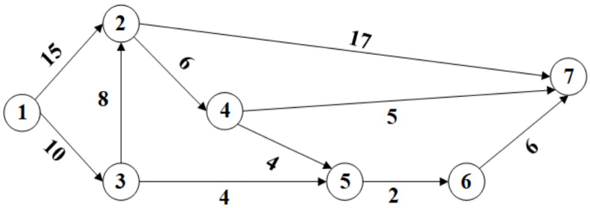
Entrega día 26 de mayo

Héctor Torcbio González

12437502E

1. En la red que aparece más abajo, donde los números que aparecen en cada arco representan la distancia en kilómetros de un nodo a otro, se desea determinar la ruta con la distancia más corta para ir del nodo 1 al nodo 7



(a) Formular un modelo de PLE para resolver el problema.

(b) Determinar la ruta más corta entre los nodos 1 y 7.

(c) Resolver el PLR del formulado en el apartado (a).

ⓐ $A = \{(1,3),(1,2),(3,2),(2,4),(3,5),(4,5),(2,7),(4,7),(5,6),(6,7)\}$

$x_{ij} \begin{cases} 1 \to \text{Se envía desde } i \text{ hasta } j \\ 0 \to \text{Resto} \end{cases} \quad \{ i,j \in A$

$Min = 15x_{12} + 10x_3 + 8x_{32} + 6x_{24} + 4x_{35} + 4x_{45} + 17x_{27} + 5x_{47} + 2x_{56} + 6x_{67}$

Sa.

$x_{12} + x_{13} = 1$

$(x_{12} + x_{32}) - (x_{24} + x_{27}) = 0$

$x_{13} - x_{32} - x_{35} = 0$

$x_{24} - x_{47} - x_{45} = 0$ $\qquad x_{ij} \in [0,1]$

$x_{35} + x_{45} - x_{56} = 0$

$x_{47} + x_{67} + x_{27} = 1$

$x_{56} - x_{67} = 0$

(b)

	00:22:46		Tuesday	February	22	2022		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	15,0000	0	0	basic	11,0000	18,0000
2	X2	1,0000	10,0000	10,0000	0	basic	7,0000	14,0000
3	X3	0	8,0000	0	3,0000	at bound	5,0000	M
4	X4	0	6,0000	0	0	basic	2,0000	M
5	X5	1,0000	4,0000	4,0000	0	basic	-M	8,0000
6	X6	0	4,0000	0	0	basic	-M	M
7	X7	0	17,0000	0	10,0000	at bound	7,0000	M
8	X8	0	5,0000	0	4,0000	at bound	1,0000	M
9	X9	1,0000	2,0000	2,0000	0	basic	-M	6,0000
10	X10	1,0000	6,0000	6,0000	0	basic	-M	10,0000
	Objective	Function	(Min.) =	22,0000				

El coste mínimo es 22km y los nodos por los que se pasa son los siguientes:

$$\boxed{1 - 3 - 5 - 6 - 7}$$

(c) Para relajar el P.L.E. habrá que añadir la restricción "$x_{ij} \geq 0$" y hacer que las variables dejen de ser binarias.

$A = \{(1,3), (1,2), (3,1), (2,4), (3,5), (4,5), (2,7), (4,7), (5,6), (6,7)\}$

$$x_{ij} \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Se envía desde } i \text{ hasta } j \\ 0 \rightarrow \text{Resto} \end{cases} \qquad \{ i,j \in A$$

$$\text{Min} = 15X_{12} + 10X_3 + 8X_{32} + 6X_{24} + 4X_{35} + 4X_{45} + 17X_{27} + 5X_{47} + 2X_{56} + 6X_{67}$$

S.a.

$$X_{12} + X_{13} = 1$$

$$(X_{12} + X_{32}) - (X_{24} + X_{27}) = 0$$

$$X_{13} - X_{32} - X_{35} = 0$$

$$X_{24} - X_{47} - X_{45} = 0$$

$$X_{35} - X_{45} - X_{56} = 0$$

$$X_{47} + X_{67} + X_{27} = 1$$

$$X_{56} - X_{67} = 0$$

$x_{ij} \geq 0$

	00:47:26		Tuesday	February	22	2022		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	15,0000	0	0	basic	11,0000	18,0000
2	X2	1,0000	10,0000	10,0000	0	basic	7,0000	14,0000
3	X3	0	8,0000	0	3,0000	at bound	5,0000	M
4	X4	0	6,0000	0	0	basic	2,0000	M
5	X5	1,0000	4,0000	4,0000	0	basic	-M	8,0000
6	X6	0	4,0000	0	0	basic	-M	M
7	X7	0	17,0000	0	10,0000	at bound	7,0000	M
8	X8	0	5,0000	0	4,0000	at bound	1,0000	M
9	X9	1,0000	2,0000	2,0000	0	basic	-M	6,0000
10	X10	1,0000	6,0000	6,0000	0	basic	-M	10,0000
	Objective	Function	(Min.) =	22,0000				

2. Antes de salir de vacaciones, *Martín* desea hacer una copia de seguridad de sus archivos de video más importantes en discos CD-ROM. Dispone para ello de suficientes discos vacíos de 900MB. Los dieciséis archivos que desea guardar tienen los siguientes tamaños (en MB): 28.75, 34.375, 38.75, 54.375, 67.5, 71.25, 85.625, 102.5, 158.125, 227.5, 232.5, 242.5, 253.75, 270, 288.125 y 531.875.

(a) Suponiendo que *Martín* no tiene ningún programa para comprimir los archivos, formular un modelo de PLE para determinar cómo se deben distribuir los archivos con el fin de reducir al mínimo el número de discos CD-ROM que debe utilizar.

(b) ¿Cuántos CD debe utilizar y qué archivos debe ubicar en cada uno de ellos? Justificar la respuesta.

a) Sumamos los tamaños en MB y dividimos entre 900 para saber los discos que harán falta:

$28'75 + 34'375 + 38'75 \ldots = 2.687'5$ MB

$\rightarrow \dfrac{2.687'5}{900} = \boxed{2'98} \rightarrow$ 3 discos para poder solventar los archivos

Como vamos a tener 3 discos, vamos a tener que ver como se distribuyen los 16 archivos en los 3 discos así que tendremos 16×3 variables $\rightarrow$ 48 variables

$$x_{ij} \begin{cases} 1 \rightarrow \text{El archivo } i \text{ va en el disco } j \\ 0 \rightarrow \text{Resto} \end{cases}$$

$$A = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{16} (i,j)$$

$(i,j) \in A$

$$\text{Max} \to \sum_{j=1}^{3} 28'75\,x_{1j} + 34'375\,x_{2j} + 38'75\,x_{3j} + 54'375\,x_{4j} + 67'5\,x_{5j} + 71'25\,x_{6j} +$$
$$85'625\,x_{7j} + 102'5\,x_{8j} + 158'125\,x_{9j} + 227'5\,x_{10j} + 232'5\,x_{11j} +$$
$$242'5\,x_{12j} + 253'75\,x_{13j} + 270\,x_{14j} + 288'125\,x_{15j} + 531'875\,x_{16j}$$

S. a.

$$\sum_{j=1}^{3} x_{ij} \leq 1 \quad i \in (1 \ldots 16) \qquad \sum_{i=1}^{16} m_{ij}\, x_{ij} \leq 900 \quad 1 \leq j \leq 3$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad 1 \leq j \leq 3$$

b)

	01:37:45		Tuesday	February	22	2022
1	X1	0	28,7500	0	28,7500	at bound
2	X2	1,0000	34,3750	34,3750	34,3750	at bound
3	X3	1,0000	38,7500	38,7500	38,7500	at bound
4	X4	1,0000	54,3750	54,3750	54,3750	at bound
5	X5	0	67,5000	0	67,5000	at bound
6	X6	0	71,2500	0	71,2500	at bound
7	X7	0	85,6250	0	85,6250	at bound
8	X8	0	102,5000	0	102,5000	at bound
9	X9	0	158,1250	0	158,1250	at bound
10	X10	0	227,5000	0	227,5000	at bound
11	X11	0	232,5000	0	232,5000	at bound
12	X12	1,0000	242,5000	242,5000	242,5000	at bound
13	X13	1,0000	253,7500	253,7500	253,7500	at bound
14	X14	1,0000	270,0000	270,0000	270,0000	at bound
15	X15	0	288,1250	0	288,1250	at bound
16	X16	0	531,8750	0	531,8750	at bound
17	X17	1,0000	28,7500	28,7500	0	basic
18	X18	0	34,3750	0	0	basic
19	X19	0	38,7500	0	0	basic
20	X20	0	54,3750	0	0	basic
21	X21	0	67,5000	0	67,5000	at bound
22	X22	0	71,2500	0	71,2500	at bound
23	X23	1,0000	85,6250	85,6250	85,6250	at bound

	01:37:45		Tuesday	February	22	2022
28	X28	0	242,5000	0	0	basic
29	X29	0	253,7500	0	0	basic
30	X30	0	270,0000	0	0	basic
31	X31	1,0000	288,1250	288,1250	288,1250	at bound
32	X32	0	531,8750	0	531,8750	at bound
33	X33	0	28,7500	0	0	at bound
34	X34	0	34,3750	0	0	at bound
35	X35	0	38,7500	0	0	at bound
36	X36	0	54,3750	0	0	at bound
37	X37	1,0000	67,5000	67,5000	0	basic
38	X38	1,0000	71,2500	71,2500	0	basic
39	X39	0	85,6250	0	0	basic
40	X40	0	102,5000	0	0	basic
41	X41	0	158,1250	0	0	basic
42	X42	1,0000	227,5000	227,5000	0	basic
43	X43	0	232,5000	0	0	basic
44	X44	0	242,5000	0	0	at bound
45	X45	0	253,7500	0	0	at bound
46	X46	0	270,0000	0	0	at bound
47	X47	0	288,1250	0	0	basic
48	X48	1,0000	531,8750	531,8750	0	basic
	Objective	Function	(Max.) =	2.687,5000		

	01:37:45		Tuesday	February	22	2022
	Objective	Function	(Max.) =	2.687,5000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	C1	1,0000	<=	1,0000	0	28,7500
2	C2	1,0000	<=	1,0000	0	34,3750
3	C3	1,0000	<=	1,0000	0	38,7500
4	C4	1,0000	<=	1,0000	0	54,3750
5	C5	1,0000	<=	1,0000	0	67,5000
6	C6	1,0000	<=	1,0000	0	71,2500
7	C7	1,0000	<=	1,0000	0	85,6250
8	C8	1,0000	<=	1,0000	0	102,5000
9	C9	1,0000	<=	1,0000	0	158,1250
10	C10	1,0000	<=	1,0000	0	227,5000
11	C11	1,0000	<=	1,0000	0	232,5000
12	C12	1,0000	<=	1,0000	0	242,5000
13	C13	1,0000	<=	1,0000	0	253,7500
14	C14	1,0000	<=	1,0000	0	270,0000
15	C15	1,0000	<=	1,0000	0	288,1250
16	C16	1,0000	<=	1,0000	0	531,8750
17	C17	898,1250	<=	900,0000	1,8750	0
18	C18	895,6250	<=	900,0000	4,3750	0
19	C19	893,7500	<=	900,0000	6,2500	0

Según los datos obtenidos en el programa:

