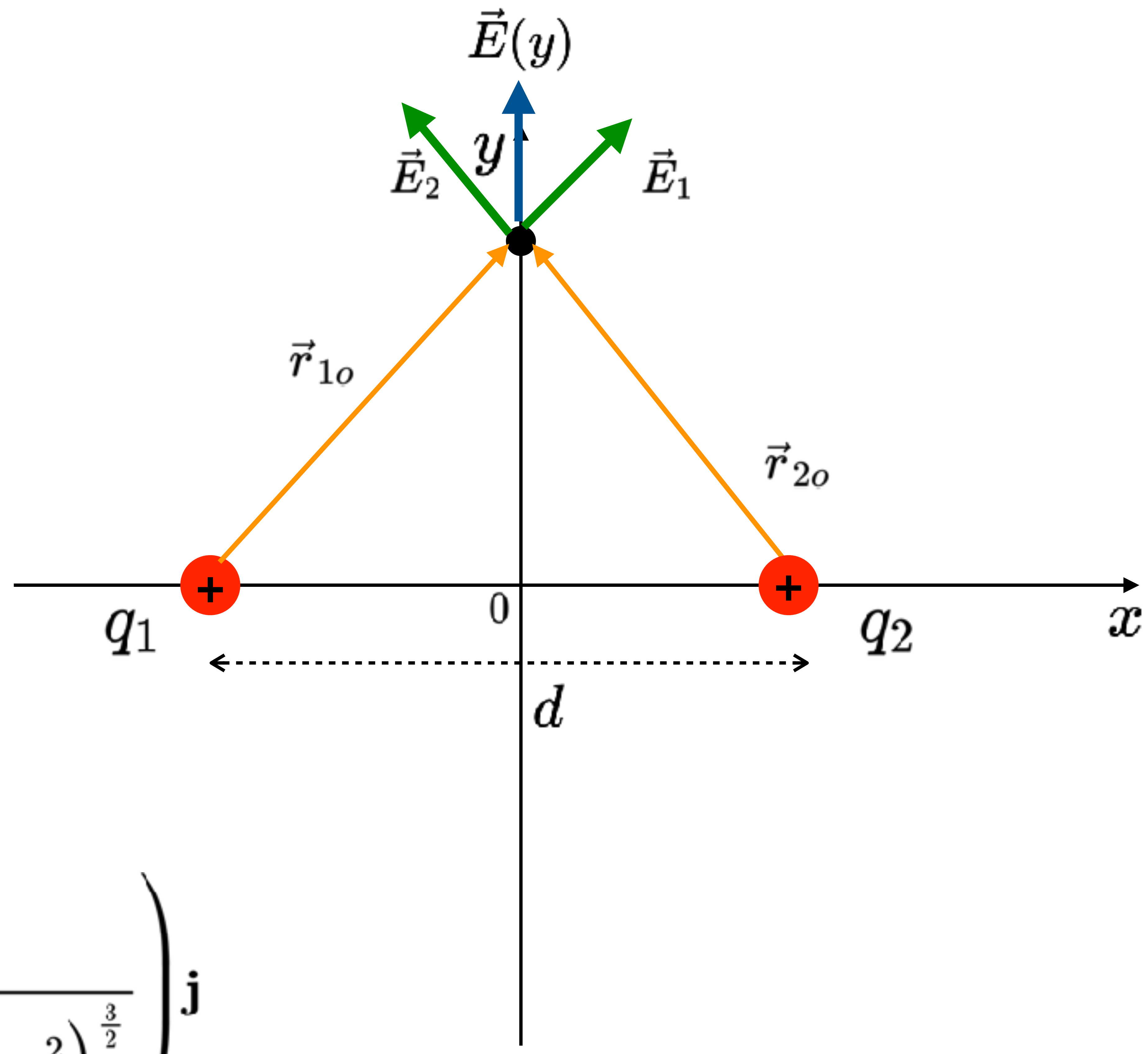
Consideremos ahora el caso en que las dos 2 cargas son del mismo signo, es decir:

$$q_1 = q_2 = q$$

En x=0

$$\vec{E}_1 = \frac{kq}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\frac{d}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right]$$

$$\vec{E}_2 = \frac{kq}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\left[-\frac{d}{2}\mathbf{i} + y\mathbf{j}\right]$$



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = kq\left(\frac{\frac{d}{2}}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{-\frac{d}{2}}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{i} + kqy\left(\frac{1}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(\left(-\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathbf{j}$$

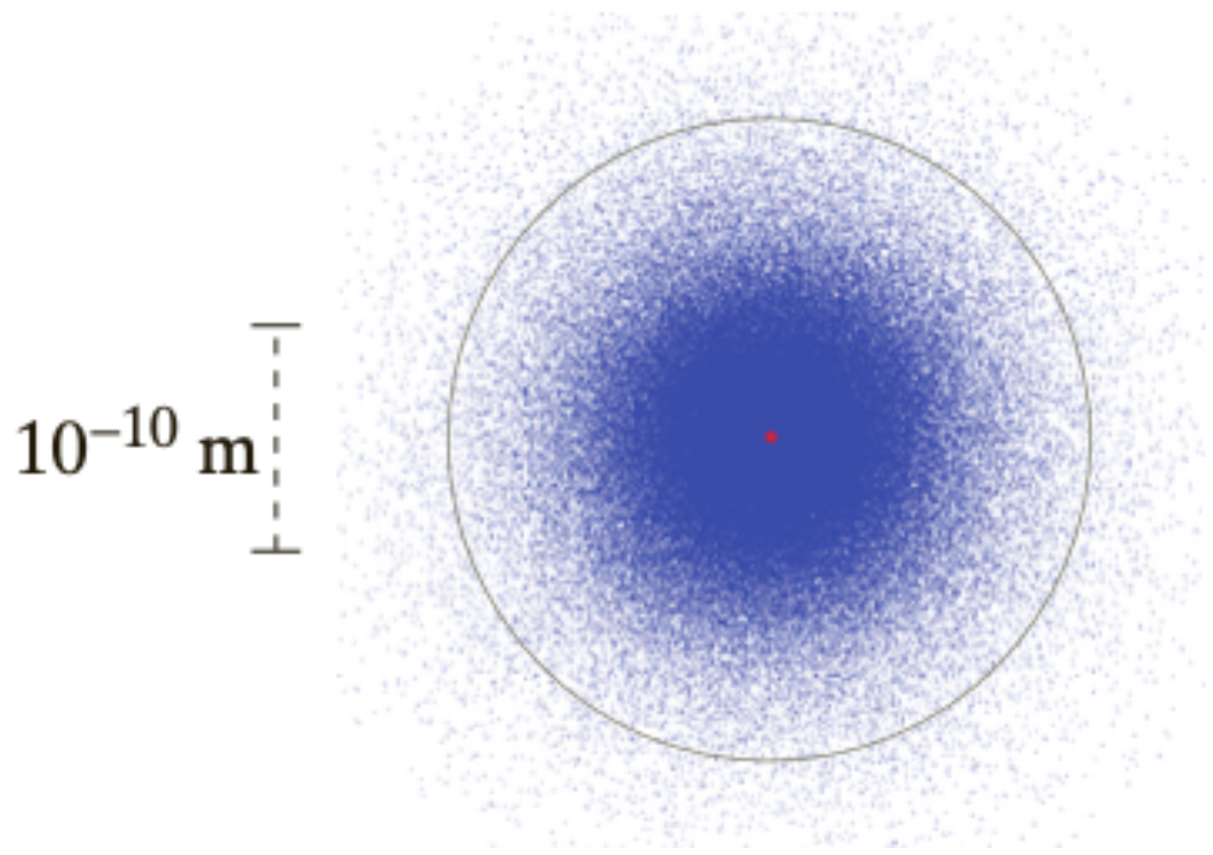
$$\vec{E} = \frac{2kqy}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}}\mathbf{j}$$

Si $y \gg d.$

$$\vec{E}(y) = k\frac{2qd}{y^2}\hat{\mathbf{j}}$$

✦ Notebook

Momento Dipolar Eléctrico



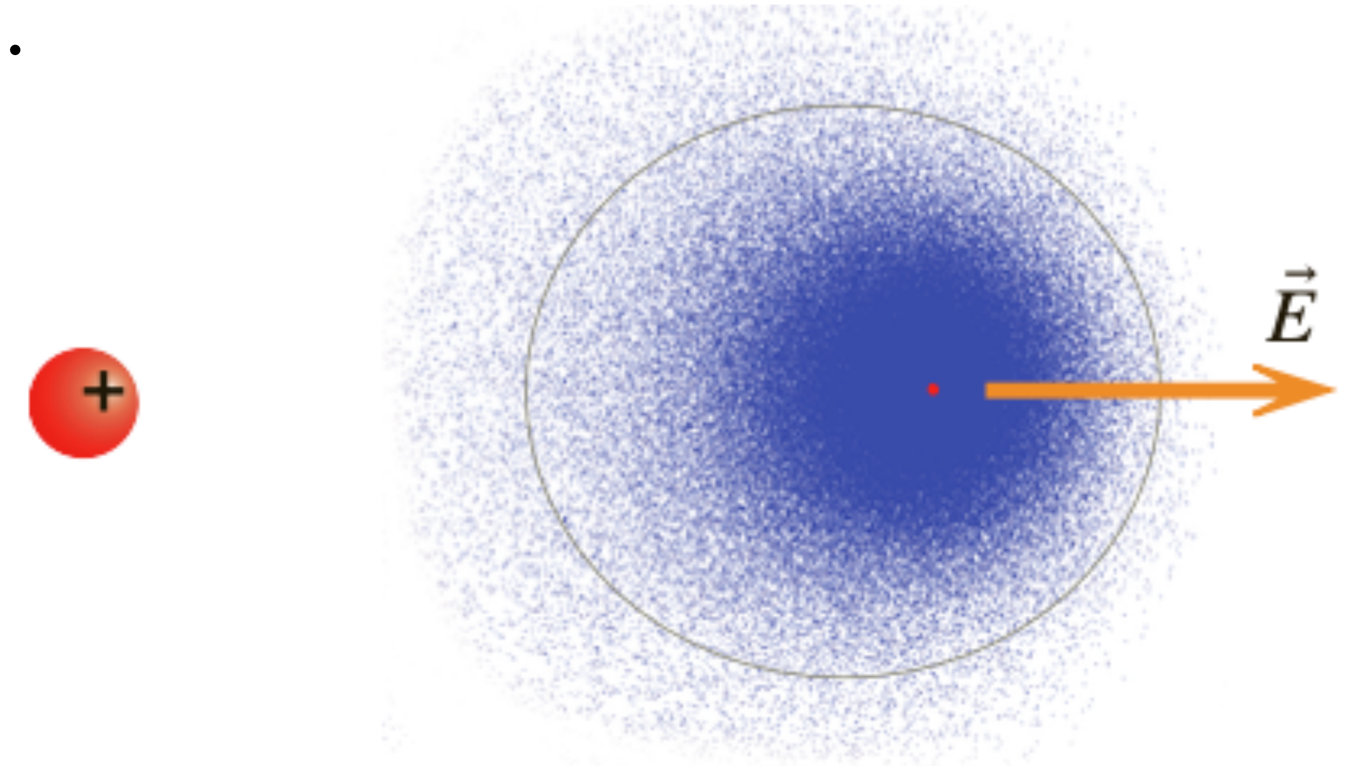
- Distribución de probabilidad "nube de electrones".

- En el hidrógeno la nube está formada por un solo electrón, pero en otros átomos la nube electrónica está formada por muchos electrones.

- La ubicación media del electrón está en el centro, en el mismo lugar que el núcleo.

- Es tan probable encontrar el electrón a la derecha del núcleo como a la izquierda del núcleo.

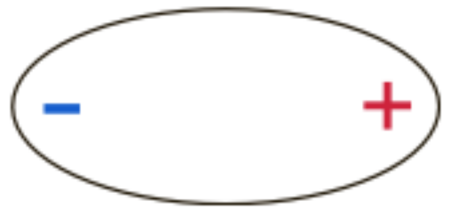
- La nube de electrones no siempre está centrada con respecto al núcleo.



- Una carga positiva crea un campo eléctrico que desplaza la nube de electrones del átomo de hidrógeno hacia la izquierda (y desplaza el núcleo de hidrógeno hacia la derecha).

- Se dibuja una elipse a través de regiones de densidad constante. Ahora es más probable que el electrón se encuentre a la izquierda del núcleo que a la derecha.

- Podemos aproximar un átomo polarizado como una nube de electrones aproximadamente esférica cuyo centro está desplazado del núcleo positivo.



- El campo eléctrico de un dipolo es proporcional al producto qd, llamado "momento eléctrico del dipolo" y denotado por p.

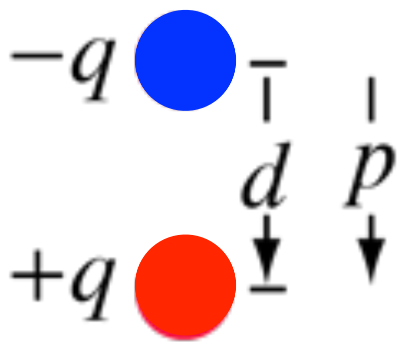
$$\vec{E}(y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{\left[y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{\mathbf{i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{\left[y^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{\mathbf{i}}$$

$$p = qd$$

Si $y \gg d$.

