

# Modelos (estadísticos) y estimación de confiabilidad

Dr. Héctor Nájera  
PUED-UNAM



# Confiabilidad (*reliability*)

- Implicaciones de un concepto relativo de confiabilidad para la lógica de la medición.

$$\text{Confiabilidad} = \frac{\text{Variabilidad individual}}{\text{Variabilidad individual} + \text{Error de medición}} = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2}$$

- El *coeficiente de confiabilidad* refleja el grado en que un *instrumento* (artefacto) de medición es capaz de diferenciar entre individuos/objetos de estudio/unidades de observación (sujetos/hogares/familias/familias/escuelas/municipios/países/estados de la naturaleza).
- La confiabilidad de una medida está íntimamente ligada a la población sobre la cual se quiere aplicar la medición.
  - No existe tal cosa como la confiabilidad de un instrumento/artefacto (a secas); el coeficiente sólo tiene significado cuando es aplicado a poblaciones específicas.
  - Es más difícil distinguir entre estados de la naturaleza (personas/hogares/municipios) si éstos son relativamente homogéneos que si éstos son muy diferentes.

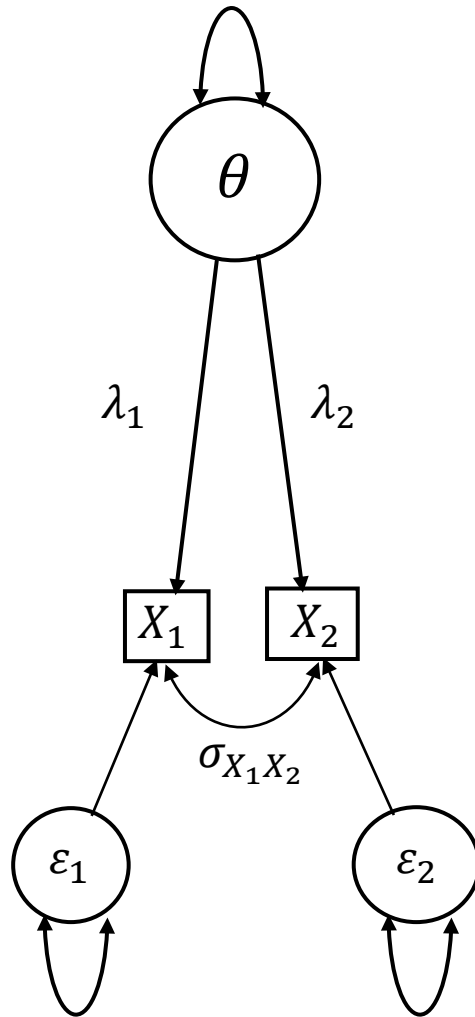


**No son 3  
roentgen,  
son  
15.000**



# Lenguaje gráfico de SEM

$$X = T + e$$



Tres grandes modelos (anidados) de SEM:

- Tests paralelos
- Equivalencia Tau
- Medidas congéneres (AFC/SEM)

# Parallel, tau-equivalent and congeneric

- Si los indicadores son reflejo del mismo fenómeno, estos pueden clasificarse de acuerdo a su grado de similaridad:

BOX 7.1

**Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures**

Type of measure	$\mu_X$	$\sigma_X^2$	$\sigma_f^2$	$\sigma_e^2$	$\sigma_{X_1X_2}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$

En los tres primeros casos la relación con la variable latente (t) es igual

Es factible estimar la confiabilidad como vimos ayer (una de las x juega el papel de t). (Bandalos p. 167)

Noten que las condiciones van de más estrictas a menos estrictas

# Test paralelos

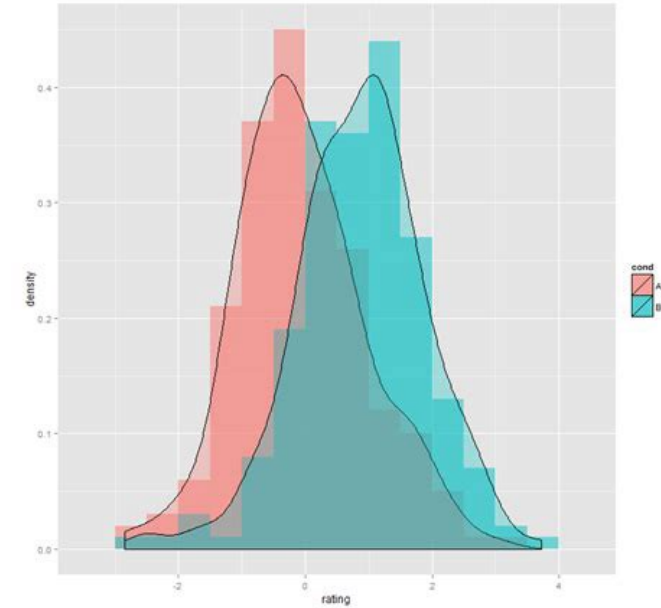


# Test paralelos

BOX 7.1

## Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	$\mu_X$	$\sigma_X^2$	$\sigma_T^2$	$\sigma_E^2$	$\sigma_{X_1X_2}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 \cdot t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 \cdot t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 \cdot t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} \cdot t_j$



$$Y_1 = 0 + 1 \cdot Y_2$$

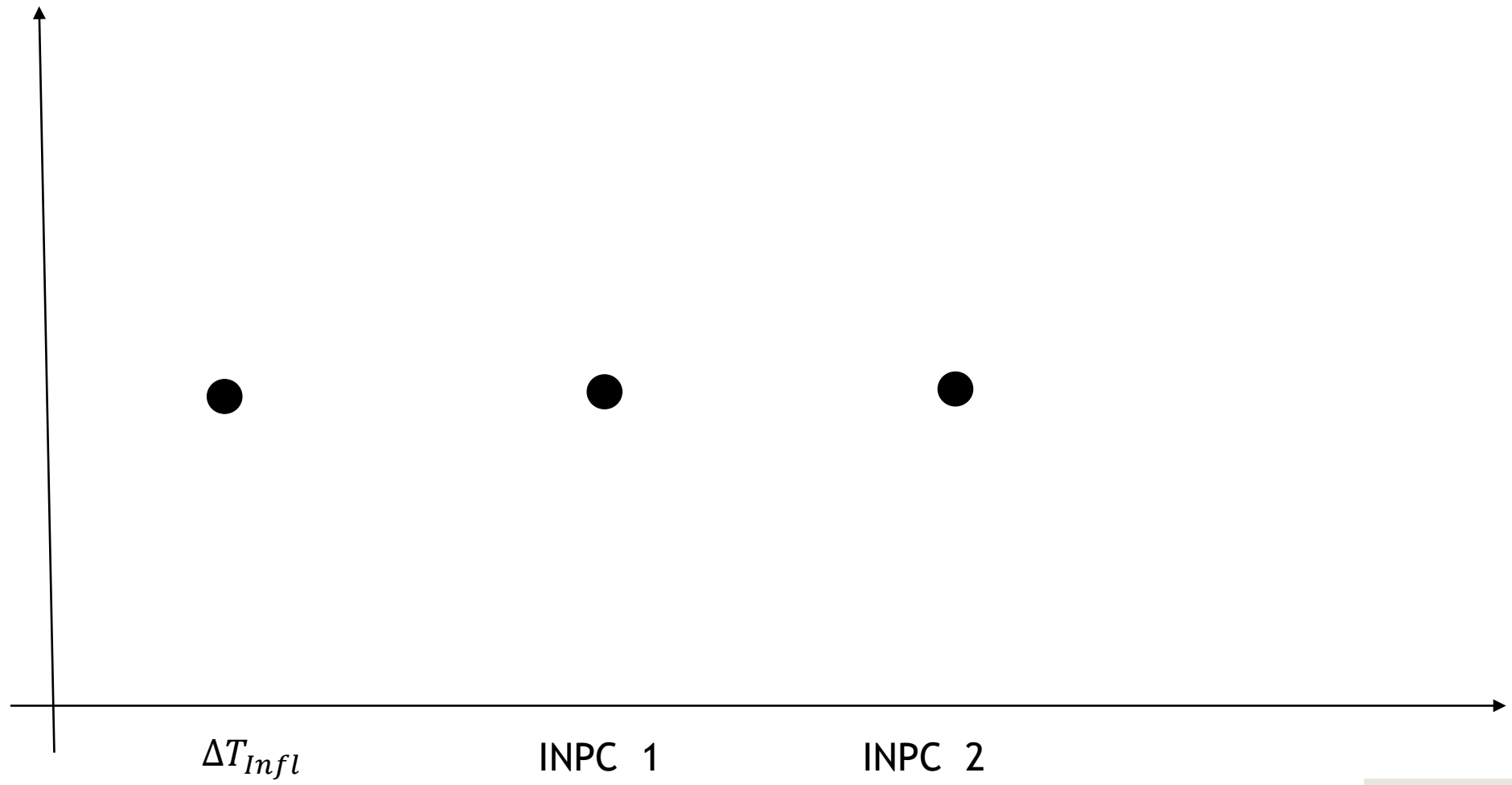
$$X_1 = 0 + 1 \cdot X_2$$

Las medias son iguales

Las varianzas también

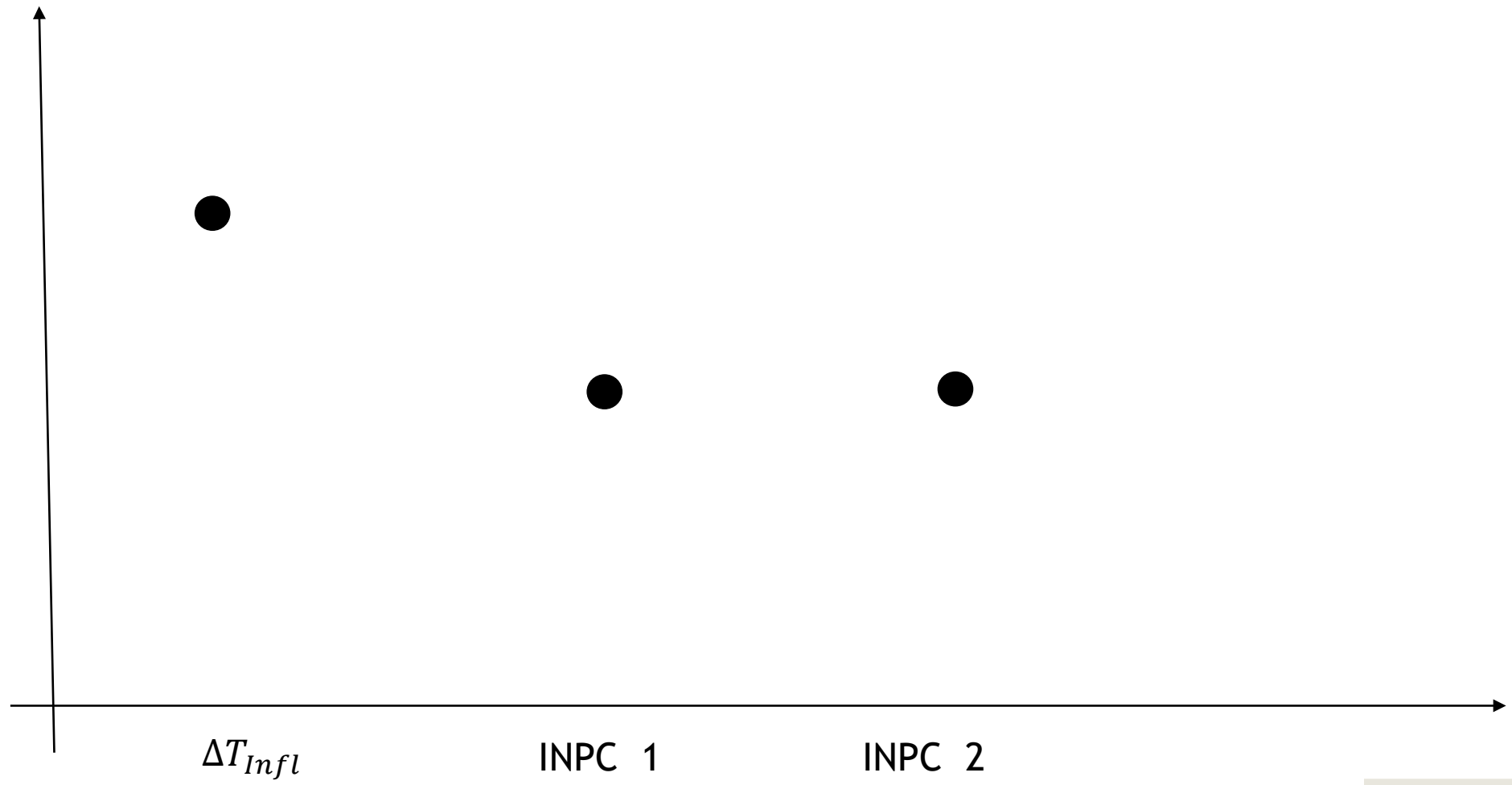
Es otra forma de pensar que las distribuciones se superponen