- → El archivo 2 se almacena en el disco 1
- → El archivo 3 se almacena en el disco 1
- → El archivo 4 se almacena en el disco 1
- → El archivo 12 se almacena en el disco 1
- → El archivo 13 se almacena en el disco 1
- → El archivo 14 se almacena en el disco 1
- → El archivo 1 se almacena en el disco 2
- → El archivo 7 se almacena en el disco 2
- → El archivo 8 se almacena en el disco 2
- → El archivo 9 se almacena en el disco 2
- → El archivo 11 se almacena en el disco 2
- → El archivo 15 se almacena en el disco 2
- → El archivo 5 se almacena en el disco 3
- → El archivo 6 se almacena en el disco 3
- → El archivo 10 se almacena en el disco 3
- → El archivo 16 se almacena en el disco 3

→ El disco duro 3 tendrá 898'125 MB

→ El disco duro 2 tendrá 895'625 MB

→ El disco duro 1 tendrá 893'75 MB

3. *Luctel* posee una gran tienda de productos de telefonía móvil. La tienda posee tres departamentos: ventas (con 8 empleados), pagos (con 3 cajeros) y entregas (con 2 empleados). El proceso de llegada de los clientes a la tienda se realiza según un proceso de Poisson con una media de 40 por hora. Los clientes que entran en la tienda tienen que pasar necesariamente por el departamento de ventas y, si deciden comprar algún artículo (lo hacen el 75 % de los que entran), tienen que pasar por caja antes de retirar sus productos. El tiempo que se tarda en atender a un cliente se distribuye exponencialmente, con una media de 10 minutos en el departamento de ventas, de 3 minutos en el de pagos y de 2 minutos en el de entregas.

(a) ¿Cuál es la longitud media de las colas en cada departamento?

(b) ¿Cuál es el tiempo medio que un cliente pasa en la tienda? ¿Y un cliente que compra? Razonar las respuestas.

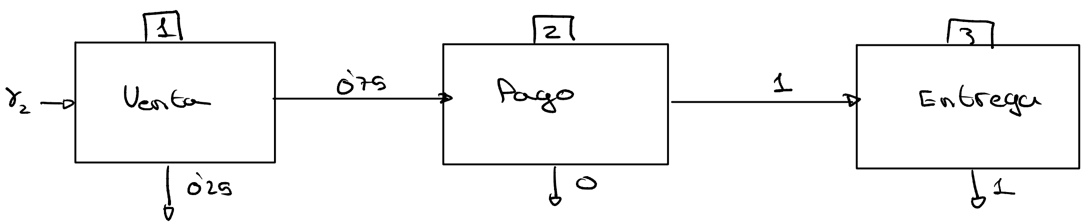
a) $k=3 \quad \gamma_1 = 40 \quad \gamma_2 = \gamma_3 = 0 \qquad r_{1,0} = 0'25 \quad r_{1,2} = 0'75 \quad r_{2,3} = 1$

T.M.L.

$\longrightarrow \lambda_1 = \gamma_1 = 40$

$\lambda_2 = \lambda_1 \cdot r_{12} = 40 \cdot 0'75 = 30$

$\lambda_3 = \lambda_2 \cdot r_{23} = 30 \cdot 1 = 30$



$\mu_1 = 6/\text{hora} \leftarrow \frac{1}{10/60}$ $\qquad \mu_2 = 20/\text{hora} \leftarrow \frac{1}{3/60}$ $\qquad \mu_3 = 30/\text{hora} \leftarrow \frac{1}{2/60}$

Primero comprobamos que las colas son estables:

$$\left.\begin{array}{l} \rho_1 = \dfrac{\lambda_1}{m_1 \cdot \mu_1} = \dfrac{40}{8 \cdot 6} = \dfrac{40}{48} < 1 \\[2ex] \rho_2 = \dfrac{\lambda_2}{m_2 \cdot \mu_2} = \dfrac{30}{3 \cdot 20} = \dfrac{1}{2} < 1 \\[2ex] \rho_3 = \dfrac{\lambda_3}{m_3 \cdot \mu_3} = \dfrac{30}{30 \cdot 2} = \dfrac{1}{2} < 1 \end{array}\right\} \text{Son estables}$$

$$\text{Longitud media} = \frac{p}{1-p} \cdot C \longrightarrow C = \frac{(m \cdot p)^m}{m!\,(1-p)} \cdot P_o$$

