SEM para medición económica y social 2024-1

Dr. Héctor Nájera PUED-UNAM



Estimación de confiabilidad



Confiabilidad (reliability)

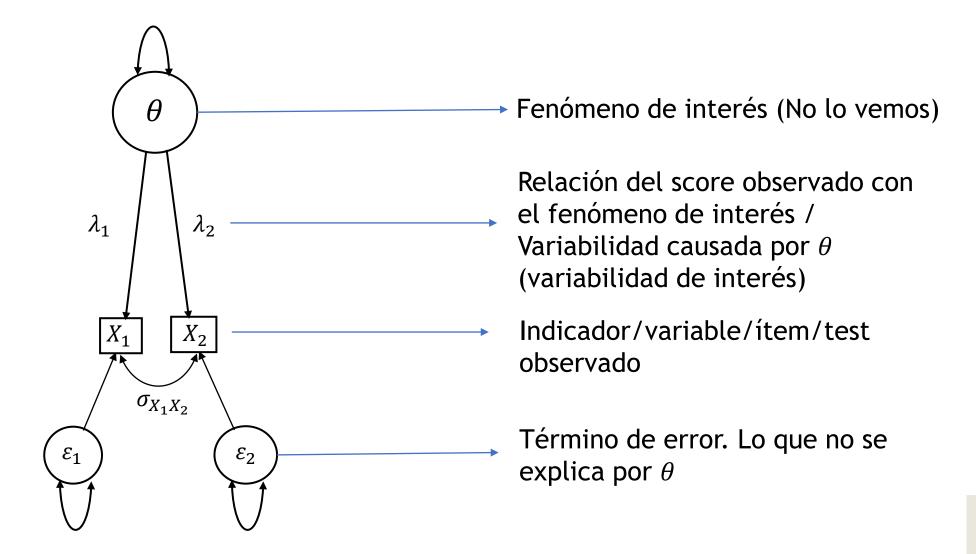
• Implicaciones de un concepto relativo de confiabilidad para la lógica de la medición.

$$Confiabilidad = \frac{Variabilidad\ individual}{Variabilidad\ individual + Error\ de\ medici\'on} = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2}$$

- El coeficiente de confiabilidad refleja el grado en que un instrumento (artefacto) de medición es capaz de diferenciar entre individuos/objetos de estudio/unidades de observación (sujetos/hogares/familias/familias/escuelas/municipios/países/estados de la naturaleza).
- La confiabilidad de una medida está intimamente ligada a la población sobre la cual se quiere aplicar la medición.
 - No existe tal cosa como la confiabilidad de un instrumento/artefacto (a secas); el coeficiente sólo tiene significado cuando es aplicado a poblaciones específicas.
 - Es más difícil distinguir entre estados de la naturaleza (personas/hogares/municipios) si éstos son relativamente homogéneos que si éstos son muy diferentes.



Pero antes algunas nociones del lenguaje SEM





Paralelas, tau-equivalent and congeneric

• Si los indicadores son reflejo del mismo fenómeno, estos pueden clasificarse de acuerdo a su grado de similaridad:

BOX 7.1 Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures							
Type of							Relationship between
measure	μ_{X}	σ_{x}^{2}	σ_{\uparrow}^2	$\sigma_{\scriptscriptstyle E}^2$	$\sigma_{\chi_1\chi_2}$	$\rho_{X_1X_2}$	true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = O + 1 \star t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equalor unequal	$t_i = O + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$

En los tres primeros casos la relación con la variable latente (t) es igual

Es factible estimar la confiabilidiad como vimos ayer (una de las x juega el papel de t). (Bandalos p. 167)

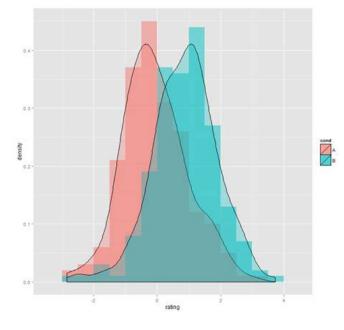
Noten que las condiciones van de más estrictas a menos estrictas



BOX 7.1

Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially
Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	μ_{X}	σ_{x}^{2}	σ_{\uparrow}^2	$\sigma_{\scriptscriptstyle E}^2$	$\sigma_{_{oldsymbol{\chi}_{_1}oldsymbol{\chi}_{_2}}}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship betweer true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	t _i = 0 + 1 * t _j
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = O + 1 \star t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = \sigma_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$