# Test paralelos

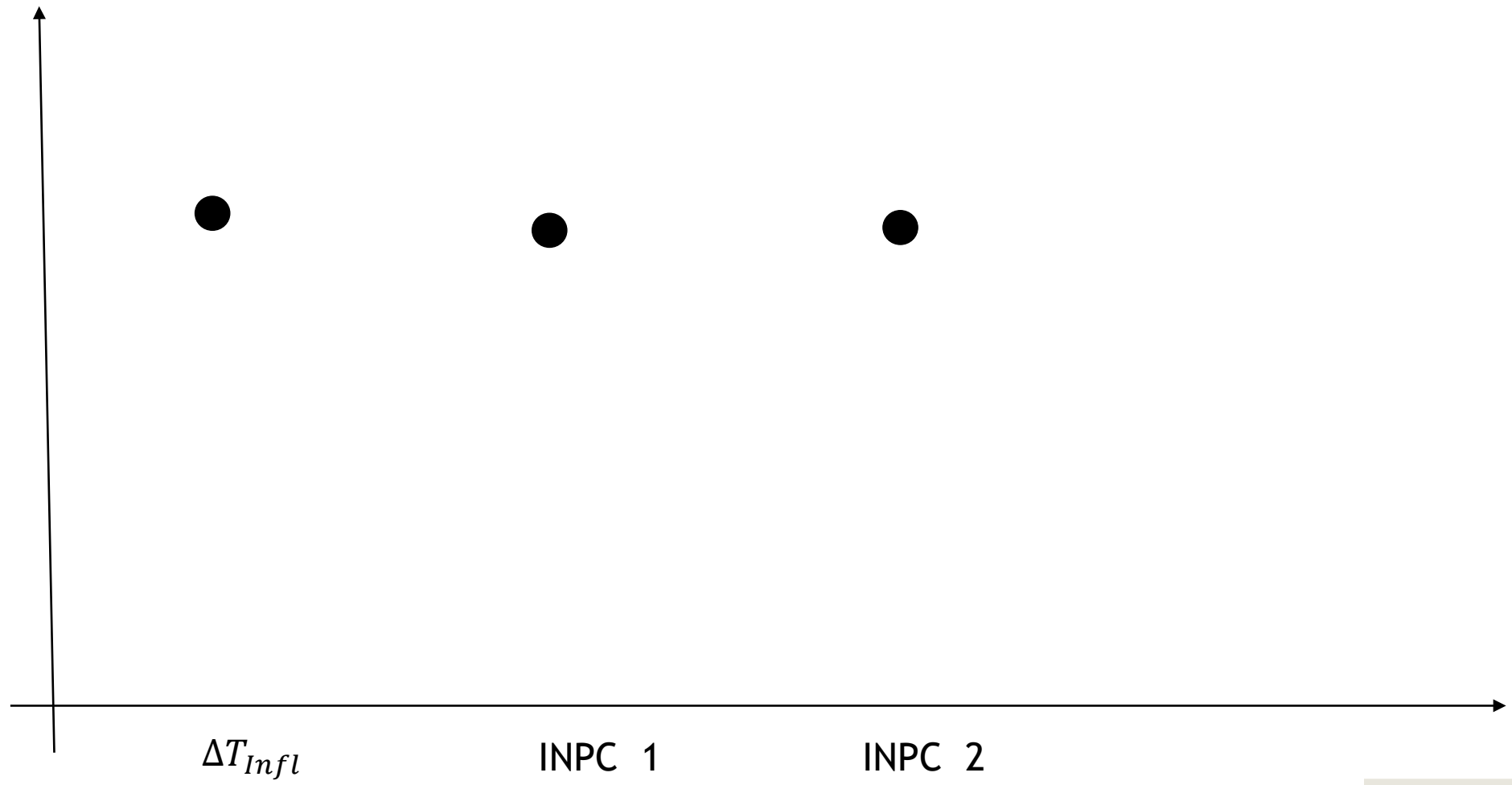




# Test paralelos



# Test paralelos



# ¿Cómo podemos saber que esto esta pasando?

Supuestos:

- Test paralelos: Primera mitad del Siglo XX
- Equivalencia Tau: Mitad del Siglo XX
- Medidas congéneres: Finales del XX
- Ecuaciones estructurales y variables latentes: Presente



# Equivalencia Tau

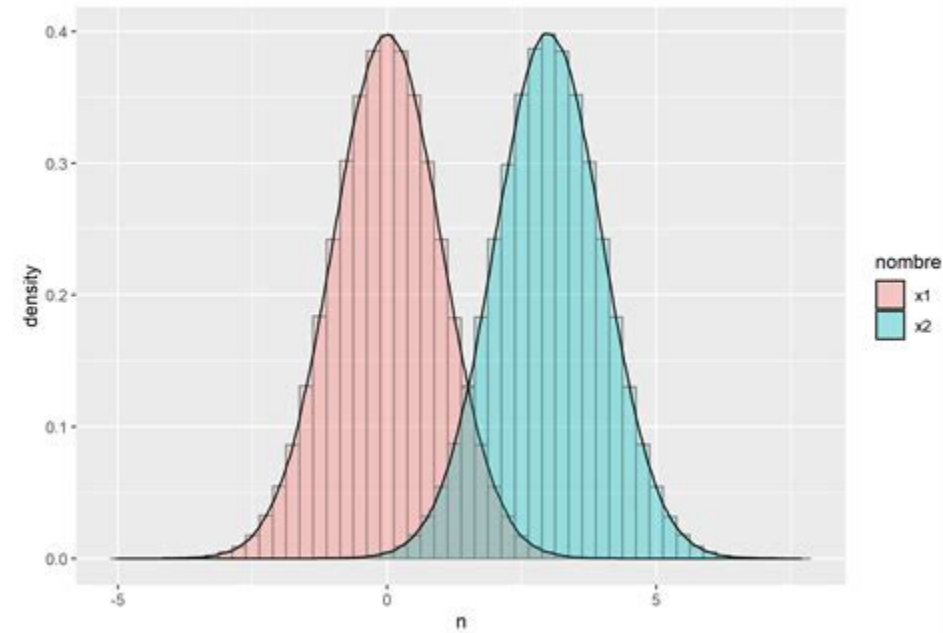


# Equivalencia Tau

BOX 7.1

## Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

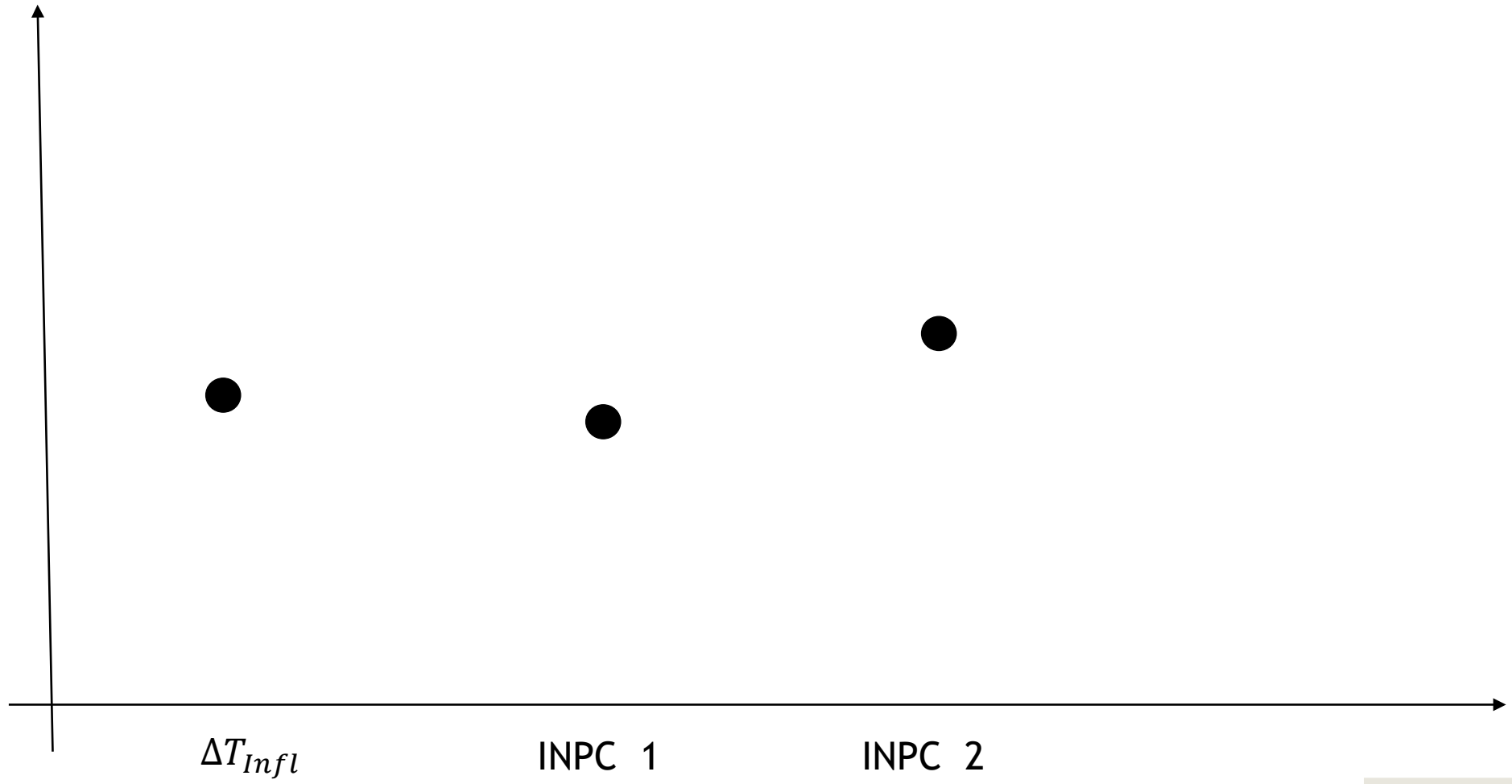
Type of measure	$\mu_X$	$\sigma_X^2$	$\sigma_T^2$	$\sigma_E^2$	$\sigma_{X_1X_2}$	$\rho_{X_1X_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$



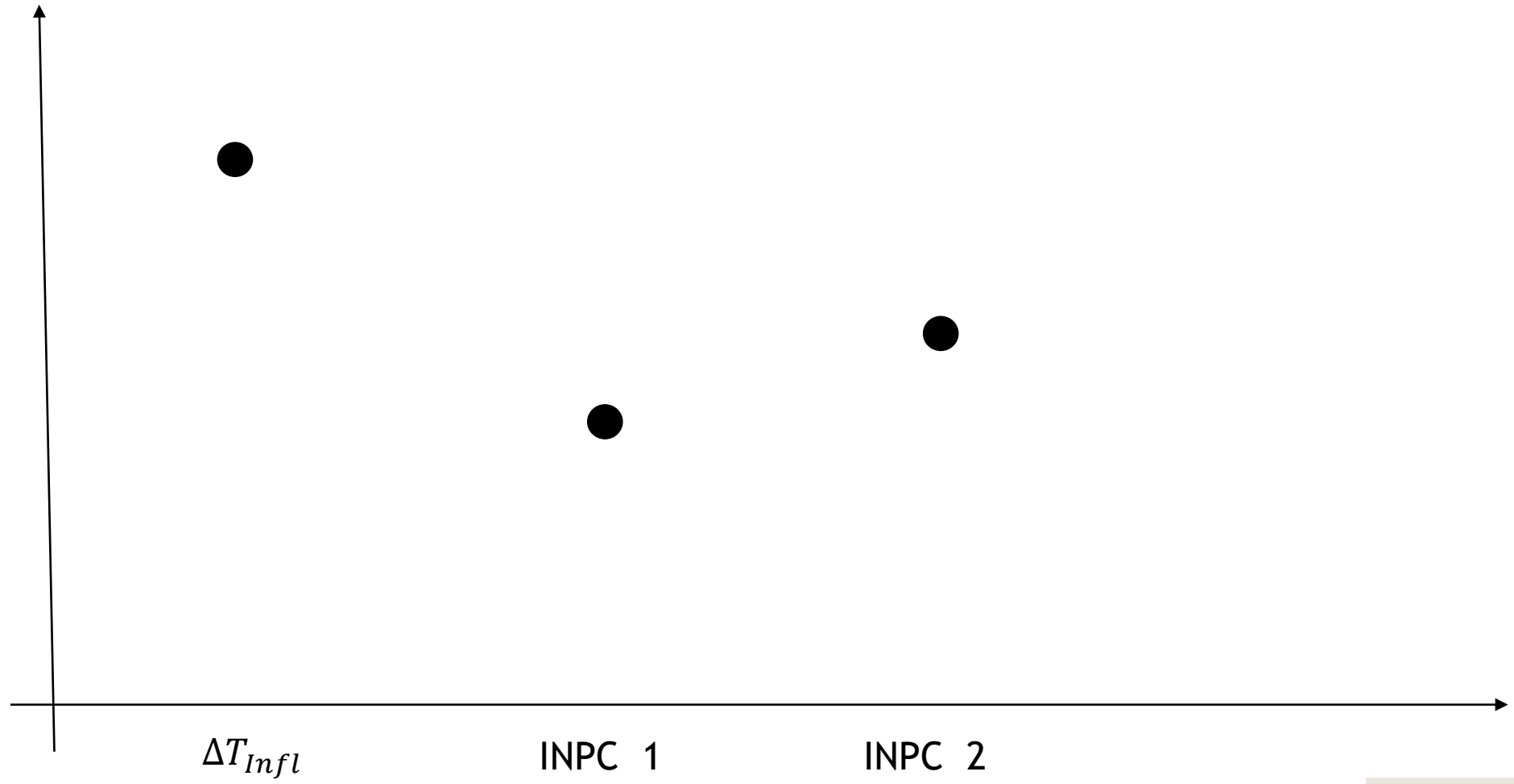
$$Y_1 = a_1 + 1 * Y_2$$

Las medias no tienen que ser iguales

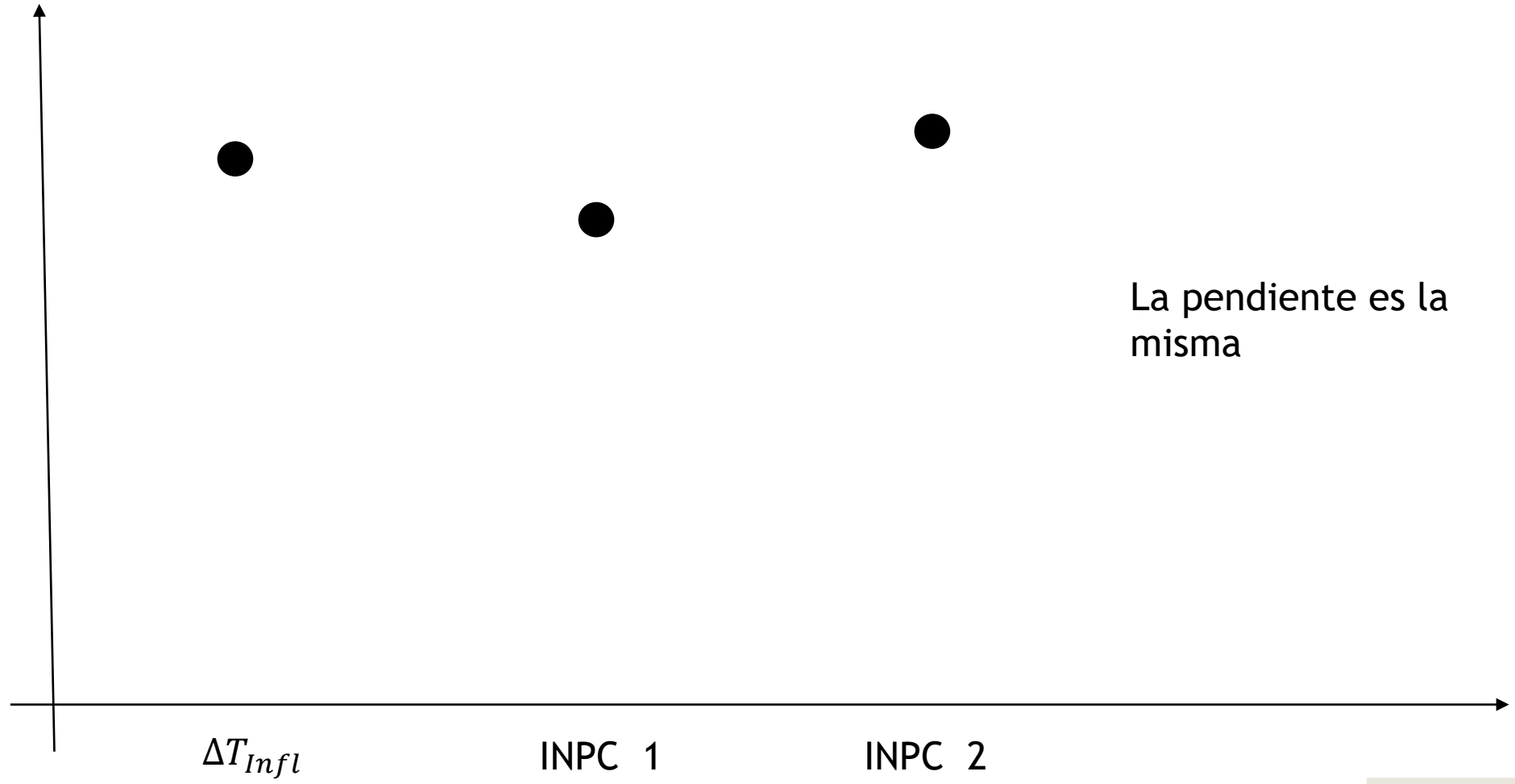
# Equivalencia Tau



# Equivalencia Tau



# Equivalencia Tau

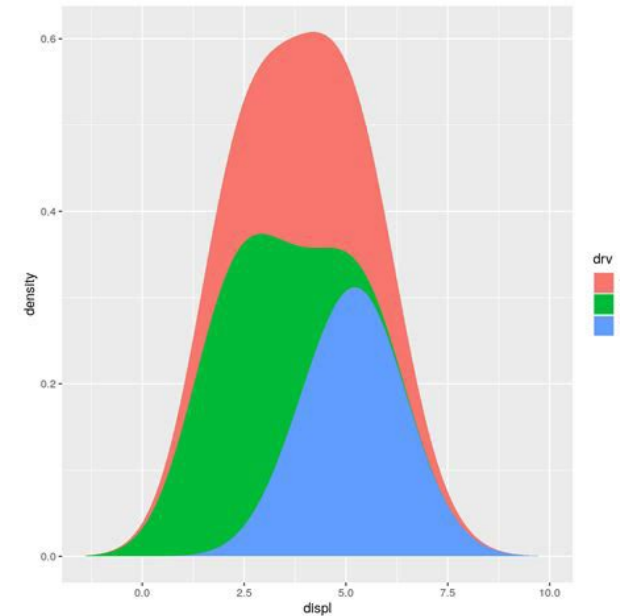




# ¿Cómo podemos saber que esto está pasando?

Supuestos:

- Test paralelos: Primera mitad del Siglo XX
- Equivalencia Tau: Mitad del Siglo XX
- **Medidas congéneres: Finales del XX**
- Ecuaciones estructurales y variables latentes: Presente



# Medidas congéneres $\neq$ paralelismo

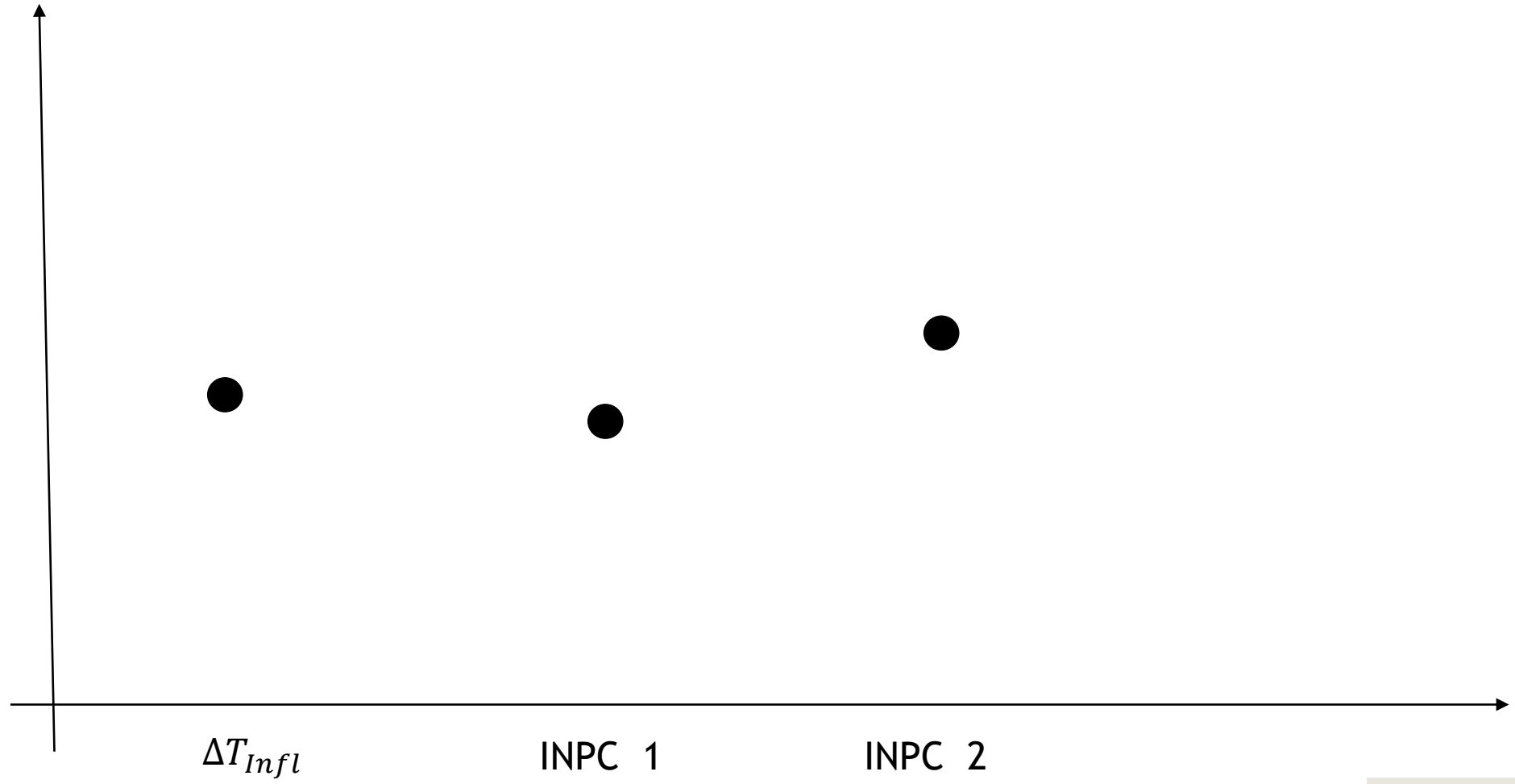


# Medidas congéneres

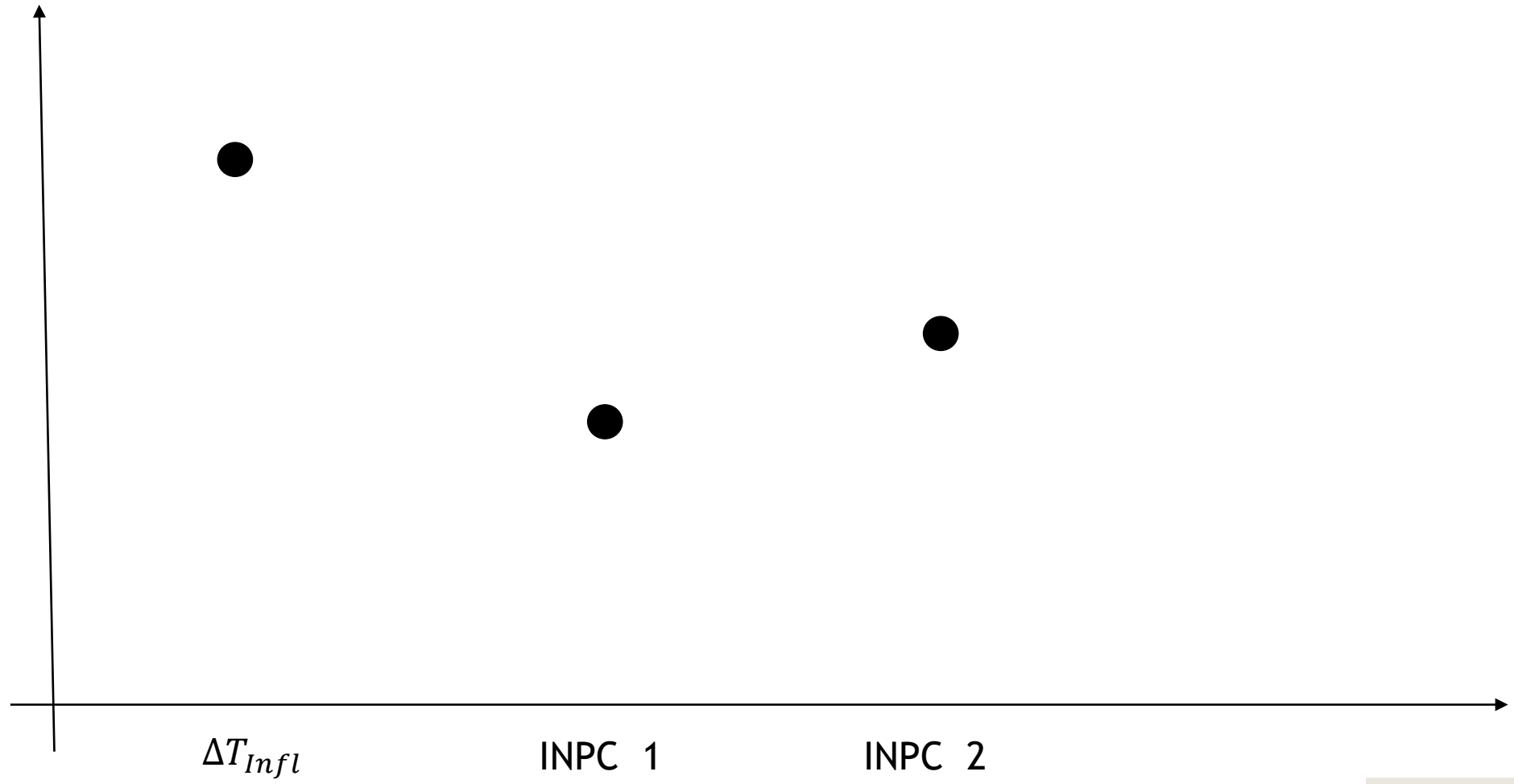


Observables que comparten  
varianza, aunque no igual y no  
siempre se llevan bien.