$$P_o = \left(\sum_{n=0}^{m-1} \frac{(mp)^n}{n!} + \frac{(m \cdot p)^m}{m!\,(1-p)} \right)^{-1}$$

$$P_{o1} = \left(1 + \frac{20}{3} + \frac{400/9}{2} + \frac{8000/27}{6} + \frac{160000/81}{24} + \frac{13168{,}72428}{120} + \frac{87791{,}4952}{720} + \frac{585276{,}6347}{5040} + \frac{3901844{,}231}{6.720}\right)^{-1} = \left(1 + 6{,}\hat{6} + \frac{200}{9} + \frac{4000}{81} + \frac{20000}{243} + \frac{13168{,}72428}{120} + \frac{87791{,}4952}{720} + \frac{585276{,}6347}{5040} + \frac{3901844{,}231}{6.720}\right)^{-1} = 1090{,}006031^{-1} =$$

$$= 0{,}000917426$$

$$P_{o2} = \left(1 + 1{,}5 + \frac{2{,}25}{2} + \frac{3{,}375}{3}\right)^{-1} = 4{,}75^{-1} = \frac{4}{19}$$

$$P_{o3} = \left(1 + 1 + \frac{1}{1}\right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$C = \frac{(m \cdot p)^m}{m!\,(1-p)} \cdot P_o$$

$$C_1 = \frac{3901844{,}231}{6.720} \cdot 0{,}000917426 = 0{,}53268651$$

$$C_2 = \frac{3{,}375}{3} \cdot \frac{4}{19} = \frac{9}{38}$$

$$C_3 = \frac{1}{3}$$

$\longrightarrow$ Longitudes

$$E(N_q)_1 = \frac{P_1}{1-P_1} \cdot C_1 = \frac{40/48}{1-40/48} \cdot 0'53268651 = \boxed{2'66343255 \text{ personas}}$$

$$E(N_q)_2 = \frac{P_2}{1-P_2} \cdot C_2 = \frac{0'5}{1-0'5} \cdot \frac{9}{38} = \frac{9}{38} = \boxed{0'236842105 \text{ personas}}$$

$$E(N_q)_3 = \frac{P_3}{1-P_3} \cdot C_3 = \frac{0'5}{1-0'5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \boxed{0'\widehat{3} \text{ personas}}$$

b)

Tiempo medio de permanencia de un cliente en el sistema

$$E(R) = \frac{E(N)}{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{3} E(N_i)}{\sum_{i=1}^{3} \lambda_i} = \frac{9'33 + 1'73684 + \frac{4}{3}}{40+0+0} = \boxed{0'31 \text{ horas}}$$

$$E(N_1) = E(N_q)_1 + E(N_s)_1 = 2'66343255 + 8 \cdot \frac{40}{48} = 9'33$$

$$E(N_2) = E(N_q)_2 + E(N_s)_2 = 0'236842105 + 3 \cdot 0'5 = 1'73684$$

$$E(N_3) = E(N_q)_3 + E(N_s)_3 = 0'\widehat{3} + 2 \cdot 0'5 = \frac{4}{3}$$

Tiempo medio de permanencia de un cliente que compra:

Habrá que calcular los tiempos medios en cada departamento y sumarlos:

$$E(R) = \frac{1}{\mu} + \frac{C}{m\mu(1-P)}$$

$$E(R_1) = \frac{1}{6} + \frac{0'53268651}{8 \cdot 6(1-40/48)} = 0'23325$$

$$E(R_2) = \frac{1}{20} + \frac{9/38}{3 \cdot 20(1-0'5)} = 0'05789$$

$$E(R_3) = \frac{1}{30} + \frac{1/3}{2 \cdot 30(1-0'5)} = 0'0\widehat{4}$$

Tiempo medio de permanencia de un cliente que compra

$$E(R_1) + E(R_2) + E(R_3) = 0'23325 + 0'05789 + 0'0\widehat{4} = \boxed{0'33558 \text{ horas}}$$