$$Y_1=0+1*Y_2$$

Las medias son iguales

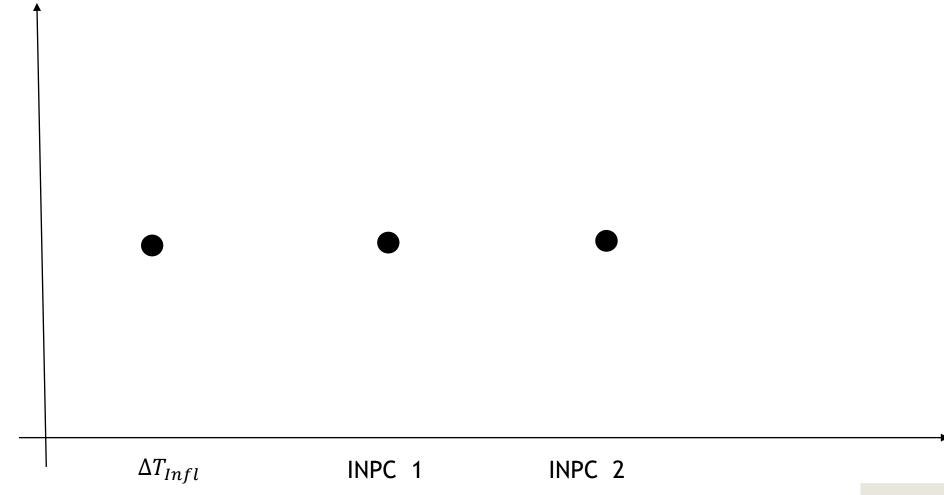
Las varianzas también

Es otra forma de pensar que las distribuciones se superponen

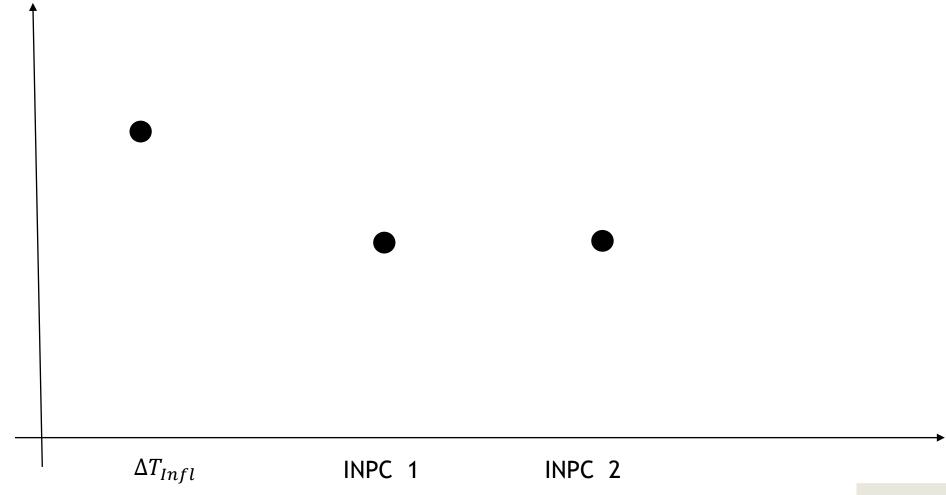




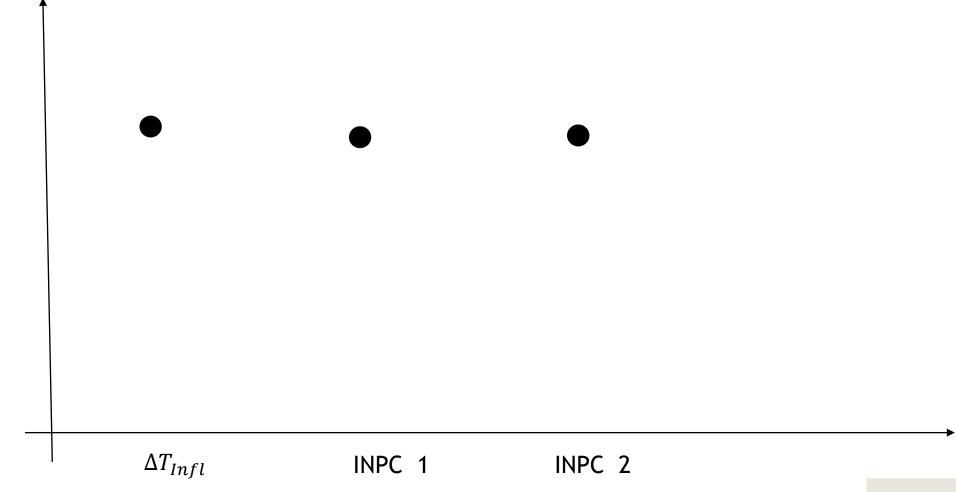














¿Cómo podemos saber que esto esta pasando?

Supuestos:

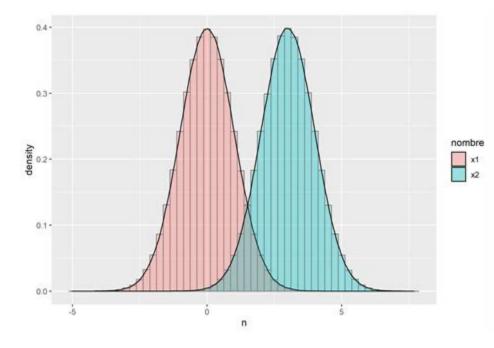
- Test paralelos: Primera mitad del Siglo XX
- Equivalencia Tau: Mitad del Siglo XX
- Medidas congéneres: Finales del XX
- Ecuaciones estructurales y variables latentes: Presente



BOX 7.1

Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially
Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	μ_{X}	σ_{x}^{2}	σ_{\uparrow}^2	$\sigma_{\scriptscriptstyle E}^2$	$\sigma_{_{X_1X_2}}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = O + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equalor unequal	$t_i = O + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = \alpha_{i\bar{i}} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$



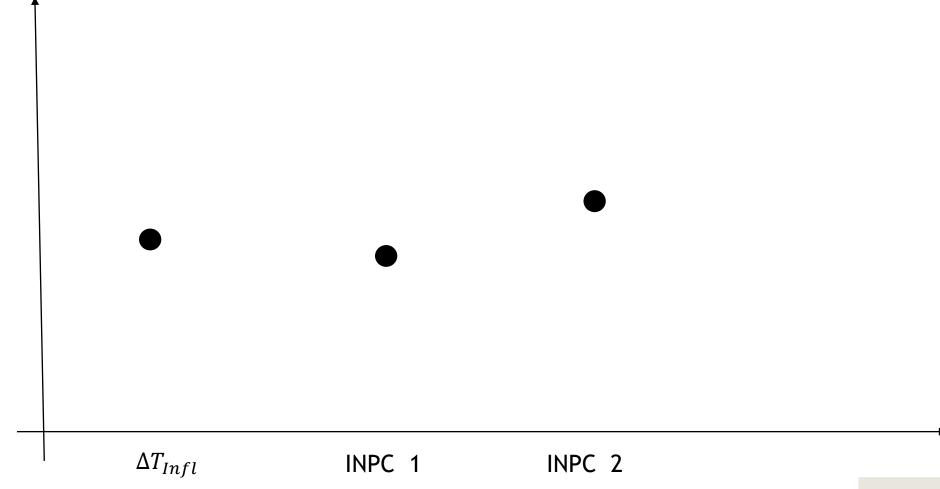
$$Y_1 = a_1 + 1 * Y_2$$

Las medias no tienen que ser iguales

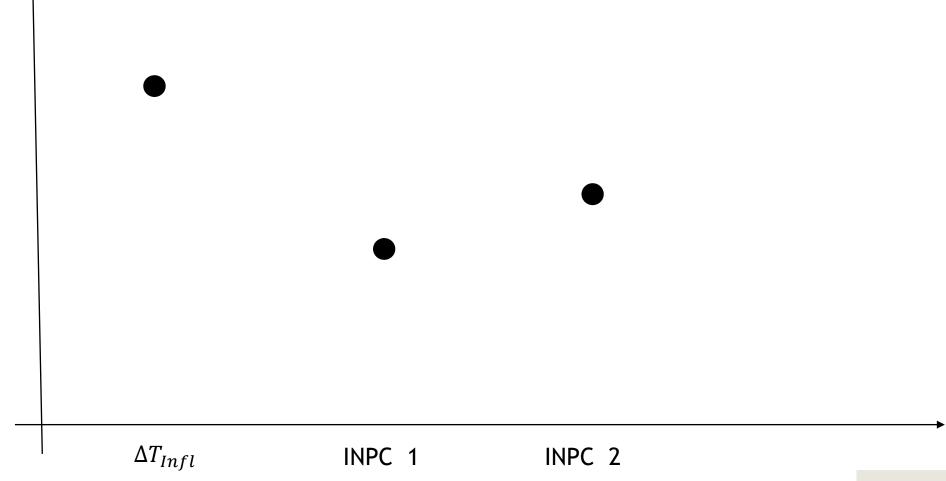




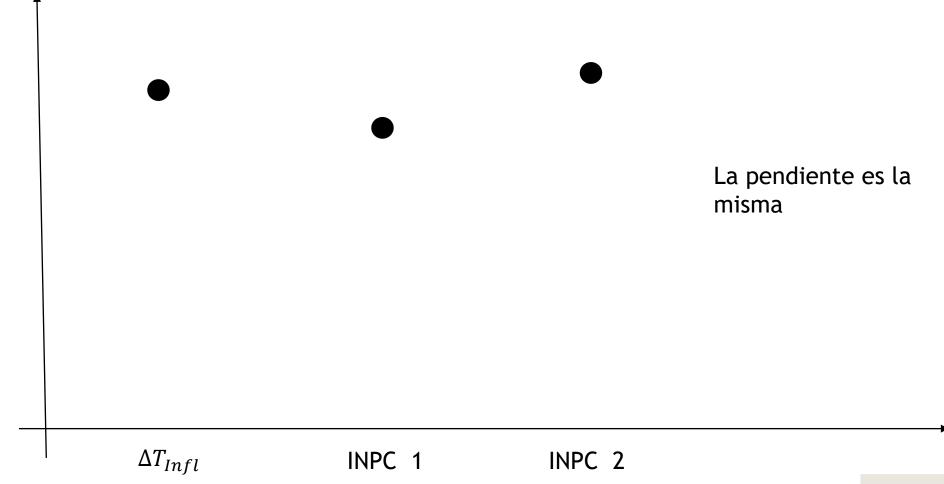












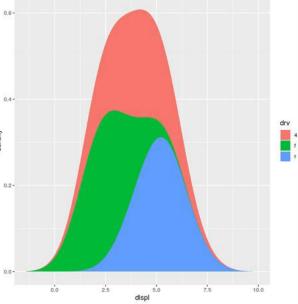


¿Cómo podemos saber que esto está pasando?

Supuestos:

- Test paralelos: Primera mitad del Siglo XX
- Equivalencia Tau: Mitad del Siglo XX
- Medidas congéneres: Finales del XX

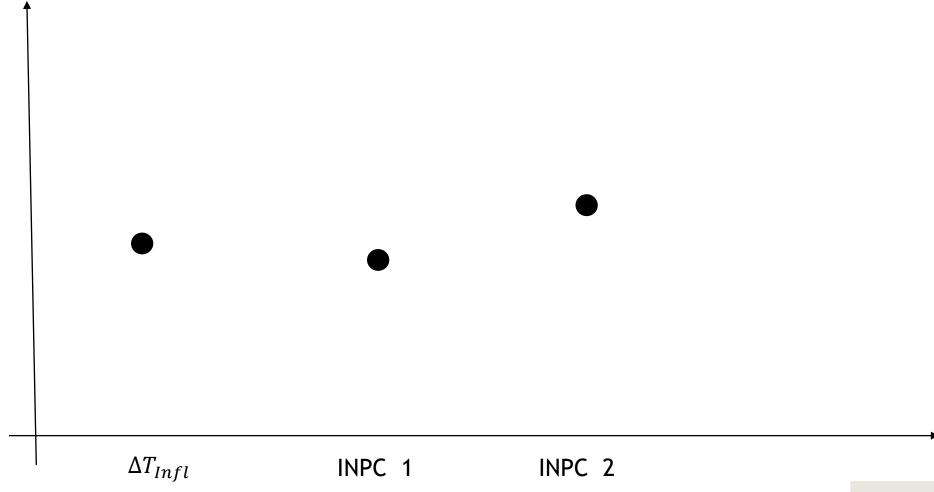
• Ecuaciones estructurales y variables latentes: Presente



