

Medición de la constante de Stefan-Boltzmann.

Morales Gómez Héctor Jair, Urquiza González Mitzi Valeria

Laboratorio de Física Contemporánea I, 2019-2

Facultad de Ciencias,

Universidad Nacional Autónoma de México

10 de abril del 2019

Se utilizó la aproximación de un cuerpo negro para medir la constante de Stefan-Boltzmann (σ), usando un hilo de cobre conductor en un tubo al vacío. Se calculó estadísticamente un valor de $\sigma = (5.58 \pm 0.33) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ y por propagación de incertidumbres de $\sigma = (5.58 \pm 0.29) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$. Estos valores representaron un error menor al 5 % con respecto del valor real de $\sigma_r = 5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$. Por lo cual la medición de la constante fue precisa y exacta.

1. INTRODUCCIÓN

Un cuerpo negro es un objeto ideal cuya superficie absorbe toda la radiación que incide sobre él. El término fue propuesto por Gustav Kirchhoff en 1860. En sus palabras:

...the supposition that bodies can be imagined which, for infinitely small thicknesses, completely absorb all incident rays, and neither reflect nor transmit any. I shall call such bodies perfectly black, or, more briefly, black bodies[1].

Su estudio del cuerpo negro condujo a la ley de Kirchhoff de la radiación térmica, la cual establece que si un cuerpo (o superficie) está en equilibrio termodinámico con su entorno, su emisividad es igual a su absorptividad. La importancia de su trabajo yace en que fue un primer acercamiento al estudio de la radiación de cuerpo negro.

Un modelo comúnmente usado para estudiar las propiedades de un cuerpo negro es el de una cavidad esférica de paredes delgadas y opacas con un pequeño orificio. La radiación que entra a través del orificio rebotará dentro de la cavidad y será reabsorbida dentro de la misma, ocasionando que la temperatura interna sea aproximada a la de un cuerpo negro ideal.

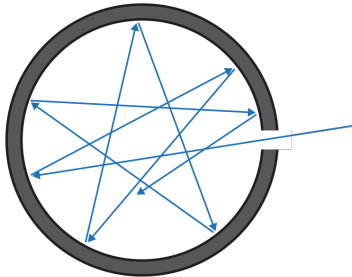


Fig. 1. Aproximación de un cuerpo negro ideal

En el año 1900, Plank utilizó este modelo para elaborar una ley que describe el comportamiento de la densidad espectral de la radiación electromagnética emitida por un cuerpo negro

en equilibrio térmico a cierta temperatura T , cuando no hay un flujo neto de materia o energía entre el cuerpo y sus alrededores.

Planck derivó su formula al asumir que un oscilador eléctricamente cargado en una cavidad que contenía radiación de cuerpo negro sólo podía cambiar su energía de forma discreta, de manera proporcional a la frecuencia de su onda electromagnética. Esta suposición resolvió el problema de la catástrofe ultravioleta y fue fundamental para el desarrollo de la mecánica cuántica.

La ley de Planck está descrita por la siguiente fórmula:

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(k_B T)} - 1} \quad (1)$$

donde h es la constante de Planck, k_B es la constante de Boltzman y c es la velocidad de la luz en el vacío. La deducción de esta ley se puede consultar en el Anexo A.

Jhon Tyndall propuso una forma de estudiar un cuerpo negro desde el punto de vista experimental. Aprovechando el efecto Joule ($Q = I R t^2$) se calienta un alambre metálico haciéndole pasar una corriente. La radiación térmica emitida por el metal se considera una buena aproximación para la radiación de un cuerpo negro. Estudiando la energía de emisión de este modelo, Josef Stefan concluyó que la energía (en Joules) es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura (medida en Kelvins).

Para llegar a una relación que sustentara los resultados de Jon Stefan, Ludwig Boltzmann utilizó argumentos termodinámicos. Él partió de una de las formulaciones de la primera ley de la termodinámica:

$$dU = TdS - pdV \quad (2)$$

donde U es la energía interna, T la temperatura, S la entropía, p la presión de radiación y V el volumen. En este caso $p = \frac{u}{3}$, con $u = \frac{U}{V}$ la densidad de energía. Además,

$$\left(\frac{\delta U}{\delta V} \right)_V = T \left(\frac{\delta p}{\delta T} \right)_V - p = u = \frac{T}{3} \left(\frac{\delta u}{\delta T} \right)_V - \frac{u}{3}, \quad (3)$$

en donde,

$$\frac{du}{4u} = \frac{dT}{T}. \quad (4)$$

Así, ambos científicos llegaron a la ecuación conocida como ley de Stefan-Boltzmann que relaciona la energía emitida por un cuerpo negro con la cuarta potencia de su temperatura a través de la constante de Stefan-Boltzmann (σ).