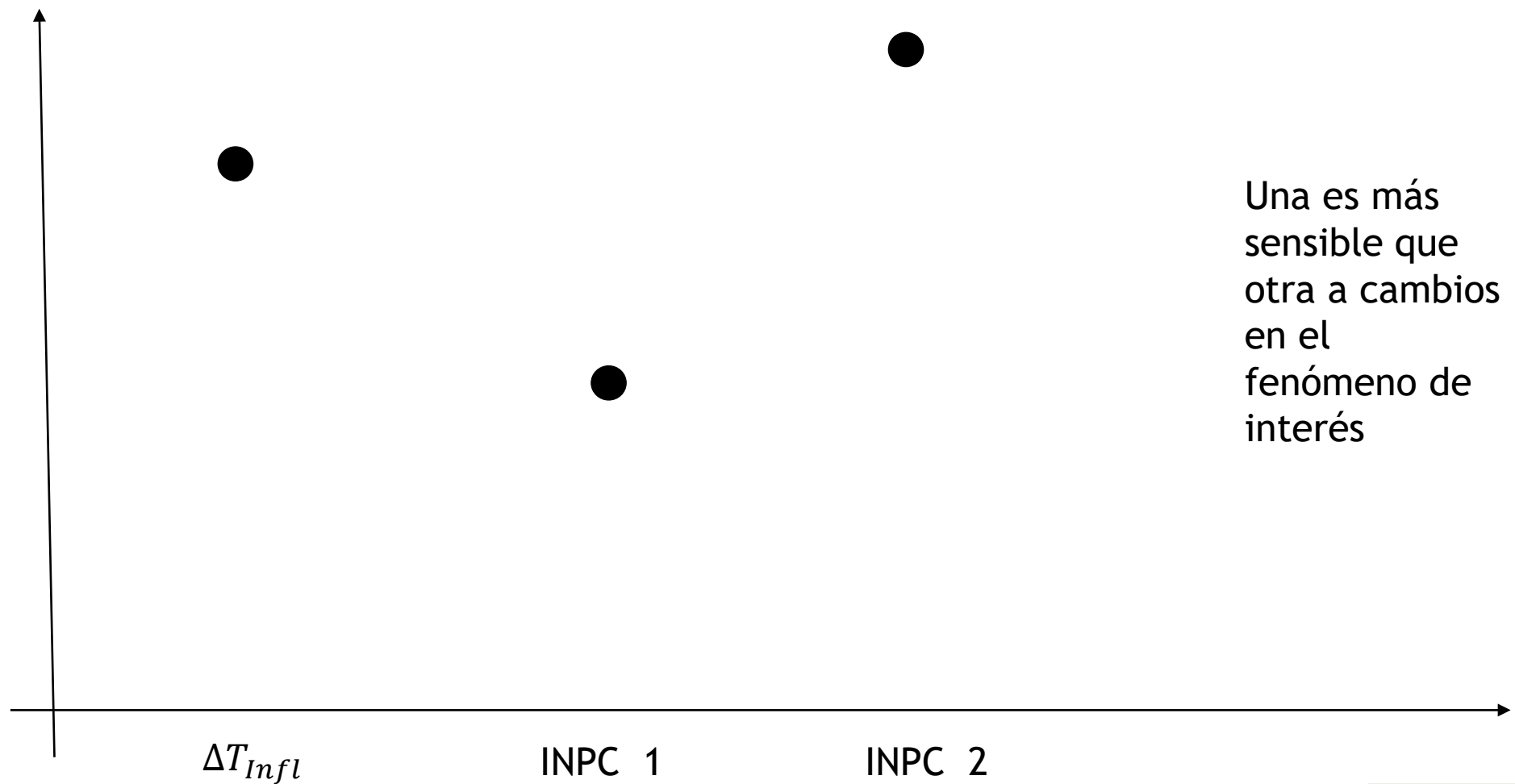
# Medidas congéneres



# Medidas congéneres



# Medidas congéneres

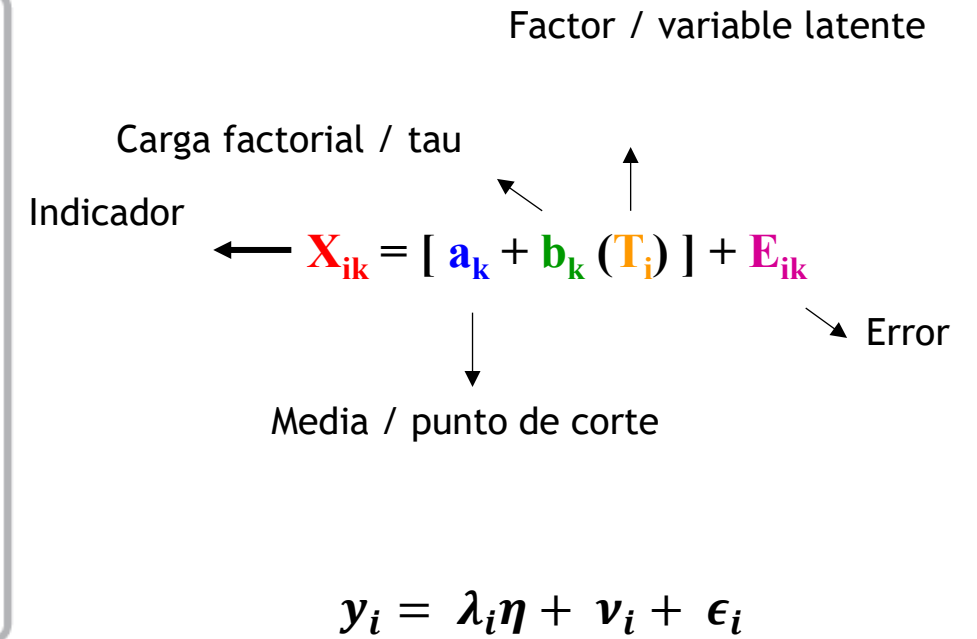


Una es más sensible que otra a cambios en el fenómeno de interés

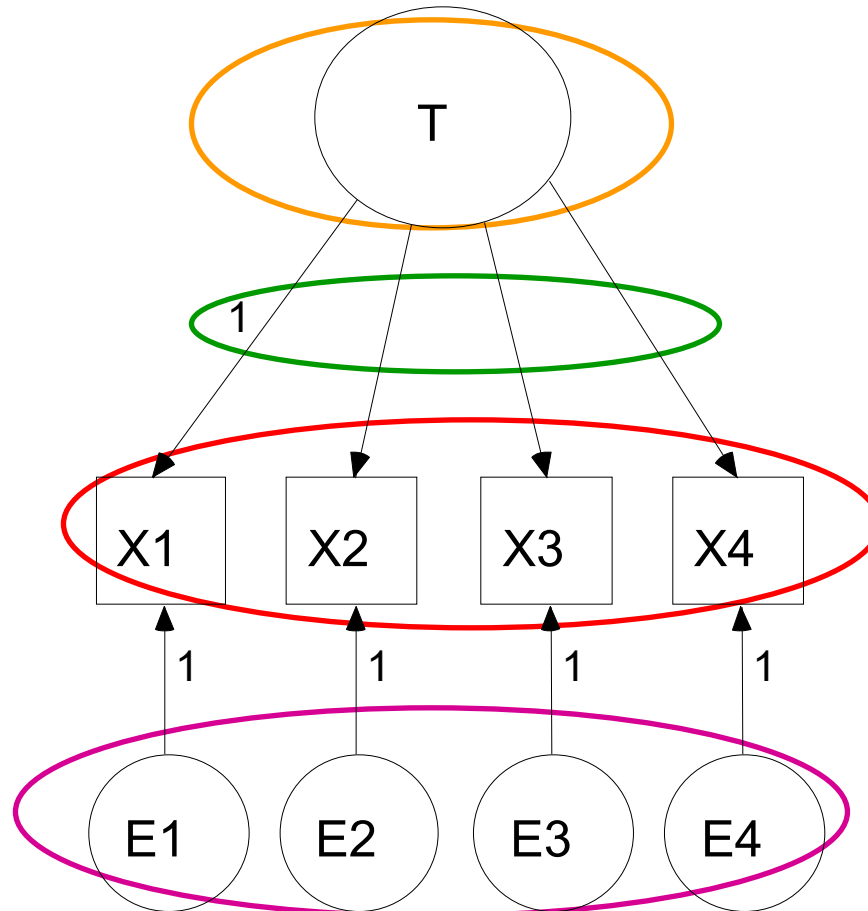
BOX 7.1

Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially  
Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	$\mu_x$	$\sigma_x^2$	$\sigma_t^2$	$\sigma_e^2$	$\sigma_{x_1x_2}$	$\rho_{x_1x_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$



$$\mathbf{X}_{ik} = [ \mathbf{a}_k + \mathbf{b}_k (\mathbf{T}_i) ] + \mathbf{E}_{ik}$$



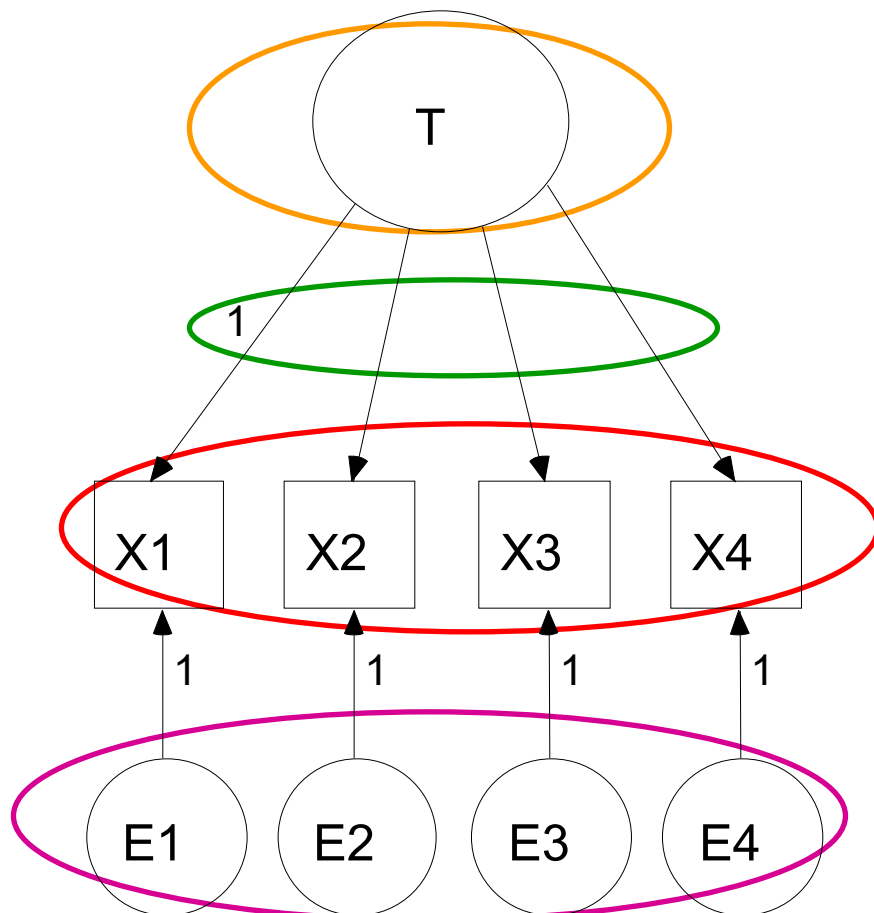




$$\mathbf{X}_{ik} = [ \mathbf{a}_k + \mathbf{b}_k (\mathbf{T}_i) ] + \mathbf{E}_{ik}$$

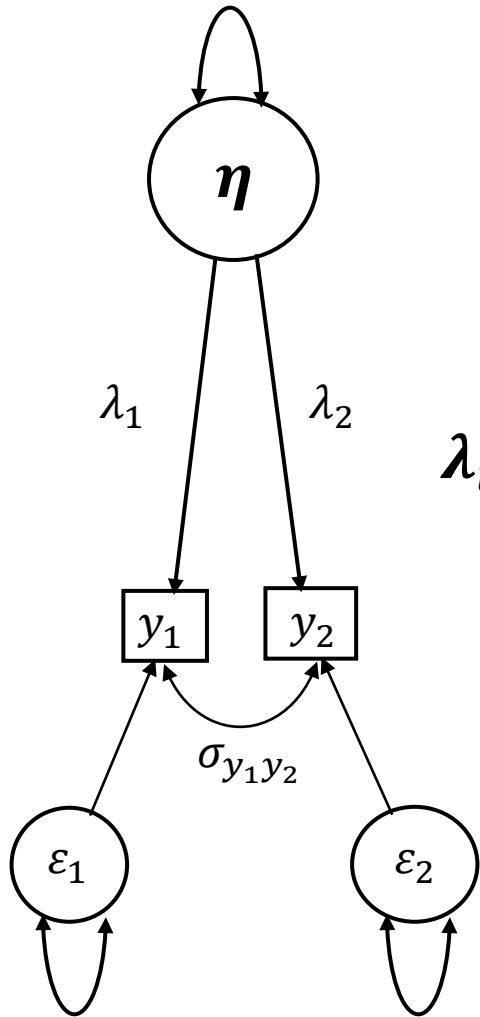
X5

¿Impostor?



## Notación actual del modelo congénere

$$y_i = \lambda_i \eta + v_i + \epsilon_i$$



Donde:  $y_i$  es la variable observada (indicador),  
 $\lambda_i$  es la carga factorial de  $y_i$  sobre el factor latente  $\eta$ ,  
 $\eta$  es el factor latente (la variable no observada),  
 $v_i$  es la ordenada al origen del indicador  $y_i$ ,  
 $\epsilon_i$  es el error de medición (residual) de  $y_i$ .

# ¿Cuál es el ideal en medición?



# Estimación del coeficiente de confiabilidad



# Cálculo de confiabilidad

## Tests paralelos:

## Spearman-Brown

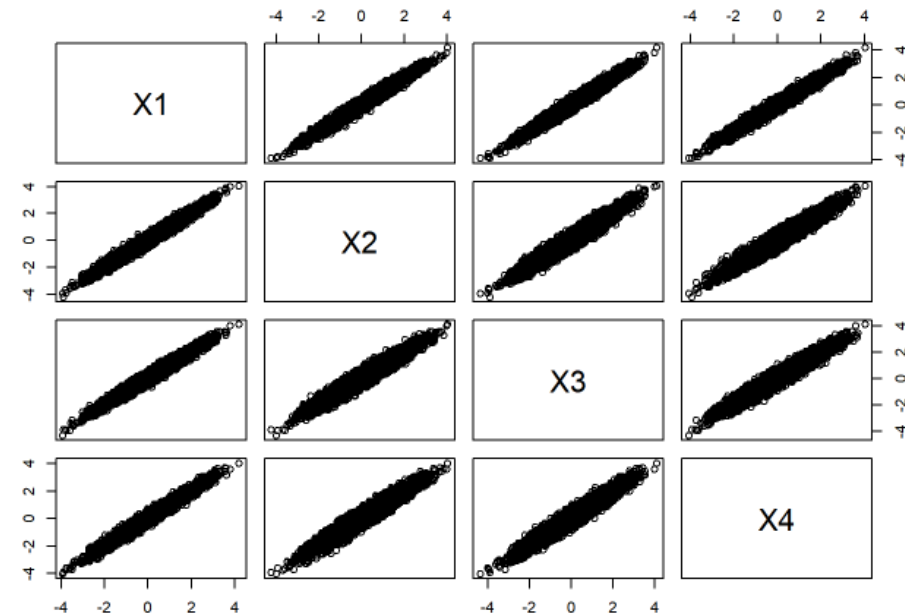


# Tests (medidas/indicadores) paralelos

```
cor(D)
```

```
##           X1           X2           X3           X4
## X1 1.0000000 0.9836211 0.9837738 0.9834104
## X2 0.9836211 1.0000000 0.9676541 0.9673263
## X3 0.9837738 0.9676541 1.0000000 0.9670745
## X4 0.9834104 0.9673263 0.9670745 1.0000000
```

```
plot(D)
```



# Cálculo con Split-half: Spearman-Brown

- Spearman-Brown propusieron que una forma de estimar la confiabilidad podía ser a partir de las mitades de un test
- Si suponemos que tenemos tests-paralelos es posible hacerlo
- El procedimiento consiste partir el test global a la mitad, estimar el valor promedio de los scores y estimar su correlación
- Esto lo hacemos de forma muy sencilla como se indica a continuación con la función `rowSums()`. Los números `D[,1:2]` denotan que queremos tomar la suma de la columna 1 y 2 de la base de datos D.
- `D$Mitad1` es igual (`<-`) a la suma dividida entre el total de ítems. Se crea una columna nueva. Esto es similar a `gen Mitad1=rowtotal(x1 x2) (divido entre 2)` y en SPSS a `Compute Mitad1=SUM(x1,x2)/2`

Adjusted Split-Half  
reliability

$$r_{SB} = \frac{2\text{Corr}(X'_1, X'_2)}{1 + \text{Corr}(X'_1, X'_2)}$$

```
D$Mitad1<-rowSums( (D[,1:2]))/2  
D$Mitad2<-rowSums( (D[,3:4]))/2  
head(D[,5:6])
```

```
##           Mitad1           Mitad2  
## 1  0.1171625  0.1451702  
## 2 -2.3174332 -2.2189755  
## 3 -0.6893149 -0.7109876  
## 4 -0.5766134 -0.2755213  
## 5  0.6192370  0.6950364  
## 6 -0.9342995 -1.0813668
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9876561
```



# ¿Así de fácil?

Incluso si el supuesto de paralelismo se mantiene:

- El problema es que tengo distintas maneras de decidir las mitades
- Esto significaría que tendría múltiples estimaciones de confiabilidad
- Bajo el supuesto de tests paralelos está OK pero si tengo muchos ítems o no lo son, qué hago?

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,1:3]))/2  
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,2:4]))/2  
head(D[,5:6])
```

```
##      Mitad1      Mitad2  
## 1  0.1657852  0.1646417  
## 2 -3.0838546 -3.1371226  
## 3 -1.0320335 -0.9732260  
## 4 -0.7068435 -0.5870511  
## 5  0.9535615  0.8738584  
## 6 -1.3292093 -1.4007533
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9981297
```



# Qué pasa si el paralelismo se corrompe

- Vamos a agregar dos ítems con mayor variabilidad respecto al valor central (ruido)

```
D$X5<-D$X1 + rnorm(10000,0,.9)
D$X6<-D$X1 + rnorm(10000,0,.5)
head(D)
```

```
##           X1           X2           X3           X4      Mitad1      Mitad2           X5
## 1  0.1079993  0.1263256  0.1835274  0.1068131  0.1657852  0.1646417  0.47749430
## 2 -2.1913068 -2.4435596 -2.0918066 -2.3461443 -3.0838546 -3.1371226  0.19991828
## 3 -0.7024488 -0.6761810 -0.8373665 -0.5846087 -1.0320335 -0.9732260 -1.94638796
## 4 -0.4593898 -0.6938371 -0.3483979 -0.2026447 -0.7068435 -0.5870511  0.09342658
## 5  0.6445464  0.5939276  0.9114592  0.4786136  0.9535615  0.8738584  2.16079122
## 6 -0.9880279 -0.8805711 -0.9995512 -1.1631823 -1.3292093 -1.4007533 -0.74122587
##           X6
## 1  0.4370026
## 2 -2.1341375
## 3 -0.5949760
## 4 -0.3348982
## 5  1.0479715
## 6 -0.5455863
```



# Hago mis cálculos de nuevo

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,c(1,2,7)]))/3  
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,c(3,4,8)]))/2  
head(D[,5:6])
```

```
##      Mitad1      Mitad2  
## 1  0.1710967  0.2943687  
## 2 -1.3749726 -2.9265879  
## 3 -0.9001149 -0.9146036  
## 4 -0.3421157 -0.4110701  
## 5  0.8799140  1.0490784  
## 6 -0.7604706 -1.2289359
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.9574618
```

Pero esas mitades son una posibilidad de varias

¿Qué pasa si quiero hacerlo para todas las combinaciones posibles?

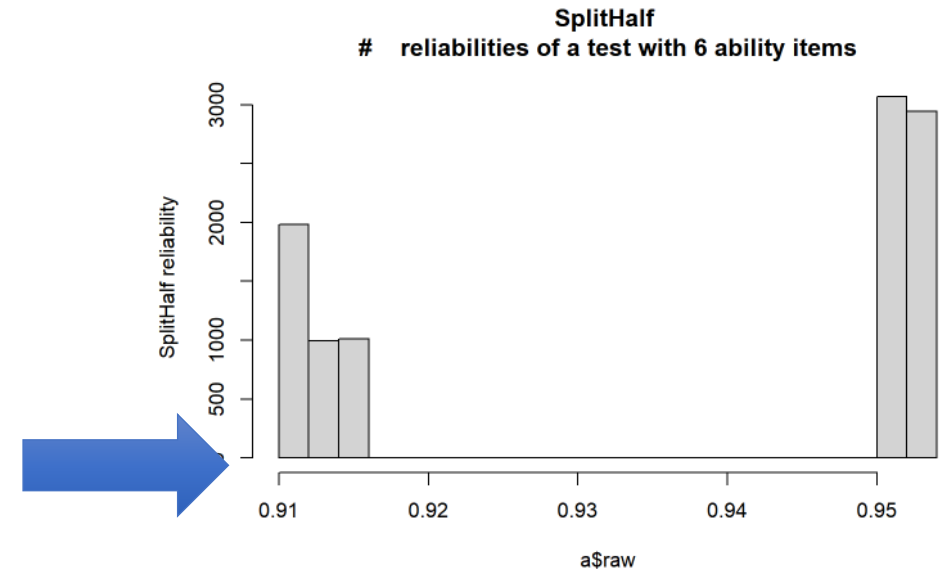
# Automatizando el cálculo

- El paquete `psych()` nos va a servir a calcular todas las posibles correlaciones de cada partición posible. Este paquete no viene precargado, así que hay que instalarlo con `install.packages("psych")`
- Esto se hace con la función `splitHalf()` donde lo que tenemos que pedir son las columnas con las variables y pedimos que nos guarde todos los resultados con `raw=T`.
- Después pedimos un histograma.

```
# install.packages("psych")
library("psych")

a<-splitHalf(D[,c(1:4,7)], raw=T)
hist(a$raw,ylab="SplitHalf reliability",main="SplitHalf
# reliabilities of a test with 6 ability items")
```

Tengo estimaciones  
un tanto distintas...



# Apreciando las limitaciones del Split-half

- Para apreciar mejor las limitaciones del método de split-half vamos a usar datos reales.
- Vamos a cargar los datos del índice de rezago social del CONEVAL 2015. Para ello usamos la función `read_dta()` del paquete `haven()`
- Se trata de un índice con 10 indicadores

```
library(haven)
D<-read_dta("RezagoSocial2015.dta")
```

head(D)

```
## # A tibble: 6 x 13
##   clave municipio analfabetismo inasistencia sinedbasica accesosalud pisotierra
##   <dbl> <chr>          <dbl>          <dbl>          <dbl>          <dbl>          <dbl>
## 1 1001 Aguascal~      2.1            3.5            25.7           14.2           0.5
## 2 1002 Asientos      4.4            2.6            41.9           5.5            1.7
## 3 1003 Calvillo      4.8            4.4            49.2           9.8            1.1
## 4 1004 Cosío        4.3            2.6            33.1           5.1            1.6
## 5 1005 Jesús Ma~     3.2            4.1            33.7           13.8           0.9
## 6 1006 Pabellón~     3.4            2.6            30.9           10.1           0.7
## # ... with 6 more variables: sinsanitario <dbl>, sinaguaentubada <dbl>,
## #   sindrenaje <dbl>, sinenergia <dbl>, sinlavadora <dbl>,
## #   sinrefrigerador <dbl>
```

names(D)

```
## [1] "clave"      "municipio"  "analfabetismo" "inasistencia"
## [5] "sinedbasica" "accesosalud" "pisotierra"    "sinsanitario"
## [9] "sinaguaentubada" "sindrenaje"  "sinenergia"    "sinlavadora"
## [13] "sinrefrigerador"
```



# Supuestos

Si fuera antes de 1950, esta sería la única manera de estimar confiabilidad y tendría que hacer varios supuestos:

- Supongo que las medidas son paralelas (guardan misma relación con la variable latente, tienen misma varianza y error)
- Esto significa que puedo comparar las mitades para aproximar la confiabilidad

```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,3:7]))/5  
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,8:12]))/5  
head(D[,14:15])
```

```
## # A tibble: 6 x 2  
##   Mitad1 Mitad2  
##   <dbl> <dbl>  
## 1 -0.811 -0.865  
## 2 -0.814 -0.531  
## 3 -0.461 -0.818  
## 4 -0.950 -0.686  
## 5 -0.630 -0.823  
## 6 -0.885 -0.760
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.6243347
```

# Tengo muchas posibles particiones

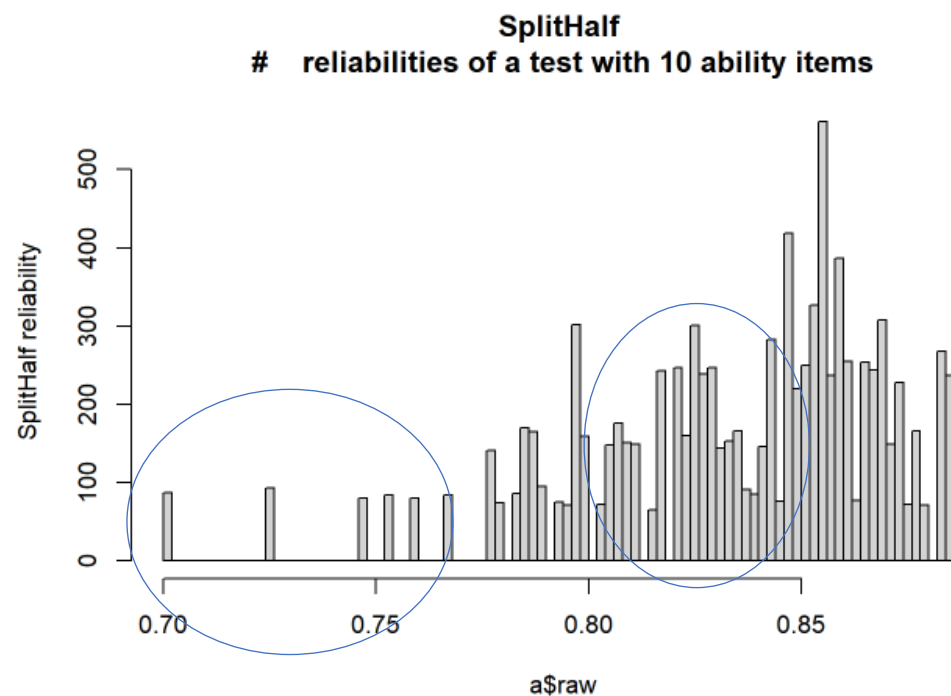
```
D$Mitad1<-rowSums(scale(D[,c(3,5,7,9,11)]))/5  
D$Mitad2<-rowSums(scale(D[,c(4,6,8,10,12)]))/5  
head(D[,14:15])
```

```
## # A tibble: 6 x 2  
##   Mitad1 Mitad2  
##   <dbl> <dbl>  
## 1 -1.05  -0.625  
## 2 -0.677  -0.667  
## 3 -0.627  -0.653  
## 4 -0.845  -0.792  
## 5 -0.890  -0.563  
## 6 -0.906  -0.740
```

```
cor(D$Mitad1,D$Mitad2)
```

```
## [1] 0.7494701
```

```
a<-splitHalf(D[,3:12], raw=T)  
hist(a$raw,breaks=101,ylab="SplitHalf reliability",main="SplitHalf  
# reliabilities of a test with 10 ability items")
```



# En SPSS y Stata. Test paralelos

## 14 En SPSS

- <https://www.ibm.com/docs/en/spss-statistics/23.0.0?topic=items-split-half-coefficients>

```
reliability variables=item 1 to item 6/  
    scale (test score) =item 1 to item 6/  
    model = split  
statistics all
```

## 15 En STATA

```
NOT
```

# ¿El índice de rezago social tiene indicadores paralelos?

- No, en realidad los indicadores no están pensados desde esa perspectiva
  - Esto significa que, además del problema de múltiples resultados, estaría violando el supuesto de tests paralelos
  - ¿Qué puedo hacer entonces?
  - Si tengo múltiples respuestas... ¿qué puedo hacer con ellas?
- 
- ¿Qué se les ocurre? Este era el problema en 1950!

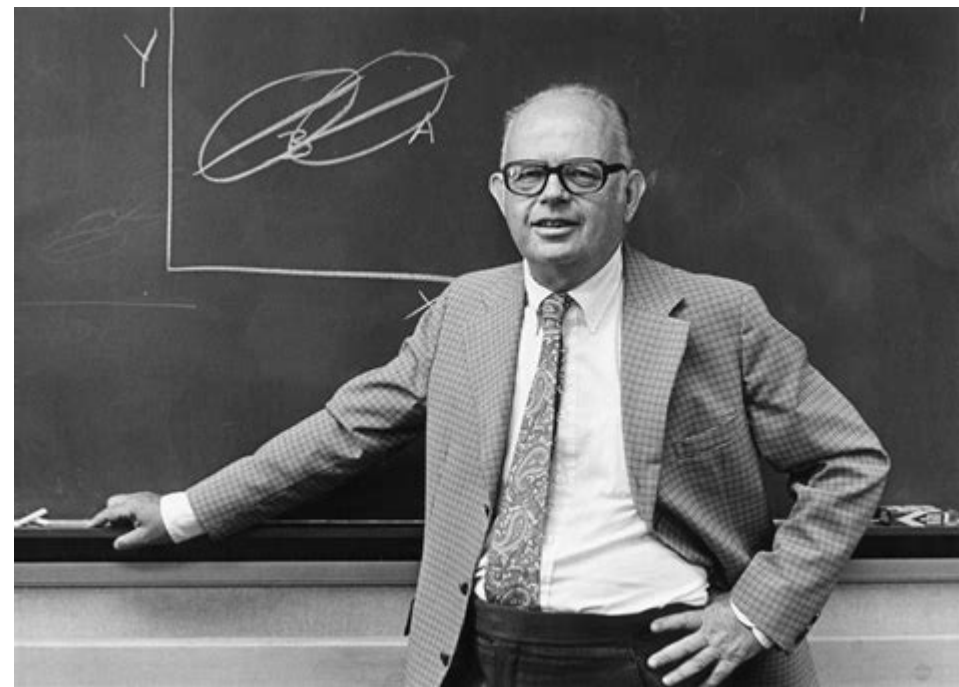


# Equivalencia Tau: Cronbach Alfa



¿Qué se les ocurre?

Es 1950!



# Alfa como medida resumen de las múltiples particiones

- El supuesto de que los tests son paralelos es demasiado estricto.
- Lo voy a relajar (entonces ya no tengo que trabajar con mitades)
- Puedo aproximar la confiabilidad promedio sin tener que estimar todas las permutaciones
- Está fue la idea de Cronbach (1951)
- Qué tal si tomo el promedio de las confiabilidades de las mitades

Con esta idea ya no  
necesito test paralelos

“Simplemente”  
equivalencia Tau!

```
a<-splitHalf(D[,3:12], raw=T, check.keys=FALSE)
a
```

```
## Split half reliabilities
## Call: splitHalf(r = D[, 3:12], raw = T, check.keys = FALSE)
##
## Maximum split half reliability (lambda 4) = 0.9
## Guttman lambda 6 = 0.86
## Average split half reliability = 0.82
## Guttman lambda 3 (alpha) = 0.82
## Guttman lambda 2 = 0.84
## Minimum split half reliability (beta) = 0.65
## Average interitem r = 0.31 with median = 0.34
##
## 2.5% 50% 97.5%
## Quantiles of split half reliability = 0.71 0.82 0.89
```



# La aproximación vía la media

- El supuesto que mantengo es que hay equivalencia-Tau.
- Misma relación entre los indicadores y la variable latente
- Piensen si es razonable el supuesto (para este caso o para otros)
- También piensen si la media es suficiente
- En R se estima con la función `alpha()` del paquete `psych`

```
alfa<-alpha(D[,3:12], check.keys=FALSE)
```

```
alfa$total
```

```
## raw_alpha std.alpha  
## 0.7912416 0.818349  
## ..
```

# En SPSS y Stata. Test paralelos. Alfa

## 17 En SPSS

```
reliability variables=item 1 to item 6/  
    scale (test score) =item 1 to item 6/  
    model = alpha  
statistics all
```

Aquí tendrían que poner los  
10 ítems del índice de rezago  
social

## 18 En STATA

```
alpha item1-item2, item
```



# Paralelas, tau-equivalent and congeneric

BOX 7.1

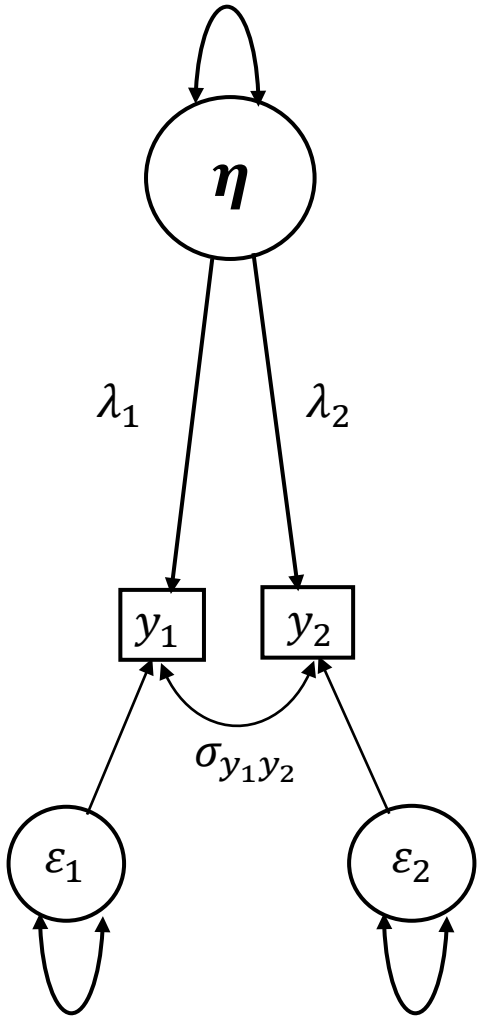
**Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures**

Type of measure	$\mu_x$	$\sigma_x^2$	$\sigma_{\epsilon}^2$	$\sigma_{\epsilon}^2$	$\sigma_{x_1x_2}$	$\rho_{x_1x_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$

Tal vez es mejor suponer que no son paralelos.

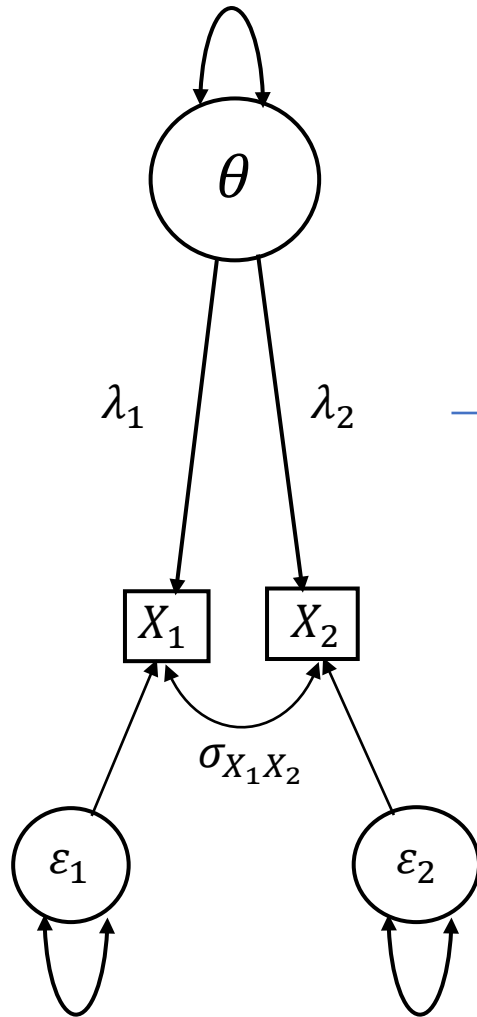
Por lo menos, voy a aspirar a que los indicadores tenga la misma señal/relación respecto a la variable latente.

# Equivalencia Tau: En clave de SEM



En este diagrama ¿Qué significaría la equivalencia tau?

# Equivalencia Tau: En clave de SEM



Las pendientes serían iguales.



# ¿El promedio? ¿Tau-equivalence?

- **Por ejemplo: Qué tal si uso la correlación más baja entre las mitades Beta**
- Revelle (1979) propuso una idea similar
- A veces lo que uno quiere es saber el peor escenario para su escala
- O conocer qué indicadores verdaderamente no sirven (Tienen una señal distinta al resto)
- O conocer qué indicadores son más próximos (capturan rasgos similares del mismo fenómeno)

```
a<-splitHalf(D[,3:12], raw=T, check.keys=FALSE)
a
```

```
## Split half reliabilities
## Call: splitHalf(r = D[, 3:12], raw = T, check.keys = FALSE)
##
## Maximum split half reliability (lambda 4) = 0.9
## Guttman lambda 6 = 0.86
## Average split half reliability = 0.82
## Guttman lambda 3 (alpha) = 0.82
## Guttman lambda 2 = 0.84
## Minimum split half reliability (beta) = 0.65
## Average interitem r = 0.31 with median = 0.34
## 2.5% 50% 97.5%
## Quantiles of split half reliability = 0.71 0.82 0.88
```

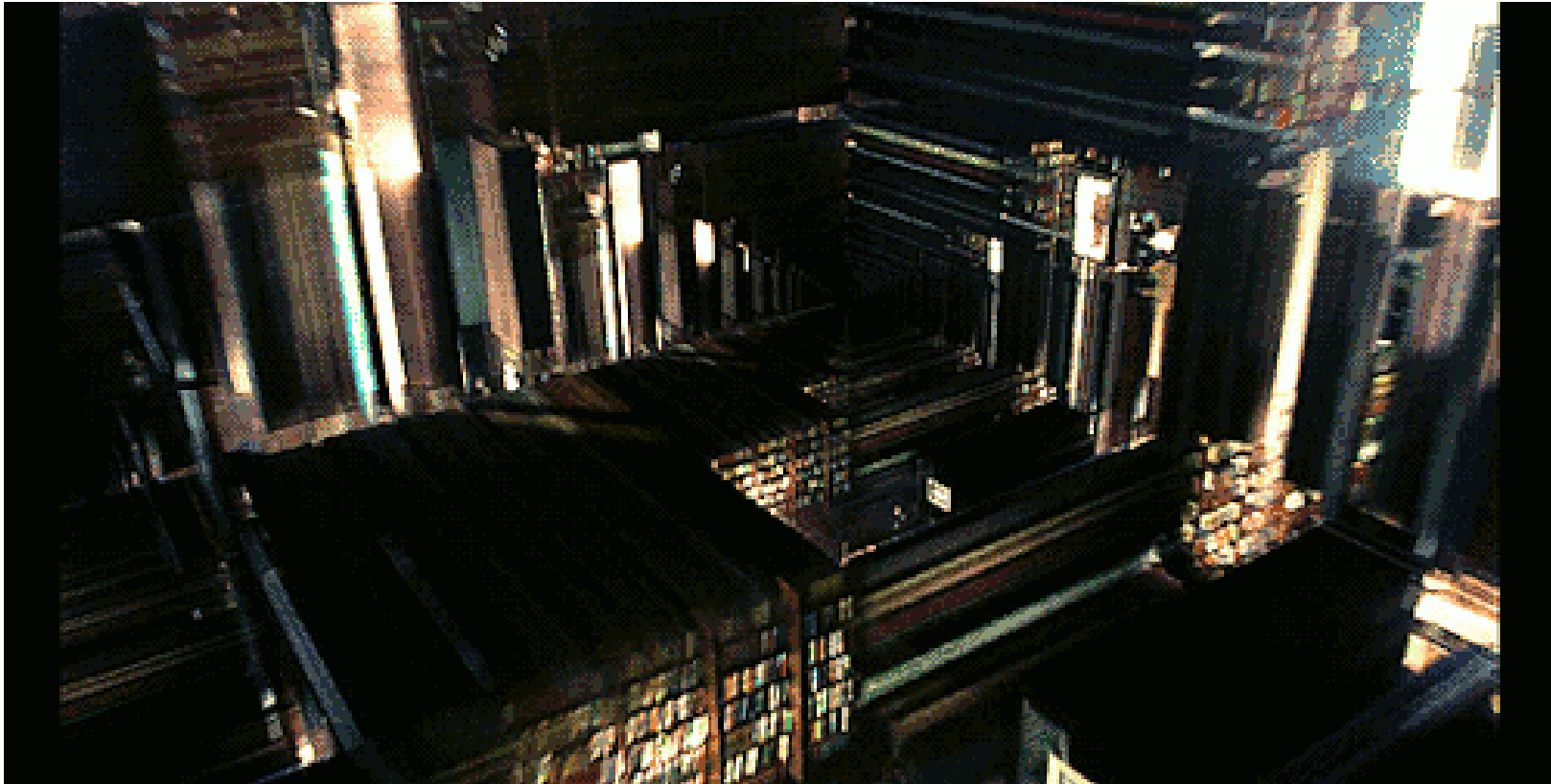
Qué tal y además  
reporto el peor  
escenario!