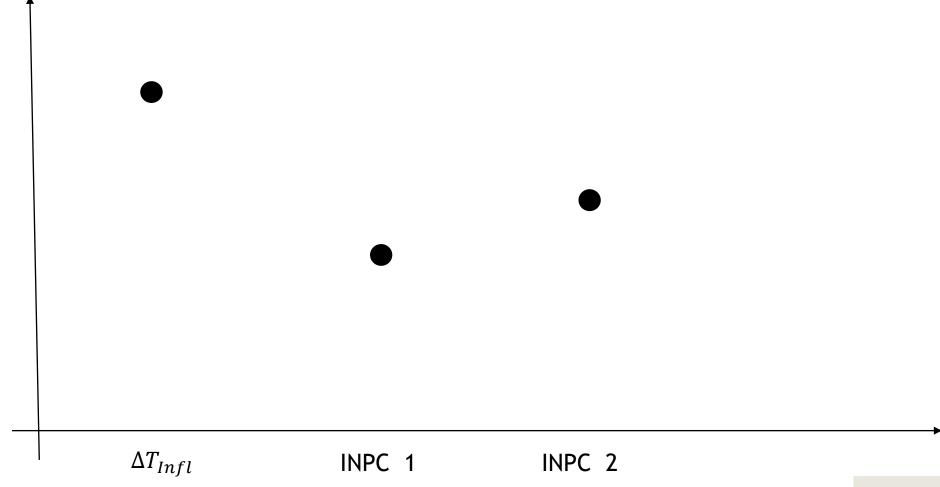




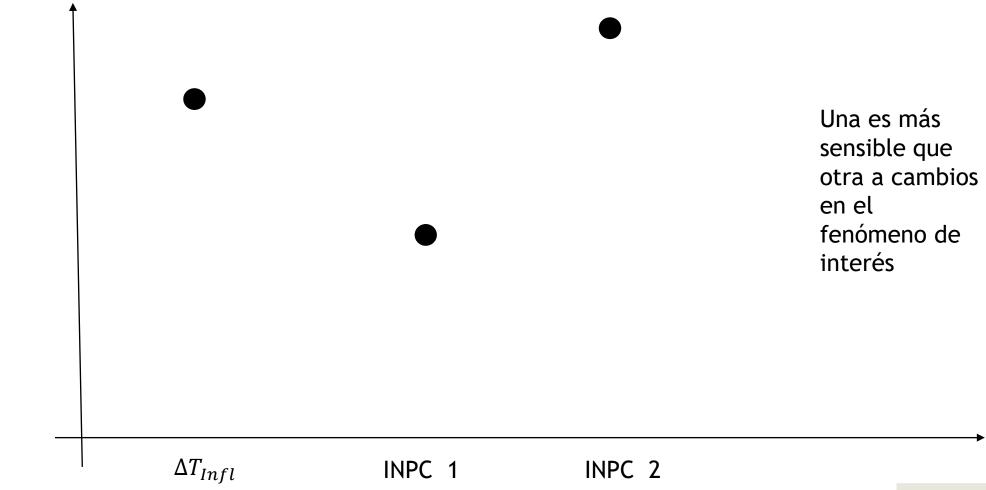






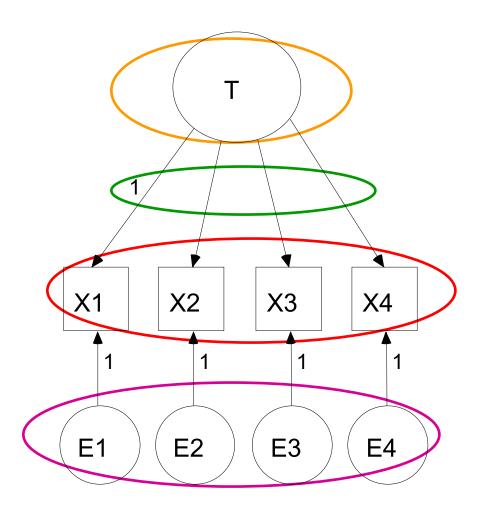








$$\mathbf{X}_{ik} = [\mathbf{a}_k + \mathbf{b}_k (\mathbf{T}_i)] + \mathbf{E}_{ik}$$





¿Cuál es el ideal en medición?

¿Qué opinan?



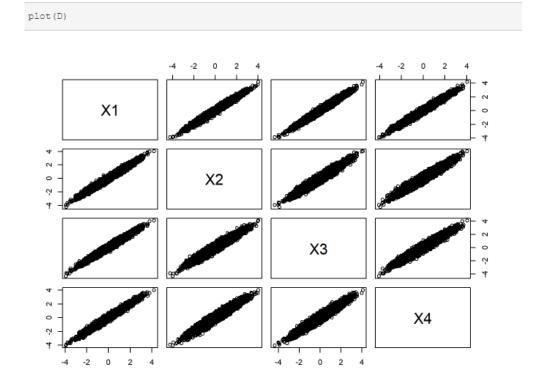
Cálculo de confiabilidad

Tests paralelos: Spearman-Brown



Tests (medidas/indicadores) paralelos

```
## X1 X2 X3 X4
## X1 1.0000000 0.9836211 0.9837738 0.9834104
## X2 0.9836211 1.0000000 0.9676541 0.9673263
## X3 0.9837738 0.9676541 1.0000000 0.9670745
## X4 0.9834104 0.9673263 0.9670745 1.0000000
```





Cálculo con Split-half: Spearman-Brown

- Spearman-Brown propusieron que una forma de estimar la confiabilidad podía ser a partir de las mitades de un test
- Si suponemos que tenemos tests-paralelos es posible hacerlo
- El procedimiento consiste partir el test global a la mitad, estimar el valor promedio de los scores y estimar su correlación
- Esto lo hacemos de forma muy sencilla como se indica a continuación con la función rowSums (). Los números D[,1:2] denotan que queremos tomar la suma de la columna 1 y 2 de la base de datos D.
- D\$Mitad1 es igual (<-) a la suma dividida entre el total de ítems. Se crea una columna nueva. Esto es similar a gen Mitad1=rowtotal(x1 x2) (divido entre 2) y en SPSS a Compute Mitad1=SUM(x1,x2)/2

Adjusted Split-Half reliability

```
r_{SB} = \frac{2Corr(X_1', X_2')}{1 + Corr(X_1', X_2')}
```

```
D$Mitad1<-rowSums((D[,1:2]))/2
D$Mitad2<-rowSums((D[,3:4]))/2
head(D[,5:6])</pre>
```

```
## 1 0.1171625 0.1451702

## 2 -2.3174332 -2.2189755

## 3 -0.6893149 -0.7109876

## 4 -0.5766134 -0.2755213

## 5 0.6192370 0.6950364

## 6 -0.9342995 -1.0813668
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9876561
```



¿Así de fácil?

Incluso si el supuesto se mantiene:

- El problema es que tengo distintas maneras de decidir las mitades
- Esto significaría que tendría múltiples estimaciones de confiabilidad
- Bajo el supuesto de tests paralelos está OK pero si tengo muchos ítems o no lo son, qué hago?

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,1:3]))/2
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,2:4]))/2
head(D[,5:6])</pre>
```

```
## 1 0.1657852 0.1646417

## 2 -3.0838546 -3.1371226

## 3 -1.0320335 -0.9732260

## 4 -0.7068435 -0.5870511

## 5 0.9535615 0.8738584

## 6 -1.3292093 -1.4007533
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9981297
```



Qué pasa si el paralelismo se corrompe

• Vamos a agregar dos ítems con mayor variabilidad respecto al valor central (ruido)

```
D$X5<-D$X1 + rnorm(10000,0,.9)
D$X6<-D$X1 + rnorm(10000,0,.5)
head(D)
                                                     Mitad1
                                                                Mitad2
                                                                                X5
## 1 0.1079993 0.1263256
                                       0.1068131 0.1657852 0.1646417
## 2 -2.1913068 -2.4435596 -2.0918066 -2.3461443 -3.0838546 -3.1371226
## 3 -0.7024488 -0.6761810 -0.8373665 -0.5846087 -1.0320335 -0.9732260 -1.94638796
## 4 -0.4593898 -0.6938371 -0.3483979 -0.2026447 -0.7068435 -0.5870511
                                      0.4786136 0.9535615 0.8738584
## 6 -0.9880279 -0.8805711 -0.9995512 -1.1631823 -1.3292093 -1.4007533 -0.74122587
             X6
## 1 0.4370026
## 6 -0.5455863
```



Hago mis cálculos de nuevo

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,c(1,2,7)]))/3
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,c(3,4,8)]))/2
head(D[,5:6])
```

```
## Mitad1 Mitad2

## 1 0.1710967 0.2943687

## 2 -1.3749726 -2.9265879

## 3 -0.9001149 -0.9146036

## 4 -0.3421157 -0.4110701

## 5 0.8799140 1.0490784

## 6 -0.7604706 -1.2289359
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9574618
```

Pero esas mitades son una posibilidad de varias

¿Qué pasa si quiero hacerlo para todas las combinaciones posibles?



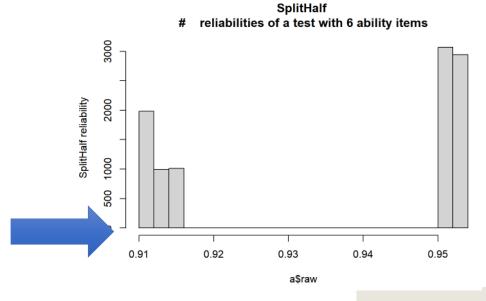
Automatizando el cálculo

- El paquete psych() nos va a servir a calcular todas las posibles correlaciones de cada partición posible. Este paquete no viene precargado, así que hay que instalarlo con install.packages("psych")
- Esto se hace con la función splitHalf() donde lo que tenemos que pedir son las columnas con las variables y pedimos que nos guarde todos los resultados con raw=T.
- Después pedimos un histograma.

```
# install.packages("psych")
library("psych")

a<-splitHalf(D[,c(1:4,7)], raw=T)
hist(a$raw,ylab="SplitHalf reliability",main="SplitHalf
# reliabilities of a test with 6 ability items")</pre>
```

Tengo estimaciones un tanto distintas...



Apreciando las limitaciones del Split-half

- Para apreciar mejor las limitaciones del método de split-half vamos a usar datos reales.
- Vamos a cargar los datos del índice de rezago social del CONEVAL 2015. Para ello usamos la función read_dta()
 del paquete haven()
- Se trata de un índice con 10 indicadores

```
library(haven)
D<-read_dta("RezagoSocial2015.dta")
```

```
head(D)
## # A tibble: 6 x 13
     clave municipio analfabetismo inasistencia sinedbasica accesosalud pisotierra
     <dbl> <chr>
                             <dbl>
                                          <dbl>
                                                      <db1>
                                                                              <dbl>
                                                       25.7
## 1 1001 Aguascal~
                                                                               0.5
## 2 1002 Asientos
                               4.4
                                                       41.9
                                                                               1.7
## 3 1003 Calvillo
                                                       49.2
                                                                               1.1
## 4 1004 Cosio
                                                       33.1
                                                                               1.6
## 5 1005 Jesús Ma~
                               3.2
                                                       33.7
                                                                   13.8
                                                                               0.9
## 6 1006 Pabellón~
                                                       30.9
     ... with 6 more variables: sinsanitario <dbl>, sinaguaentubada <dbl>,
      sindrenaje <dbl>, sinenergia <dbl>, sinlavadora <dbl>,
## # sinrefrigerador <dbl>
names(D)
                          "municipio"
                                            "analfabetismo"
                                                               "inasistencia"
                                            "pisotierra"
                                                               "sinsanitario"
   [9] "sinaquaentubada" "sindrenaje"
                                            "sinenergia"
                                                               "sinlavadora"
## [13] "sinrefrigerador"
```





Supuestos

Si fuera antes de 1950, esta sería la única manera de estimar confiabildidad y tendría que hacer varios supuestos:

- Supongo que las medidas son paralelas (guardan misma relación con la variable latente, tienen misma varianza y error)
- Esto significa que puedo comparar las mitades para aproximar la confiabilidad

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,3:7]))/5
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,8:12]))/5
head(D[,14:15])

## # A tibble: 6 x 2
## Mitad1 Mitad2
## <dbl> <dbl>
## 1 -0.811 -0.865
## 2 -0.814 -0.531
## 3 -0.461 -0.818
## 4 -0.950 -0.686
## 5 -0.630 -0.823
## 6 -0.885 -0.760

cor(D$Mitad1,D$Mitad2)

## [1] 0.6243347
```



Tengo muchas posibles particiones

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,c(3,5,7,9,11)]))/5
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,c(4,6,8,10,12)]))/5
head(D[,14:15])
```

```
## # A tibble: 6 x 2

## Mitad1 Mitad2

## <dbl> <dbl>

## 1 -1.05 -0.625

## 2 -0.677 -0.667

## 3 -0.627 -0.653

## 4 -0.845 -0.792

## 5 -0.890 -0.563

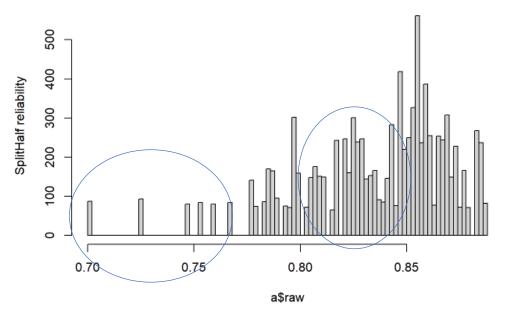
## 6 -0.906 -0.740
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.7494701
```



SplitHalf # reliabilities of a test with 10 ability items





En SPSS y Stata. Test paralelos

14 En SPSS

https://www.ibm.com/docs/en/spss-statistics/23.0.0?topic=items-split-half-coefficients

15 En STATA

NOT



¿El índice de rezago social tiene indicadores paralelos?

- No, en realidad los indicadores no están pensados desde esa perspectiva
- Esto significa que, además del problema de múltiples resultados, estaría violando el supuesto de tests paralelos
- ¿Qué puedo hacer entonces?
- Si tengo múltiples respuestas... ¿qué puedo hacer con ellas?

• ¿Qué se les ocurre? Este era el problema en 1950!

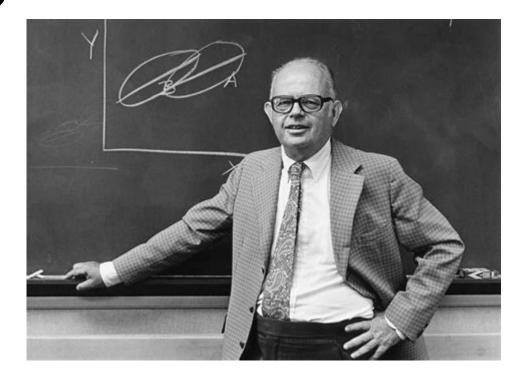


Equivalencia Tau: Cronbach Alfa



¿Qué se les ocurre?

Es 1950!