$$E = \sigma T^4. \quad (5)$$

Para nuestra práctica, nos enfocamos en la relación entre la corriente de un alambre metálico y su energía de emisión. En este caso, la energía de emisión será igual a la potencia por unidad de área:

$$\frac{P}{A} = \frac{VI}{A}. \quad (6)$$

donde A es el área lateral del cuerpo, V es el voltaje en Volts y I es la corriente en Amperes.

Por lo tanto, :

$$\frac{VI}{A} = \sigma T^4. \quad (7)$$

En este experimento, se midió la constante de Stefan-Boltzmann a partir de la aproximación de un hilo de cobre a un cuerpo negro.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL



Fig. 2. Montaje experimental

Se utilizaron 10 hilos con continuidad eléctrica de cobre de 30 cm aproximadamente, tizados de hollín y colocados,

uno a la vez, dentro de una cilindro al vacío como se muestra en la figura anterior. Se cuidó que las tapas del cilindro y el cable formaran un circuito cerrado, que posteriormente se le introdujo una corriente y un voltaje variado hasta lograr el punto de fusión del cobre. Se midieron la corriente y el voltaje justo en el instante previo al rompimiento del cable, y se calculó la constante de Stefan-Boltzmann con estos datos.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para cada hilo utilizado, se determinaron los valores necesarios para calcular la constante σ , los cuales se presentan en la siguiente tabla, usando la ecuación (7).

Longitud [$\pm 0.18\% m$]	Potencia [$\pm 1.7\% W$]	$\sigma_{exp} * 10^{-8}$ [$\pm 5.21\% \frac{W}{m^2 K^4}$]	$\sigma_{real}[4]$ * $10^{-8} [\frac{W}{m^2 K^4}]$
0.27	22.85	5.28	
0.277	26.5	5.97	
0.278	25.44	5.71	
0.28	25.84	5.76	
0.21	18.63	5.54	5.67
0.276	26.22	5.93	
0.235	22.4132	5.95	
0.258	22.412	5.42	
0.26	21.2814	5.11	
0.215	17.733	5.15	

Tabla I. Diámetro promedio de $d = 0.00015 \pm 3.33\% m$ y temperatura de fusión $T = 1358 K$ [3].

Haciendo un análisis estadístico y otro por propagación de incertidumbres, se encontró que estadísticamente $\sigma = (5.58 \pm 0.33) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ y $\sigma = (5.58 \pm 0.29) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ por propagación. Esto representa una incertidumbre del 5.93 % y 5.2 %1 respectivamente. Esto quiere decir que aunque ambos porcentajes son muy bajos, la menor incertidumbre está asociada a la incertidumbre de cada medición. Por otro lado, el error promedio en ambos casos es menor al 5 %, por lo que se considera que se midió con precisión y exactitud la constante de Stefan-Boltzmann.

4. CONCLUSIONES

Se midió el valor de la constante de Stefan-Boltzmann, aproximando un hilo de cobre en hollín como un cuerpo negro, con el valor de $\sigma = (5.58 \pm 0.33) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ y $\sigma = (5.58 \pm 0.29) * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$, haciendo, respectivamente, un tratamiento estadístico y de propagación de las incertidumbres de cada medición.

Estos valores representan un error menor del 5 % con respecto del valor real de $\sigma_r = 5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$. Por lo cual se concluye que la medición de la constante fue precisa y exacta.

REFERENCIAS

- [1] A. Beiser. Concepts of Modern Physics McGraw- Hill. Nueva York, Estados Unidos
- [2] Derivation of Planck's Law. Recuperado 16 de marzo, 2019, desde https://nanohub.org/wiki/DerivationofPlancksLaw?fbclid=IwAR3nyEWEf-bQ2bF_40bJer5vgM82-4XjbX7XsrTaIzrreeNG0oQD9WVXCmk
- [3] Royal Society of Chemistry. (s.f.). Copper. Recuperado 16 de marzo, 2019, desde <http://www.rsc.org/periodic-table/element/29/copper>
- [4] National Institute of Standards and Technology. (s.f.). Recuperado el 16 de marzo, 2019, desde https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?sigma|search_for=boltzmann