# Equivalencia Tau al descubierto

- Difícilmente, en una medición compleja, los indicadores respetaran la equivalencia Tau
- Generalmente, tendremos mediciones con “chipotes”
- Algunos indicadores tendrán muy fuerte relación con el fenómeno de interés y otros tendrán muy poca
- Es mejor encontrar la manera de relajar dicho supuesto

# Chipotes ~ multidimensionalidad



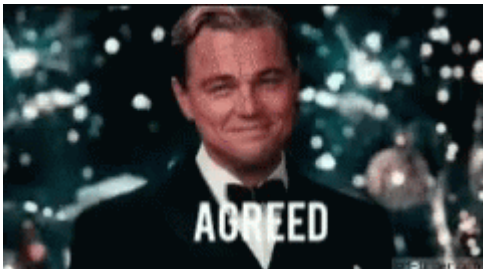
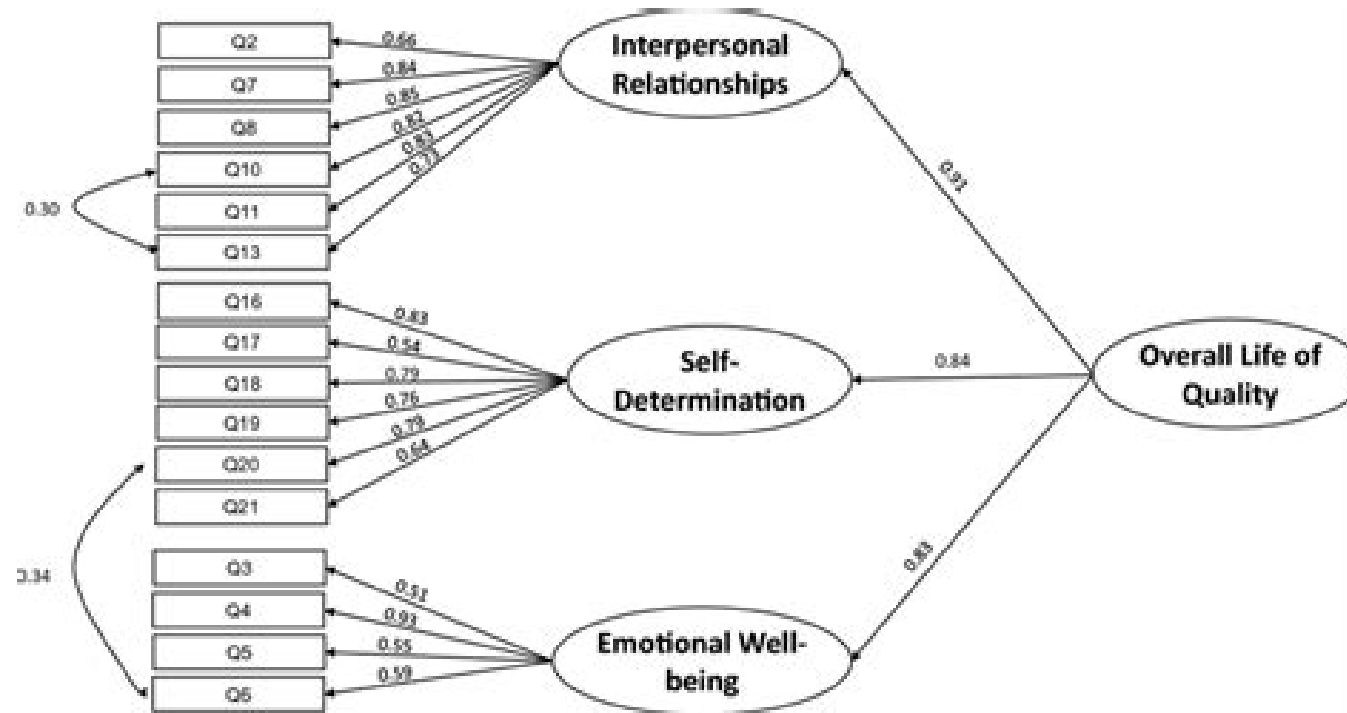
# ¿Qué es multidimensionalidad en medición?

Múltiples parámetros de una distribución conjunta

La varianza de interés no es atribuible exclusivamente a un único fenómeno

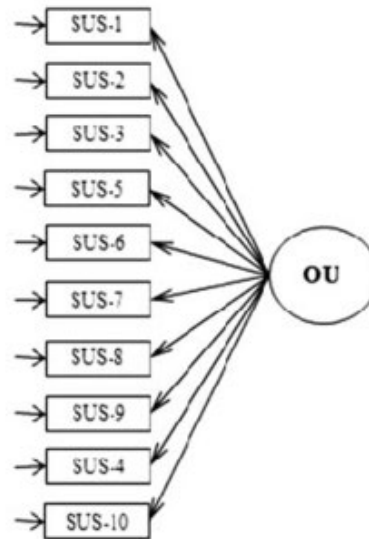
- La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos anidados en el factor de interés (alto y bajo orden)
- La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos no anidados en un factor de interés

# La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos anidados en el factor de interés (alto y bajo orden)

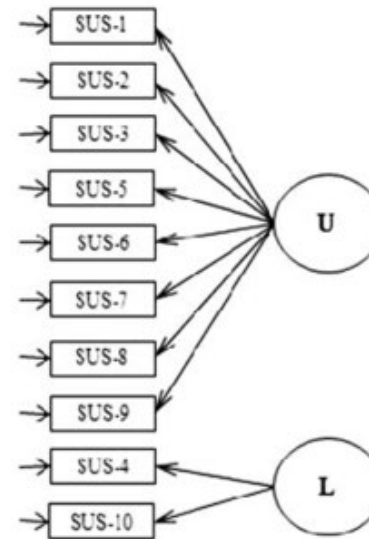


# La varianza de subconjuntos de indicadores es atribuible a constructos **no anidados** en un factor de interés

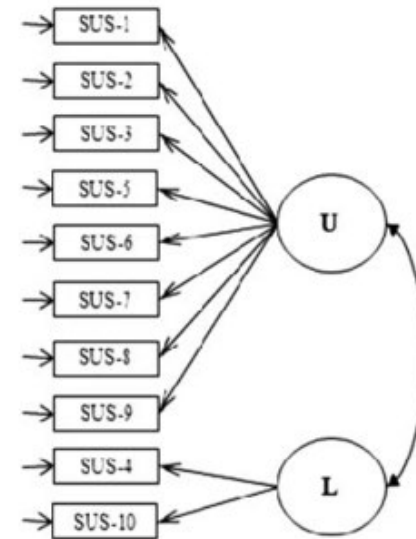
**Panel A:** One-factor model of SUS items with the OU (Overall Usability) factor. (Bangor et al., 2008)



**Panel B:** Two-factor model of SUS items with U (Usability) and L (Learnability) as uncorrelated factors. (Lewis and Sauro, 2009)



**Panel C:** Two-factor model of SUS items with U (Usability) and L (Learnability) as correlated factors.



¿Modelos válidos de medición?



# Chipotes ~ multidimensionalidad

- Con Tau-equivalence y alta unidimensionalidad

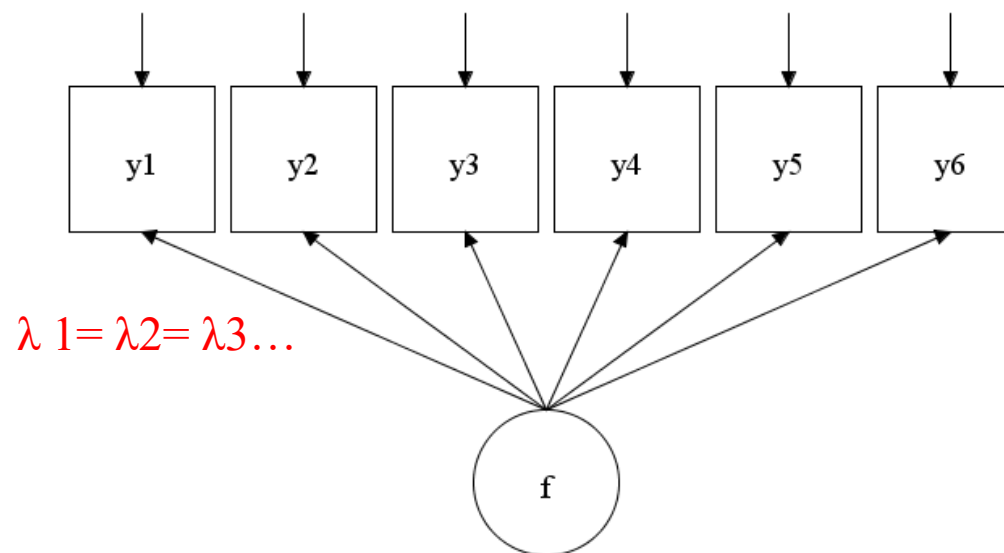
Mi índice tiene cierta dimensionalidad.  
Me gustaría poder estimar el peor  
escenario



# ¿Equivalencia Tau?

- Pues no, hay varios problemas
  - Aunque ya no suponga que tengo tests paralelos
  - Supongo que los indicadores siguen equivalencia Tau (Misma relación con el factor o variable latente)
  - Alfa va a subestimar la confiabilidad de los puntajes!
  - Esto es un modelo demasiado rígido

```
## Item by Cluster Structure matrix:  
##           [,1]  
## analfabetismo    0.85  
## inasistencia     0.33  
## sinedbasica      0.78  
## accesosalud     -0.11  
## pisotierra       0.78  
## sinsanitario     0.36  
## sinaguaentubada  0.51  
## sindrenaje       0.72  
## sinenergia       0.65  
## sinlavadora      0.80  
--
```