Alfa como medida resumen de las múltiples particiones

- El supuesto de que los tests son paralelos es demasiado estricto.
- Lo voy a relajar (entonces ya no tengo que trabajar con mitades)
- Puedo aproximar la confiabilidad promedio sin tener que estimar todas las permitaciones
- Está fue la idea de Cronbach (1951)
- Qué tal si tomo el promedio de las confiabilidades de las mitades

Con esta idea ya no necesito test paralelos

"Simplemente" equivalencia Tau!

```
a<-splitHalf(D[,3:12], raw=T, check.keys=FALSE)
## Split half reliabilities
## Call: splitHalf(r = D[, 3:12], raw = T, check.keys = FALSE)
## Maximum split half reliability (lambda 4) = 0.9
## Guttman lambda 6
                                           = 0.86
## Average split half reliability
                                          = 0.82
## Guttman lambda 3 (alpha)
                                          = 0.82
## Guttman lambda 2
                                          = 0.84
## Minimum split half reliability (beta)
                                          = 0.65
## Average interitem r = 0.31 with median = 0.34
                                             2.5% 50% 97.5%
## Quantiles of split half reliability = 0.71 0.82 0.89
```

La aproximación vía la media

- El supuesto que mantengo es que hay equivalencia-Tau.
- Misma relación entre los indicadores y la variable latente
- Piensen si es razonable el supuesto (para este caso o para otros)
- También piensen si la media es suficiente
- En R se estima con la función alpha() del paquete psych

```
alfa<-alpha(D[,3:12], check.keys=FALSE)

alfa$total

## raw_alpha std.alpha
## 0.7912416 0.818349
```



En SPSS y Stata. Test paralelos. Alfa

17 En SPSS

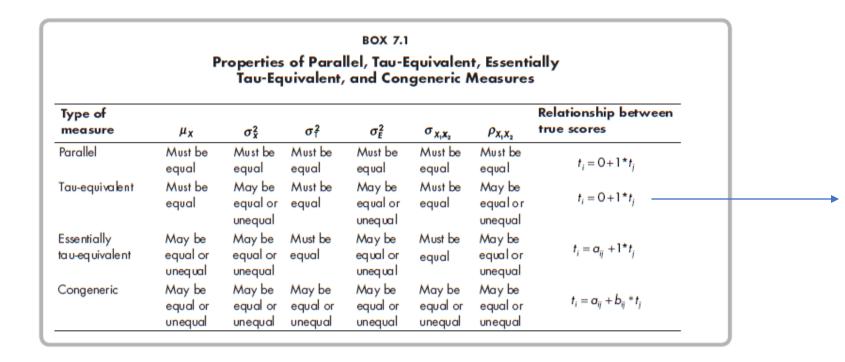
18 En STATA

alpha item1-item2, item

Aquí tendrían que poner los 10 ítems del índice de rezago social



Paralelas, tau-equivalent and congeneric

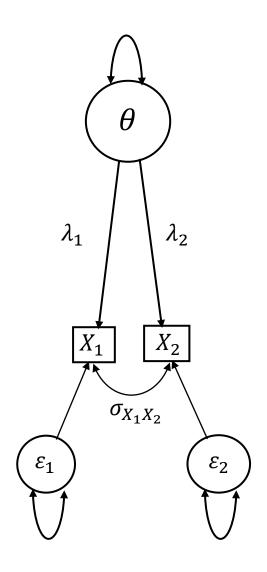


Tal vez es mejor suponer que no son paralelos.

Por lo menos, voy a aspirar a que los indicadores tenga la misma señal/relación respecto a la variable latente.



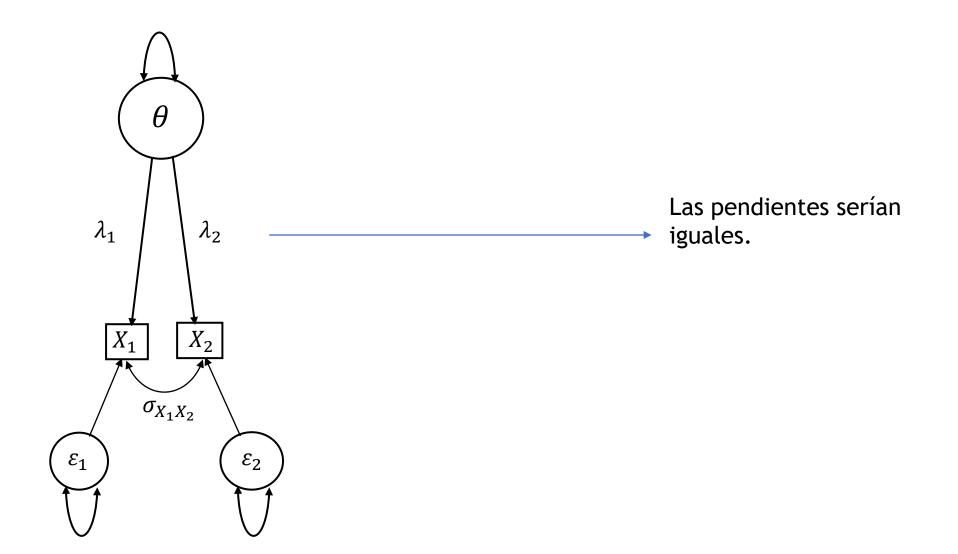
Tests-paralelos: En clave de SEM



En este diagrama ¿Qué significaría que los X1 y X2 fueran tests paralelos?



Equivalencia Tau: En clave de SEM





¿El promedio? ¿Tau-equivalence?

- Por ejemplo: Qué tal si uso la correlación más baja entre las mitades Beta
- Revelle (1979) propuso una idea similar
- A veces lo que uno quiere es saber el peor escenario para su escala
- O conocer qué indicadores verdaderamente no sirven (Tienen una señal distinta al resto)
- O conocer qué indicadores son más próximos (capturan razgos similares del mismo fenómeno)

```
a<-splitHalf(D[,3:12], raw=T, check.keys=FALSE)
## Split half reliabilities
## Call: splitHalf(r = D[, 3:12], raw = T, check.keys = FALSE)
## Maximum split half reliability (lambda 4)
## Guttman lambda 6
                                           = 0.86
## Average split half reliability
                                          = 0.82
## Guttman lambda 3 (alpha)
                                           = 0.82
                                           = 0.84
## Guttman lambda 2
## Minimum split half reliability (beta) = 0.65
## Average interitem r = 0.31 with median = 0.34
                                              2.5% 50% 97.5%
## Quantiles of split half reliability = 0.71 0.82 0.88
```

Qué tal y además reporto el peor escenario!