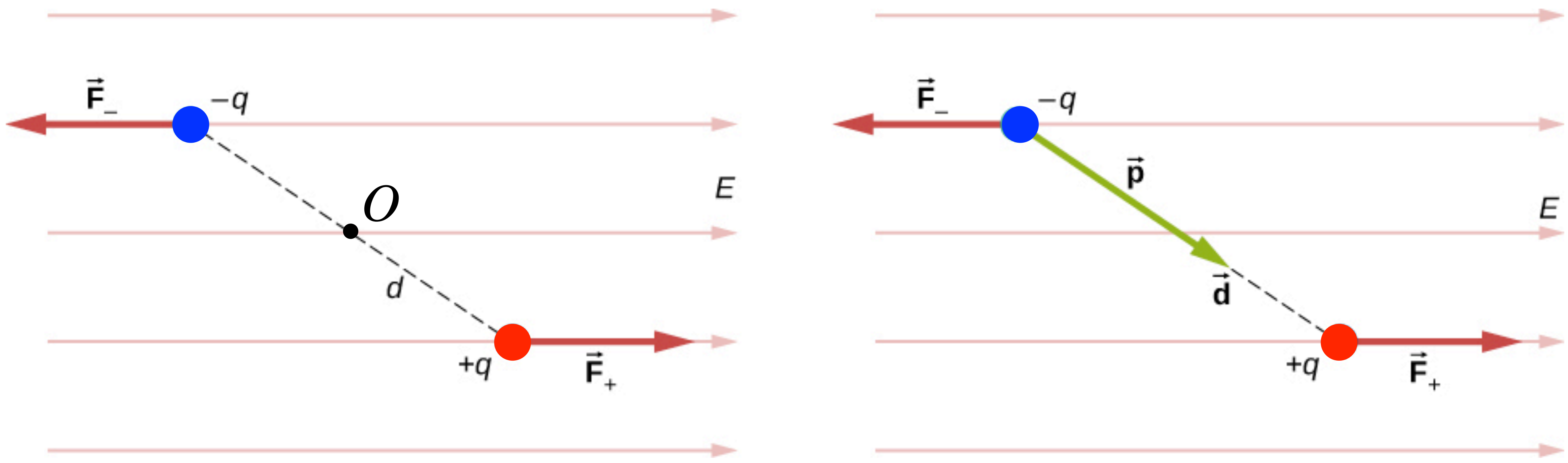
$$\vec{E}(y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{y^3}\hat{\mathbf{i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{y^3}\hat{\mathbf{i}}$$

- Se puede definir como una cantidad vectorial que apunta de la **carga negativa a la carga positiva.**



$$\vec{p} = q \cdot \vec{d}$$

- Consideremos ahora lo que le ocurre a un dipolo cuando se coloca en un campo externo $\vec{E}$.



- Las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Sin embargo, existe un torque con respecto a un eje que pasa por O:

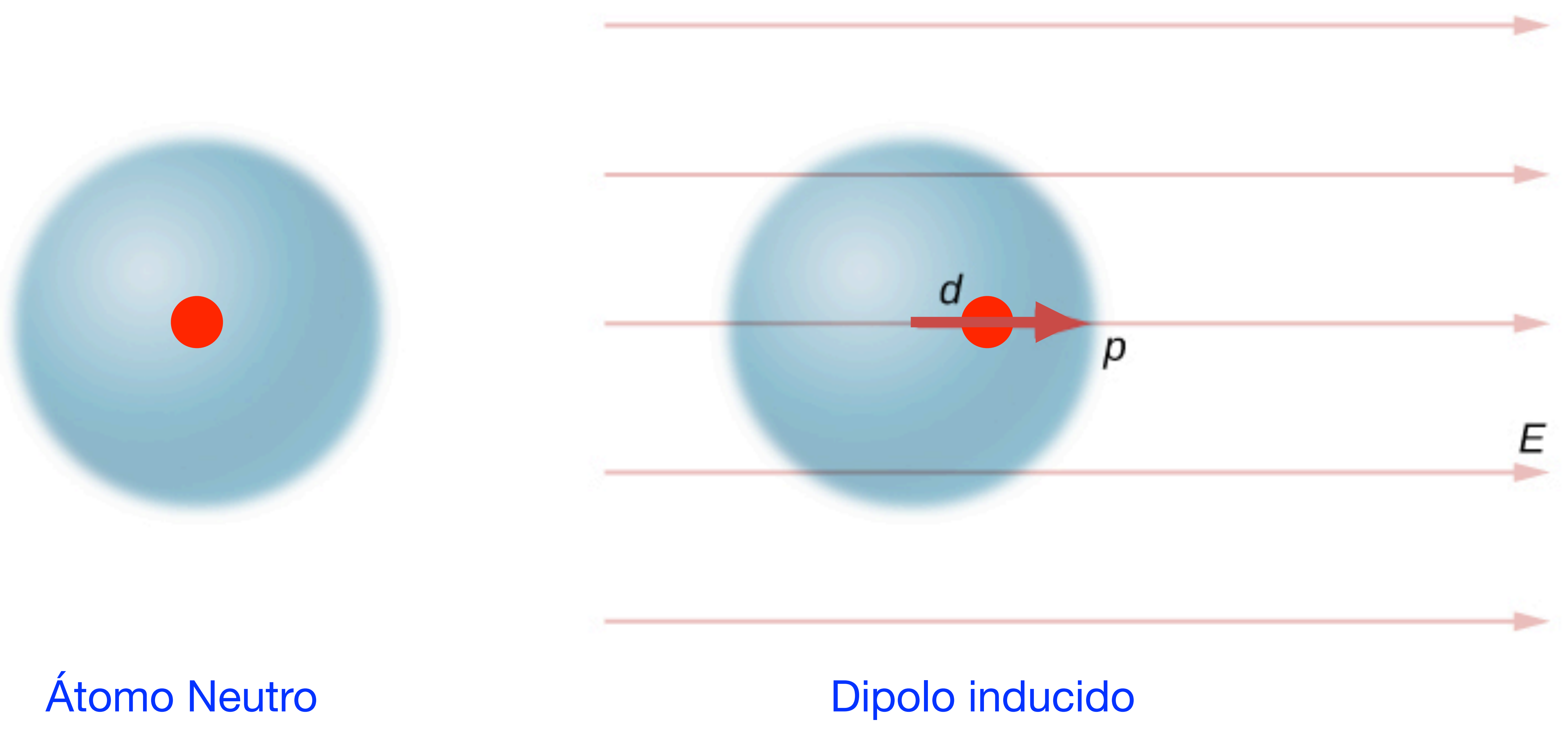
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \left(\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+\right) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_-\right) \\ &= \left[\left(\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (+q\vec{E}) + \left(-\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (-q\vec{E})\right] \\ &= q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}\end{aligned}$$

Dipolos inducidos

- Los átomos neutros tienen cantidades iguales de carga positiva y negativa.

