6. A los lógicos les gusta la langosta, pero no les gustan los moluscos o beben vino blanco. Si beben vino blanco, entonces comen judías o les gusta comer pochas con almejas. Por tanto, si a los lógicos les gustan los moluscos, entonces aunque no coman judías les gusta comer pochas con almejas.

Paso 1: Formalización correcta de las premisas

Definimos las proposiciones lógicas:

- L: A los lógicos les gusta la langosta.
- M: A los lógicos les gustan los moluscos.
- V: Los lógicos beben vino blanco.
- J: Los lógicos comen judías.
- P: A los lógicos les gusta comer pochas con almejas.

Las **premisas** del enunciado se formalizan así:

$L \wedge (\neg M \vee V)$ [1]

$V \rightarrow (J \vee P)$ [2]

____

:. $M \rightarrow (\neg J \wedge P)$

Resolvemos por contradicción:

$L \wedge (\neg M \vee V)$ [1]

$V \rightarrow (J \vee P)$ [2]

$\neg$ ($M \rightarrow (\neg J \wedge P)$ **) [3]**

Y aplicamos reglas de inferencia

$M \wedge \neg(\neg J \wedge P)$ [3] Equivalencia de la neg de un condicional: $\neg(A \rightarrow B) = A \wedge \neg B$

L [4] Simplif de [1]

$\neg M \vee V$ [5] Simplif de [1]

M [6] Simplif de [3]

$\neg(\neg J \wedge P)$ [7] Simplif de [3]

$J \vee \neg P$ [8] DeMorgan

V [9] Silog. Disyuntivo [5] y [6]

$J \vee P$ [10] Modus Ponens [9] y [2]

J [11] Alg Boole: [8] y [10]

No parece que lleguemos a un absurdo, con lo que no podemos decir que sea una estructura válida, ni que no lo sea.

Intentamos por Demostración directa con reglas de inferencia:

$L \wedge (\neg M \vee V)$ [1]

$V \rightarrow (J \vee P)$ [2]

Queremos demostrar $M \rightarrow (\neg J \wedge P)$

Añadimos como premisa:

M [3] antecedente del condicional en la conclusión.

L [4] Simplif de [1]

$\neg M \vee V$ [5] Simplif de [1]

V [6] Silog Disyuntivo de [3] y [5]

$J \vee P$ [7] Modus Ponens [2] y [6]

Para seguir avanzando necesitamos corroborar que tenemos en todos los casos ($\neg J \wedge P$), es decir, llegar a que siempre se cumple $\neg J$ y también siempre P, ambos para todos los casos posibles. Sin embargo, entre nuestras deducciones tenemos " $J \vee P$ " que ya sabemos que es cierto. Plantearemos hipótesis para este caso, ya que se pueden dar 3 opciones: o bien $J \wedge P$, o bien $\neg J \wedge P$, o bien $J \wedge \neg P$; para que se cumpliese la conclusión, tanto $J \wedge P$, como $J \wedge \neg P$ tendrían que acabar en absurdos, y que $\neg J \wedge P$ no lo haga.

Hipotésis 1: $\neg J \wedge P$ [8.H1](debe ser cierta)

> $\neg J$ [9.H1] Simplif [8.H1]
>
> P [10.H1] Simplif [8.H1]
>
> Es el caso en el que se cumple la conclusión per se.

Hipótesis 2: $J \wedge \neg P$ [8.H2](debe ser cierta)

> J [9.H2] Simplif [8.H2]
>
> $\neg P$ [10.H2] Simplif [8.H2]

La conclusion no se va a cumplir porque $\neg J \wedge P$, y necesito que $\neg J$ se cumpla, además tampoco cumple P.

Hipótesis 3: $J \wedge P$ [8.H3](debe ser cierta)

> J [9.H3] Simplif [8.H3]
>
> P [10.H3] Simplif [8.H3]
>
> La conclusion no se va a cumplir porque $\neg J \wedge P$, y necesito que $\neg J$ se cumpla.

Por tanto como no queda: $\neg J \wedge P$ para todos los casos posibles, no se cumple la conclusión: **no es una estructura deductiva válida.**

Para asegurarnos resolvemos el ejercicio por tabla de verdad:

L	M	V	J	P	(¬M ∨ V)	L ∧ (¬M ∨ V)	(J ∨ P)	V → (J ∨ P)	M → (¬J ∧ P)	(¬J ∧ P)
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0

Por tabla de verdad, vemos como efectivamente no se cumple.