Por lo menos hay que reportar lo que pasa fuera de la media

Tratemos de explorar las **propiedades de los ítems de la escala**

**No podemos vivir pensando en que los tests están bien y se comportan como pensamos**

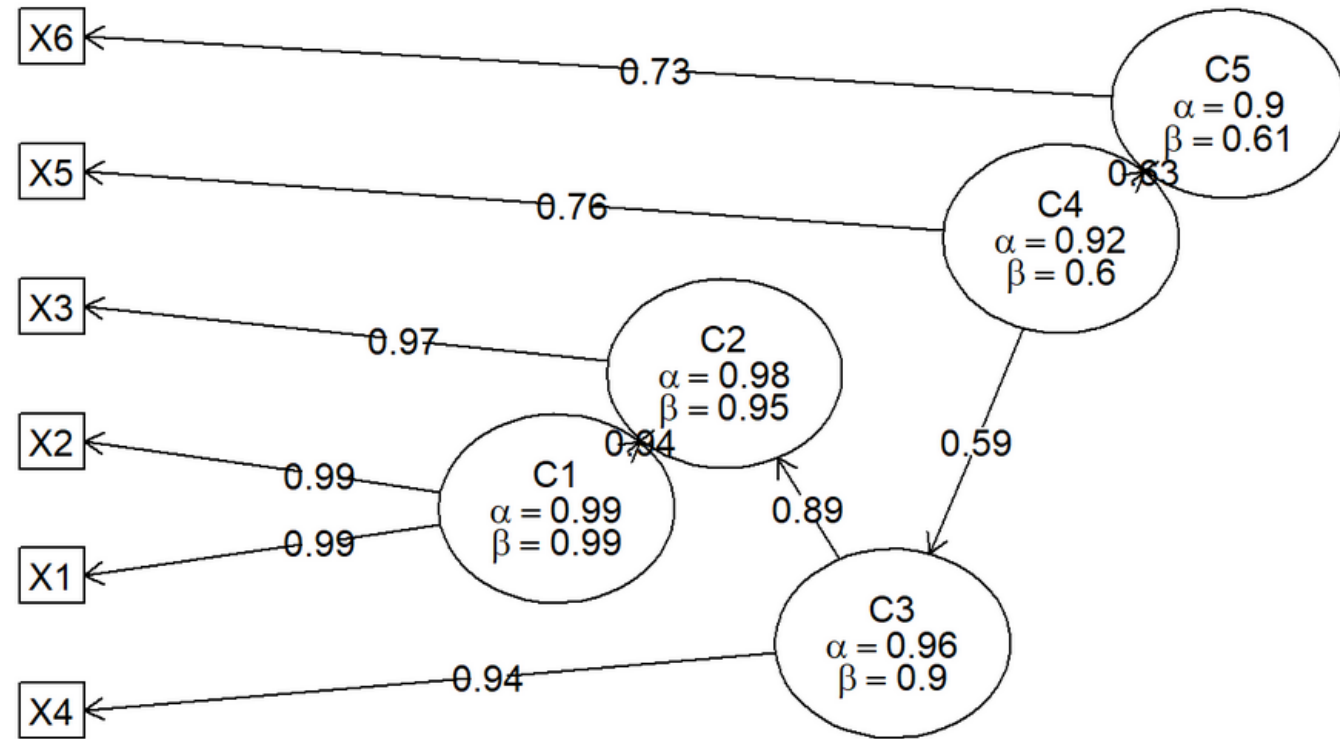


# Revelle 1978

Aquí ya no

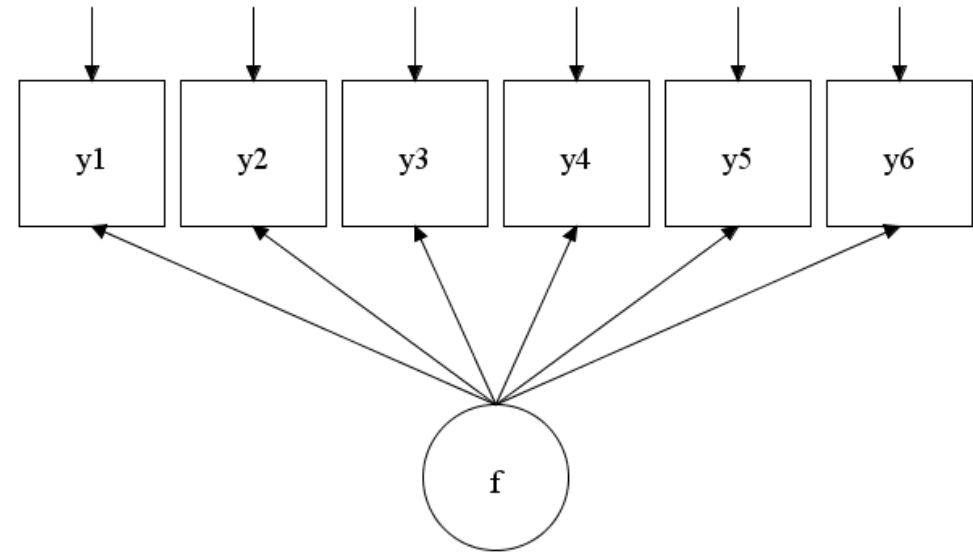
Aquí la escala es  
altamente  
homogénea, parece  
haber equivalencia  
Tau!

ICLUST

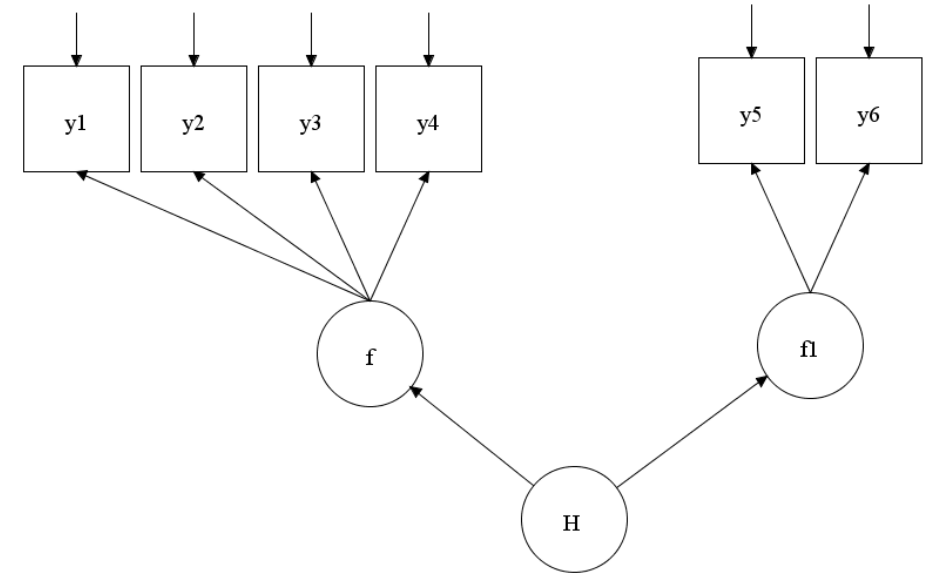
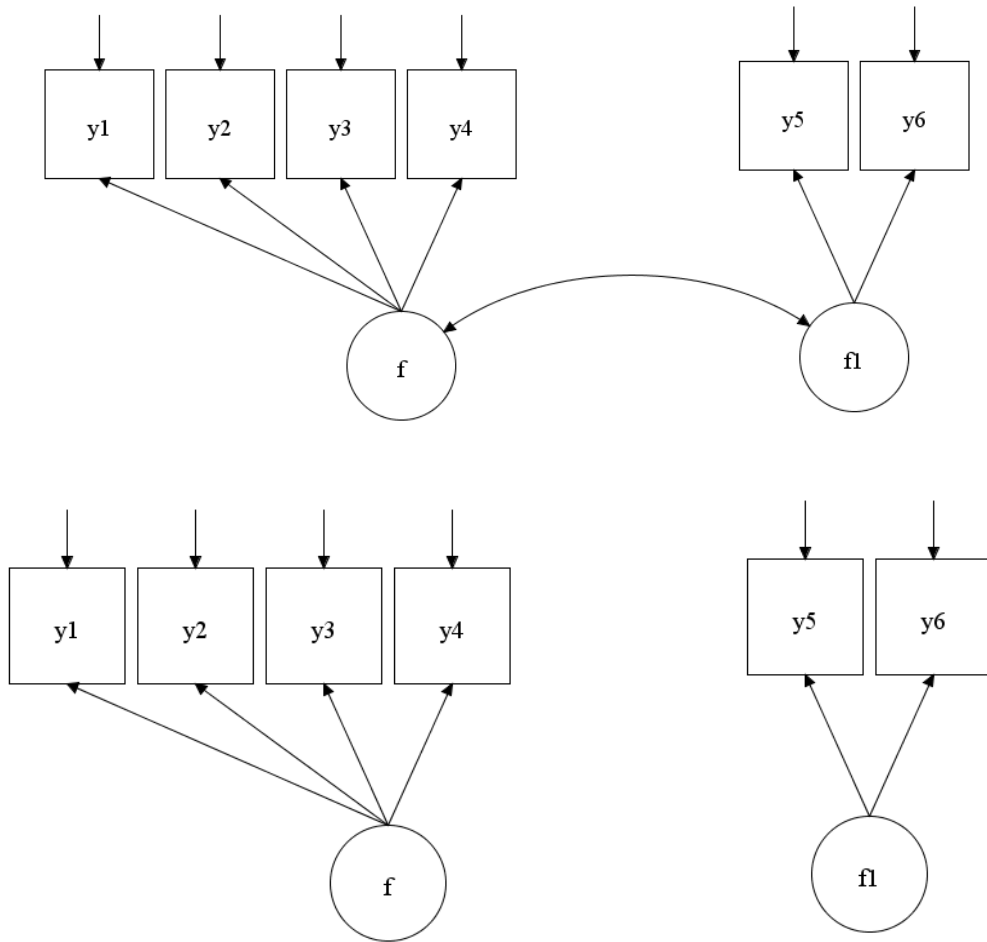


# Entonces...

- Inicialmente pensaba que la estructura de mi índice era muy sencilla:



# Ahora no es claro



Alfa podría funcionar con el diagrama anterior pero no del todo con estos tres

Beta tampoco nos ayuda mucho

# Paralelas, tau-equivalent and congeneric

BOX 7.1

**Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures**

Type of measure	$\mu_x$	$\sigma_x^2$	$\sigma_e^2$	$\sigma_\epsilon^2$	$\sigma_{x_1x_2}$	$\rho_{x_1x_2}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 * t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 * t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} * t_j$

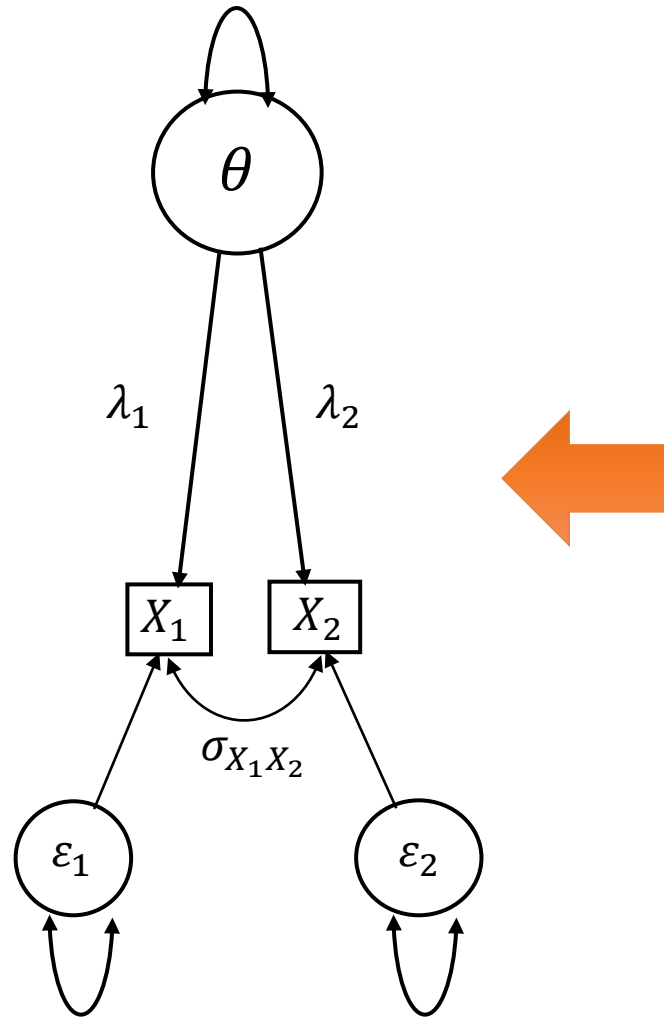
¿ Con esta tal vez pueda vivir ?

# Conclusiones

- Necesito trabajar con supuestos razonables
- Es importante conocer las características de mi escala
- La estimación de confiabilidad debe ser... “fiable”



# SEM



BOX 7.1

## Properties of Parallel, Tau-Equivalent, Essentially Tau-Equivalent, and Congeneric Measures

Type of measure	$\mu_x$	$\sigma_x^2$	$\sigma_\eta^2$	$\sigma_\varepsilon^2$	$\sigma_{x_i x_j}$	$\rho_{x_i x_j}$	Relationship between true scores
Parallel	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	Must be equal	$t_i = 0 + 1 \cdot t_j$
Tau-equivalent	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = 0 + 1 \cdot t_j$
Essentially tau-equivalent	May be equal or unequal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	Must be equal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + 1 \cdot t_j$
Congeneric	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	May be equal or unequal	$t_i = a_{ij} + b_{ij} \cdot t_j$

[Published: 02 April 2005](#)

Cronbach's  $\alpha$ , Revelle's  $\beta$ , and McDonald's  $\omega_H$ : their relations with each other and two alternative conceptualizations of reliability

[Richard E. Zinbarg](#) , [William Revelle](#), [Iftah Yovel](#) & [Wen Li](#)

[Psychometrika](#) **70**, 123–133 (2005) | [Cite this article](#)

3375 Accesses | 787 Citations | 10 Altmetric | [Metrics](#)

Theory and Methods | [Published: 11 December 2008](#)

Coefficients Alpha, Beta, Omega, and the glb: Comments on Sijtsma

[William Revelle](#) , & [Richard E. Zinbarg](#)

[Psychometrika](#) **74**, Article number: 145 (2009) | [Cite this article](#)

5408 Accesses | 808 Citations | 10 Altmetric | [Metrics](#)

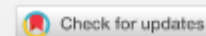
Original Articles

# Alpha, Omega, and $H$ Internal Consistency Reliability Estimates: Reviewing These Options and When to Use Them

[Michael T. Kalkbrenner](#)  

Accepted 01 Jun 2021, Published online: 30 Jul 2021

 Download citation  <https://doi.org/10.1080/21501378.2021.1940118>





# Próxima clase

- Bandalos, D - Capítulo 12
- **Flora, D** Your Coefficient Alpha Is Probably Wrong, but Which Coefficient Omega Is Right? A Tutorial on Using R to Obtain Better Reliability Estimates:  
<https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/2515245920951747>