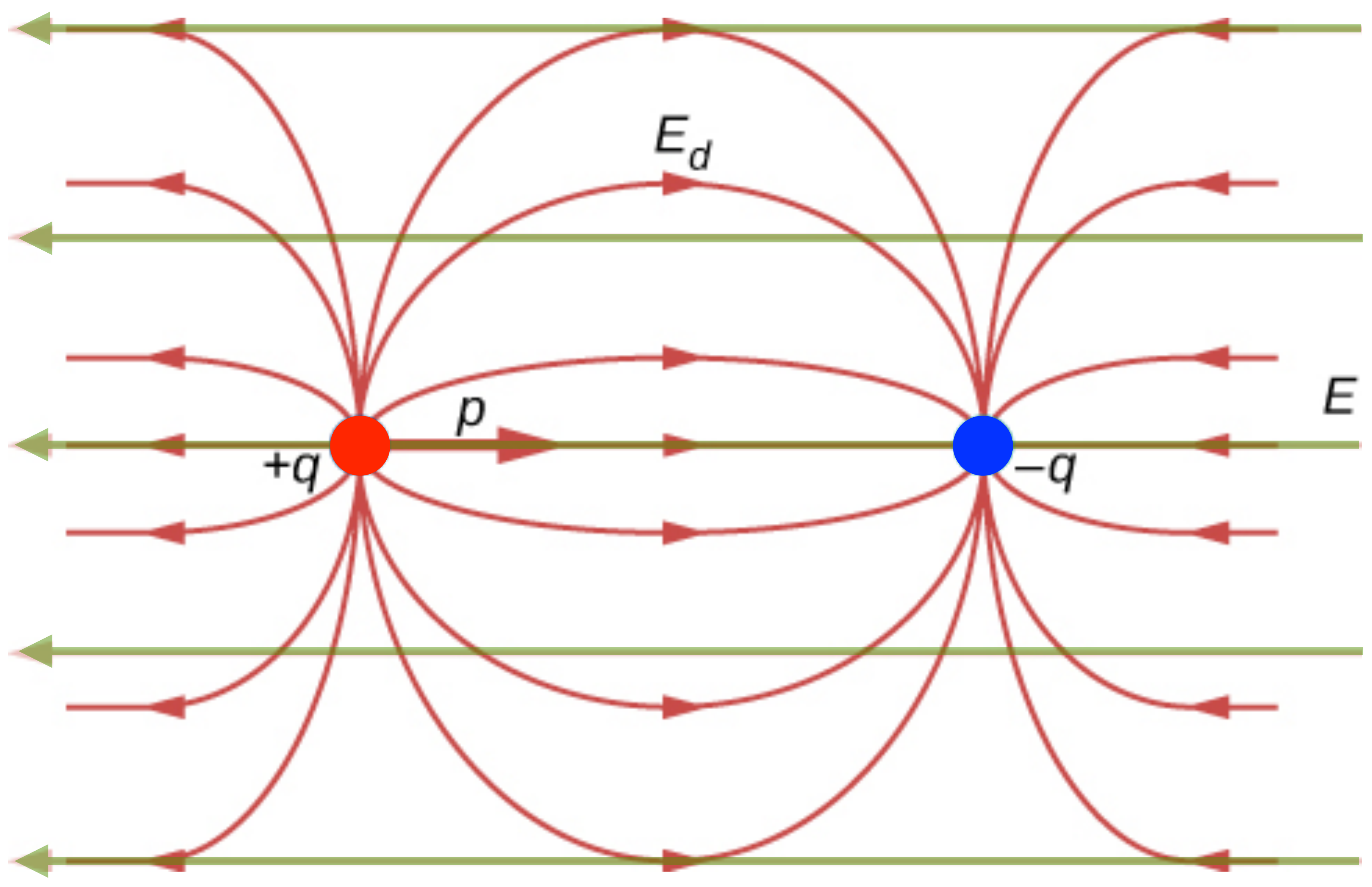
- Cuando se exponen en un campo eléctrico externo los átomos adquieren un momento dipolar inducido



- El momento dipolar acaba alineado en paralelo al campo eléctrico externo.

- Una vez que la alineación del dipolo se ha completado, el efecto neto es la disminución del campo eléctrico total

$$\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_{\text{externo}} + \vec{E}_{\text{dipolo}}$$



$$\vec{E}(y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}}{y^3}$$

- **Polarización**: Experimentalmente se ha ha encontrado que para casi todos los materiales, la cantidad de polarización inducida (el momento dipolar de los átomos o moléculas polarizados) es directamente proporcional a la magnitud del campo eléctrico aplicado: $\vec{p} = \alpha\vec{E}$

- El átomo polarizado tiene un momento dipolar $p = qd$. El átomo, que ahora es un dipolo inducido, hace un campo eléctrico $\vec{E}_2$ en la ubicación de la carga puntual. Podemos escribir una expresión para la magnitud de $\vec{E}_2$:

$$\left|\vec{E}_2\right| = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha E_1}{r^3}$$

- Conocemos $\vec{E}_1$, el campo eléctrico de la carga puntual en el lugar del dipolo

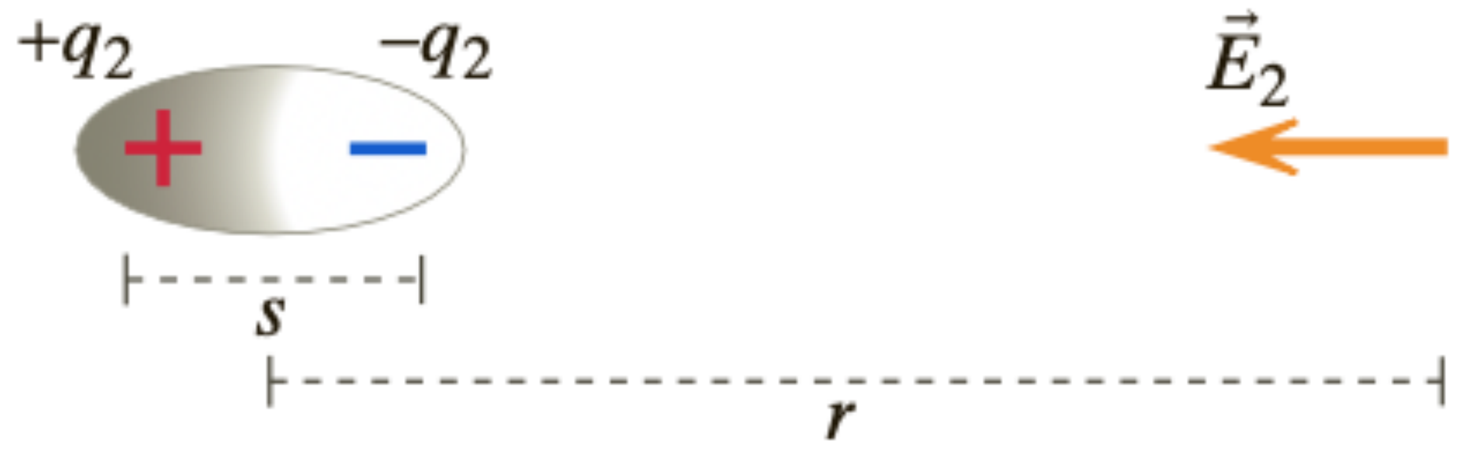
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha}{r^3}E_1 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\alpha}{r^3}\right)\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1}{r^5}\right)$$

- La fuerza sobre la carga puntual:

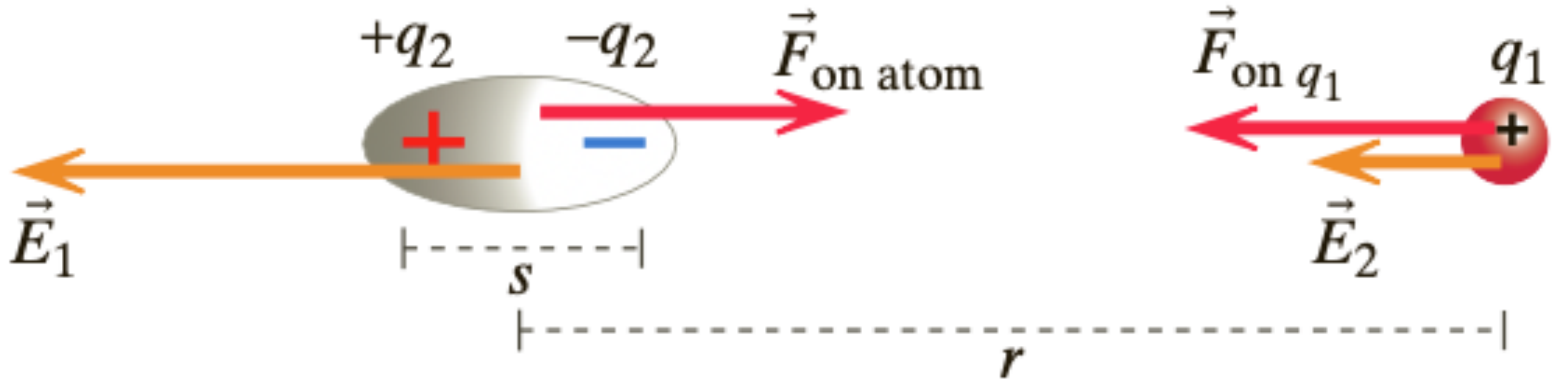
$$\vec{F}_1 = q_1\vec{E}_2 = q_1\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1}{r^5}\right)\hat{r} = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r}$$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r} \qquad \propto 1/r^5$$

- En la ubicación del átomo existe un campo eléctrico $\vec{E}_1$ debido a la carga puntual.



- El átomo polarizado crea un campo eléctrico $\vec{E}_2$ en el lugar de la carga puntual.

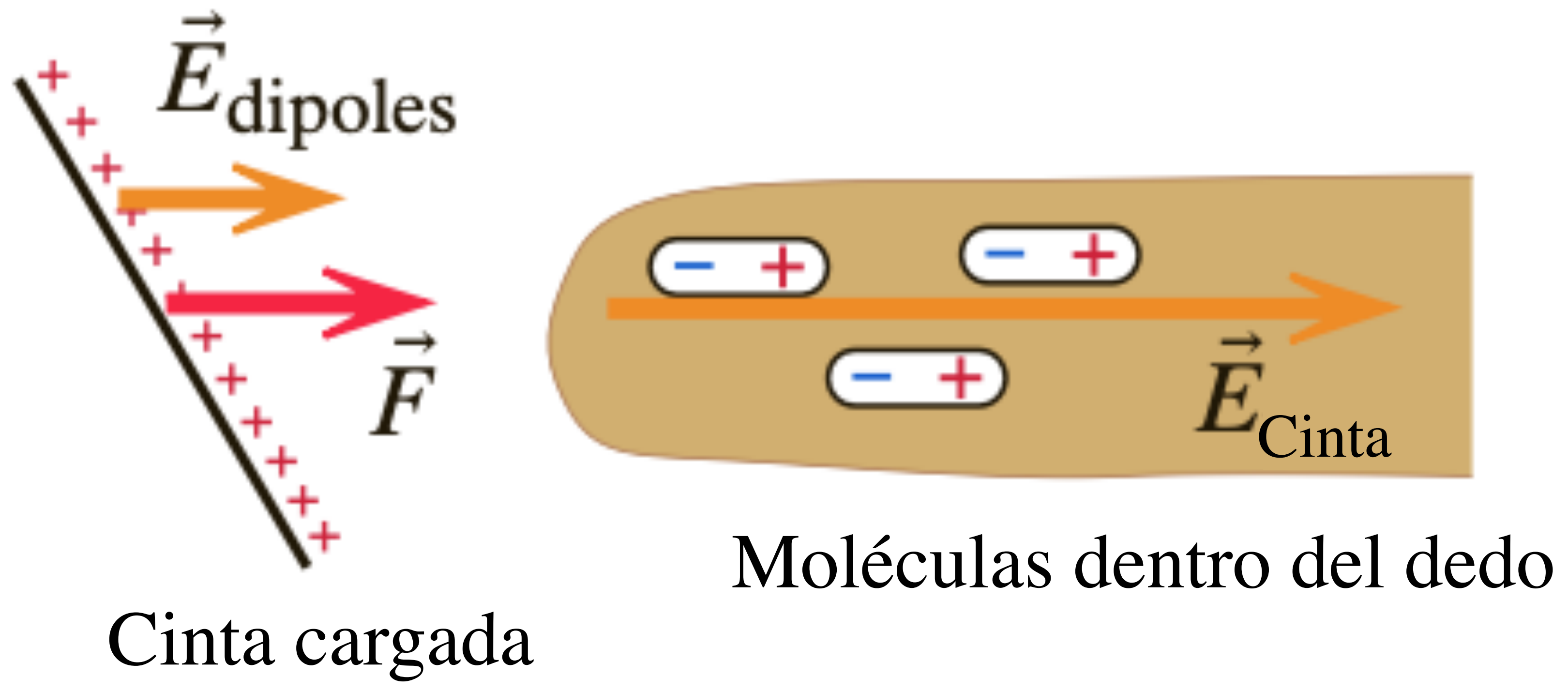


- La fuerza sobre la carga puntual es igual en magnitud a la fuerza sobre el átomo polarizado debida al campo eléctrico de la carga puntual.

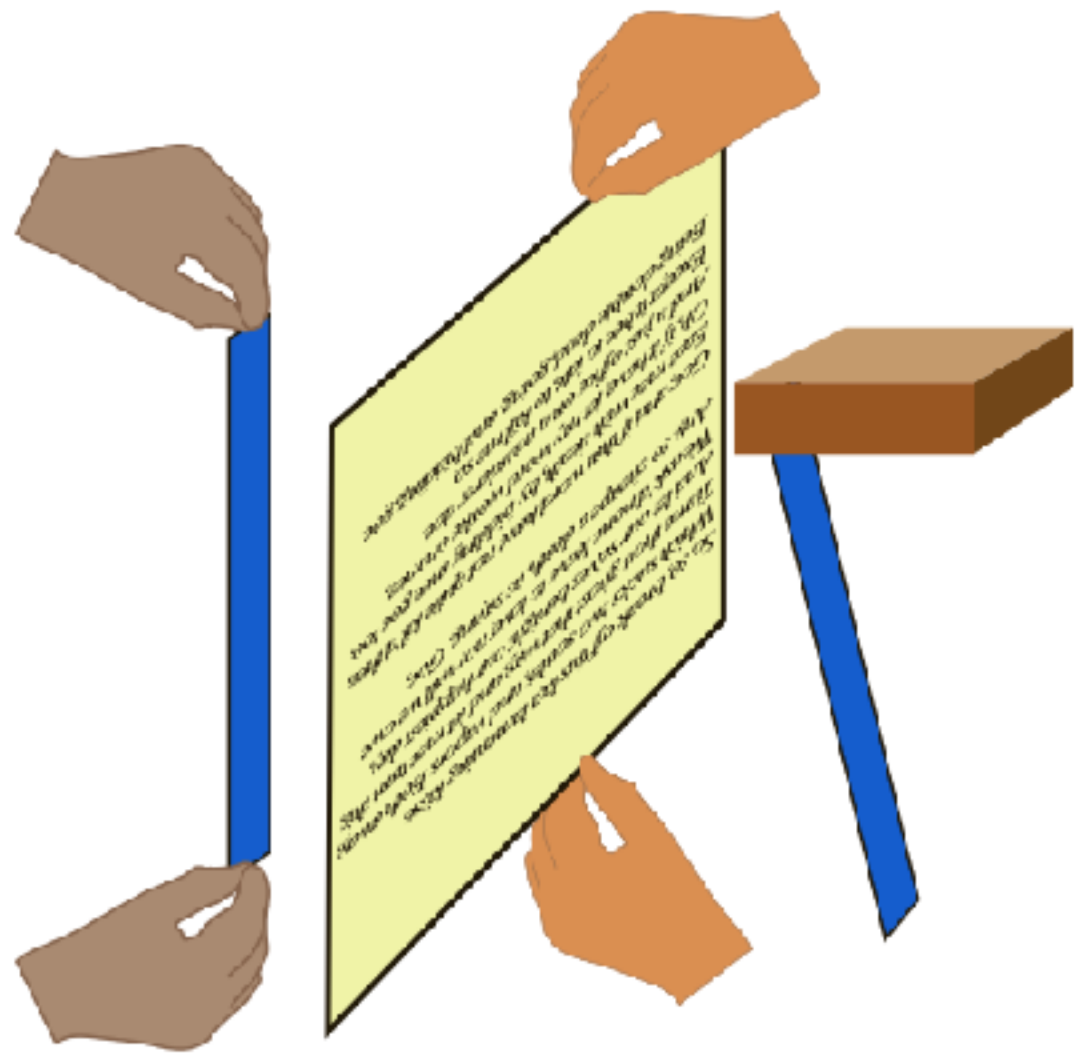
- ¿Por qué los objetos cargados positiva y negativamente son fuertemente atraídos por la materia neutra?