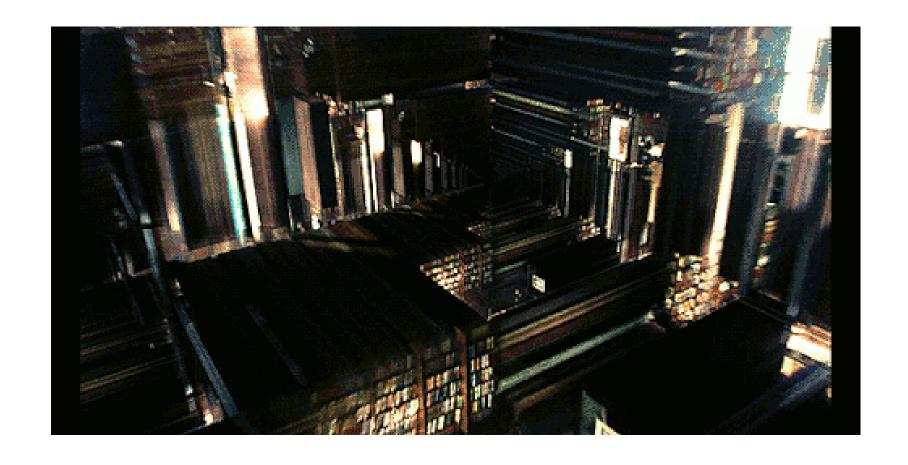


Equivalencia Tau al descubierto

- Difícilmente, en una medición compleja, los indicadores respetaran la equivalencia Tau
- Generalmente, tendremos mediciones con "chipotes"
- Algunos indicadores tendrán muy fuerte relación con el fenómeno de interés y otros tendrán muy poca
- Es mejor encontrar la manera de relajar dicho supuesto



Chipotes ~ multidimensionalidad





¿Qué es multidimensionalidad en medición?

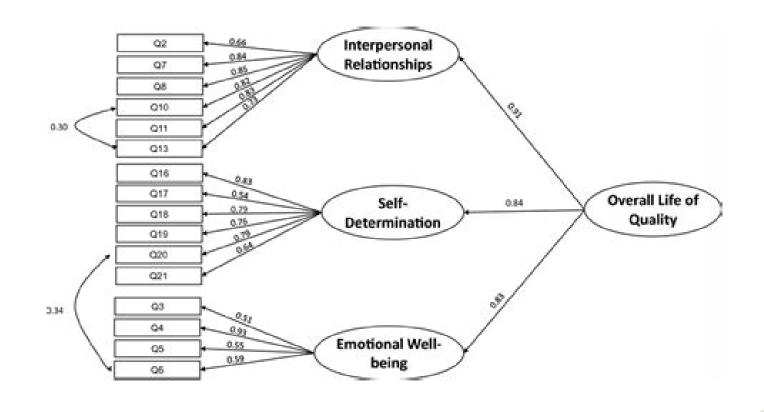
Múltiples parámetros de una distribución conjunta

La varianza de interés no es atribuible exclusivamente a un único fenómeno

- La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos anidados en el factor de interés (alto y bajo orden)
- La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos no anidados en un factor de interés



La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos anidados en el factor de interés (alto y bajo orden)





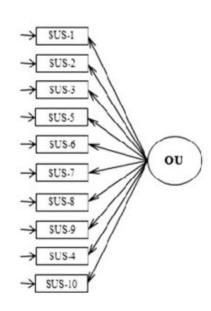


La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos no anidados en un factor de interés

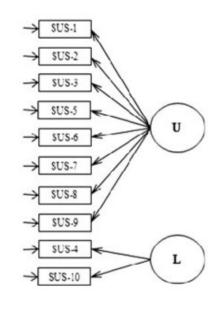
¿Modelos válidos de medición?



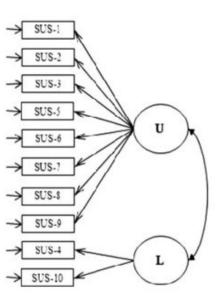
Panel A: One-factor model of SUS items with the OU (Overall Usability) factor. (Bangor et al., 2008)



Panel B: Two-factor model of SUS items with U (Usability) and L (Learnability) as uncorrelated factors. (Lewis and Sauro, 2009)



Panel C: Two-factor model of SUS items with U (Usability) and L (Learnability) as correlated factors





Chipotes ~ multidimensionalidad

 Con Tau-equivalence y alta unidimensionalidad

Mi índice tiene cierta dimensionalidad. Me gustaría poder estimar el peor escenario



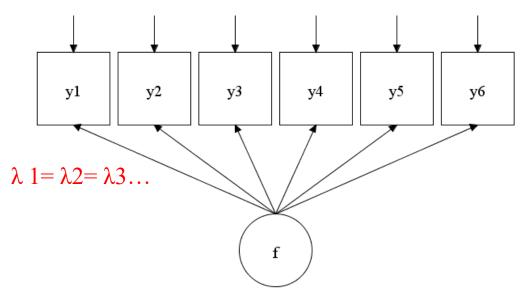




¿Equivalencia Tau?

- Pues no, hay varios problemas
 - Aunque ya no suponga que tengo tests paralelos
 - Supongo que los indicadores siguen equivalencia Tau (Misma relación con el factor o variable latente)
 - Alfa va a subestimar la confiabilidad de los puntajes!
 - Esto es un modelo demasiado rígido

##	Item by Cluster	Structure	matrix:
##		[,1]	
##	analfabetismo	0.85	
##	inasistencia	0.33	
##	sinedbasica	0.78	
##	accesosalud	-0.11	
##	pisotierra	0.78	
##	sinsanitario	0.36	
##	sinaguaentubada	0.51	
##	sindrenaje	0.72	
##	sinenergia	0.65	
##	sinlavadora	0.80	





Por lo menos hay que reportar lo que pasa fuera de la media

Tratemos de explorar las propiedades de los ítems de la escala

No podemos vivir pensando en que los tests están bien y se comportan como pensamos