Se podría haber planteado el ejercicio entendiendo a nivel semántico la conclusión como:

$L \land (\neg M \lor V)$ [1]

$V \rightarrow (J \lor P)$ [2]

____

:. $M \rightarrow (\neg J \rightarrow P)$

Lo cual no es del todo correcto si nos atenemos al lenguaje natural (aunque es como un and). Pero hay gente que podría llegar a entender semánticamente algo como "si a los lógicos les gustan los moluscos, entonces si no comen judías, comen pochas con almejas".

L	M	V	J	P	(¬M ∨ V)	L ∧ (¬M ∨ V)	(J ∨ P)	V → (J ∨ P)	M → (¬J → P)	(¬J → P)
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Si resolvemos por **contradicción:**

L ∧ (¬M ∨ V) [1]

V → (J ∨ P) [2]

¬ (M → (¬J → P) **) [3]**

Y aplicamos reglas de inferencia

M ∧ ¬(¬J → P) [3] Equivalencia de la neg de un condicional: ¬(A → B) = A ∧ ¬B

L [4] Simplif de [1]

¬M ∨ V [5] Simplif de [1]

M [6] Simplif de [3]

¬(¬J → P) [7] Simplif de [3]

¬J ∧ ¬P [8] Equivalencia de la neg de un condicional: ¬(A → B) = A ∧ ¬B

¬J [6] Simplif de [8]

¬P [7] Simplif de [8]

V [9] Silog. Disyuntivo [5] y [6]

J V P [10] Modus Ponens [9] y [2]

P [11] Silog. Disyuntivo [6] y [10]

[11] y [7] se contradicen, es un absurdo. Con lo que queda demostrado por contradicción**. Sí es una estructura válida,.**

Intentamos por Demostración directa con reglas de inferencia:

L ∧ (¬M ∨ V) [1]

V → (J ∨ P) [2]

Queremos demostrar M → (¬J → P)

Añadimos como premisa:

M [3] antecedente del condicional en la conclusión.

¬J [4] antecedente del concluyente del condicional en la conclusión.

L [5] Simplif de [1]

¬M ∨ V [6] Simplif de [1]

V [7] Silog Disyuntivo de [3] y [6]

J ∨ P [8] Modus Ponens [2] y [7]

P [9] Silog Disyuntivo de [4] y [8]

Hemos llegado a P que es el concluyente del concluyente en la conclusión, habiendo establecido que se cumplían los antecedentes de la conclusión como premisas (la 3 y 4). Por tanto hemos demostrado que sí se cumple.

Otra forma de resolver por Demostración directa CAMINO B, sólo con el primer antecedente de la conclusión:

$L \wedge (\neg M \vee V)$ [1]

$V \rightarrow (J \vee P)$ [2]

Queremos demostrar $M \rightarrow (\neg J \rightarrow P)$

Añadimos como premisa:

M [3] antecedente del condicional en la conclusión.

L [4] Simplif de [1]

$\neg M \vee V$ [5] Simplif de [1]

V [6] Silog Disyuntivo de [3] y [5]

$J \vee P$ [7] Modus Ponens [2] y [6]

Camino B.a) Podemos analizar las hipótesis posibles y evaluar el condicional $\neg J \rightarrow P$ para todas ellas. Plantearemos hipótesis para este caso, ya que se pueden dar 3 opciones: o bien $J \wedge P$, o bien $\neg J \wedge P$, o bien $J \wedge \neg P$; Para que no se cumpla la conclusión $\neg J \rightarrow P$ tendría que ser $\neg J \wedge \neg P$ que es precisamente la hipótesis que se queda fuera de la evaluación del OR de [7], con lo que siempre se va a cumplir el condicional.

Camino B.b) Tenemos que llegar a $\neg J \rightarrow P$ que si hallamos su equivalencia $A \rightarrow B = \neg A \vee B$ (como veíamos en Tableau). Por tanto en este caso tendríamos que conseguir llegar a

$\neg J \rightarrow P = \neg\neg J \vee P = J \vee P$ aplicando doble negación llegamos precisamente a la inferencia [7], con lo que siempre se cumple, y por tanto queda demostrado por deducción directa.

FINALMENTE:

Revisando el enunciado original:

Si planteamos el doble condicional en la conclusión vemos que es estructura deductiva válida. Aunque esta formalización sería realmente correcta si la conclusión fuese: "si a los lógicos les gustan los moluscos, entonces si no comen judías, comen pochas con almejas". Y en este caso SÍ sería una estructura deductiva válida.

PERO revisando el primer tema vemos que el "aunque" sería como un "AND" semánticamente. Con lo que realmente estaríamos en el caso de la conclusión como:

$M \rightarrow (\neg J \wedge P)$ **y por tanto, el enunciado inicial NO SERÍA UNA ESTRUCTURA DEDUCTIVA VÁLIDA.**