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{2\alpha q_1^2}{r^5}\right)\hat{r}$$

- La cinta cargada positivamente crea un campo eléctrico que se aleja de la cinta.
- Este campo eléctrico está presente dentro de su mano, y afecta a los átomos, moléculas e iones dentro de su mano.
- Los dipolos inducidos en su dedo crean un campo eléctrico en la ubicación de la cinta, que atrae la cinta.



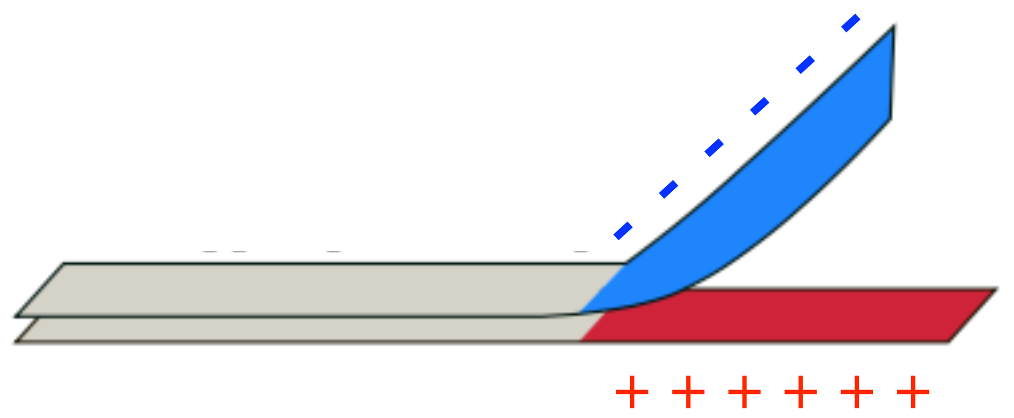
- La atracción entre la mano neutra y una cinta cargada que cuelga cambia mucho más rápidamente con la distancia ($1/r^5$)
- Mientras que la interacción entre dos cintas cargadas ($1/r^2$)



- El principio de superposición establece que la presencia de materia no afecta al campo eléctrico producido por un objeto cargado. La materia que interviene no "apantalla" ni "blinda" el campo eléctrico.
- Su escritorio no "apantalla" ni "blinda" su libro del campo gravitatorio de la Tierra.

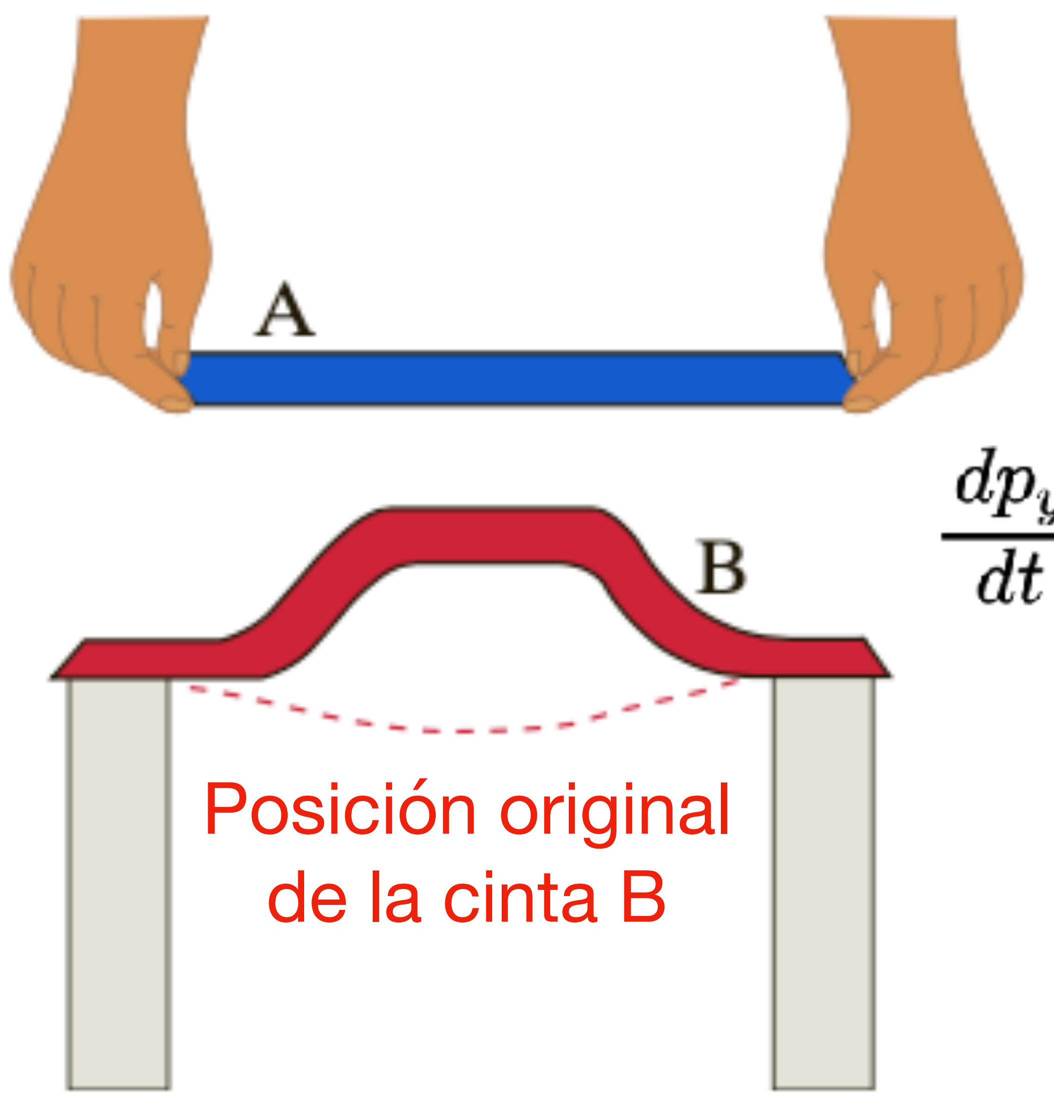
¿Cuánta carga hay en un objeto cargado?

- Cintas y bolígrafos de plástico, pelotas de ping-pong, globos y varillas de cristal pueden cargarse eléctricamente frotándolos con un material adecuado.



- Sería útil saber, aproximadamente, cuánta carga sobrante hay en un pequeño objeto cuando se carga. Conocer un orden de magnitud aproximado: 10 C, 0,1 C o 0,00000001 C?

- Experimento:
  - Si el trozo de cinta de 20 cm de longitud tiene una masa de unos 0,15 g, y la cinta inferior empieza a levantarse cuando la cinta superior está a unos 2,5 cm de distancia, entonces, (magnitud de la carga de las cintas es la misma)



$$Q_A = Q_B = Q$$

$$\frac{dp_y}{dt} = F_{\text{electric}} - F_{\text{grav}}$$

$$0 = Q_{\text{B}} E_{\text{A},y} - mg$$

$$E_{\text{A},y} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{\text{A}}}{d^2}$$

$$Q_{\text{B}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{\text{A}}}{d^2} \approx mg \quad \Rightarrow \quad Q \approx \sqrt{\frac{mgd^2}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}}$$

$$Q \approx \sqrt{\frac{(1,5\times10^{-4}\ \text{kg})(9,8\ \text{N/kg})(0,025\ \text{m})^2}{\left(9\times10^9\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right)}} \approx 1\times10^{-8}\text{C} = 10\ \text{nC}$$

- Es esta estimación aproximada: un objeto pequeño cargado por frotamiento suele tener una carga del orden de 10 nC.

Fracción de átomos de superficie con exceso de carga

- Suponiendo que la carga neta de la cinta negativa se distribuye uniformemente por su superficie, podemos estimar la fracción de esos átomos superficiales que han ganado un exceso de electrones o iones negativos.

- ¿Qué fracción de los átomos de la superficie cargada de la cinta ha ganado o perdido carga? (Supongamos que un átomo gana o pierde como máximo una carga de electrón).

Consideremos la superficie de una cinta de 1 cm de ancho y 20 cm de largo:

$$A = (0.2\ \mathrm{m})(0.01\ \mathrm{m}) = 2 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$

Área aproximada de la sección transversal ocupada por un átomo cuyo radio es aproximadamente 1×10^{-10} m.

$$A_{\text{atom}} \approx \left(2 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}\right)^2 = 4 \times 10^{-20}\ \mathrm{m}^2$$

Número de átomos en la superficie:

$$\frac{A}{A_{\text{atom}}} = \frac{2 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2}{4 \times 10^{-20}\ \mathrm{m}^2} = 5 \times 10^{16}\ \text{átomos}$$

Número de electrones (o iones) en exceso:

$$Q \approx 1 \times 10^{-8}\ \mathrm{C} = 10\ \mathrm{nC}$$

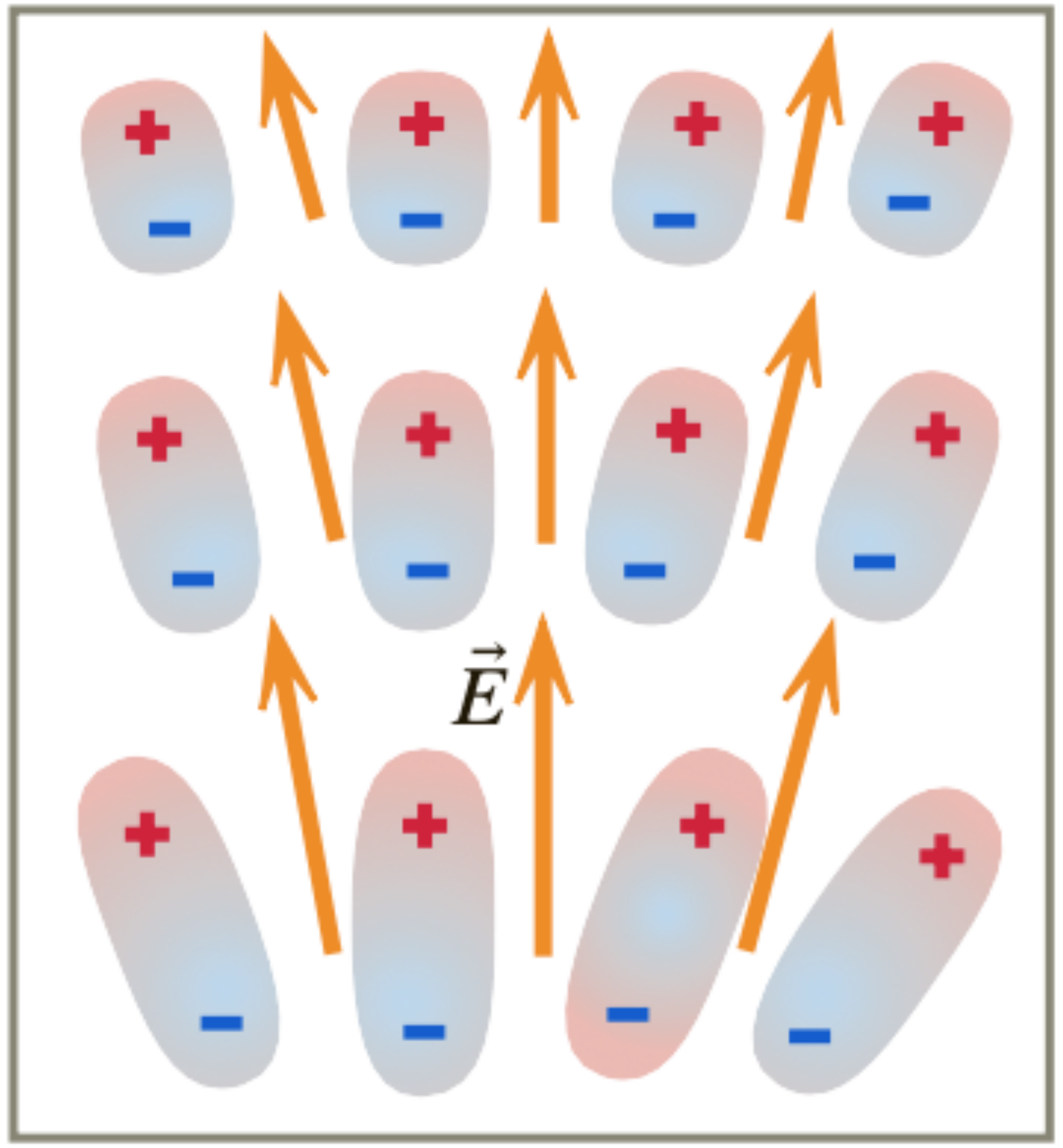
$$\frac{1 \times 10^{-8}\ \mathrm{C}}{1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 6.25 \times 10^{10}$$

Fracción de átomos de superficie con exceso de carga:

$$\frac{6.25 \times 10^{10}}{5 \times 10^{16}} \approx 1 \times 10^{-6}$$

Sólo uno de cada millón de átomos de la superficie de la cinta ha adquirido un exceso de electrones o ha perdido un electrón, una pequeña fracción.

