

PRÁCTICA 11: EXTREMOS (I)

Objetivos:

1. Obtención de parciales y direccionales con Derive
 2. Obtención de puntos estacionarios de funciones de dos y tres variables.
 3. Encontrar extremos relativos en funciones de dos y tres variables.
-

Para realizar esta práctica conviene recordar:

1. Los extremos en puntos en los que existen las parciales son **puntos estacionarios**, es decir **todas las parciales son nulas en ellos**.
2. Los puntos estacionarios tales que la **matriz hessiana** evaluada en ellos tiene todos los autovalores no nulos y del mismo signo, son extremos. **Si los autovalores son estrictamente positivos estamos ante un mínimo relativo y si son estrictamente negativos estamos ante un máximo relativo.**
3. Si la matriz hessiana evaluada en un punto estacionario tiene un autovalor estrictamente positivo y otro estrictamente negativo, estamos ante un **punto de silla** es decir, un **punto estacionario que no es extremo**.

1. Parciales, direccionales y extremos.

Sea $f_1(x, y) := \frac{(x-2)^2 + (y+1)^2}{x^2 + y^2 + 1}$. La matriz jacobiana (gradiente) se obtiene con $f_1'(x, y)$ y la hessiana con $f_1''(x, y)$.

1.1 Completar:

$$f_1(3, 1) = \boxed{} \quad f_{1y}(-2, 3) = \boxed{} \quad D_{(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})} f_1(3, 4) = \boxed{}$$

$$D_{\underline{u}} f_1(2, -1) = \boxed{} \quad \max_{\|\underline{u}\|=1} D_{\underline{u}} f(-1, 0) = \boxed{} \quad f_{1xy}(2, 3) = \boxed{}$$

1.2 Hallar los puntos estacionarios de $f_1(x, y)$.

1.3 Determinar razonadamente si son o no extremos relativos.

2. Extremos de funciones de tres variables.

Sean $f2(x, y) := x^2 - 3xy + y^3 + 1$ y $f3(x, y, z) = \cosh(x - 1)(f2(z, y) + 2)$.

2.1 Hallar los puntos estacionarios de $f3(x, y, z)$

2.2 Determinar razonadamente si son o no extremos relativos.

3. Extremos relativos con apoyo gráfico.

3.1 Hallar los puntos estacionarios de $f2(x, y)$, definida en el ejercicio anterior.

3.2 Utilizando únicamente representaciones gráficas (puede utilizarse *Aux_vv.mth* si se desea) conjeturar si se trata de extremos relativos. Conservar las gráficas utilizadas.

3.3 Determinar con seguridad si los puntos estacionarios son o no extremos relativos y presentar razonadamente las conclusiones.

3.4 Sea $f4(x, y) := 2x^2 - 3xy^2 + y^4$. Hallar razonadamente sus extremos relativos