Universidad Nacional Autónoma de México, Álgebra Lineal I
2020-4

Soluciones a la tarea en equipo de la unidad 1

Nombre 1, Nombre 2, Nombre 3, Nombre 4

August 2, 2020

1

Enunciado del problema: Sea n un entero positivo y$A = [a_{ij}]$ la matriz en $M_n(\mathbb{R})$ dada por $a_{ij} = 2$ si $i \geq j$ y $a_{ij} = 0$ en otro caso. Por ejemplo, a continuación está la matriz cuando $n = 3$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Para cada n, muestra que A es una matriz invertible. Encuentra de manera explícita su inversa.

Solución:

2

Enunciado del problema: Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$,

(a) Encuentra, con demostración, todas las matrices $B \in M_2(\mathrm{C})$ que conmutan con A.

(b) Encuentra, con demostración, todas las matrices $B \in M_2(\mathrm{C})$ para las cuales $AB + BA$ es la matriz cero.

Solución:

3

Enunciado del problema: Sea $A \in M_n(\mathbb{R})$ una matriz diagonal cuyas entradas diagonales son distintas dos a dos. Sea $B \in M_n(\mathbb{R})$ una matriz tal que $AB = BA$. Demuestra que B es una matriz diagonal.

Solución:

4

Enunciado del problema: Sean a y b números reales. Encuentre todas las soluciones para el siguiente sistema de ecuaciones en las variables w, x, y y z:

$$\begin{cases} w + x = a \\ x + y = b \\ y + z = a \\ z + w = b \end{cases}$$

Solución:

5

Enunciado del problema: Para cada $x \in \mathbb{R}$ sea

$$A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}$$

(a) Demuestra que para todo $a, b \in \mathbb{R}$ se tiene

$$A(a)A(b) = A(a + b - 2ab).$$

(b) Dado $x \in \mathbb{R}$, calcula $A(x)^n$.

Solución: