PRÁCTICA 7: AJUSTE

Objetivos:

1. Obtener ajustes por mínimos cuadrados.
2. Utilizar `fit` para obtener ajustes a una nube de puntos.
3. Selección del ajuste más adecuado.

Recordemos que si se desea obtener una función $f^*(x) = c_1 g_1(x) + c_2 g_2(x) + \ldots + c_k g_k(x)$ que sea el ajuste por mínimos cuadrados a los puntos $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, m$ obtendremos los escalares $c_i, i = 1, \ldots, k$ como solución de las ecuaciones normales

$$A^t A \underline{c} = A^t \underline{y} \tag{1}$$

donde $A = (\,\underline{g}_1\ \underline{g}_2\ \ldots\ \underline{g}_k\,)$ con $\underline{g}_j = \begin{pmatrix} g_j(x_1) \\ \vdots \\ g_j(x_m) \end{pmatrix}$ e $\underline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$

Realizad esta práctica sobre el fichero *AuxP7Ajuste.dfw*, grabado con nombre personlizado.

1. Ajuste discreto utilizando ecuaciones normales.

1.1 Encontremos ahora la recta que mejor ajusta en el sentido de mínimos cuadrados a los puntos $(2, 4)$, $(0, -2)$, $(1, 3)$, $(3, 7)$. Representar y conservar los puntos y la recta de ajuste obtenida.

$r(x) :=$.

1.2 Encontrar la parábola que mejor se ajusta en el sentido de mínimos cuadrados a los puntos del apartado anterior. Incorporar la gráfica de la parábola a la conservada en el apartado anterior.

$p(x) :=$

2. Función FIT y estimativo del error.

2.1 Las funciones de ajuste encontradas en el ejercicio anterior podían haberse obtenido utilizando la función de Derive

$$FIT\left([\,x\,,\ c_1 g_1(x) + c_2 g_2(x) + \ldots + c_k g_k(x)\,]\,,\ \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{bmatrix} \right)$$

Completar la siguiente llamada a la función fit para que proporcione el polinomio $p(x)$ obtenido en el ejercicio anterior.

$$\texttt{fit([x,a+} \qquad \texttt{+} \qquad \texttt{],} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ & -2 \\ 1 & \\ & \end{bmatrix}\texttt{)}$$

2.2 La función $GOODNESS\_OF\_FIT\left(f^*(x)\,,\,x\,,\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{bmatrix}\right)$ nos proporciona

$$\frac{1}{\sqrt{m}}\left\|\begin{pmatrix} f^*(x_1) \\ f^*(x_2) \\ \vdots \\ f^*(x_m) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}\right\|$$

es decir, el valor de la norma que hemos minimizado dividido entre la raíz del número de datos. Esta cantidad es un estimativo del error del ajuste realizado.

Completar las siguientes llamadas a esta función para estimar el error del ajuste por recta y por parábola para los datos propuestos (dar el dato proporcionado por la función con 5 dígitos significativos truncados)

$$\texttt{goodness\_of\_fit}\left(r(x)\,,\,x\,,\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ & -2 \\ 1 & \\ 3 & \end{bmatrix}\right) = \boxed{}$$

$$\texttt{goodness\_of\_fit}\left(\boxed{}\,,\,x\,,\begin{bmatrix} & 4 \\ 0 & -2 \\ & 3 \\ 3 & \end{bmatrix}\right) = \boxed{}$$

2.3 ¿Qué ajuste proporciona el mejor estimativo del error? $\boxed{}$

3. Elección de función de ajuste.

3.1 Representar los datos contenidos en $ta1$ correspondientes a cierto fenómeno físico (iluminad sólo el lado derecho para representar los puntos).

3.2 Obtener la curva de ajuste por mínimos cuadrados de la forma

$$ft(x) := a0 + a1\ \sin\ x + a2\ \cos\ x$$

correspondiente a estos datos y representarla junto a ellos.

3.3 Completar el siguiente cuadro (5 dígitos significativos truncados) en el que

$$fpn(x) := a0 + a1\,x + a2\,x^2 + \ldots + an\,x^n$$

es el ajuste polinómico por mínimos cuadrados del grado correspondiente y

$$fen(x) := a0 + a1\, e^x + a2\, e^{2x} + \ldots + an\, e^{nx}$$

es el ajuste exponencial. Conservar en ventanas diferentes los ajustes polinómicos y exponenciales.

	Valor de la funcion de ajuste en $x = 1$	Estimativo de la bondad del ajuste
$ft(x)$		
$fp2(x)$		
$fp3(x)$		
$fp10(x)$		
$fe2(x)$		
$fe3(x)$		
$fe8(x)$		

3.4 Las funciones anteriores de menor estimativo del error son [ ] y [ ]. Estas funciones, si se prescinde de errores de redondeo, pasan por todos los puntos dados. Pese a ello ninguna de las dos es una buena elección como función de ajuste porque [ ] imitan de forma adecuada el comportamiento de la nube de [ ].

Suponiendo que los datos provienen de un fenómeno periódico, la mejor elección para función de ajuste sería [ ].

Si los datos provienen de la medición de un fenómeno en el que y aumenta al aumentar x, serían elecciones aceptables [ ] y [ ].

La elección del ajuste depende en primer lugar del aspecto de los [ ] y de la [*in*] disponible sobre el fenómeno del que proceden. Sólo ante aproximantes aceptables debe considerarse el [ ] del error para decidir.

3.5 Representar los datos recogidos en `datos_60ml` que está en el fichero *AuxP7ajuste.dfw* . Estos datos corresponden a tiempos (primera columna) frente a puntuaciones (segunda columna) de una prueba de 60m.l. de atletismo. Representar los datos. Obsérvese que cuanto mayor es el tiempo, menor es la puntuación. Buscaremos un ajuste por tanto con funciones que tengan este tipo de comportamiento (menores cuanto mayor es x) como $1/x$, $1/x^2$, ...

Obtener una función de ajuste adecuada para estos datos. Dar los coeficientes de la función y el estimativo del error con 5 dígitos significativos.

$fa(x) =$ [ ]

Estimativo del error= $\boxed{}$