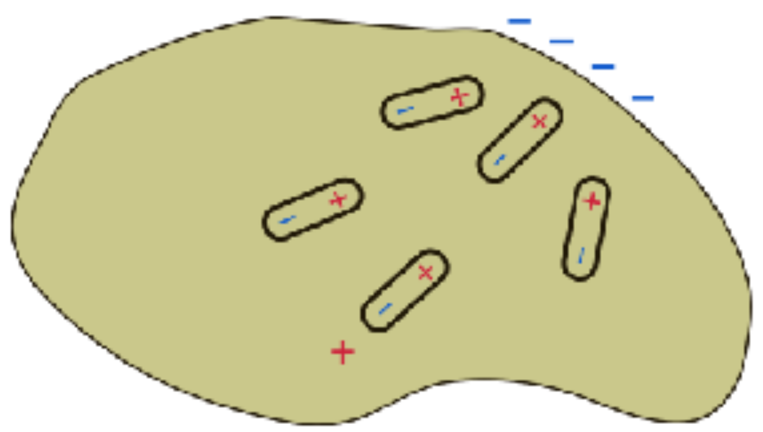
Polarización en aislantes



- En los aislantes, todos los electrones están firmemente ligados a los átomos o moléculas que componen el material.
- Hemos visto que un átomo o molécula individual puede ser polarizado por un campo eléctrico aplicado, produciendo un dipolo inducido de dimensiones atómicas o moleculares.

- Los electrones de un átomo o molécula de un aislante cambian ligeramente de posición, pero permanecen ligados a la molécula: ninguna partícula cargada puede moverse más de un diámetro atómico.

- En cada molécula, los electrones se han desplazado una distancia muy corta, y las moléculas no son libres de moverse. Sin embargo, el efecto neto puede ser muy grande porque hay muchas moléculas en el aislante que se ven afectadas.
- Las moléculas polarizadas se alinean con el campo eléctrico que las está polarizando, y cuanto más fuerte es el campo eléctrico mayor es el "estiramiento" del dipolo inducido.

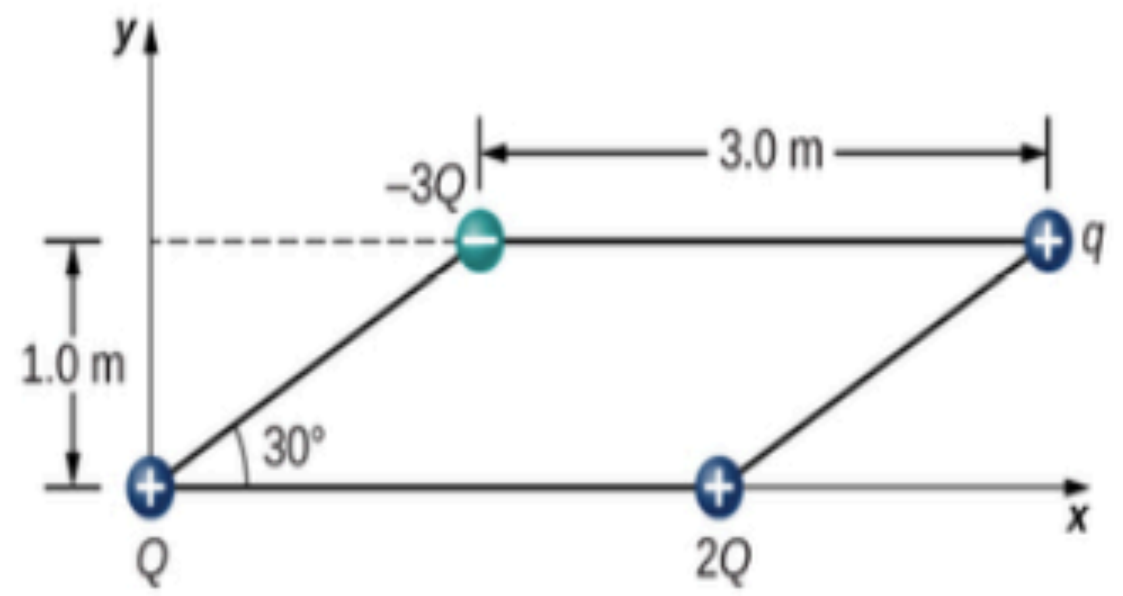


- Como la nube de electrones se desplaza sólo una pequeña distancia cuando un átomo o molécula se polariza, este proceso puede tardar mucho menos de un nanosegundo.

- Como no hay partículas cargadas móviles en un aislante, el exceso de carga se queda donde está. El exceso de carga puede estar localizado en el interior de un aislante, o puede estar ligado a un punto particular de la superficie sin esparcirse a lo largo de esa superficie.

Problemas propuestos

1. Cuatro partículas cargadas se colocan en las esquinas de un paralelogramo. Si $q = 5,0\ \mu$C y $Q = 8,0\ \mu$C ¿Cuál es la fuerza neta sobre q?



Sol: $\vec{F}_{\text{net}} = \langle 0{,}049;\ 0{,}09;\ 0\rangle$ N

2. Una carga $q_1 = 6$ nC está situada en el origen. Una segunda carga $q_2 = -5$ nC se encuentra en el punto $\langle 5{,}0; 8{,}0; 0\rangle$ cm.

   a) ¿Cuál es el campo eléctrico neto en el punto $A = \langle -4{,}0;\ 8{,}0;\ 0\rangle$ cm debido a q_1 y q_2?

   b) Si otra carga de $q_3 = -3$ nC se ubica en el punto A ¿Cuál sería la fuerza que sentiría q_3?

   Sol: (a) $\vec{E}_{\text{net}} = \langle 2{,}54;\ 6{,}04;\ 0\rangle \times 10^3$ N/C. (b) $\vec{F}_3 = \langle -7{,}51 \times 10^{-6};\ -1{,}81 \times 10^{-5};\ 0\rangle$ N

3. Un dipolo formado por cargas puntuales $+4$nC y -4nC separadas por una distancia de 2 mm está centrado en el punto $\langle 0{,}03; 0{,}15; 0\rangle$ m. Una bola de plástico hueca con radio 3 cm y carga $-0,2$ nC distribuida uniformemente sobre su superficie está centrada en el lugar $\langle 0{,}11; 0{,}15; 0\rangle$ m ¿Cuál es el campo eléctrico neto en la posición C, $\langle 0{,}03; 0{,}04; 0\rangle$ m?

   Sol: $\vec{E}_{\text{net}} = \langle 57{,}2;\ 187;\ 0\rangle$ N/C