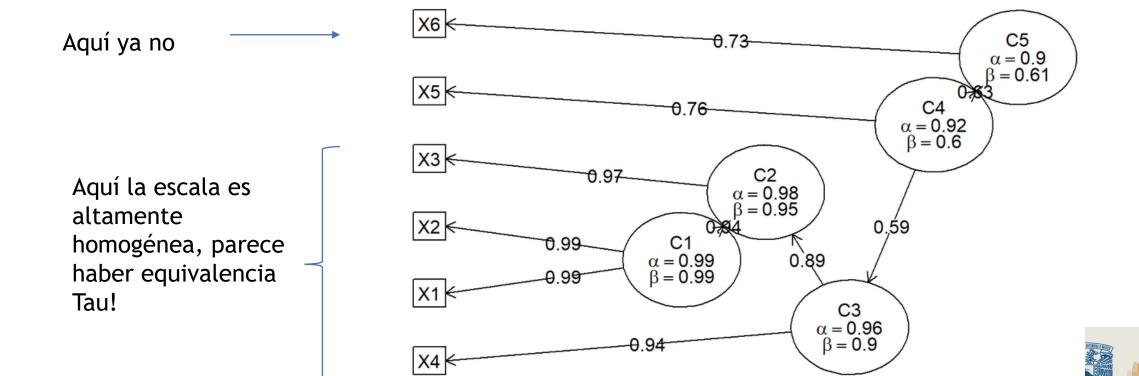




Revelle 1978

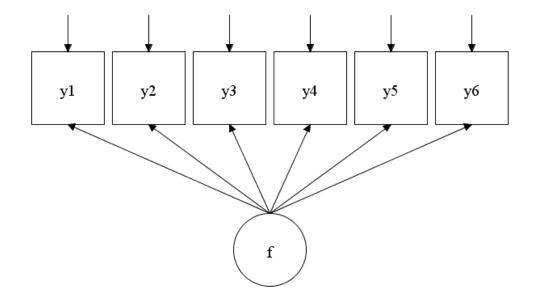
ICLUST

<u>PUED</u>



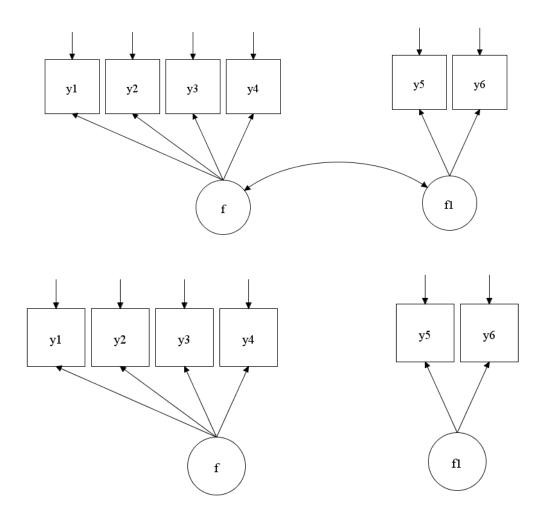
Entonces...

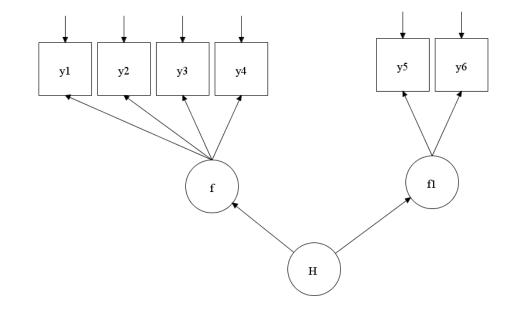
 Inicialmente pensaba que la estructura de mi índice era muy sencilla:





Ahora no es claro



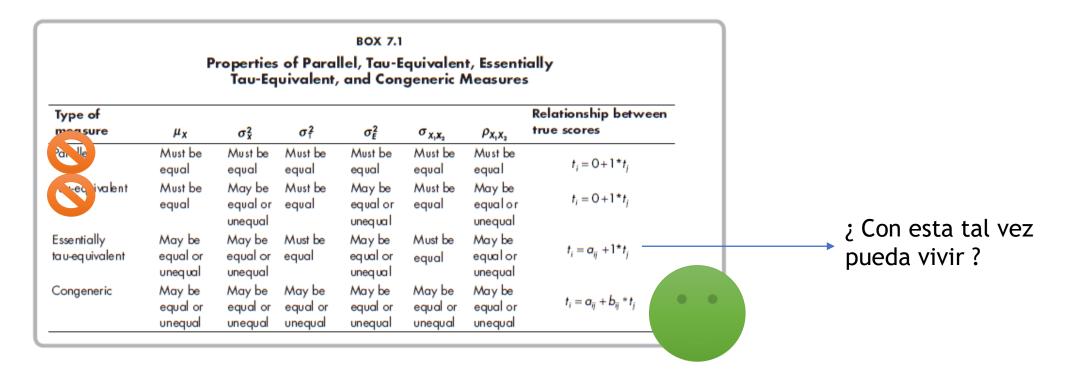


Alfa podría funcionar con el diagrama anterior pero no del todo con estos tres

Beta tampoco nos ayuda mucho



Paralelas, tau-equivalent and congeneric



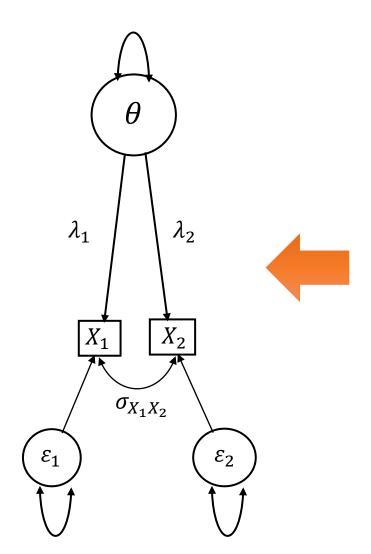


Conclusiones

- Necesito trabajar con supuestos razonables
- Es importante conocer las características de mi escala
- La estimación de confiabilidad debe ser... "fiable"



SEM



BOX 7.1 Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	μ_{X}	$\sigma_{\rm x}^2$	σ_{f}^2	$\sigma_{\scriptscriptstyle E}^2$	$\sigma_{_{X_1X_2}}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = O + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = O + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = o_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = o_{ij} + b_{ij} * t_j$



Published: 02 April 2005

Cronbach's α , Revelle's β , and Mcdonald's ω_H : their relations with each other and two alternative conceptualizations of reliability

Richard E. Zinbarg , William Revelle, Iftah Yovel & Wen Li

Psychometrika 70, 123-133 (2005) Cite this article

3375 Accesses | 787 Citations | 10 Altmetric | Metrics

Theory and Methods | Published: 11 December 2008

Coefficients Alpha, Beta, Omega, and the glb: Comments on Sijtsma

William Revelle 2 & Richard E. Zinbarg

Psychometrika 74, Article number: 145 (2009) Cite this article

5408 Accesses | 808 Citations | 10 Altmetric | Metrics

Original Articles

Alpha, Omega, and H Internal Consistency Reliability **Estimates: Reviewing These Options and When to Use Them**

Michael T. Kalkbrenner 💟 🕕

Accepted 01 Jun 2021, Published online: 30 Jul 2021





Próxima clase

- Bandalos, D Capítulo 12
- Flora, D Your Coefficient Alpha Is Probably Wrong, but Which Coefficient Omega Is Right? A Tutorial on Using R to Obtain Better Reliability Estimates:

https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/2515245920951747

